TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHIỆP TP. HCM
KHOA CÔNG NGHỆ ĐIỆN TỬ
BỘ MÔN ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

BÀI GIẢNG

LÝ THUYẾT ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

BIÊN SOẠN : HUỲNH MINH NGỌC

LƯU HÀNH NỘI BỘ
Tháng 3- 2011

MỤC LỤC

Lý thuyết điều khiển tự động (Basics of Automatic Control)

LỜI NÓI ĐẦU

Lý thuết điều khiển tự động và kỹ thuật điều khiển hiện đại ngày nay phát triển và được áp dụng vào công nghệ, quy trình sản xuất, quốc phòng , y tế. Điều này đạt được dựa vào sự phát triển của kỹ thuật vi xử lí và công nghệ thông tin.

Lý thuyết điều khiển tự động là một trong những môn cơ sở của ngành Điều khiển tự động. Ngày nay điều khiển tự động đã áp dụng vào các ngành điện - điện tử , công nghệ thông tin , cơ khí, hóa học , giao thông vận tải, xí nghiệp công nghiệp, và ngành dầu khí .

Nội dung giáo trình bao gồm:

Chương 1 : Đại cương về hệ thống điều khiển tự động
Chương 2 : Mô tả toán học phần tử và hệ thống điều khiển tự động
Chương 3 : Đặc tính động học
Chương 4 : Đánh giá ổn định hệ thống điều khiển tự động
Chương 5 : Chất lượng hệ thống điều khiển
Chương 6 : Thiết kế hệ thống điều khiển tự động
Chương 7 : Hệ thống điều khiển rời rạc
Chương 8 : Hệ thống điều khiển phi tuyến (Sinh viên đọc tài liệu, không thi).

Bài giảng này được biên soạn và cập nhật dựa trên bài giảng Điều khiển tự động mà tác giả đã đọc và giảng dạy cho các lớp Cao đẳng điện tử khóa 1, 2, 3, và 10K. Nội dung giáo trình bám theo đề cương chi tiết môn học Lý thuyết điều khiển tự động của khoa Công nghệ Điện tử. Matlab là công cụ giúp phân tích và thiết kế hệ thống điều khiển. Phụ lục các chương 2, 3,5, 6 và 7 có đề cập đến Matlab.

Đối tượng chủ yếu của giáo trình này là sinh viên ngành Điện tử tự động hệ cao đẳng và đại học chính qui, sau khi các sinh viên đã học qua môn Hàm phức, Biến đổi Laplace. Đây còn là tài liệu tham khảo cho sinh viên các ngành Điện tử công nghiệp, Viễn thông và Máy tính.

Tác giả bày tỏ lòng biết ơn đối với các thầy cô giáo Bộ môn Điều khiển tự động đã góp ý, động viên để hoàn thành giáo trình này.

Cuối cùng tác giả rất mong nhận được sự góp ý phê bình của các đồng nghiệp, các bạn đọc để nội dung giáo trình ngày càng hoàn thiện hơn. Thư góp ý xin gửi về : Bộ môn Điều khiển tự động, Khoa Công nghệ Điện tử, trường Đại học công nghiệp Tp. HCM , số 12 Nguyễn Văn Bảo,P.4 Q. Gòvấp, ĐT: 38940390, email: huynhminhngoc@hui.edu.vn.

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 15 tháng 01 năm 2009

Tác giả

Hùynh Minh Ngọc

Chương 1 : ĐẠI CƯƠNG VỀ HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

1.1.Giới thiệu

1.1.1. Thành phần cơ bản của hệ thống điều khiển tự động

Hệ thống điều khiển

Trong phần này chúng ta làm cho người đọc quen với các chủ đề sau:

1. Hệ thống điều khiển là gì?

2.Tại sao hệ thống điều khiển quan trọng?

3.Thành phần cơ bản của hệ thống điều khiển là gì?

4.Tại sao hồi tiếp được tích hợp vào hầu hết hệ thống điều khiển?

5. Các loại hệ thống điều khiển.

Cơ thể con người là một ví dụ về hệ thống điều khiển phức tạp nhất trong thực tế. Một người bình thường có khả năng thực hiện rất rộng các nhiệm vụ, bao gồm ra quyết định. Một số nhiệm vụ này như là nhặt một vật, đi từ điểm này đến điểm kia thông thường thực hiện theo cách định trước. Trong điều kiện không chắc chắn, một số nhiệm vụ được thực hiện theo cách tốt nhất. Thí dụ vận động viên chạy 100 m có mục tiêu chạy khoảng cách đó trong thời gian ngắn nhất. Còn vận động viên marathon không chỉ chạy khỏang cách đó nhanh có thể được mà anh ta còn phải kiểm soát năng lượng để đạt kết quả tốt nhất. Trong cuộc sống có rất nhiều "mục tiêu" phải hoàn thành, và cách đạt mục tiêu đó luôn bao gồm sự cần thiết của hệ thống điều khiển.

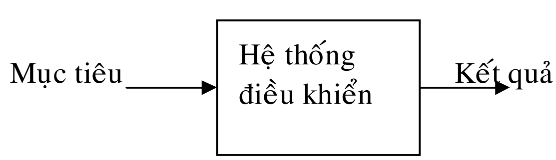
Trong những năm gần đây, hệ thống điều khiển đóng vai trò ngày càng quan trọng trong sự phát triển và tiến bộ của xã hội và công nghệ hiện đại. Hệ thống điều khiển có mặt trong tất cả các thành phần trong công nghiệp, như là kiểm soát chất lượng của sản phẩm, dây chuyền lắp ráp tự động, điều khiển máy công cụ, công nghệ không gian và hệ thống vũ khí, điều khiển máy tính, hệ thống giao thông, hệ thống điện, robotics,vv... Các vấn đề như là điều khiển toán học, sinh học và hệ thống điều khiển kinh tế xã hội đều tiếp cận từ lí thuyết điều khiển tự động.

Định nghĩa: Điều khiển là quá trình thu thập thông tin, xử lí thông tin và tác động lên hệ thống để đáp ứng của hệ thống gần với mục đích định trước. Điều khiển tự động là quá trình điều khiển không cần sự tác động của con người.

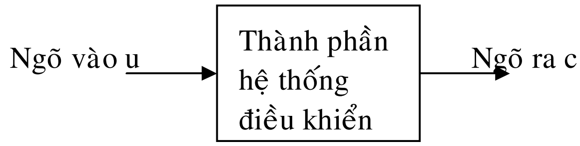
Lý thuyết điều khiển tự động là khoa học nghiên cứu những nguyên tắc thành lập các hệ thống tự động và những qui luật của các quá trình xảy ra trong nó.

Thành phần cơ bản của hệ thống điều khiển

Thành phần cơ bản của hệ thống có thể mô tả bởi:



(a)



(b)

Hình 1.1:Thành phần cơ bản của hệ thống điều khiển

1.Mục tiêu điều khiển

2.Thành phần hệ thống điều khiển.

3.Kết quả.

Trong sơ đồ khối, quan hệ cơ bản giữa ba thành phần trên được minh họa ở hình 1.1(a). Trong thuật ngữ khoa học hơn, ba thành phần này được gọi là ngõ vào u, thành phần hệ thống, và ngõ ra c, minh họa ở hình 1.1(b).

Tổng quát, mục tiêu của hệ thống điều khiển là điều khiển ngõ ra c theo cách định trước bởi ngõ vào u thông qua các phần tử của hệ thống điều khiển.

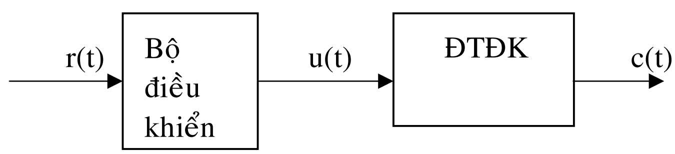
Tín hiệu vào của hệ được gọi là tín hiệu tác động (actuating signal) và ngõ ra c gọi là biến được điều khiển (controlled variable).

Xét thí dụ điều khiển lái xe.

Trong giáo trình này chúng ta chỉ đề cập đến hệ thống điều khiển trong kỹ thuật.

1.1.2. Hệ thống điều khiển vòng hở (Hệ thống không hồi tiếp)

Thành phần của hệ thống điều khiển vòng hở thường được chia làm hai phần: bộ điều khiển và quá trình bị điều khiển (còn gọi là đối tượng điều khiển).



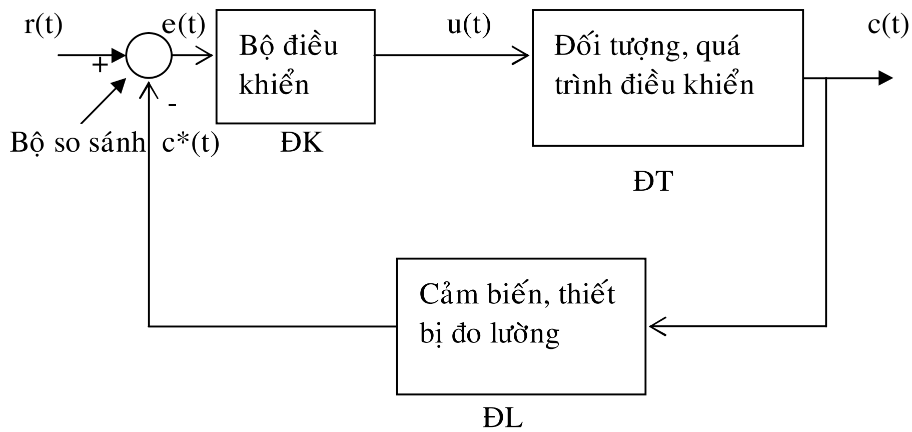
Hình 1.2

Trong đó : r(t) là tín hiệu vào, c(t) là tín hiệu ra, u(t) là tín hiệu điều khiển.

Máy giặt bằng điện là thí dụ về hệ thống điều khiển vòng hở. Thời gian giặt hoàn toàn được quyết định bởi ước lượng của người vận hành.

1.1.3. Hệ thống điều khiển vòng kín (Hệ thống điều khiển có hồi tiếp).

Sơ đồ khối của hệ thống điều khiển (HTĐK) vòng kín :



Hình 1.3

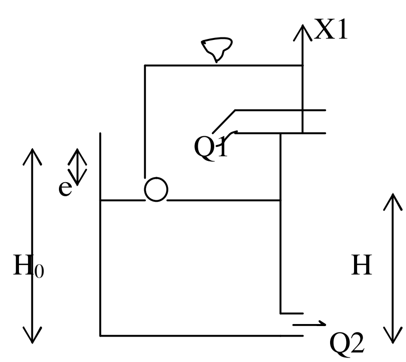
Trong đó : r(t) là tín hiệu vào; c(t) là tín hiệu ra; c*(t) là tín hiệu hồi tiếp và u(t) là tín hiệu điều khiển.

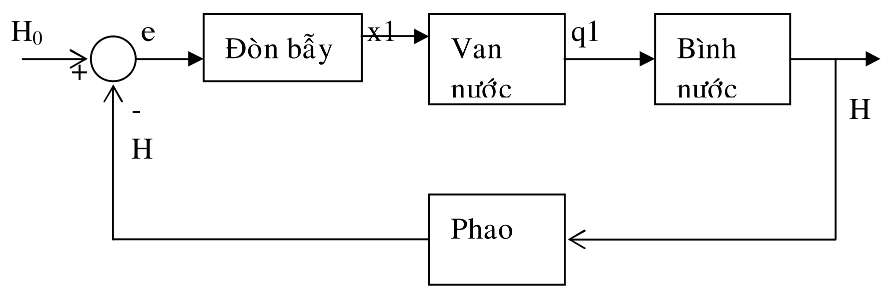
Một hệ thống điều khiển bao gồm 3 thành phần cơ bản đó là đối tượng điều khiển, cảm biến hay thiết bị đo lường và bộ điều khiển dùng để hiệu chỉnh các hành vi của hệ.

Tín hiệu đầu ra bộ so sánh e(t)=r(t)- c*(t), là sai số, ở hình vẽ 1-3 cũng chính là tín hiệu đầu vào của bộ điều khiển. Nhiệm vụ cơ bản của kỹ sư điều khiển tự động là giải quyết các vấn đề sau :

1. Phân tích hệ thống.
2. Thiết kế hệ thống.
3. Bài toán coi hệ thống là hộp đen.

Thí dụ : Điều khiển mực nước có vòi chảy vào, chảy ra và có phao điều khiển.





Hình 1.4 : Sơ đồ khối hệ điều khiển phản hồi âm

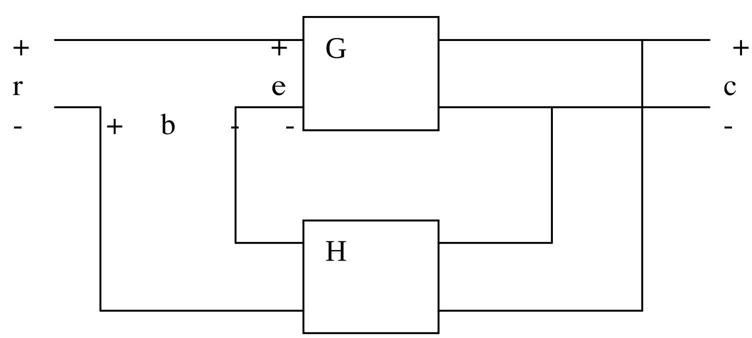
$E=H_0-H$

Thùng nước là đối tượng
H : đại lượng ra
H_0 : đại lượng vào
Phao : đo lường đại lượng ta.
Đòn bẫy : so sánh, khuếch đại.
Van nước : phần tử tác động, chấp hành.
Mục tiêu điều khiển : sao cho $H=H_0$=const.
Các hệ thống điều khiển tự động đều bao gồm : đối tượng ; đo lường , phát tín hiệu; so sánh, khuếch đại; và phần tử chấp hành

1.2. Ảnh hưởng của hồi tiếp

Hồi tiếp là đưa một phần tín hiệu ngõ ra trở về ngõ vào. Nếu hồi tiếp làm tăng tín hiệu vào thì ta có hồi tiếp dương. Ngược lại nếu làm giảm (suy yếu) tín hiệu vào thì ta có hồi tiếp âm.

Xét hệ thống hồi tiếp âm đơn giản:



Hình 1. 5. Hệ thống hồi tiếp

Xét hệ thống hồi tiếp ở hình 1.5, trong đó r là tín hiệu vào, c là tín hiệu ra, e là sai số, và h là tín hiệu hồi tiếp. Tham số G và H là độ lợi hằng số. Bằng các phép tính đơn giản, quan hệ vào ra của hệ là:

$$M=\frac{c}{r}=\frac{G}{1+GH} \qquad (1\text{-}1)$$

Ảnh hưởng của hồi tiếp:

1)Ảnh hưởng của hồi tiếp lên độ lợi

Ảnh hưởng của hồi tiếp là nó có thể tăng hay giảm độ lợi G.

2)Ảnh hưởng của hồi tiếp lên độ ổn định và lên độ nhạy

Hồi tiếp có thể cải thiện độ ổn định hay có hại cho độ ổn định nếu nó không được áp dụng hợp lí.

Hệ thống với hai vòng hồi tiếp âm:

$$\frac{c}{r} = \frac{G}{1+GH+GF} \qquad (1\text{-}2)$$

Xem xét độ nhạy là quan trọng trong thiết kế hệ thống điều khiển. Độ nhạy của độ lợi toàn hệ M tới thay đổi trong G được định nghĩa:

$$S_G^M = \frac{\partial M / M}{\partial G / G} = \frac{\%thaydoiM}{\%thaydoiG} \qquad (1\text{-}3)$$

trong đó ∂M là thay đổi tăng trong M vi sự thay đổi tăng tong G, hay ∂G.

Hàm độ nhạy được viết như sau:

$$S_G^M = \frac{\partial M}{\partial G}.\frac{G}{M} = \frac{1}{1+GH} \qquad (1\text{-}4)$$

3)Ảnh hưởng của hồi tiếp đối với nhiễu

Hồi tiếp có thể giảm ảnh hưởng của nhiễu lên chất lượng hệ thống.

1.3.Phân loại hệ thống điều khiển hồi tiếp

Phân loại theo phương pháp phân tích và thiết kế

<u>1.3.1 HTĐK tuyến tính – HTĐK phi tuyến</u>

- Hệ tuyến tính : về cơ khí, nếu các mối quan hệ tất cả các khâu có đặc tuyến tĩnh là tuyến tính → hệ tuyến tính.

Vế toán học, hệ tuyến tính là hệ thực hiện nguyên lý xếp chồng.

$r_1 \rightarrow c_1$

$r_2 \rightarrow c_2$

$\Rightarrow \beta r_1 + \alpha r_2 \rightarrow \beta c_1 + \alpha c_2$

Hệ thống tuyến tính không tồn tại trong thực tế, vì tất cả các hệ thống vật lí đều là phi tuyến. Khi giá trị của tín hiệu nhập vào hệ thống còn nằm trong giới hạn mà các phần tử còn hoạt động tuyến tính thì hệ thống còn là tuyến tính. Nhưng khi giá trị của tín hiệu vào vượt ra ngoài vùng hoạt động tuyến tính của các phần tử và hệ thống, thì không thể xem hệ thống là tuyến tính được. Hầu hết các hệ thống thực tế đều có đặc tính phi tuyến, thí dụ bộ khuếch đại thường có đặc tính bão hòa khi tín hiệu vào trở nên quá lớn, từ trường của động cơ cũng có đặc tính bảo hòa.

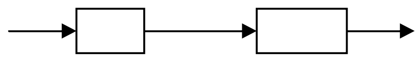
<u>1.3.2 Hệ thống bất biến – Hệ thống biến đổi theo thời gian</u>

Khi các thông số của HTĐK là ổn định với đáp ứng thời gian trong suốt hoạt động của hệ thống, hệ thống được gọi là bất biến theo thời gian. Trong thực tế, hầu hết hệ thống vật lý đều chứa các phần tử dịch chuyển hay thay đổi theo thời gian. Ví dụ điện trở dây quấn của động cơ điện sẽ thay đổi khi motor được khởi động lần đầu và nhiệt độ đang tăng. Một ví dụ khác về hệ thống biến đổi theo thời gian là hệ thống điều khiển phóng tên lửa, trong đó khối lượng tên lửa phóng ra sẽ giảm đi khi nhiên liệu trên nó được tiêu thụ khi cháy. Mặc dầu HTĐK biến đổi theo thời gian không có sự phi tuyến, sự phân tích và thiết kế loại hệ thống này luôn phức tạp hơn nhiều so với hệ biến đổi theo thời gian tuyến tính.

Phân loại theo loại tín hiệu trong hệ thống:

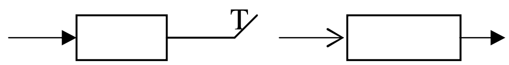
<u>HTĐK dữ liệu liên tục -HTĐK dữ liệu rời rạc</u>

-Hệ thống liên tục : tín hiệu truyền từ khối này sang khối khác là liên tục



Hình 1.6(a)

Hệ thống rời rạc : tín hiệu truyền từ khối này sang khối khác bị gián đoạn ít nhất một lần.

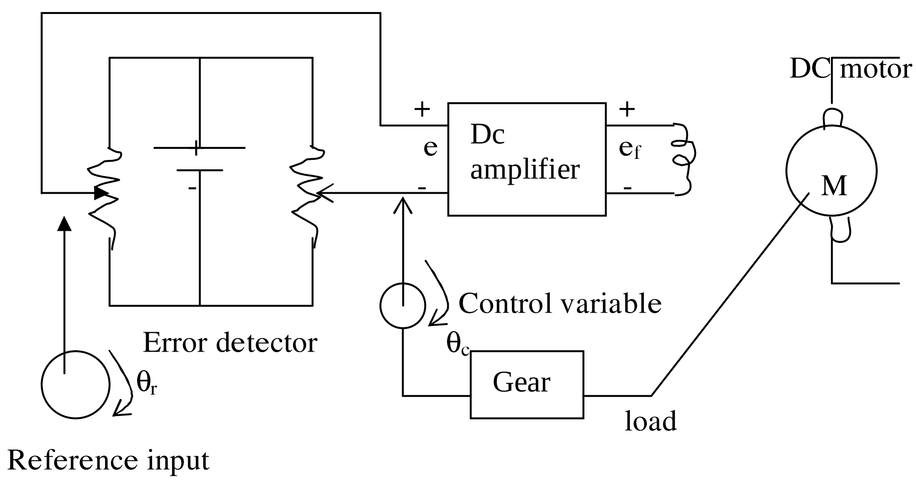


Hình 1.6(b)

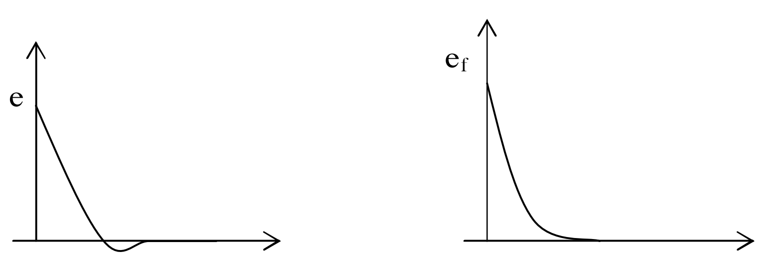
HTĐK dữ liệu liên tục

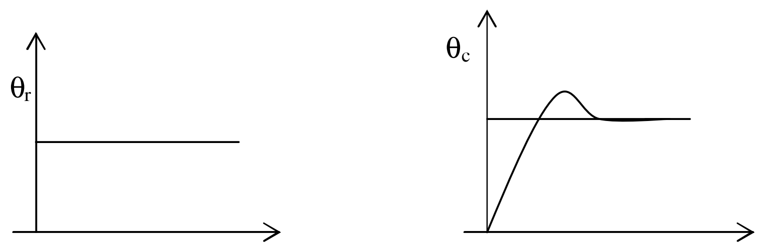
Hệ thống điều khiển dữ liệu liên tục: là hệ có các tín hiệu ở các phần khác nhau của hệ thống là tất cả các hàm của biến thời gian liên tục t. Trong tất cả các hệ thống điều khiển dữ liệu liên tục, tín hiệu được phân loại là ac hay dc.

Thí dụ : Hệ thống điều khiển vận tốc động cơ DC



Hình 1.7 : Sơ đồ khối của hệ thống điều khiển vòng kín DC tiêu biểu



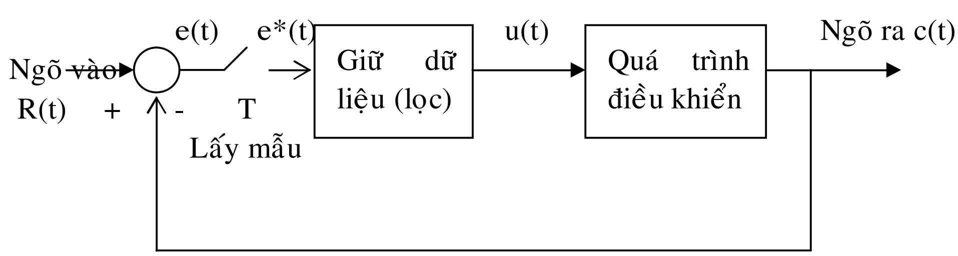


Ngoài ra còn có sơ đồ hệ thống điều khiển AC vòng kín

HTĐK dữ liệu rời rạc

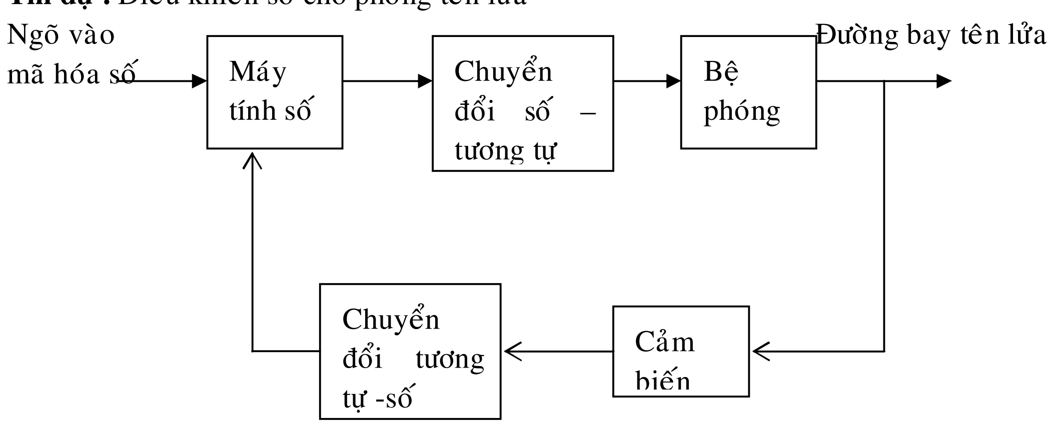
Khác với HTĐK dữ liệu liên tục , HTĐK dữ liệu rời rạc có tín hiệu tại một hay nhiều điểm trong hệ thống là có dạng chuỗi xung hay mã số. Thường thì hệ thống lấy mẫu dữ liệu chỉ tới 1 lớp tổng quát các hệ thống mà tín hiệu ở dạng dữ liệu xung. Thông thường HTĐK dữ liệu rời rạc được phân làm hai loại : HTĐK lấy mẫu dữ liệu và HTĐK số. HTĐK lấy mẫu dữ liệu ở dạng dữ liệu xung. HTĐK số liên quan đến sử dụng máy tính số hay bộ điều khiển số vì vậy tín hiệu trong hệ được mã số hóa, mã số nhị phân chẳng hạn.

Thí dụ : Hệ thống thu thập dữ liệu



Hình 1.8 : Sơ đồ khối hệ thống lấy mẫu dữ liệu

Thí dụ : Điều khiển số cho phóng tên lửa



Hình 1.9:Hệ thống điều khiển số cho phóng tên lửa.

1.4. Các nguyên tắc điều khiển

Phần này sẽ đề cập các nguyên tắc cơ bản trong điều chỉnh hay điều khiển hệ thống.

1.4.1.Các nguyên tắc điều chỉnh

1.Nguyên tắc san bằng sai lệch

Nguyên tắc điều chỉnh này thực hiện bằng cách san bằng sai lệch giữa giá trị thực (kết quả hay đáp ứng ra hệ thống) và giá trị chuẩn cho trước. Các thiết bị phục vụ cho mục đích này gọi là thiết bị điều chỉnh và bao giờ cũng phải dùng hồi tiếp để so sánh với tín hiệu chuẩn ở đầu vào hệ thống. Đây là một nguyên tắc cổ điển.

2. Nguyên tắc bù trừ các nhiễu

Sử dụng các thiết bị bù trừ nhiễu để giảm ảnh hưởng của nhiễu là nguyên nhân trực tiếp gây ra hậu quả cho hệ. HTĐK theo nguyên tắc bù trừ nhiễu là HTĐK vòng hở có sai số xác lập không bằng zero.

3.Nguyên tắc triệt tiêu các nhiễu :

Đây là phương pháp đơn giản nhất của điều chỉnh, thường thực hiện bằng cách cách ly hệ thống với môi trường. Các thiết bị đảm nhiệm công việc này được áp dụng khá rộng rãi và được gọi dưới các tên khác nhau như thiết bị đệm, thuết bị làm cô lập... Thực tế không phải lúc nào các thiết bị này cũng mang đến hiệu quả cho hệ. Trong trường hợp đó phải sử dụng hai nguyên tắc trên.

Cần phân biệt các khái niệm sau :

Điều khiển học – đó là khoa học về điều khiển các hệ thống động phức tạp. Điều khiển là quá trình thu nhận và chế biến thông tin, là tác động lên hệ thống để đảm bảo làm gần kết quả hoạt động hệ thống với mục đích định trước.

Thông tin – là khái niệm cơ sở của Điều khiển học.

1.4.2. Các nguyên tắc điều khiển

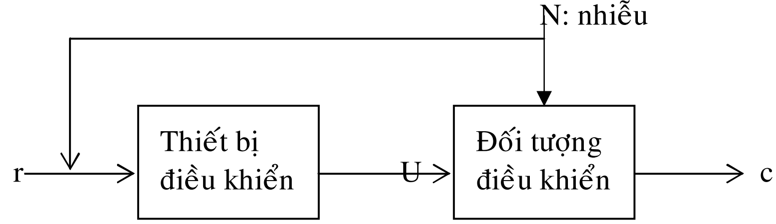
Các nguyên tắc điều khiển có thể xem là kim chỉ nam để thiết kế hệ thống điều khiển đạt chất lượng cao và có hiệu quả kinh tế nhất.

1. Nguyên tắc thông tin phản hồi

Trong quá trình điều khiển, tồn tại hai dòng thông tin một từ cơ quan chủ quản đến đối tượng và một từ đối tượng đi ngược về cơ quan điều khiển, được gọi là liên kết ngược hay hồi tiếp.

Có 3 phương pháp :

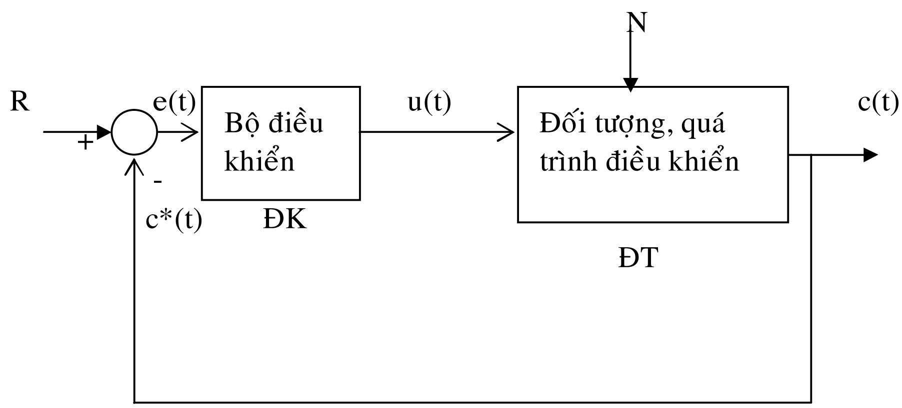
Phương pháp 1 : bù tác động bên ngoài nếu tác động đó đo được (Hình 1.10)



Hình 1.10

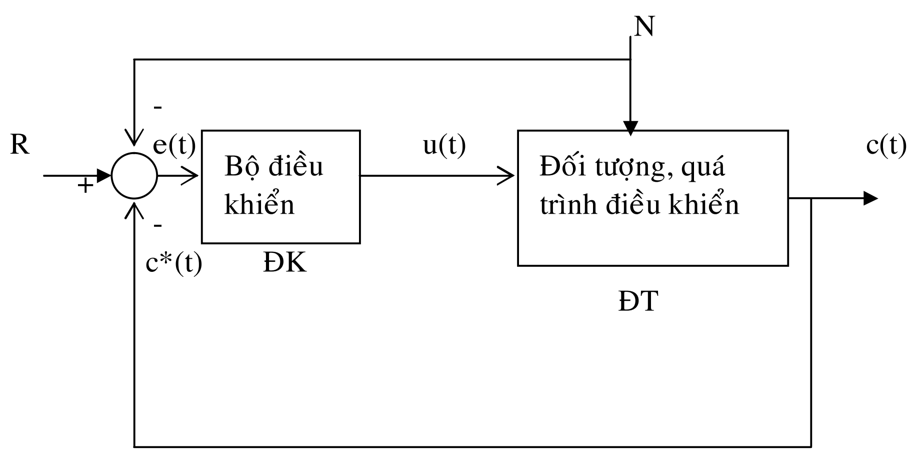
C(t) là tín hiệu ra, N(t) là nhiễu.

Phương pháp 2 : Nếu tác động bên ngoài không đo được thì dùng điều khiển theo sai lệch (Hình 1.11).



Hình 1.11

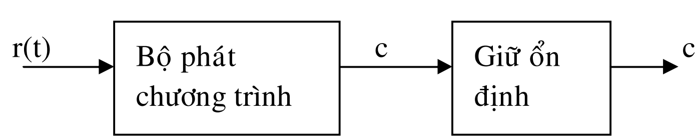
Phương pháp 3 : Nguyên tắc điều khiển phối hợp (Hình 1.12) : theo sai lệch và bù nhiễu.



Hình 1.12

Ngoài ra còn có các nguyên tắc khác:

<u>2.Điều khiển theo chương trình</u>



Hình 1.13

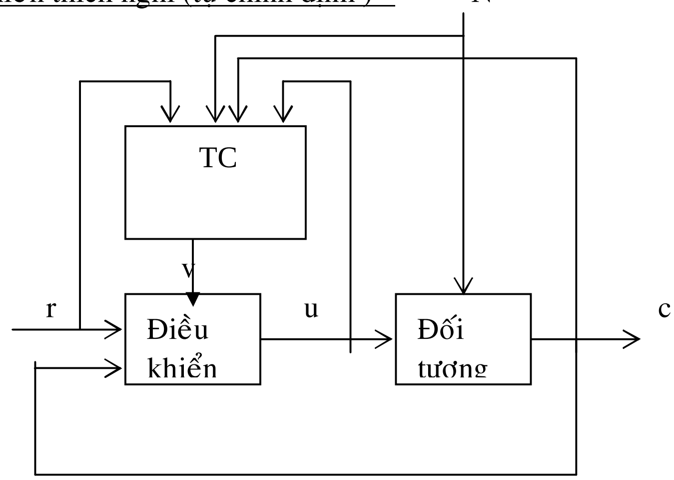
Nếu r(t) là một hàm định trước theo thời gian, yêu cầu đáp ứng ra c của hệ thống sao chép lại các giá trị của tín hiệu vào r(t) thì ta có hệ thống điều khiển theo chương trình.

Ví dụ hệ thống điều khiển máy công cụ CNC, điều khiển tự động nhà máy xi măng Hoàng Thạch, hệ thống thu thập và truyền số liệu hệ thống điện, quản lý vật tư ở nhà máy...

3.Điều khiển theo dõi

Nếu tín hiệu tác động vào hệ thống r(t) là một hàm không biết trước theo thời gian, yêu cầu điều khiển đáp ứng ra c(t) luôn bám được r(t), ta có hệ thống theo dõi. Điều khiển theo dõi được sử dụng rộng rãi trong các HTĐK vũ khí, hệ thống lái tàu, máy bay...

4.Điều khiển thích nghi (tự chỉnh định)



Hình 1.14

Tín hiệu v(t) chỉnh định lại tham số điều khiển sao cho hệ thích nghi với mọi biến động của môi trường ngoài (TC- tự chỉnh định)(Hình 1.14)

5.Điều khiển tối ưu – hàm mục tiêu đạt cực trị

Ví dụ các bài toán qui hoạch, vận trù trong kinh tế, kỹ thuật đều là các phương pháp điều khiển tối ưu.

Gần đây do sự phát triển của máy tính và bộ vi xử lí, vi điều khiển người ta đã tổng hợp ra các hệ thống điều khiển rất phức tạp trong đó thiết bị điều khiển chính là một bộ vi điều khiển nhúng có thêm các bộ chuyển đổi tương tự-số (ADC) và bộ chuyển đổi số-tương tự (DAC). Các thuật toán điều khiển được tính toán theo các bài toán tối ưu và thích nghi được viết bằng chương trình hợp ngữ hay ngôn ngữ C để điều khiển đối tượng công nghệ bên ngoài.

1.5. Lịch sử phát triển lý thuyết điều khiển :

Từ xa xưa, con người đã biết huấn luyện, khai thác sức ngựa, trâu, voi để thực hiện nhiều công việc khác nhau, tiếp sau đó phát minh ra những cỗ máy thô sơ để thay thế cho chúng và quá trình cứ thế phát triển.

Vào năm 1769, James Watt phát minh về điều khiển tốc độ tuabin hơi nước dựa trên lực quay ly tâm của quả nặng hay còn gọi là máy điều tốc ly tâm.

1. Hệ thống điều khiển hồi tiếp: dùng hàm truyền đạt để phân tích và thiết kế hệ thống.

-Khảo sát hệ dùng biến đổi Laplace , hàm truyền đạt. Xét ổn định dùng tiêu chuẩn Routh-Hurwitz. Đáp ứng tần số, xét ổn định dùng tiêu chuẩn Nyquist và Bode (H.W. Bode và H. Nyquist, cuối những năn 1920 đầu năm 1930). Kỹ thuật quỹ đạo nghiệm số (Walter R. Evans, 1948). Điều khiển PID. Trước 1950 lý thuyết điều khiển chỉ xét hệ một ngõ vào một ngõ ra (SISO).

-Hệ thống điều khiển số: dùng biến đổi z và hàm truyền z để phân tích và thiết kế hệ.

Trong thập niên 1950, với sự ra đời của máy tính , biểu diễn và phân tích hệ thống trong không gian trạng thái và tổng hợp hệ thống nhiều đầu vào và nhiều ngõ ra (MIMO) xuất hiện và được ứng dụng thành công trong một số hệ thống phức tạp trong quân sự, vũ trụ, công nghiệp,..

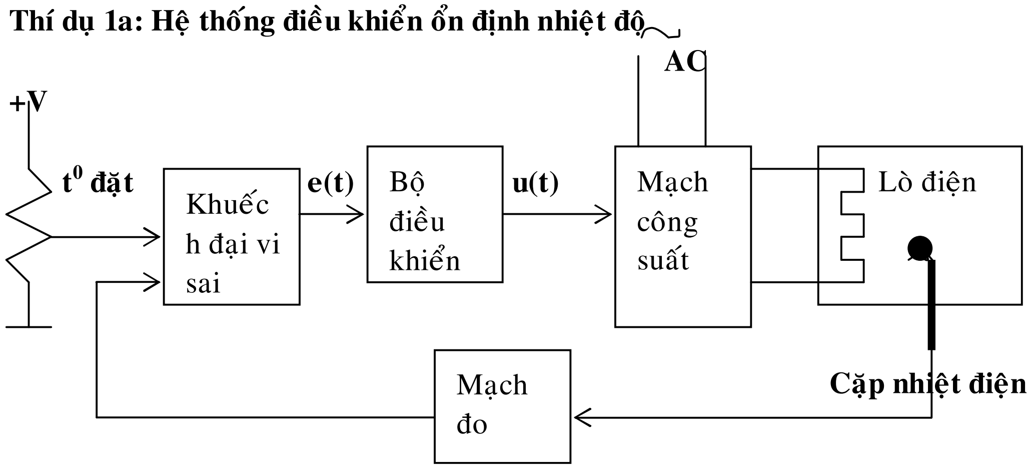
2. Hệ thống điều khiển hiện đại: dùng biến trạng thái để phân tích và thiết kế hệ thống (miền thời gian).

Khoảng thời gian từ 1960 đến nay là thời kì phát triển mạnh mẽ của lý thuyết điều khiển hiện đại: Lọc Kalman, Hệ thống điều khiển tối ưu, Điều khiển thích nghi, Điều khiển bền vững, Điều khiển phi tuyến, công nghệ tính toán mềm (mạng nơron, logic mờ, nơron mờ, lý thuyết xác suất,...).

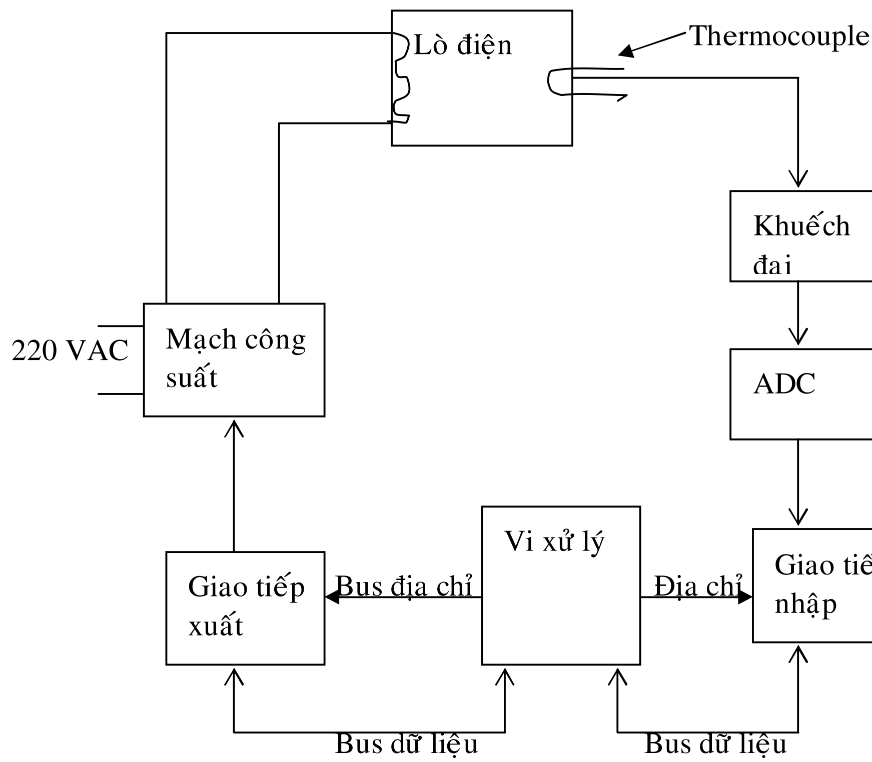
1.6.Một số thí dụ về HTĐKTĐ

1. Điều khiển nhiệt độ

Thí dụ 1a: Hệ thống điều khiển ổn định nhiệt độ



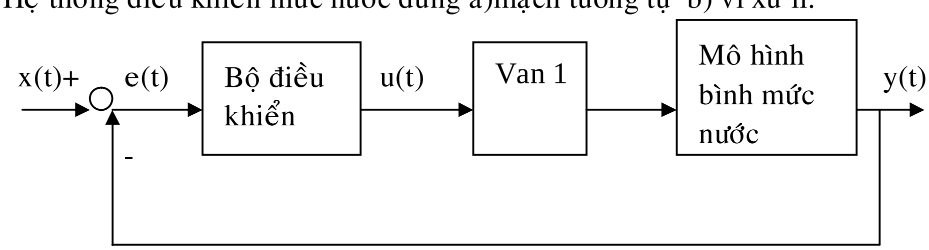
Thí dụ 1b : Hệ thống điều khiển nhiệt độ dùng vi xử lí



Hình 1.15 : Hệ thống điều khiển nhiệt độ

2.Thí dụ 2: Hệ thống điều khiển mực chất lỏng trong bồn

Hệ thống điều khiển mức nước dùng a)mạch tương tự b) vi xử lí.



Hình 1.16

3.**Thí dụ 3: Ổn áp tự động**

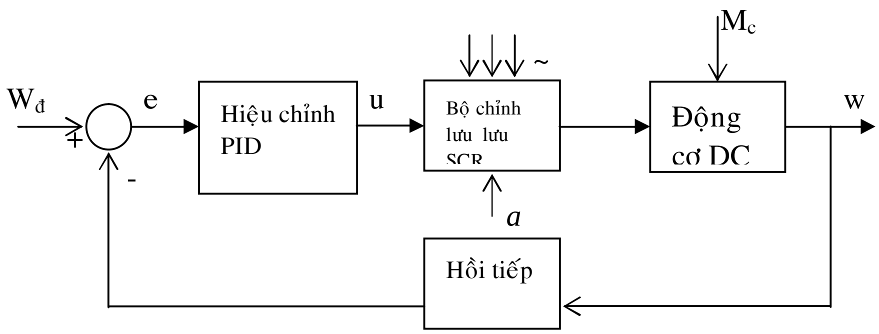
Hệ thống ổn định điện áp máy phát. Trong các máy phát điện, điện áp là đại lượng hay biến đổi do nhiều nguyên nhân: do tải thay đổi, do động cơ kéo máy phát thay đổi tốc độ, do đó ta cần phải ổn định điện áp này. Một hệ thống như vậy được giới thiệu trên hình sau.

Hệ thống bao gồm máy phát điện AC do mộ động cơ (điện, điezen, hơi nước...) kéo. Ở đầu ra của máy phát ta có điện áp AC. Một phần của máy phát này được biến đổi thành DC và đưa vào bộ khuếch đại vi sai , để so sánh với điện áp đặt. Sai lệch Δu ở đầu ra, sau khi được hiệu chỉnh được đưa vào bộ khuếch đại công suất để thay đổi dòng điện kích từ của máy phát. Bộ phận khuếch đại công suất này thường dùng SCR. Nếu điện áp ở đầu ra máy phát tăng lên thì dòng điện kích từ được điều chỉnh giảm xuống. Và ngược lại điện áp đầu ra máy phát giảm xuống thì dòng điện kích từ được tăng lên. Kết quả là ta giữ được điện áp ở máy phát ở mức mong muốn không đổi. Vấn đề của tự động là thiết kế sao cho hệ thống đáp ứng nhanh, với độ chính xác cao, bù được quán tính của máy phát và làm việc ổn định.

4.Thí dụ 4: HTĐK vận tốc động cơ DC.

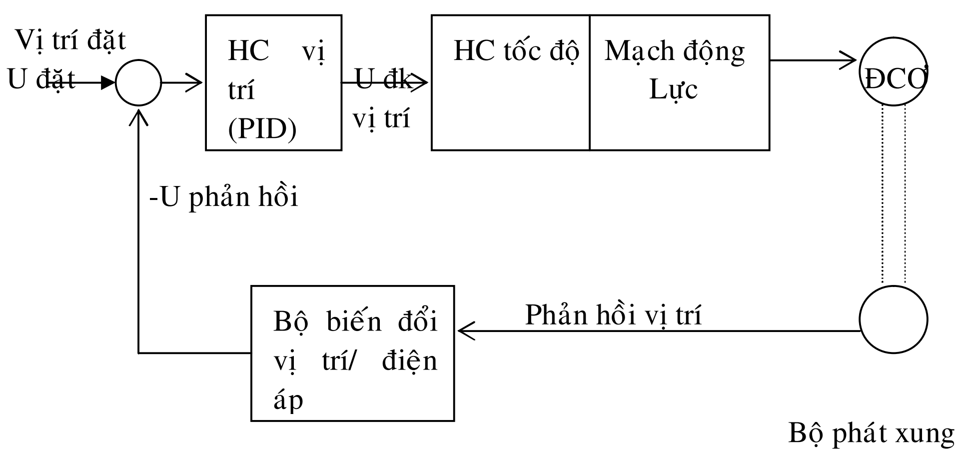
Thí dụ 4a: HTĐK vận tốc động cơ DC bằng SCR

Sơ đồ khối HTĐK vận tốc động cơ DC bằng SCR



Hình 1.17 : Sơ đồ khối HTĐK vận tốc động cơ DC bằng SCR

Thí dụ 4b: Sơ đồ khối bộ điều khiển vị trí :

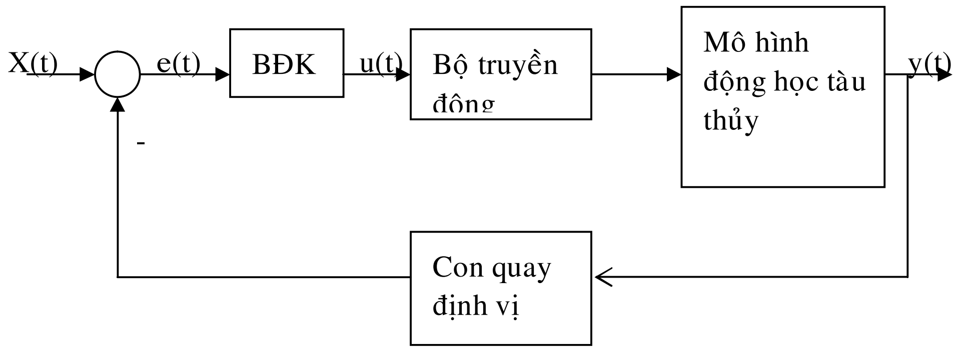


Hình 1.18

5.Thí dụ 5: Hệ tùy động điều khiển bánh lái tàu

Hệ thống điều khiển ổn định lắc ngang tàu thủy.

Ví dụ này trình bày hệ thống ổn định cho tàu biển khi gặp sóng to và gió lớn, khi tàu bị nghiêng một góc θ (góc Roll) có nghĩa là bị lệch một góc θ so với trục thẳng đứng như trong hình vẽ (còn gọi là hiện tượng lắc ngang).



Hình 1.19. Hệ thống điều khiển góc roll của tàu thủy.

6.Thí dụ 6: Điều khiển vị trí trong máy CNC và tay máy công nghiệp

Gia công cơ khí , để tự động hóa các máy công cụ, nâng cao độ chính xác, năng suất máy người ta áp dụng các hệ thống điều khiển số bằng máy vi tính (CNC). Hệ thống này sẽ tự động dịch chuyển chi tiết muốn gia công theo 2 hay 3 trục, còn lưỡi khoan thì chỉ dịch chuyển theo chiều lên xuống. Trong hệ thống tiện thì hệ thống này dùng để đưa lưỡi dao. Sau đây là một ví dụ về hệ thống khoan tự động dùng vi tính.

Vào thập niên 1960 , người ta bắt đầu nhận ra robot là một công cụ quan trọng để trợ giúp công việc chế tạo, từ đó các ứng dụng của chúng trong nhiều hệ thống chế tạo khác nhau đã được phát triển nhanh chóng. Lý thuyết điều khiển tự động, nguyên tắc điều khiển thích nghi, các hàm Liapunov ... được áp dụng để có được robot cử động theo ý muốn hay lực cần thiết. Lĩnh vực của Robotics cũng tùy thuộc vào cách sử dụng các cảm biến quan sát và các máy tính để lập trình cho robot hoàn thành công việc theo yêu cầu.

7.Thí dụ 7: Điều khiển lái của xe hơi.

Như là thí dụ đơn giản của hệ thống điều khiển ở hình 1.1, chúng ta hãy xem xét điều khiển lái của xe hơi. Hướng của hai bánh trước được xem như là biến được điều khiển, là ngõ ra y; hướng của tay lái (vô lăng) là tín hiệu tác động hay là ngõ vào u. Hệ thống điều khiển hay quá trình trong trường hợp này gồm có cơ chế lái và động học của toàn bộ xe. Tuy nhiên nếu mục tiêu là điều khiển tốc độ xe, thì lượng áp suất tác động lên bộ gia tốc là tín hiệu điều khiển, và vận tốc của xe là biến được điều khiển. Như là toàn thể, chúng ta có thể xem hệ thống điều khiển lái xe hơi như là một hệ có hai ngõ vào (hướng và gia tốc) và hai ngõ ra (đầu và tốc độ). Trong trường hợp này, hai tín hiệu điều khiển và hai ngõ ra là độc lập với nhau, nhưng có những hệ mà điều khiển là một cặp. Hệ thống với nhiều ngõ vào và nhiều ngõ ra được gọi là hệ thống đa biến.

8.Hệ thống giao thông thông minh.

9.Hệ thống thông minh: ứng dụng tiềm năng của điều khiển những hệ thống này có thể hưởng lợi từ các lĩnh vực sau: máy công cụ, robot linh hoạt, thuật ảnh in lito, y sinh học và cơ sinh học, điều khiển quá trình.

10.Máy may công nghiệp.

1.7. Nhiệm vụ cơ bản của lý thuyết điều khiển tự động

Nội dung cơ bản của lý thuyết điều khiển tự động là bài toán phân tích hệ thống và bài toán tổng hợp hệ thống (hay thiết kế hệ thống). Coi bài toán là hộp đen, có ngõ vào và ngõ ra.

a) <u>Phân tích :</u> tính năng tác dụng, hoạt động

Cho tín hiệu đầu vào r, cho tính năng của hệ

- Tìm ngõ ra c
- So sánh yêu cầu c_0 trong hai quá trình bình ổn(xác lập) và quá độ.
- Đánh giá chất lượng của hệ.

.Ổn định

.Chất lượng : sai số, thời gian quá độ.

Muốn làm được điều đó, chúng ta phải mô hình toán học hệ thống. Để đánh giá ta dùng hai phương pháp :

Phương pháp 1 :Phương pháp mô hình toán học : dùng phương trình vi phân mô tả hệ thống, hàm truyền, mô hình không gian trạng thái.

-Phân tích hệ thống thành các thành phần đơn giản nhất.

- Tìm mô hình toán học của hệ

$G(s)$ à $G_1(s)$ à c_1

$G_2(s)$ à c_2

$G_3(s)$ à c_3

-Tổng hợp các mô à c.

-Dùng định lý ổn định toán học để đánh giá sự ổn định của hệ.

- Đáp ứng quá độ, các chỉ tiêu chất lượng như sai số xác lập, thời gian xác lập.

Phương pháp 2 :Phương pháp thực nghiệm.

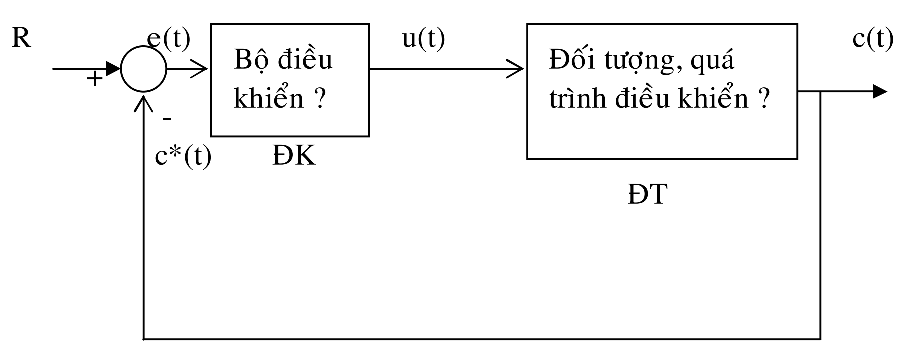
b) <u>Tổng hợp</u> : Tính toán, thiết kế

– Lập vòng điều khiển

-Chọn bộ điều khiển.

-chọn đối tượng.

Thiết kế hệ thống là xác định tham số và cấu trúc dựa vào các yêu cầu thiết kế như độ chính xác điều khiển, độ tác động nhanh của hệ thống hay năng lượng tiêu hao trong hệ thống cực tiểu.



Hình 1.20

Bài toán tổng hợp giải xong **à** trở lại phân tích xem phù hợp không **à** quyết định thiết kế. Vấn đề tổng hợp hệ thống là quan trọng và phức tạp.

1.8. Tóm tắt

Trong chương này chúng ta giới thiệu khái niệm căn bản về hệ thống điều khiển là gì và dự định hoàn thành cái gì. Thành phần cơ bản của hệ thống điều khiển được mô tả. Bằng cách mô tả ảnh hưởng của nhiễu , câu hỏi tại sao các hệ thống điều khiển là vòng kín đã được làm rõ. Các loại hệ thống điều khiển được phân loại theo tín hiệu hệ thống, sự tuyến tính và mục tiêu điều khiển. Nhiều thí dụ hệ thống điều khiển được đưa ra minh họa sự phân tích và thiết kế hệ thống. Các nguyên tắc điều chỉnh và nguyên tắc điều khiển được trình bày. Lịch sử phát triển của lí thuyết điều khiển được nêu ngắn gọn. Nhiệm vụ cơ bản của lý thuyết điều khiển được trình bày. Sự tập trung nghiên cứu hệ tuyến tính là chủ yếu vì phương pháp phân tích duy nhất và đơn giản đến hiểu trong phân tích và thiết kế hệ tuyến tính.

Câu hỏi:

1. Nêu điểm thuận lợi và khuyết điểm của một hệ thống điều khiển vòng hở.
2. Nêu điểm thuận lợi và khuyết điểm của một hệ thống điều khiển vòng kín.
3. Trình bày định nghĩa hệ thống điều khiển ac và dc.
4. Nêu thuận lợi của hệ thống điều khiển số so với hệ thống điều khiển dữ liệu liên tục.
5. Nêu thí dụ về hệ thống điều khiển
   - Hệ thống điều khiển nhiệt độ
   -Điều chỉnh mức nước trong bồn chứa
   - Ổn áp tự động
   -Hệ thống điều khiển vận tốc động cơ DC bằng SCR
   -Hệ tùy động điều khiển bánh lái tàu
   -Điều khiển vị trí trong máy CNC và tay máy công nghiệp

CHƯƠNG 2 : MÔ TẢ TOÁN HỌC PHẦN TỬ VÀ HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

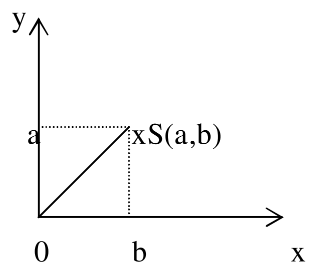
2.1 Biến đổi Laplace. Biến đổi Laplace ngược bằng mở rộng phân số từng phần

2.1.1 Định nghĩa

Khái niệm biến phức:

Biến phức s gồm hai thành phần : phần thực và phần ảo.

S=σ +jω



Hàm biến phức : G(s)=Re G + jIm G (2-1)

Thí dụ: hàm $G(s)=\dfrac{1}{s(s+1)}$

Với mỗi giá trị s chỉ có duy nhất giá trị tương ứng cho G(s).

Biến đổi Laplace:

Cho một hàm thời gian được xác định với t >=0, biểu diễn Laplace của nó là :

$$L\{f(t)\}=F(s)=\int_0^{\infty} f(t).e^{-st}dt \qquad (2\text{-}2)$$

Trong đó s: biến phức hay là biến Laplace S=σ +jω

Ký hiệu : $f(t) \xrightarrow{L} F(s)$

Phép biến đổi Laplace ngược : $F(s) \xrightarrow{L^{-1}} f(t)$

$$f(t)=\int_C \frac{1}{2pj}F(s)e^{ts}ds \quad \text{với } t>=0 \qquad (2\text{-}3)$$

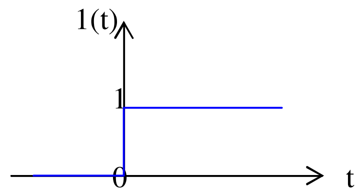
Ví dụ 1: Tìm biến đổi Laplace của hàm f(t)=e^{-at} , t>=0 (2-4)

Ta có : $f(t) \xrightarrow{L} F(s)=\int_0^{\infty} e^{-at}.e^{-st}dt=\int_0^{\infty} e^{-(s+a)t}dt=\dfrac{-1}{(s+a)}.e^{-(a+s)t}\Big|_0^{\infty}$

$$F(s)=\frac{1}{s+a} \qquad (2\text{-}5)$$

Ví dụ 2:Hàm nấc thang đơn vị 1(t)

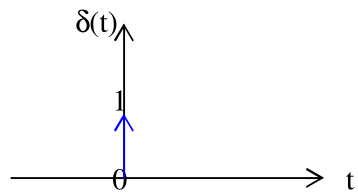
$$1(t)=\begin{cases}1, t\geq 0\\ 0, t<0\end{cases} \qquad (2\text{-}6)$$



$$L\{1(t)\}=F(s)=\int_0^\infty 1.s^{-st}.dt=-\frac{1}{s}.e^{-st}\Big|_0^\infty=0-(-1/s)=\frac{1}{s} \qquad (2\text{-}7)$$

Ví dụ 3: Xung Dirac δ(t)

$$\delta(t)=\begin{cases}1, t=0\\ 0, t\neq 0\end{cases} \qquad (2\text{-}8)$$



F(s)=1 (2-9)

Ví dụ 4: Hàm dốc f(t)= t (2-10)

$$L\{t\}=F(s)=\int_0^\infty t.s^{-st}.dt=\frac{1}{s^2} \qquad (2\text{-}11)$$

Bảng biến đổi Laplace và Z

Ứng dụng :

$f_1(t) \xrightarrow{L} F_1(s)$

$\Rightarrow f(t)=f1(t)+f2(t) \xrightarrow{L} F(s)=F1(s)+F2(s)$

$f_2(t) \xrightarrow{L} F_2(s)$

và $F(s) \xrightarrow{L^{-1}} f(t)$

2.1.2 **Các tính chất** :

<u>2.1.2.1 Tuyến tính :</u>

Giả sử $f_1(t) \xrightarrow{L} F_1(s)$, và $f_2(t) \xrightarrow{L} F_2(s)$

Suy ra : $\alpha.f_1(t)+\beta.f_2(t) \xrightarrow{L} \alpha.F_1(s)+\beta.F_2(s)$ (2-12)

<u>2)Đạo hàm :</u>

$f(t) \xrightarrow{L} F(s)$

$\Rightarrow df(t)/dt = s.F(s)$ với $f(0^+)=0$ (2-13)

Thí dụ : f(t)= 1(t)

$\frac{df(t)}{dt} \xrightarrow{L} s.(1/s)=\underline{1}$

<u>3)Tích phân chập :</u>

Tích chập : $f_1(t)*f_2(t)=\int_0^t f_1(t).f_2(t-t)dt$

L { $f_1(t)*f_2(t)$}=$F_1(s).F_2(s)$ (2-14)

Thí dụ : Tính 1(t)*δ(t)

L{1(t)}=1/s; L{δ(t) }=1

⇒ L { 1(t)*δ(t)}=(1/s).1=1/s

4)Tích phân :

$$\int f(t)dt = \frac{F(s)}{s} + \frac{\int f(t)dt}{s} | t = 0 \qquad (2\text{-}15)$$

Thí dụ : f(t)=1(t) à $\int 1(t)dt \xrightarrow{L}$ (1/s).(1/s)=$\frac{1}{s^2}$

5)Định lý giá trị cuối

lim f(t) = lim s.F(s) (2-16)

t à ∞ s à 0

THí dụ : lim 1(t)=lim s.(1/s)=1

t à ∞ s à 0

6)Định lý giá trị đầu

lim f(t) = lim s.F(s) (2-17)

t à 0+ s à ∞

với L{f(t)}=F(s)

7)Dịch thời gian:

Biến đổi Laplace của hàm f(t) bị trì hoãn thời gian T thì bằng với biến đổi Laplace của f(t) nhân với e^{-Ts}, nghĩa là:

$$L[f(t-T)u_s(t-t)] = e^{-Ts}F(s) \qquad (2\text{-}18)$$

trong đó u_s(t-T) là hàm nấc đơn vị dịch thời gian về bên phải bởi T.

8)Dịch số phức

Biến đổi Laplace của f(t) nhân bởi $e^{\mp at}$, trong đó a là hằng số, bằng với biến đổi Laplace F(s) với s thay bằng s±a, nghĩa là:

$$L[e^{\mp at}f(t)] = F(s \pm a) \qquad (2\text{-}19)$$

Thí dụ: Tìm biến đổi Laplace của hàm sau:

$$g(t) = 5t.e^{-5t}.u_s(t)$$

Ta có g1(t)=5t.1(t) có biến đổi Laplace là G1(s)=5/s^2.

Áp dụng tính chất dịch số phức :

$$L\{g(t)\} = L\{e^{-5t}g_1(t)\} = \frac{5}{(s+5)^2} = \frac{5}{s^2+10s+25}$$

2.1.3.Biến đổi Laplace ngược bằng mở rộng phân số từng phần:

Cho $X(s) = \frac{P(s)}{Q(s)}$

Trong đó P(s) và Q(s) là các đa thức của s. Giả sử bậc của Q(s) lớn hơn P(s). Đa thức Q(s) có thể viết lại:

$Q(s)= s^n + a_1 s^{n-1} + ... + a_{n-1}s + a_n$

Trong đó a_i là các hệ số thực. Zero của Q có thể là thực hay phức. Phương pháp mở rộng phân số từng phần có thể sử dụng với cực đơn, cực bội hay cực phức của X(s).

1/Cực xủa X(s) là đơn và thực:

2/Cực xủa X(s) là nhiều bậc và thực:

3/Cực xủa X(s) là đơn và phức:

Mở rộng phân số từng phần

Khi giải pháp biến đổi Laplace của phương trình vi phân là hàm tỉ lệ theo s, nó có thể được viết như sau:

$$G(s) = \frac{Q(s)}{P(s)} \quad (2\text{-}20)$$

trong đó Q(s) và P(s) là các đa thức của s. Giả thiết là bậc của P(s) lớn hơn bậc của Q(s). Đa thức P(s) được viết lại

$$P(s) = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + ... + a_1 s + a_0 \quad (2\text{-}21)$$

trong đó a_0, a_1, a_2,.. là các hệ số thực. Phương pháp mở rộng phân số từng phần được cho trong trường hợp nghiệm cực đơn, nghiệm cực bội và nghiệm cực phức của G(s).

1)G(s) chỉ có nghiệm cực đơn

Nếu tất cả nghiệm cực của G(s) là đơn và thực thì phương trình (2-20) được viết như sau

$$G(s) = \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{Q(s)}{(s+s_1)(s+s_2)...(s+s_n)} \quad (2\text{-}22)$$

trong đó $s_1 \neq s_2 \neq ... \neq s_n$. Áp dụng mở rộng phân số từng phần, (2-22) được viết lại

$$G(s) = \frac{K_{s1}}{(s+s_1)} + \frac{K_{s2}}{(s+s_2)} + ... + \frac{K_{sn}}{(s+s_n)} \quad (2\text{-}23)$$

Hệ số K_{si} được xác định bằng cách nhân cả hai vế (2-22) với $(s+s_i)$ và sau đó cho s=-si. Để tìm K_{s1} chẳng hạn, ta nhân cả hai vế (2-22) với $(s+s_1)$ và cho $s=-s_1$. Như vậy,

$$K_{s1} = \left[(s+s_1)\frac{Q(s)}{P(s)}\right]_{s=-s1} = \frac{Q(-s_1)}{(s_2-s_1)(s_3-s_1)...(s_n-s_1)} \quad (2\text{-}24)$$

Thí dụ:Cho hàm truyền sau:

$$G(s) = \frac{5s+3}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

Viết ở dạng mở rộng phân số từng phần

$$G(s) = \frac{K_{-1}}{(s+1)} + \frac{K_{-2}}{(s+2)} + ... + \frac{K_{-3}}{(s+3)}$$

Hệ số K_{-1}, K_{-2}, K_{-3} được xác định như sau:

$$K_{-1} = [(s+1)G(s)]_{s=-1} = \frac{5(-1)+3}{(2-1)(3-1)} = -1$$

$$K_{-2} = [(s+2)G(s)]_{s=-2} = \frac{5(-2)+3}{(1-2)(3-2)} = 7$$

$$K_{-3} = [(s+3)G(s)]_{s=-3} = \frac{5(-3)+3}{(1-3)(2-3)} = -6$$

Như vậy G(s) trở thành:

$$G(s)=\frac{-1}{s+1}+\frac{7}{s+2}+\frac{-6}{s+3}$$

Lấy biến đổi Laplace ngược hai vế phương trình, ta được

$$g(t)=-e^{-t}+7e^{-2t}-6e^{-3t}$$

2)G(s) có nghiệm cực bội

Nếu r của cực thứ n giống nhau thì ta nói cực tại s=-si là bội r, G(s) được viết lại:

$$G(s)=\frac{Q(s)}{P(s)}=\frac{Q(s)}{(s+s_1)(s+s_2)...(s+s_{n-r})(s+s_i)^r} \qquad (2\text{-}25)$$

(I ≠1,2,..,n-r). G(s) có thể được mở rộng

$$G(s)=\frac{K_{s1}}{(s+s_1)}+\frac{K_{s2}}{(s+s_2)}+...+\frac{K_{s(n-r)}}{(s+s_{n-r})}$$
$$+\frac{A_1}{(s+s_i)}+\frac{A_2}{(s+s_i)^2}+...\frac{A_r}{(s+s_i)^r} \qquad (2\text{-}26)$$

(n-r) hệ số K_{s1}, K_{s2},...,$K_{s(n-r)}$ tương ứng cực đơn và có thể xác định bằng phương pháp mô tả trong (2-24). Việc xác định hệ số cực bội được mô tả như sau:

$$A_r=\left[(s+s_i)^r G(s)\right]_{s=-si}$$
$$A_{r-1}=\frac{d}{ds}\left[(s+s_i)^r G(s)\right]_{s=-si}$$
$$A_{r-2}=\frac{1}{2!}\frac{d^2}{ds^2}\left[(s+s_i)^r G(s)\right]_{s=-si} \qquad (2\text{-}27)$$

...

$$A_1=\frac{1}{(r-1)!}\frac{d^{r-1}}{ds^{r-1}}\left[(s+s_i)^r G(s)\right]_{s=-si}$$

...

Thí dụ: Xét hàm truyền

$$G(s)=\frac{1}{s(s+1)^3(s+2)}$$

Áp dụng công thức (2-26) G(s) được viết như sau:

$$G(s)=\frac{K_0}{s}+\frac{K_{-2}}{s+2}+\frac{A_1}{s+1}+\frac{A_2}{(s+1)^2}+\frac{A_3}{(s+1)^3}$$

Hệ số tương ứng cực đơn là

$$K_0=\left[sG(s)\right]_{s=0}=\frac{1}{2}$$
$$K_{-2}=\left[(s+2)G(s)\right]_{s=-2}=\frac{1}{2}$$

và các hệ số của cực bội 3

$$A_3=\left[(s+1)^3 G(s)\right]_{s=-1}=-1$$
$$A_2=\frac{d}{ds}\left[(s+1)^3 G(s)\right]_{s=-1}=\frac{d}{ds}\left[\frac{1}{s(s+2)}\right]_{s=-1}=0$$

$$A_1 = \frac{1}{2!}\frac{d^2}{ds^2}\left[(s+1)^3 G(s)\right]_{s=-1} = \frac{1}{2!}\frac{d^2}{ds^2}\left[\frac{1}{s(s+2)}\right]_{s=-1} = -1$$

Như vậy G(s) trở thành

$$G(s) = \frac{1}{2s} + \frac{1}{2(s+2)} - \frac{1}{s+1} - \frac{1}{(s+1)^3}$$

Lấy biến đổi Laplace ngược ta có

$$g(t) = \frac{1}{2}u_s(t) + \frac{1}{2}e^{-2t} - e^{-t} - e^{-t}\frac{t^2}{2}$$

3)G(s) có nghiệm cực phức liên hợp

Mở rộng phân số từng phần của phương trình (2-23) cũng đúng cho nghiệm cực phức đơn. Vì nghiệm cực phức liên hợp là khó kiểm soát và là quan tâm đặc biệt trong hệ thống điều khiển nên chúng được xem xét đặc biệt.

Giả sử phương trình (2-20) có chứa cặp cực phức:

$s = -s + jv$ và $s = -s - jv$

Hệ số tương ứng của các cực này được tìm ra dùng (2-24)

$$K_{-s+jv} = (s + s - jv)G(s)\big|_{s=-s+jv}$$

$$K_{-s-jv} = (s + s + jv)G(s)\big|_{s=-s-jv} \qquad (2\text{-}28)$$

Thí dụ: Cho hàm sau

$$G(s) = \frac{v_n^2}{s^2 + 2xv_n s + v_n^2}$$

Chúng ta giả sử ξ<1 để nghiệm cực của G(s) là số phức. Khi đó G(s) được mở rộng như sau:

$$G(s) = \frac{K_{-s+jv}}{s + s - jv} + \frac{K_{-s-jv}}{s + s + jv}$$

trong đó

$s = xv_n$

$v = v_n\sqrt{1-x^2}$

Hệ số được xác định như sau:

$$K_{-s+jv} = (s + s - jv)G(s)\big|_{s=-s+jv} = \frac{v_n^2}{2jv}$$

$$K_{-s-jv} = (s + s + jv)G(s)\big|_{s=-s-jv} = -\frac{v_n^2}{2jv}$$

Mở rộng phân số từng phần của G(s) là

$$G(s) = \frac{v_n^2}{2jv}\left[\frac{1}{s + s - jv} - \frac{1}{s + s + jv}\right]$$

Lấy biến đổi Laplace ngược hai vế của phương trình cuối, ta có

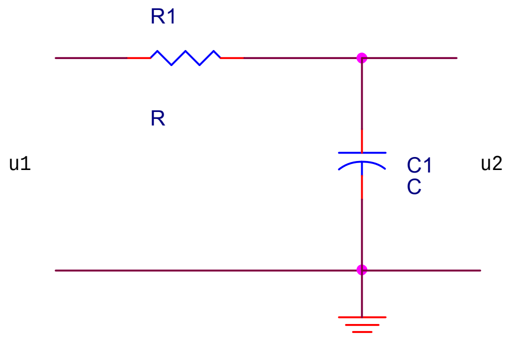
$$g(t) = \frac{v_n^{\,2}}{2jv} e^{-st}(e^{jvt} - e^{-jvt})$$

hay

$$g(t) = \frac{v_n}{\sqrt{1-x^2}} e^{-xv_n t} \sin v_n \sqrt{1-x^2}\, t$$

2.1.4.Ứng dụng biến đổi Laplace giải phương trình vi phân

Cho mạch điện RC, phương trình vi phân mô tả như sau :



Hình 2.1

u_1=Ri+u2

u_2=$\frac{1}{C}\int i.dt \Rightarrow I = C.\frac{du}{dt}$

hay u_1=RC.$\frac{du_2}{dt} + u_2$

Đặt RC=T, ta có :

T.(du_2/dt) + u_2(t) = u_1(t) (2-29)

Biến đổi L:

U_1(t)--> u_1(s)

U_2(t)--> u_2(s)

Du_2/dt --> s.u_2(s)

Thay vào (2-23):

T.s. u_2(s) + u_2(s) = u_1(s)

u_2(s)= u_1(s).$\frac{1}{Ts+1}$

Nếu u_1(t)=K=const thì u_1(s)=K/s

U_2(s)= $\frac{1}{Ts+1}$.(K/s)=$\frac{-T}{Ts+1} + \frac{1}{s} = \frac{-1}{s+\frac{1}{T}} + \frac{1}{s}$

Biến đổi L ngược :

U_2(t)=K(1-$e^{-t/T}$)

2.2. **Một số tính chất ma trận và tính toán trên ma trận**

2.2.1 Định nghĩa :

Xét tập hợp n phương trình đại số :

$A_{11}.x_1 + a_{12}.x_2 + ..+a_{1n}.x_n=y_1$
$A_{21}.x_1 + a_{22}.x_2 + ..+a_{2n}.x_n=y_2$

$A_{n1}.x_1 + a_{n2}.x_2 + ..+a_{nn}.x_n=y_n$
Chúng ta dùng phương trình ma trận
A.X=Y
Để thể hiện hệ phương trình trên.
Tích của ma trận A và X thì tương đương ma trận Y.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11}a_{12}...a_{1n} \\ a_{21}a_{22}...a_{2n} \\ .. \\ a_{n1}a_{n2}...a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ x_n \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ . \\ y_n \end{bmatrix}$$

Định nghĩa matrận :
Ma trận là tập hợp các phần tử sắp xếp trong hình chữ nhật hay hình vuông. Có nhiều cách biểu diễn ma trận:

$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 10 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ có bậc 2x3 (2 hàng, 3 cột)

A=$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 10 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

Phần tử ma trận a_{ij}
Bậc của ma trận : ma trận có m hàng, n cột thì bậc của nó là mxn.
Ma trận vuông: nxn (hàng =cột)
Ma trận cột: là ma trận mà các phần tử nằm trên một cột
Ma trận hàng: là ma trận mà các phần tử nằm trên một hàng.
Ma trận đường chéo: là ma trận mà các phần tử nằm trên đường chéo chính khác 0, còn các phần tử ngoài đường chéo chính bằng 0.
Ma trận đơn vị: là ma trận mà tất cả các phần tử nằm trên đường chéo chính là 1, còn các phần tử khác là 0.

$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; I.A=A.I=A

Ma trận rỗng(không): là ma trận mà tất cả các phần tử của nó là 0.
Ma trận đối xứng: là ma trận mà A=A', và là ma trận vuông khi $a_{ij}=a_{ij}$, i=1,2,..,n
Định thức của ma trận:

Đối với ma trận vuông, định thức của ma trận A được ký hiệu :

$$\det(A) = |A|$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}.a_{22} - a_{12}.a_{21}$$

Ma trận chuyển vị: ma trận chuyển vị của ma trận A là A' hay A^T nếu hoán vị cột của ma trận A thành hàng của ma trận A'.

(A.B)'=B'.A'

Ma trận phụ hợp: ma trận phụ hợp của ma trận A là ma trận được thành lập bởi các phần phụ đại số và sau đó lấy chuyển vị . Kí hiệu ma trận phụ hợp là adj(A).

Phần phụ đại số : Nếu định thức A ta bỏ đi hàng thứ i và cột thứ j và giữa lại (n-1) hàng và (n-1) cột và lấy dấu $(-1)^{i+j}$, đó là phần phụ đại số của phần tử a_{ij} của ma trận A, kí hiệu là A_{ij}.

<u>2.2.2. Tính toán trên ma trận:</u>

Sự bằng nhau của hai ma trận: A=B

$$a_{ij} = b_{ij}$$

Cộng hai ma trận: C=A+B

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$$

Trừ hai ma trận: C=A-B

$$c_{ij} = a_{ij} - b_{ij}$$

Nhân hai ma trận: C=A.B

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}.b_{kj}$$

Một ma trận nhân với một đại lượng vô hướng thì mỗi phần tử của ma trận đều nhân với lượng vô hướng đó.

$k.A=\{k.a_{ij}\}$

Ma trận nghịch đảo

Có ma trận vuông A(nxn). Nghịch đảo của ma trận A kí hiệu là inv(A) hay A^{-1}. tích của A và A^{-1} là ma trận đơn vị. Công thức tính ma trận nghịch đảo:

$$A^{-1} = \frac{adj(A)}{\det(A)}$$

Thí dụ: tính ma trận nghịch đảo của A

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

DÙng công thứa Laplace: khai triển theo cột (có thể khai triển theo hàng).

$$\det(A) = |A| = a_{13}.A_{13} + a_{23}.A_{23} + a_{33}.A_{33}$$

$$= a_{12}.A_{12} + a_{22}.A_{22} + a_{23}.A_{23}$$

$$= a_{11}.A_{11} + a_{21}.A_{21} + a_{31}.A_{31}$$

Định thức : $\det(A) = |A| = 2.\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} - 0.\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + 0.\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 2(2.1 - 3.1) = -2$

$$adj(A)=\begin{bmatrix}0 & 0 & -1\\ 2 & -6 & 2\\ -2 & 4 & -2\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 2 & -2\\ 0 & -6 & 4\\ -1 & 2 & -2\end{bmatrix}$$

Vậy $A^{-1}=\dfrac{adj(A)}{\det(A)}=\begin{bmatrix}0 & -1 & 1\\ 0 & 3 & -2\\ 0{,}5 & -1 & 1\end{bmatrix}$

Vết của ma trận (Trace): là tổng tất cả các phần tử trên đường chéo chính của ma trận vuông:

$$TrA=\sum_{i=1}^{n}a_{ij}$$

Hạng của ma trận: rank(A)

Trị riêng và vector riêng

2.3.Phương trình vi phân và hàm truyền

2.3.1 **Phương trình vi phân:**

Phương trình vi phân cấp 1:

$a\dfrac{dy}{dt}+by=x(t)$

Phương trình vi phân cấp 2:

$$a\frac{d^2y}{dt^2}+b\frac{dy}{dt}+cy(t)=x(t)$$

Hệ SISO: (hệ có một ngõ vào một ngõ ra)

Phương trình tổng quát :

$$\sum_{i=0}^{n}a_i\frac{d^iy}{dt^i}=\sum_{i=0}^{m}b_i\frac{d^ix}{dt^i}$$

hay :

$$\sum_{i=0}^{n}a_i\frac{d^iy}{dt^i}=x(t)$$

Tính chất : tính cộng tuyến

X(t) $\longrightarrow$ tồn tại y(t)

Nếu x1(t) → tồn tại y1(t)

Nếu x2(t) → tồn tại y2(t)

Thì y=αy1(t)+βy2(t) cũng là nghiệm của phương trình X==αx1(t)+βx2(t)

Toán tử vi phân : ký hiệu D=$\dfrac{d}{dt}$

$$\sum_{i=0}^{n}a_i\frac{d^iy}{dt^i}=(\sum_{i=0}^{n}a_iD^i).y$$

$$\sum_{i=0}^{m}b_i\frac{d^ix}{dt^i}=(\sum_{i=0}^{m}b_iD^i).x$$

Do đó :

$$\sum_{i=0}^{n} a_i \frac{d^i y}{dt^i} = \sum_{i=0}^{m} b_i \frac{d^i x}{dt^i} \Leftrightarrow (\sum_{i=0}^{n} a_i D^i).y = (\sum_{i=0}^{m} b_i D^i).x$$

$$G(D)=\frac{Y}{X}=\frac{\sum_{i=0}^{m} b_i D^i}{\sum_{i=0}^{n} a_i D^i} \qquad (2\text{-}30)$$

$$X \longrightarrow \boxed{G(D)} \longrightarrow Y$$

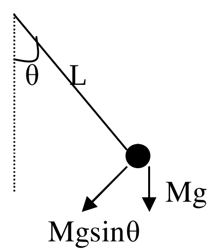
Phương trình vi phân phi tuyến

Nhiều hệ thống vật lí được mô tả bởi phương trình vi phân phi tuyến. Thí dụ, phương trình vi phân mô tả chuyển động của con lắc đơn ở hình sau:

$$ML\frac{d^2 q(t)}{dt^2} + Mg\sin q(t) = 0$$

Vì θ(t) xuất hiện trong hàm sin , phương trình là phi tuyến, và hệ được gọi là hệ phi tuyến.

Con lắc đơn:



Hình 2.2

2.3.2.**Hàm truyền đạt:**

$$X \longrightarrow \boxed{G(s)} \longrightarrow Y$$

Hàm truyền đạt của hệ thống điều khiển tự động được định nghĩa :

$$G(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{b_{m+1}s^m + b_m s^{m-1} + ... + b_2 s + b_1}{s^n + a_n s^{n-1} + ... + a_2 s + a_1} \qquad (2\text{-}31)$$

là tỉ số giữa biến đổi Laplace ngõ ra trên biến đổi Laplace ngõ vào.

X(s)=L{x(t)}: biến đổi Laplace của tín hiệu vào.

Y(s)=L{y(t)}: biến đổi Laplace của tín hiệu ra.

Phương trình : $s^n + a_n s^{n-1} + ... + a_2 s + a_1 = 0$ được gọi là phương trình đặc tính.

Xét phương trình vi phân :

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1}y(t)}{dt^{n-1}} + ... + a_1\frac{dy(t)}{dt} + a_0 y = b_m\frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1}\frac{d^{m-1}x(t)}{dt^{m-1}} + ... + b_1\frac{dx(t)}{dt} + b_0 x$$

(2-32)

Dùng tính chất đạo hàm với điều kiện đầu bằng 0 vàtính chất tuyến tính, ta áp dụng biến đổi Laplace 2 vế của (2-32):

$$a_n s^n Y(s) + a_{n-1} s^{n-1} Y(s) + ... + a_1 s Y(s) + a_0 Y(s)$$
$$= b_m s^m X(s) + b_{m-1} s^{m-1} X(s) + ... + b_1 s X(s) + b_0 X(s)$$
$$\Leftrightarrow Y(s)(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + ... + a_1 s + a_0)$$
$$= X(s)(b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + ... + b_1 s + b_0)$$
$$\Leftrightarrow G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + ... + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + ... + a_1 s + a_0}$$

Trường hợp a_n=1, ta có:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + ... + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + ... + a_1 s + a_0}$$

G(s) được gọi là hàm truyền đạt của hệ.

Đáp ứng xung và hàm truyền của hệ thống tuyến tính.

Đáp ứng xung: Xét hệ thống tuyến tính bất biến theo thời gian có ngõ vào u(t) và ngõ ra y(t). Hệ thống được đặc trưng bởi đáp ứng xung g(t), nghĩa là g(t) được định nghĩa là ngõ ra của hệ khi ngõ vào là hàm xung Dirac $d(t)$.

Hàm truyền (hệ một ngõ vào, một ngõ ra): Hàm truyền của một hệ thống tuyến tính bất biến theo thời gian được định nghĩa như là biến đổi Laplace của đáp ứng xung với tất cả điều kiện đầu bằng không.

Cho G(s) ký hiệu hàm truyền của hệ một ngõ vào một ngõ ra với ngõ vào u(t) và ngõ ra y(t) và đáp ứng xung g(t). Hàm truyền G(s) được định nghĩa là:

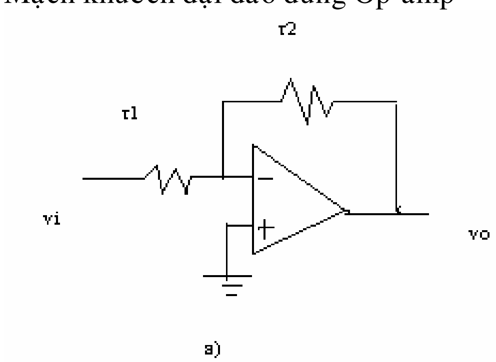
$$G(s) = L[g(t)]$$

Hàm truyền có liên hệ với biến đổi Laplace của ngõ vào và ngõ ra thông qua quan hệ sau:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

Thí dụ : Tìm hàm truyền đạt của hệ sau :

Mạch khuếch đại đảo dùng Op-amp



Hình 2.3

Ta có :

Vo=-i.R2

Vi=R1.i

$$\Rightarrow \frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_2}{R_1}$$

$\Rightarrow$ G(s)= $\dfrac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\dfrac{R_2}{R_1}$

Cực và zero của hàm truyền đạt :

Cho hàm truyền G(s)=$\dfrac{N(s)}{D(s)}$

Nếu lim $[(s-s_i)^r G(s)]$ có giá trị khác không, hữu hạn thì s_i gọi là cực của hàm.
    $s \to s_i$

Nếu lim $[(s-s_i)^{-r} G(s)]$ có giá trị khác không, hữu hạn thì s_i gọi là zero của hàm.
    $s \to s_i$

Thực hành : cho đa thức tử số N(s)=0 --> zero
    cho đa thức mẫu số D(s)=0 --> cực

Thí dụ : Tìm cực và zero của hàm sau :

$$G(s) = \frac{10(s+2)}{s(s+1)(s+3)^2}$$

N(s)=10(s+2)=0 suy ra zero s=-2

D(s)=s(s+1)$(s+3)^2$=0 suy ra có 4 cực s=0, s=-1, s=-3, s=-3

Hàm truyền (hệ thống đa biến)

Phương trình ma trận hàm truyền cho hệ đa biến:

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & ... & G_{1p}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) & ... & G_{2p}(s) \\ ... & .. & ... & .. \\ G_{q1}(s) & G_{q2}(s) & ... & G_{qp}(s) \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}33)$$

Hệ tuyến tính có p ngõ vào, q ngõ ra. Hàm truyền giữa ngõ ra thứ I và ngõ vào thứ j được định nghĩa:

$$G_{ij}(s) = \frac{C_i(s)}{R_j(s)}$$

C(s)=G(s).R(s) là ma trận qx1 gọi là vector ngõ ra biến đổi

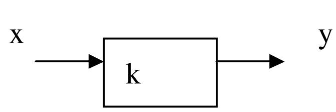
R(s) là ma trận px1, là vector ngõ vào biến đổi.

G(s) là ma trận qxp, gọi là ma trận hàm truyền.

2.4. **Hàm truyền HTĐKTĐ và Đại số sơ đồ khối**

Đại số sơ đồ khối : áp dụng cho hệ tương quan bằng số

1)Hệ số truyền :

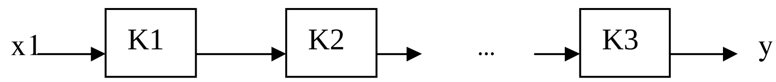


Hình 2.4

k=$\dfrac{y}{x}$

$\Rightarrow$y=k.x (2-34)

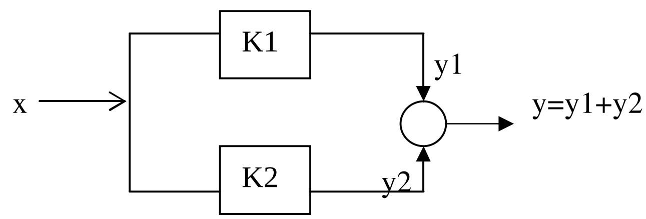
2) Khối mắc nối tiếp :



Hình 2.5

K=K1.K2.K3...Kn (2-35)

3)Khối mắc song song:

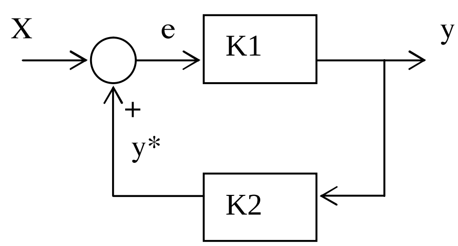


Hình 2.6

k=k1+k2 (2-36)

4)Khối có phản hồi :

Phản hồi dương :



Hình 2.7

e=y*+x

y*=k2.y

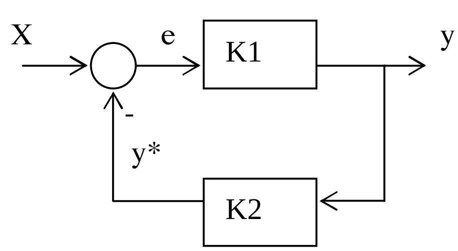
y=k1.e

Tìm G=Y/X

Kết quả :

$$G(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{k_1}{1-k_1.k_2} \quad (2\text{-}37)$$

Hồi tiếp âm :

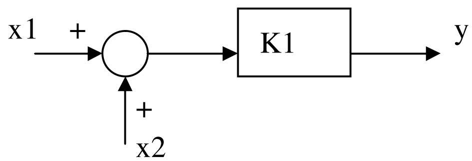


Hình 2.8

e=x-y*
y*=k2.y
y=k1.e
Tìm G=Y/X
Kết quả :

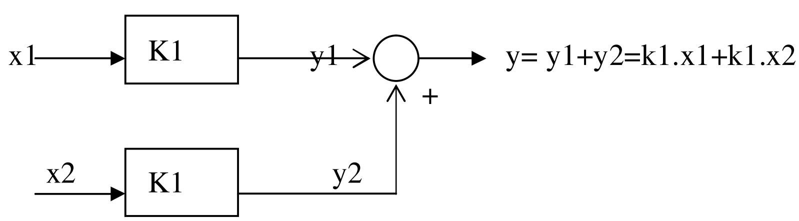
$$G(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{k_1}{1+k_1.k_2} \qquad (2\text{-}38)$$

5)Hệ quả 1:



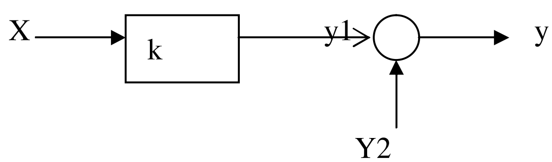
y=k1(x1+x2)

⇒



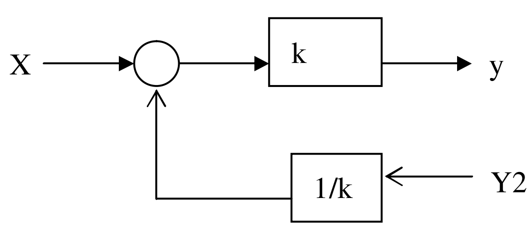
Hình 2.9

6)Hệ quả 2:



Y=k.X+y2

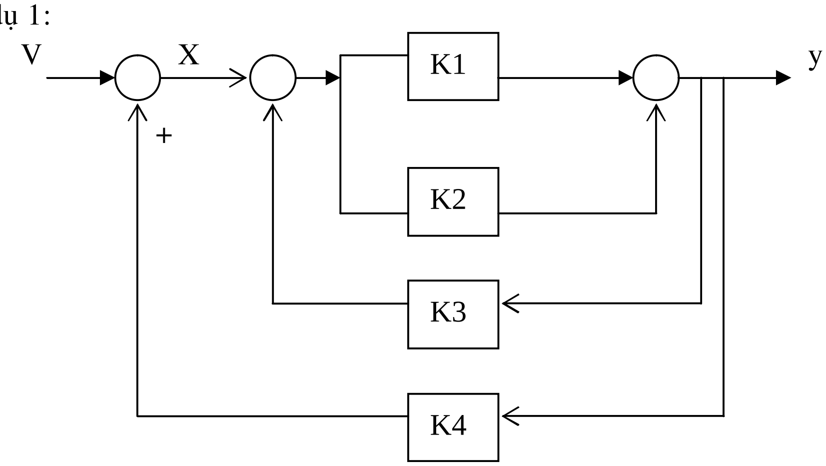
⇒



Y=k.x+(y2/k).k=k.x+y2

Hình 2.10

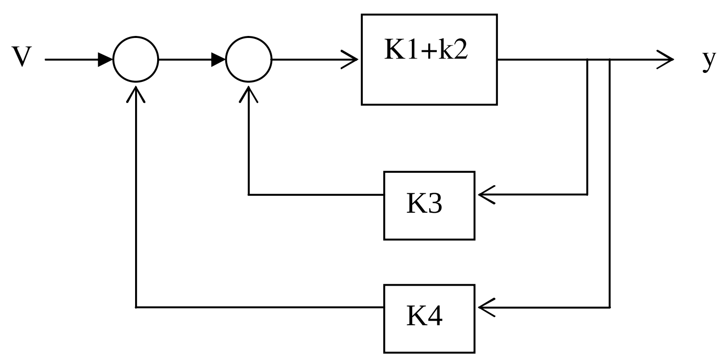
Thí dụ 1:



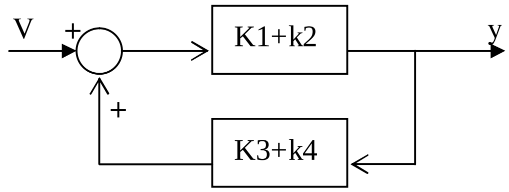
Hình 2.11

Tính G(s)=Y/V

+Áp dụng định lý song song



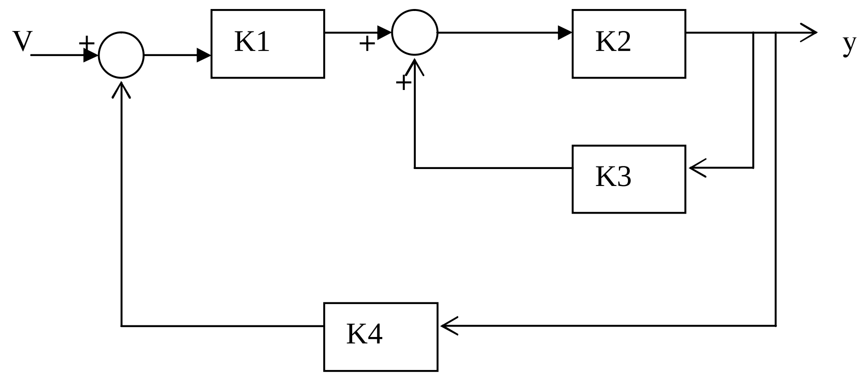
+Áp dụng định lý song song



+Áp dụng định lý phản hồi dương :

$$G(s) = \frac{Y}{V} = \frac{k1 + k2}{1 - (k1 + k2)(k3 + k4)} \qquad (2\text{-}39)$$

Thí dụ 2:



Hình 2.12

Tính G(s)=Y/V

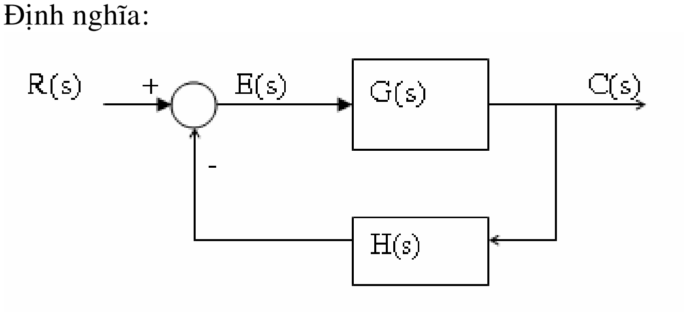
Đáp số :

$$G=\frac{k_1.k_2}{1-k_2.k_3-k_1.k_2.k_4} \qquad (2\text{-}40)$$

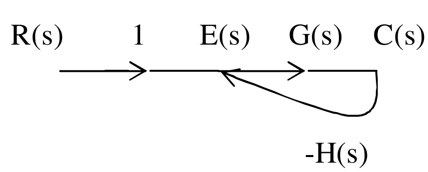
2.5 Phương pháp graph tín hiệu để tính hàm truyền

Sơ đồ dòng tín hiệu và công thức Mason

Định nghĩa:



a)



b)

Hình 2.13: Biểu diễn hệ thống bằng sơ đồ dòng tín hiệu

a)Sơ đồ khối; b)Sơ đồ dòng tín hiệu

Các định nghĩa căn bản :

-Graph là một đồ hình gồm nhiều nhánh và nút.

-Mỗi một nút của graph được biểu diễn bằng một điểm và ghi tên một đại lượng nào đó trong hệ thống điều khiển. Nút gốc là lượng vào, nút ngọn là đại lượng ra của một khâu nào đó.

-Một nhánh nối nút gốc và nút ngọn có mũi tên, trên đó ghi giá trị hàm truyền đạt tương ứng với một khâu nào đó.

Ví dụ : Hàm truyền đạt :

$$G_{ij}=\frac{X_j}{X_i}$$

Qui tắc biến đổi Graph: Công thức Mason

-Các nhánh nối tiếp :

$$X_1 \xrightarrow[G_1]{} X_2 \xrightarrow[G_2]{} X_3 \quad = \quad X_1 \xrightarrow[G_1G_2]{} X_3$$

-Các nhánh song song :

G_1+G_2

-Các nhánh phản hồi :

$$\frac{G_1}{1+G_1G_2}$$

-Khử nhánh tạo vòng kín :

$$\frac{G_1G_3}{1-G_2}$$

Công thức tổng quát để tìm hàm truyền đạt:

$$G=\frac{1}{\Delta}\sum_K P_K\Delta_K \qquad (2\text{-}41)$$

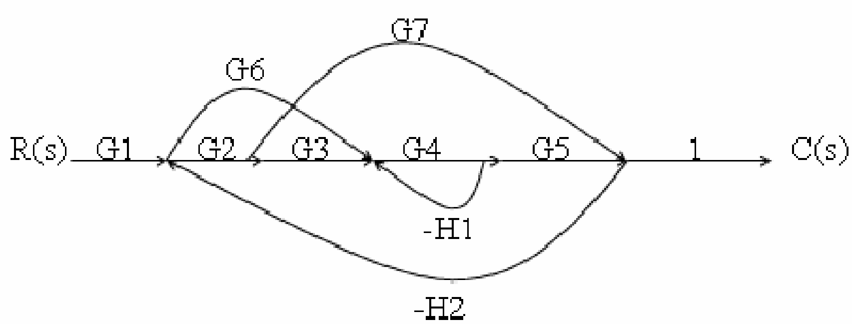
Trong đó : Δ: định thức của graph

$$\Delta=1-\sum_i L_i+\sum_{ij} L_iL_j-\sum_{ijk} L_iL_jL_k \qquad (2\text{-}42)$$

P_K: là hàm truyền đạt của đường dòng thứ K hướng từ X tới Y.

Δ_K: định thức của graph suy ra từ Δ bằng cách bỏ đi các vòng kín L_i có dính với đường dòng thứ K.

Thí dụ: Tìm hàm truyền tương đương của hệ thống mô tả bởi sơ đồ dòng tín hiệu sau:

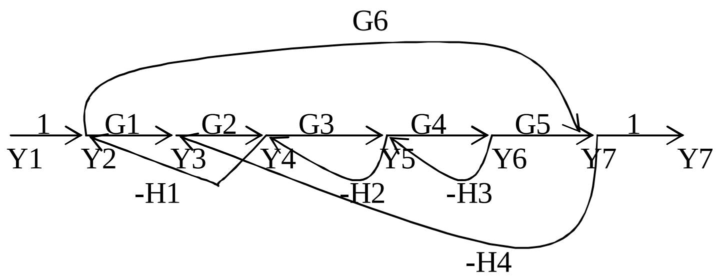


Hình 2.14

Đáp số:

$$G = \frac{G_1G_2G_3G_4G_5 + G_1G_6G_4G_5 + G_1G_2G_7(1+G_4H_1)}{1+G_4H_1 + G_2G_7H_2 + G_6G_4G_5H_2 + G_2G_3G_4G_5H_2 + G_4H_1G_2G_7H_2} \quad (2\text{-}43)$$

Thí dụ 2: Tìm hàm truyền tương đương của hệ thống mô tả bởi sơ đồ dòng tín hiệu sau: Y7/Y1:



Hình 2.15

Giải:

-Độ lợi của các đường tiến:

$P_1 = G_1G_2G_3G_4G_5$

$P_2 = G_6$

-Độ lợi của các vòng kín:

$L_1 = -G_1G_2H_1$

$L_1 = -G_3H_2$

$L_3 = -G_4H_3$

$L_1 = -G_2G_3G_4G_5H_4$

-Định thức của sơ đồ dòng tín hiệu:

$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4) + L_1L_3$

-Các định thức con:

$\Delta_1 = 1,\ \Delta_1 = 1 - L_2 - L_3$

Hàm truyền tương đương của hệ thống là:

$$G = \frac{1}{\Delta}(P_1.\Delta_1 + P_2.\Delta_2)$$

$$G = \frac{G_1G_2G_3G_4G_5 + G_6(1+G_3H_2 + G_4H_3)}{1+G_1G_2H_1 + G_3H_2 + G_4H_3 + G_2G_3G_4G_5H_4 + G_1G_2G_4H_1H_3} \quad (2\text{-}44)$$

2.6. Biến trạng thái và Phương trình trạng thái

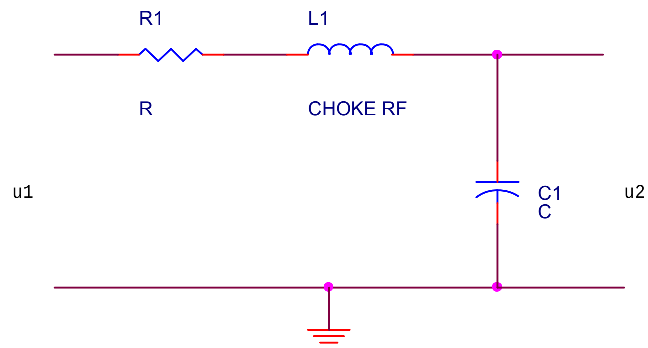
Cách biểu diễn thứ hai để biểu diễn mô hình toán học là dùng các biến trạng thái. Ta hãy xem xét hệ thống đa biến có q đầu vào u(t) m đầu ra y(t). Trong hệ thống bậc n, n biến vào $x_1(t)$, $x_2(t)$ $x_n(t)$ được chọn biểu diễn cho hệ thống động học bằng một hệ các phương trình bậc 1 và ma trận nx1.x(t) gọi là vector trạng thái. Đối với hệ tuyến tính, bất biến, mô hình toán học là :

-Phương trình trạng thái : $\dot{X} = AX + Bu$ (2-45)

-Phương trình đầu ra : Y=C.X+Du (2-46)

A, B, C là các ma trận mxn; nxq; nxn. Đối với hệ một đầu vào, một đầu ra U và Y là vô hướng, B là ma trận nx1; C là ma trận 1xn.

Thí dụ : Xét mạch điện gồm 3 phần tử: điện trở R, điện cảm L, và tụ điện C. Điện áp đặt vào mạch là u_1.



Hình 2.16

Phương trình mô tả mạch ở trạng thái động :

$U_1=u_R+u_L+u_C$

Hay $u_1=i.R + L.\frac{di}{dt}+u_2$ (2-47)

$U_2=\frac{1}{C}\int i.dt$ (2-48)

Trạng thái của mạch được quyết định bởi điện áp u2 và dòng điện i. Ta gọi u2 và I là các biến trạng thái. Ta viết lại hệ phương trình nếu đặt:

$U_2=x_1$ là biến trạng thái thứ nhất.

$I=x_2$ là biến trạng thái thứ hai.

$$i = C.\frac{du_2}{dt}$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}.i - \frac{1}{L}.u_2 + \frac{1}{L}.u_1$$

Suy ra :

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = \frac{1}{C}.x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = -\frac{1}{L}.x_1 - \frac{R}{L}.x_2 + \frac{1}{L}.u_1 \end{cases}$$

Dạng chính tắc trên được viết lại như sau :

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 0.x_1 + \frac{1}{C}.x_2 + 0.u_1 \\ \frac{dx_2}{dt} = -\frac{1}{L}.x_1 - \frac{R}{L}.x_2 + \frac{1}{L}.u_1 \end{cases} \quad (2\text{-}49)$$

có dạng $\dot{X} = AX + Bu$

Các ma trận $A = \begin{pmatrix} 0 & 1/C \\ -1/L & -R/L \end{pmatrix}$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1/L \end{pmatrix}$$

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \end{pmatrix}$$

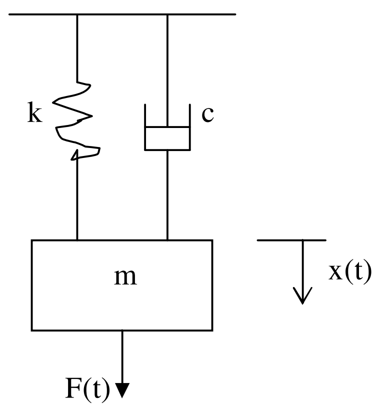
$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

Ngõ ra Y=C.X với C=[1 0]

Trong lý thuyết hệ thống điều khiển, tập hợp các phương trình vi phân thường bậc nhất gọi là phương trình trạng thái và x_1, x_2 gọi là biến trạng thái.

2.7. Hàm truyền các phần tử cơ khí

2.7.1.Hệ thống khối di chuyển –lò xo-đệm



Hình 2.17

Theo định luật 2 Newton, ta có :

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F - F_d - F_s$$

trong đó F_s: lực lò xo, F_d: lực masát.

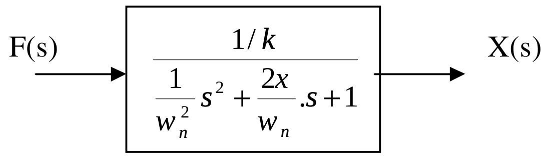
$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - c\frac{dx}{dt} + F(t)$$

$$F(t) = m\frac{d^2x}{dt^2} + kx + c\frac{dx}{dt} \qquad (2\text{-}50)$$

G(s)= $\dfrac{X(s)}{F(s)} = \dfrac{1}{ms^2 + cs + k}$

F(s)= $k(\frac{1}{w_n^2}s^2 + \frac{2x}{w_n}.s + 1).X(s)$ (2-51)

Trong đó : $w_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$; $x = \frac{1}{2}.\frac{c}{\sqrt{mk}}$



Nếu ta chọn x_1=x, x_2=dx/dt làm biến trạng thái thì

Dx1/dt=x2; (2-52)

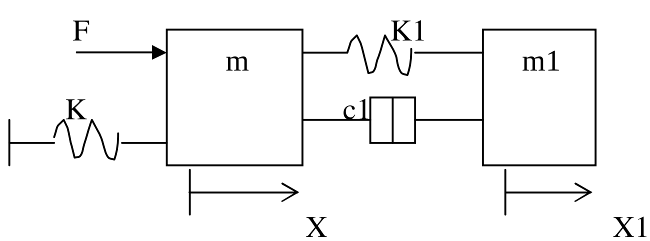
Dx2/dt= $-w_n^2.x_1 - 2xw_n.x_2 + \frac{1}{m}.F$ (2-53)

Các ma trận :

A= $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -w_n^2 & -2xw_n \end{bmatrix}$

B= $\begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix}$

<u>2.7.2.Hệ thống hai khối di chuyển</u>



Hình 2.18

Ta có phương trình cân bằng lực :

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -K.x - K_1(x - x_1) - c_1(\frac{dx}{dt} - \frac{dx_1}{dt}) + F$$

$$m_1\frac{d^2x_1}{dt^2} = K_1(x - x_1) + c_1(\frac{dx}{dt} + \frac{dx_1}{dt})$$

Biến đổi Laplace:

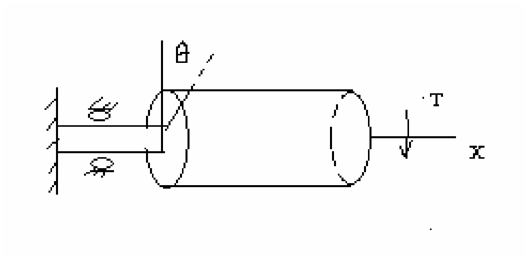
$(ms^2 + c_1.s + K + K1)X(s) = (c_1.s + K_1)X_1(s) + F(s)$ (2-54)

$(m_1s^2 + c_1.s + K1)X_1(s) = (c_1.s + K_1)X(s)$ (2-55)

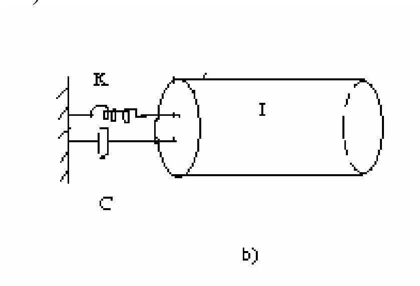
Giải phương trình (2-55) tìm $X_1(s)$ và thế vào (2-54) ta có :

G(s)=$\dfrac{X(s)}{F(s)} = \dfrac{m_1 s^2 + c_1.s + K}{(ms^2 + c_1 s + K + K_1)(m_1 s^2 + c_1 s + K_1) - (c_1 s + K_1)}$ (2-56)

2.7.3. Hệ thống quay một bậc tự do :



a)



Hình 2.19

Một đĩa có khối lượng , quán tính, đỡ bởi ổ trượt, một đầu trục gắn cố định. Ổ trượt và các loại ma sát khác có thể biểu diễn bằng vật đệm có hệ số C. Còn trục quay ta coi như một lò xo xoắn, và có thể biểu diễn như hình b)

Trong đó : $K = \dfrac{pd^4.G}{32.L}$

Với độ đàn hồi; d: đường kính trục ; L: độ dài.

Gọi θ(t) là góc lệch của đĩa so với vị trí cân bằng, ta có :

$T - T_d - T_s = 0$

Trong đó T_d: moment đệm; T_s: moment xoắn.

Do T_d=c.θ và T_s=Kθ nên .θ + c.θ + Kθ =T

Đặt : $w_n = \sqrt{\dfrac{K}{I}}$; $x = \dfrac{c}{2\sqrt{cK}}$, ta có :

$$K(\frac{1}{w_n^2}s^2 + \frac{2x}{w_n}.s + 1)q(s) = T(s)$$

Hàm truyền đạt : G(s)=$\dfrac{q(s)}{T(s)} = \dfrac{1/K}{w_n^2 s^2 + \dfrac{2x}{w_n}.s + 1}$ (2-57)

Vì đây là hệ bậc hai nên ta chọn : $\dot{x}_1 = q$, và $\dot{x}_2 = q$ do đó :

$$\dot{x}_1 = x_2$$

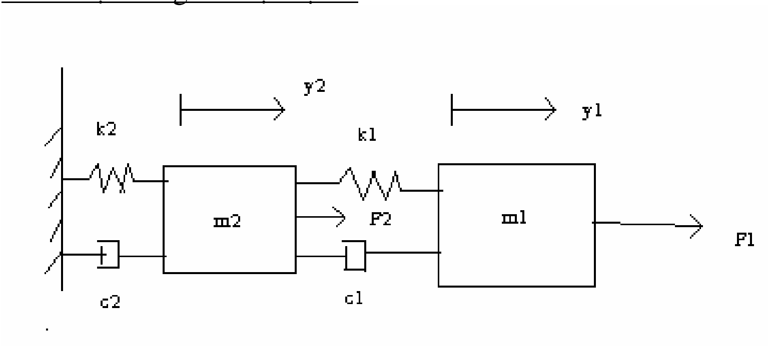
$$\dot{x}_2 = -w_n^2.x_1 - 2xw_n.x_2 + \frac{1}{I}.T$$

Các ma trận A và B là :

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -w_n^2 & -2xw_n \end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix} 0 \\ 1/I \end{bmatrix}$$

2.7.4.Hệ thống hai bậc tự do

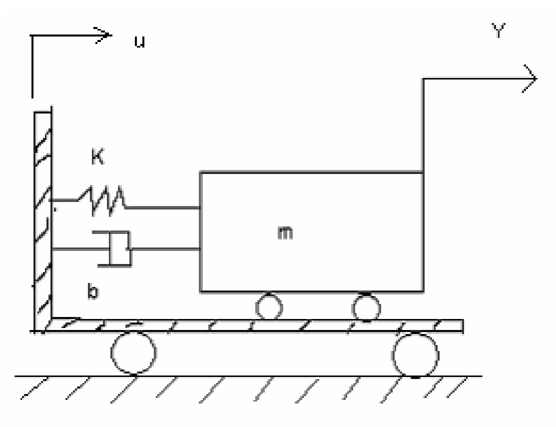


Hình 2.20

Đây là hệ thống có 2 đầu vào là F1, F2.
Hai đầu ra Y1, Y2.
Ta có hai phương trình chuyển động :

$$\begin{cases} F_1 - C_1(\dfrac{dy_1}{dt} - \dfrac{dy_2}{dt}) - K(y_1 - y_2) = m_{1.}\dfrac{d^2y_2}{dt^2} \\ F_2 + C_1(\dfrac{dy_1}{dt} - \dfrac{dy_2}{dt}) + K_1(y_1 + y_2) - C_2\dfrac{dy_2}{dt} - K_2y_2 = m_{2.}\dfrac{d^2y_2}{dt^2} \end{cases} \quad (2\text{-}58)$$

2.7.5. Hệ thống chuyển động cơ học



Hình 2.21: Hệ khối lượng-lò xo-đệm gắn trên xe.

Theo định luật 2 Newton: ma=ΣF

Áp dụng cho hệ thống này :

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -b(\frac{dy}{dt} - \frac{du}{dt}) - K(y-u)$$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} + b\frac{dy}{dt} + Ky = b\frac{du}{dt} + Ku$$

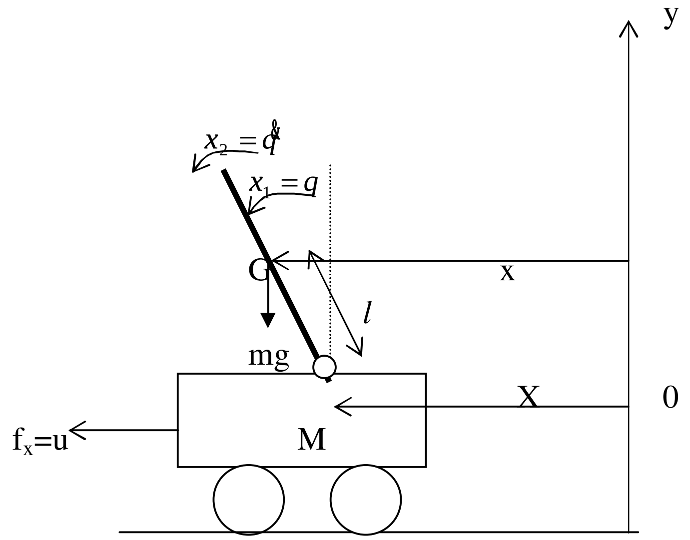
$$G(s)=\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{bs+K}{ms^2+bs+K} \qquad (2\text{-}59)$$

2.7.6.Mô tả hệ con lắc ngược

Hệ con lắc ngược ở hình vẽ. Hệ gồm có thanh cứng và xe trên đó thanh được treo. Xe di chuyển trên đường ray tới phải hay trái, phụ thuộc vào lực tác động vào xe. Thanh chỉ có một bậc tự do (quay quanh điểm treo). Nhiệm vụ điều khiển chính là giữ con lắc cân bằng thẳng đứng và xe trong phạm vi đường ray.

1.Mô hình hóa

Mô hình tóan hệ con lắc ngược trên xe :



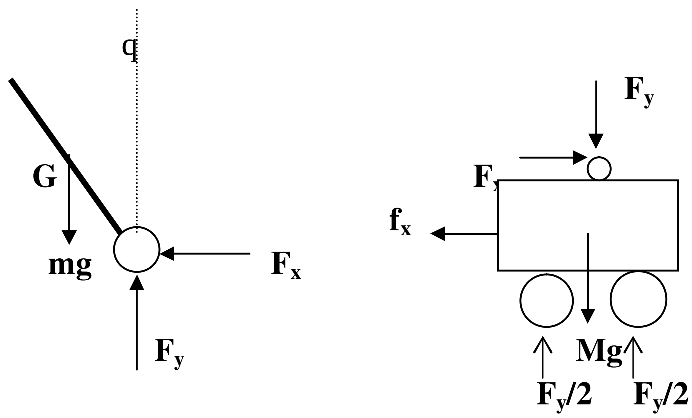
Hình 2.22: Hệ con lắc ngược

Giả sử khối lượng vật nặng tập trung ở giữa con lắc.

Xem xét con lắc trên xe minh họa ở hình 2.22. Chúng ta ký hiệu q **là góc so với phương thẳng đứng, L=2l , m và J là chiều dài, khối lượng và moment quán tính ở tâm trọng lượng con lắc; M thể hiện khối lượng xe, và G thể hiện tâm trọng lượng con lắc. Tọa độ theo trục hoành và trục tung của con lắc được cho bởi :**

$$x = X + \frac{L}{2}\sin q = X + l\sin q \qquad \textbf{(2-60)}$$

$$y = \frac{L}{2}\cos q = l\cos q \qquad \textbf{(2-61)}$$



Hình 2.23: Sơ đồ thân tự do của hệ con lắc ngược trên xe.

Sơ đồ thân tự do của xe và con lắc được minh họa ở hình 2.23, trong đó F_x và F_y thể hiện lực phản ứng tại điểm trục. Xem xét con lắc ngược trước. Tổng lực ta có các phương trình sau :

$$F_x = m\ddot{x} + ml\ddot{q}\cos q - ml\dot{q}^2\sin q \qquad \textbf{(2-62)}$$

$$F_y - mg = -ml\ddot{q}\sin q - ml\dot{q}^2\cos q \qquad \textbf{(2-63)}$$

$$F_y l\sin q - F_x l\cos q = J\ddot{q} \qquad \textbf{(2-64)}$$

Xem xét lực phương ngang tác động lên xe, ta có là :

$$M\ddot{x} = f_x - F_x \qquad \textbf{(2-65)}$$

Thay (2.65) vào (2-62), ta được :

$$(M+m)\ddot{x} + ml(\cos q)\ddot{q} - ml(\sin q)\dot{q}^2 = f_x \qquad (2\text{-}66)$$

Sử dụng (2-62), (2-63), (2-64) và tính toán rút gọn , ta đạt được :

$$m\ddot{x}\cos q + \frac{4}{3}ml\ddot{q} - mg\sin q = 0 \qquad (2\text{-}67)$$

Phương trình (2-66) và (2-67) mô tả động lực học hệ con lắc ngược .

Định nghĩa biến trạng thái $x_1 = q$ **, và** $x_2 = \dot{q}$

Ta suy ra :

$$\ddot{q} = \frac{g\sin q - aml\dot{q}^2\sin q\cos q - a\cos q . f_x}{\dfrac{4l}{3} - aml(\cos q)^2}$$

hay : $$\ddot{q} = \frac{(M+m)g\sin q - ml\dot{q}^2\sin q\cos q - \cos q . f_x}{\dfrac{4l(M+m)}{3} - ml(\cos q)^2} \qquad (2\text{-}68)$$

trong đó chúng ta đã thay

$J = \dfrac{mL^2}{12}$ **, và** $a = \dfrac{1}{M+m}$

Vị trí xe :

$$\ddot{x} = \frac{f_x + ml[\sin(\theta)\dot{\theta}^2 - \cos(\theta)\ddot{\theta}]}{M+m}$$

hay : $$\ddot{x} = \frac{\frac{4}{3}f_x + \frac{4}{3}ml\sin(\theta)\dot{\theta}^2 - mg\sin(\theta)\cos(\theta)}{\frac{4}{3}(M+m) - m(\cos\theta)^2} \qquad (2\text{-}69)$$

trong đó , thông số con lắc là :

Khối lượng xe M=1 kg, khối lượng con lắc m=0,1 kg, nửa chiều dài con lắc l=0,5 m (chiều dài con lắc L=2l=1m), gia tốc trọng trường g=9,8 m/s^2 .

Phương trình (2-68) và (2-69) được dùng mô tả đặc tính động của đối tượng.
Phương trình phi tuyến (2-66) và (2-67) mô tả hệ.
Để điều khiển PID ta phải tuyến tính hóa hệ tại vi trí cân bằng $\theta = 0$. Giả sử góc θ đủ nhỏ để chúng ta xấp xỉ $\sin\theta = \theta$, $\cos\theta = 1$ và $\theta\,\dot{\theta}^2 = 0$. Khi đó thay các xấp xỉ này vào (4.7) và (4.8) ta có

$$(M+m)\ddot{x} + ml\ddot{\theta} = f_x \qquad (2\text{-}70)$$

$$m\ddot{x} + \frac{4}{3}ml\ddot{\theta} = mg\theta \qquad (2\text{-}71)$$

Trước tiên chúng ta tìm hàm truyền của hệ con lắc ngược. Lấy biến đổi Laplace hai vế (2-70) và (2-71) với điều khiện đầu zero ta được:

$$(M+m)s^2.X(s) + mls^2\Phi(s) = u \qquad (2\text{-}72)$$

$$ms^2X(s) + \frac{4}{3}mls^2\Phi(s) = mg\Phi(s) \qquad (2\text{-}73)$$

Vì $\Phi(s)$ là góc lệch so với phương thẳng đứng, như là hàm của trạng thái X(s). Giải phương trình (2-73) ta được

$$X(s) = \left[\frac{g}{s^2} - \frac{4.l}{3}\right].\Phi(s) \qquad (2\text{-}74)$$

Thay phương trình (2-74) vào (2-72), ta được:

$$(M+m)\left[\frac{g}{s^2} - \frac{4.l}{3}\right]s^2.\Phi(s) + mls^2\Phi(s) = U(s) \qquad (2\text{-}75)$$

Sắp xếp lại ta được hàm truyền sau:

$$\frac{\Phi(s)}{U(s)} = \frac{1}{(ml - \frac{4(M+m)l}{3}).s^2 + (M+m)g} \qquad (2\text{-}76)$$

Biểu diễn hệ ở dạng không gian trạng thái, ta đặt

$$\begin{cases} x_1 = \theta \\ x_2 = \dot{\theta} \\ x_3 = x \\ x_4 = \dot{x} \end{cases} \qquad (2\text{-}77)$$

$$\ddot{x} = \frac{\frac{4}{3}u - mgq}{\frac{1}{3}(4M+m)} \tag{2-78}$$

$$\ddot{q} = \frac{(M+m)gq - u}{\frac{4l(M+m)}{3} - ml} \tag{2-79}$$

Phương trình tuyến tính hóa có thể được biểu diễn như sau:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \dfrac{(M+m)g}{(4/3).l(M+m)-ml}x_1 - \dfrac{1}{(4/3).l(M+m)-ml}.u \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ x_4 = -\dfrac{mg}{(1/3)(4M+m)}x_1 + \dfrac{4}{(4M+m)}.u \end{cases} \tag{2-80}$$

Viết lại (2-80) dưới dạng ma trận:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \dfrac{(M+m)g}{\frac{4}{3}l(M+m)-ml} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\dfrac{mg}{\frac{1}{3}(4M+m)} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\dfrac{1}{\frac{4}{3}l(M+m)-ml} \\ 0 \\ \dfrac{4}{(4M+m)} \end{pmatrix} u \tag{2-81}$$

Vì ta xét vị trí xe và vị trí góc của con lắc, ngõ ra như sau:

$$\begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} u \tag{2-82}$$

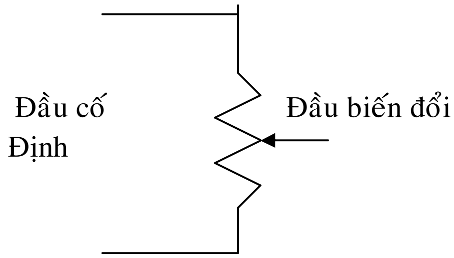
Thay giá trị M=1 kg; m=0,1 kg;l=0,5m;g=9,8m/s^2 vào (2-81), ta được:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 15{,}78 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0{,}717 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -1{,}463 \\ 0 \\ 0{,}975 \end{pmatrix} u \tag{2-83}$$

2.8. Hàm truyền cảm biến

2.8.1. Chiết áp (Potentiometer)

Chiết áp (máy đo thế) là cảm biến cơ điện mà chuyển năng lượng cơ thành năng lượng điện. Ngõ vào thiết bị này là ở dạng dịch chuyển cơ khí hoặc là tuyến tính hay góc quay. Khi điện áp được đặt vào đầu cố định của chiết áp, điện áp ngõ ra, mà được đo giữa đầu thay đổi và đất (mass), sẽ tỉ lệ với dịch chuyển ngõ vào, hoặc một cách tuyến tính hay theo quan hệ phi tuyến.



Hình 2.24 : Biểu diễn mạch điện của chiết áp.

Điện áp ngõ ra e(t) sẽ tỉ lệ với vị trí góc $q_c(t)$ trong trường hợp chuyển động quay. Khi đó

$$e(t) = K_s q_c(t) \qquad (2\text{-}84)$$

trong đó K_s là hằng số tỉ lệ. Đối với chiết áp N vòng, dịch chuyển tổng cộng của tay biến đổi là $2pN$ (rad). Hằng số tỉ lệ Ks được cho bởi

$$K_s = \frac{E}{2pN} \ \text{(V/rad)} \qquad (2\text{-}85)$$

2.8.2. Bộ phát tốc (Tachometers)

Máy phát tốc xung là thiết bị cơ điện mà chuyển năng lượng cơ thành năng lượng điện. Thiết bị này làm việc giống như máy phát điện áp, với điện áp ngõ ra tỉ lệ với biên độ của vận tốc góc của dịch chuyển ngõ vào. Trong hệ thống điều khiển, hầu hết máy phát tốc được sử dụng là loại một chiều (dc); nghĩa là điện áp ngõ ra là tín hiệu một chiều . Máy phát tốc DC được dùng trong hệ thống điều khiển ở nhiều cách: chúng có thể dùng như bộ chỉ thị tốc độ để cung cấp việc đọc tốc độ dịch chuiyển, hồi tiếp tốc độ, điều khiển tốc độ hay ổn định.

Mô hình toán học của máy phát tốc

Mô hình động học của máy phát tốc được thể hiện bởi phương trình

$$e_t(t) = K_t \frac{dq(t)}{dt} = K_t v\ (t) \qquad (2\text{-}86)$$

trong đó $e_t(t)$ là điện áp ngõ ra; $q(t)$ là dịch chuyển rotor ,đơn vị là rad; ω(t) là vận tốc rotor, đơn vị là rad/sec; và K_t là hằng số phát tốc có đơn vị là V/rad/sec. Giá trị Kt thường được cho như là tham số catalog , đơn vị là volttrên 1000 vòng trên phút (V/krpm).

Hàm truyền của máy phát tốc đạt được bằng cách lấy biến đổi Laplace hai vế (2-62). Kết quả là

$$\frac{E_t(s)}{\Theta(s)} = K_t s \qquad (2\text{-}87)$$

trong đó $E_t(s)$ và $\Theta(s)$ là biến đổi Laplace của $e_t(t)$ và $q(t)$ tương ứng.

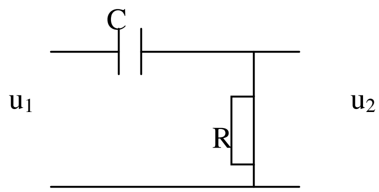
2.8.3. Bộ mã hóa gia tăng (Incremental Encoder)

Bộ mã hóa gia tăng thường được tìm thấy trong hệ thống điều khiển hiên đại để chuyển đổi dịch chuyển tuyến tính hay góc quay thành tín hiệu mã hóa số hay tín hiệu xung. Bộ mã hóa mà xuất ra tín hiệu số được gọi là bộ mã hóa tuyệt đối. Ở thuật ngữ đơn giản nhất, bộ mã hóa tuyệt đối cung cấp ngõ ra một mã hóa số riêng biệt chỉ thị cho mỗi gia tăng nổi bật nhỏ nhất của độ phân giải. Bộ mã hóa gia tăng, mặt khác, cung cấp một xung cho mỗi gia tăng của độ phân giải.

2.9. **Hàm truyền các phần tử điện**

2.9.1.Mạch RC

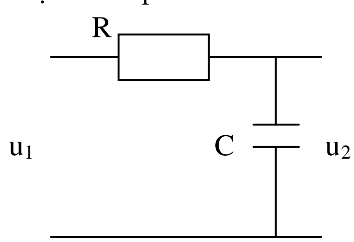
Mạch vi phân :



Hình 2.25

$$G(s)=\frac{u_2(s)}{u_1(s)}=\frac{RC.s}{RCs+1} \qquad (2\text{-}88)$$

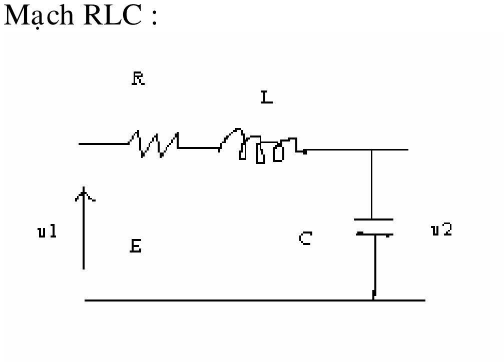
Mạch tích phân :



Hình 2.26

$$G(s)=\frac{u_2(s)}{u_1(s)}=\frac{1}{RCs+1} \qquad (2\text{-}89)$$

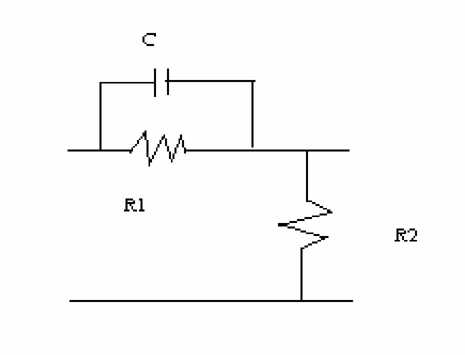
Mạch RLC :



Hình 2.27

$$G(s)=\frac{q(s)}{E(s)}=\frac{C}{LCs^2+RCs+1};\ q=\int idt \qquad (2\text{-}90)$$

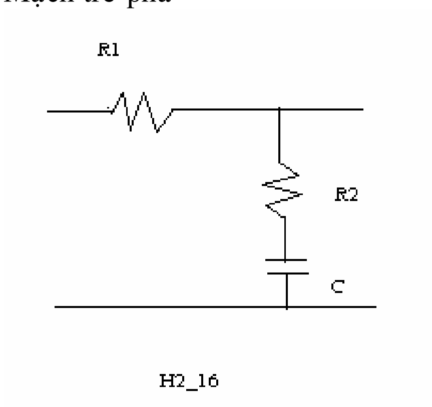
Mạch sớm pha



Hình 2.28

G(s)= $\dfrac{R_2}{R_1+R_2}\cdot\dfrac{1+R_1C_1s}{1+\dfrac{R_2}{R_1+R_2}.R_1C_1s}$ (2-91)

Mạch trễ pha

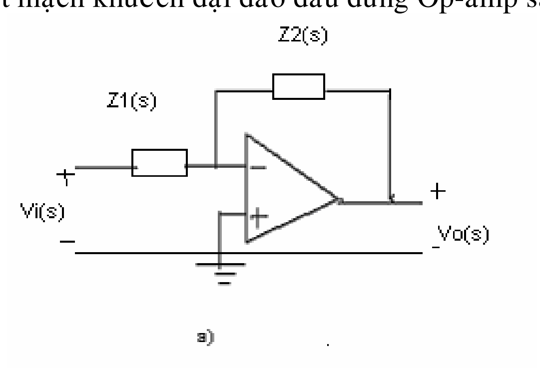


Hình 2.29

G(s)= $\dfrac{R_2C_2s+1}{(R_1+R_2)C_2s+1}$ (2-92)

<u>2.9.2.Mạch khuếch đại thuật toán</u>

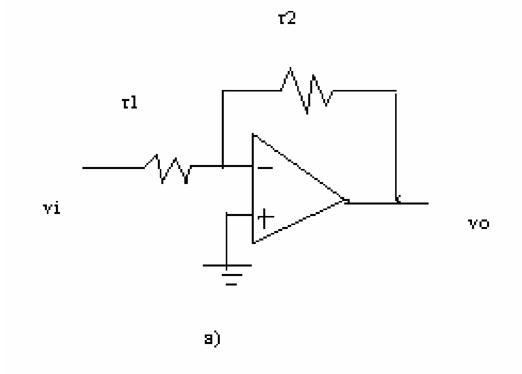
Xét mạch khuếch đại đảo dấu dùng Op-amp sau:



Hình 2.30

Phần tử ngõ vào: Z1(s), phần tử ngõ ra: Z2(s). Hàm truyền $G(s)=\dfrac{V_o(s)}{V_i(s)}$

a.Khâu khuếch đại tỉ lệ P : KĐ đảo dấu



Hình 2.31a)

Z1=R1, Z2=R2. Hàm truyền

$$G(s)=\frac{V_0(s)}{V_i(s)}=-\frac{R_2}{R_1} \qquad (2\text{-}93)$$

Nếu R1=R2, ta có độ lợi nghịch đảo Vo=-Vi

b. Khâu tích phân :

Z1=R1,Z2=$\dfrac{1}{sC_2}$. Hàm truyền: $G(s)=\left(\dfrac{-1}{R_1C_2}\right)\dfrac{1}{s}$ (2-94)

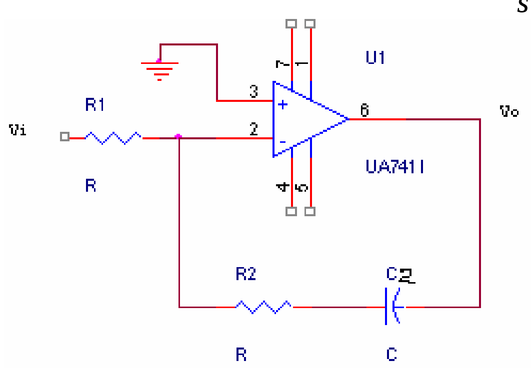
Đây là khâu tích phân, cực ở gốc.

c. Khâu vi phân:

Z1=$\dfrac{1}{sC_1}$, Z2=R2. Hàm truyền: $G(s)=(-R_2C_1)s$ (2-95)

Zero ở gốc , đây là khâu vi phân

d.Khâu tích phân tỉ lệ PI: $G(s)=K_p+\dfrac{K_I}{s}$



Hình 2.31b)

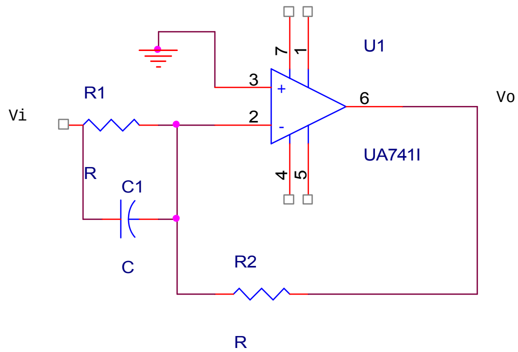
Z1=R1, $Z_2=R_2+\dfrac{1}{sC_2}$

Hàm truyền :
Cực ở gốc và zero tại -1/(R_2.C_2)

$$G(s)=\frac{V_0(s)}{V_i(s)}=-\frac{Z_2(s)}{R_1}=-\frac{R_2}{R_1}\left(\frac{s+1/R_2C_2}{s}\right) \qquad (2\text{-}96)$$

Đây là bộ điều khiển PI

e.Khâu vi phân tỉ lệ: $G(s)=K_p+K_D s$



Hình 2.31c)

$$Z_1=\frac{R_1.(1/sC_1)}{R_1+(1/sC_1)}$$, Z2=R2

Hàm truyền: $$G(s)=-R_2C_1\left(s+\frac{1}{R_1C_1}\right) \qquad (2\text{-}97)$$

Zero tại $s=-\frac{1}{R_1C_1}$, đây là khâu PD.

Trong đó: $K_P=-\frac{R2}{R1}; K_D=-R2.C_1$

f. Khâu sớm hay trễ pha:

$$Y1=\frac{1}{R_1}+sC_1, Y_2=R_2+sC_2$$

Hàm truyền:

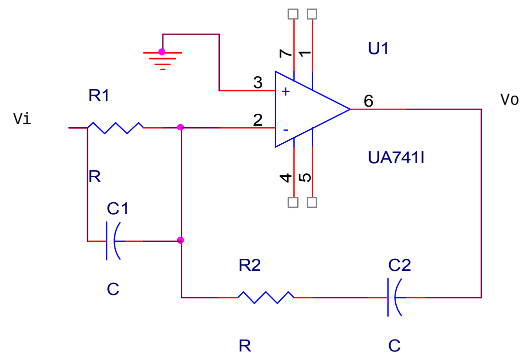
$$G(s)=\frac{\frac{-C_1}{C_2}\left(s+\frac{1}{R_1C_1}\right)}{s+\frac{1}{R_2C_2}} \qquad (2\text{-}98)$$

cực tại $s=\frac{-1}{R_2C_2}$ và zero tại $s=\frac{-1}{R_1C_1}$, đây là bộ điều khiển sớm pha hay trễ pha.

g.Khâu vi tích phân tỉ lệ PID: $G(s)=K_p+\frac{K_I}{s}+K_D s$

$$Y1=\frac{1}{R_1}+sC_1, Z_2=R_2+\frac{1}{sC_2}$$

$$G(s)=-\left(\frac{1}{R_1}+sC_1\right)\left(R_2+\frac{1}{sC_2}\right)=\left(-\frac{R_2}{R_1}-\frac{C_1}{C_2}\right)+\left(-\frac{1}{R_1C_2}\right)\frac{1}{s}+(-R_2C_1)s$$



Hình 2.31d)

$$K_P = -\frac{R1.C1 + R2.C2}{R1.C2}; K_I = -\frac{1}{R1.C2}; K_D = -R2.C1 \qquad (2\text{-}99)$$

Quan hệ trong miền thời gian giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào của khâu PID là:

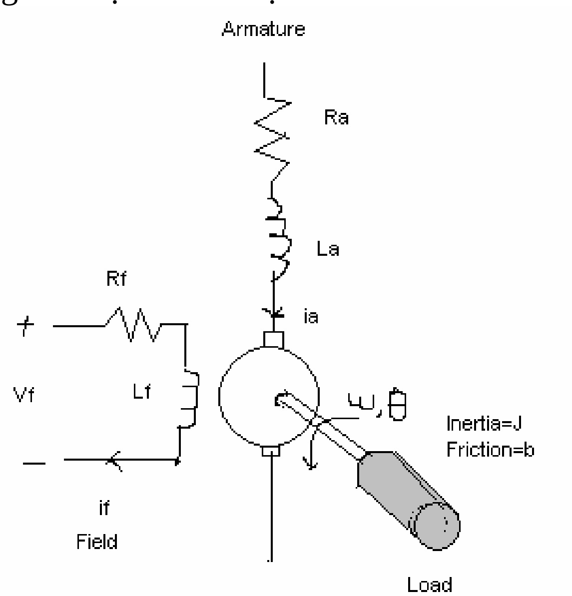
$$v_0(t) = K_P v_i(t) + K_I \int_0^t v_i(t)dt + K_D \frac{dv_i(t)}{dt} \qquad (2\text{-}100)$$

2.8.3.Động cơ servo một chiều

Hàm truyền động cơ DC:

Động cơ DC là thiết bị truyền động công suất mà phân phối năng lượng ra tải.

Động cơ một chiều được mô tả ở hình sau:



Hình 2.32 : Sơ đồ nối dây của động cơ DC

Trong đó: Load : tải; Armature: phần ứng, Field: trường; Inertia: mô men quán tính; Friction: ma sát.

Từ thong của động cơ tỉ lệ với dòng điện từ, giả sử từ trường không bão hòa:

$f = K_f i_f$ (2-101)

Mô men của động cơ được giả sử là tuyến tính với f và dòng điện phần ứng ia (armature current)

$T_m = K_1 f.i_a(t) = K_1 K_f i_f(t) i_a(t)$ (2-102)

hay $T_m(t) = K_m.i_a(t)$

trong đó K_1 là hằng số tỉ lệ.

Sức phản điện động: $V_b = K_1 f.w$

Hay $V_b(t) = K_b \frac{dq(t)}{dt} = K_b w(t)$

Rõ ràng từ phương trình (2-102) để có phần tử tuyến tính, một dòng điện phải là hằng số. Trường hợp $i_a=I_a$ dòng điện phần ứng không đổi ta có động cơ được điều khiển bằng dòng từ (field current controlled motor). Xét trường hợp động cơ DC được điều khiển bằng phần ứng (armature controlled DC motor), động cơ sử dụng dòng ia như là biến điều khiển. Phần cảm (stator) dung cuộn dây từ và **dòng hay từ trường không đổi**. Khi dòng điện từ không đổi được thiết lập trong cuộn dây từ, mô men động cơ là

$T_m(s) = T_L(s) + T_d(s)$ (2-103)

Mô men động cơ bằng mô men phân phối cho tải. Quan hệ này được minh họa (3). Trong đó, $T_L(s)$ là mô men tải và $T_d(s)$ là mô men của nhiễu (thể hiện mômen ma sát tải như là ma sát Coulomb).

$T_m(s) = (K_1 K_f I_f) I_a(s) = K_m I_a(s)$ (2-104)

với $K_m = K_1 f$: hằng số mômen.

Khi từ trường không đổi được dung, ta có

$T_m(s) = K_m I_a(s)$

Mô men tải cho quán tính quay được viết như sau:

$T_L(t) = J\frac{d^2q(t)}{dt^2} + b\frac{dq(t)}{dt} = T_m(t) - T_d(t)$

$T_L(s) = Js^2 q(s) + bsq(s) = T_m(s) - T_d(s)$ (2-108)

trong đó Km là hàm của từ tính của vật liệu từ.

Dòng điện phần ứng có quan hệ với điện áp vào đặt vào phần ứng (armature) $V_a(s)$ (gọi là U):

$V_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + V_b(t)$

$V_a(s) = R_a I_a(s) + L_a s I_a(s) + V_b(s)$ (2-105)

trong đó Ra là điện trở phần ứng

La là điện cảm phần ứng.

Va là điện áp vào đặt vào phần ứng.

$V_b(s)$ (gọi là E) là điện áp điện động ngược (sức phản điện động phần ứng) và tỉ lệ với tốc độ động cơ.

$$V_b(s) = K_b v\,(s) \qquad (2\text{-}106)$$

và dòng điện phần ứng

$$I_a(s) = \frac{V_a(s) - K_b v\,(s)}{(R_a + L_a s)} \qquad (2\text{-}107)$$

Quan hệ cho động cơ DC được điều khiển bằng phần ứng được minh họa ở hình sau:

Sử dụng phương trình (2-104), (2-107) và (2-108) hay sơ đồ khối và cho $T_d(s)=0$, ta giải và đạt được hàm truyền sau:

$$G(s) = \frac{q(s)}{V_a(s)} = \frac{K_m}{s[(R_a + L_a s)(Js + b) + K_b K_m]} = \frac{K_m}{s(s^2 + 2xv_n s + v_n^2)}. \qquad (2\text{-}109)$$

hay $G(s) = \dfrac{q(s)}{V_a(s)} = \dfrac{K_m}{L_a J s^3 + (R_a J + bL_a)s^2 + (K_b K_m + R_a b)s}$

Phương trình trạng thái: khi có nhiễu $T_d(t)$

$$\begin{bmatrix} \dfrac{di_a(t)}{dt} \\ \dfrac{dv}{dt} \\ \dfrac{dq}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{R_a}{L_a} & -\dfrac{K_b}{L_a} & 0 \\ \dfrac{K_m}{J} & -\dfrac{b}{J} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a(t) \\ v\,(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{1}{L_a} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_a(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -\dfrac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix} T_d(t) \qquad (2\text{-}110)$$

trong đó Td(t) được xem là ngõ vào thứ hai trong phương trình trạng thái.

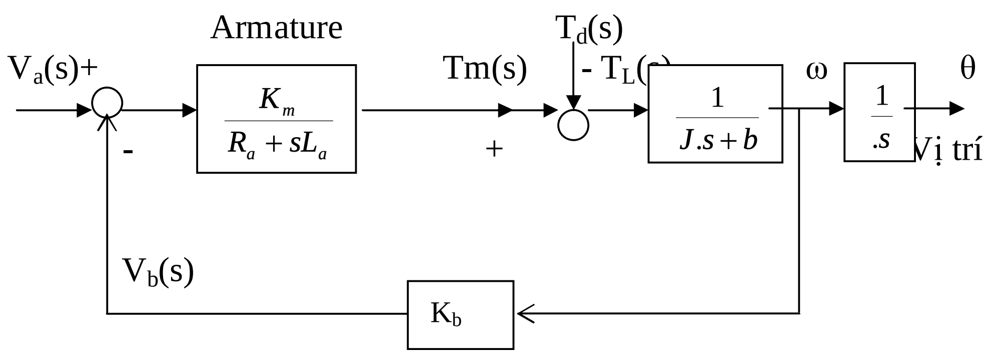
Khi không có nhiễu $T_d(t)$, Phương trình trạng thái:

$$\begin{bmatrix} \dfrac{di_a(t)}{dt} \\ \dfrac{dv}{dt} \\ \dfrac{dq}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{R_a}{L_a} & -\dfrac{K_b}{L_a} & 0 \\ \dfrac{K_m}{J} & -\dfrac{b}{J} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a(t) \\ v\,(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{1}{L_a} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_a(t) \qquad (2\text{-}111)$$

Tuy nhiên, đối với nhiều động cơ DC, hằng số thời gian điện từ của động cơ (hằng số thời gian của phần ứng) $t_a = L_a / R_a$ bị bỏ qua nên ta có

$$G(s) = \frac{q(s)}{V_a(s)} = \frac{K_m}{s[R_a(Js + b) + K_b K_m]} = \frac{[K_m/(R_a b + K_b K_m)]}{s(t_1 s + 1)} \qquad (2\text{-}112)$$

trong đó hằng số thời gian tương đương $t_1 = R_a J/(R_a b + K_b K_m)$., còn gọi là hằng số thời gian điện cơ của động cơ.Chú ý là Km bằng Kb ($K_m=K_b=Ce$). Sự bằng nhau này được minh họa bằng cách xem xét hoạt động động cơ ở trạng thái xác lập và cân bằng công suất khi điện trở rotor bị bỏ qua.



Hình 2.33 : Sơ đồ khối động cơ một chiều được điều khiển bằng phần ứng.

Khi xét hàm truyền của tốc độ, ta có :

$$G(s) = \frac{v(s)}{V_a(s)} = \frac{K_m}{[(R_a + L_a s)(Js+b) + K_b K_m]}$$
$$= \frac{K_m}{(s^2 + 2xv_n s + v_n^2)}. \qquad (2\text{-}113)$$

và khi bỏ qua $t_a = L_a / R_a$ thì hàm truyền tốc độ là:

$$G(s) = \frac{v(s)}{V_a(s)} = \frac{[K_m /(R_a b + K_b K_m)]}{t_1 s + 1} \qquad (2\text{-}114)$$

đây là khâu quán tính bậc nhất.

Khi bỏ qua phản ứng phần ứng, bỏ qua ma sát (b=0) và giả sử các phần tử trong hệ thống là tuyến tính, có các phương trình sau:

$$U = E + Ri + L\frac{di}{dt}$$
$$M_{dc} - M_c = J\frac{dv}{dt} \qquad (2\text{-}115), (2\text{-}116), (2\text{-}117) \text{ và } (2\text{-}118)$$
$$M_{dc} = C_e i$$
$$E = C_e v$$

trong đ ó:

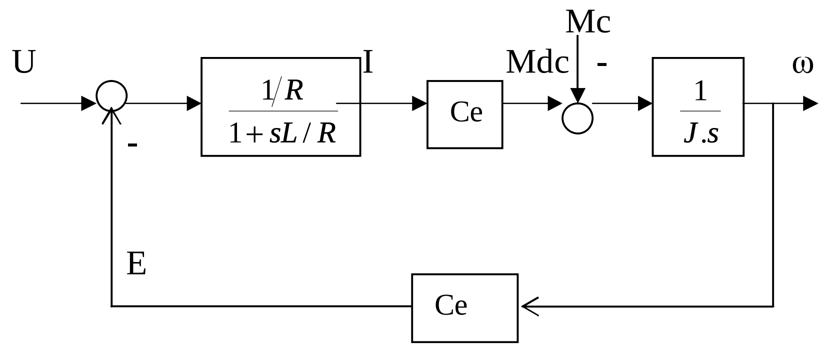
U : điện áp hai đầu phần ứng.

I : dòng điện qua động cơ.

R,L: điện trở, t ự cảm mạch điện phần ứng.

E, M_{dc}: s ức điện động, moment quay của động cơ.

J: moment quán tính của các phần quay và M_c là moment cản.
$Ce=K_m$: hằng số mômen
Từ phương trình trên , có thể suy ra hàm truyền động cơ như hình sau , cho M_c=0 :



Hình2.34 : Sơ đồ khối động cơ một chiều khi từ thông không đổi.

Hàm truyền tốc độ :

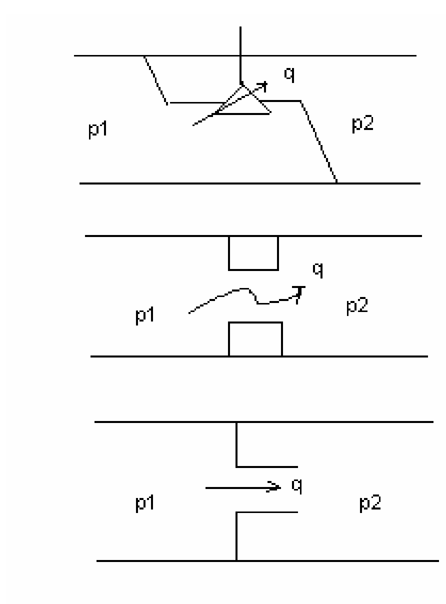
$$G(s)=\frac{v(s)}{V_a(s)}=\frac{Ce}{L_aJs^2+(R_aJ)s+Ce^2} \qquad (2\text{-}119)$$

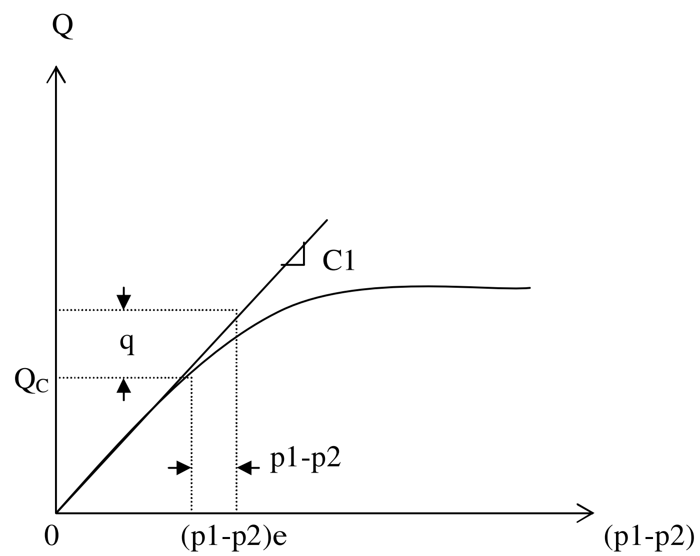
Hàm truyền vị trí :

$$G(s)=\frac{q(s)}{V_a(s)}=\frac{Ce}{L_aJs^3+(R_aJ)s^2+Ce^2.s} \qquad (2\text{-}120)$$

2.10. Hàm truyền đạt của các phần tử thủy lực- khí nén

Trở thủy lực : tương tự như trong điện, trong thủy lực dòng chảy bị cản trở bởi van, thành ống , tiết diện ống.





Hình 2.35: phần tử thủy lực

Đối với sai lệch nhỏ so với vị trí cân bằng ta có :

$$q=C_1(p_1-p_2) \text{ hay } (p_1-p_2)=\frac{1}{C_1}.q$$

trong đó $R=1/C_1$- gọi là trở thủy lực, ngoài ra ta có thể viết:

$$q=\frac{C}{2(p_1-p_2)e^{1/2}}.(p_1-p_2)$$

và như vậy :

$$R=\frac{2}{C}(p_1-p_2)e^{1/2} \qquad (2\text{-}121)$$

Quán tính thủy lực : là lực quán tính cần thiết để tăng tốc cột nước trong ống. Gọi (p_1-p_2) là chênh lệch áp suất để gia tốc cột chất lỏng. Theo định luật 2 Newton ta có : $A.(p_1-p_2)=m.\frac{dV}{dt}$

Trong đó m=ρLal L: độ dài ống; A: tiết diện ngang của ống; m: khối lượng; V: vận tốc ; ρ : tỉ trọng.

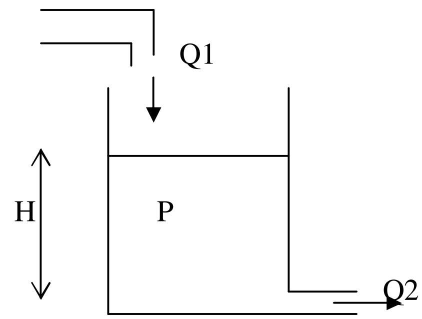
Do $A.\dot{V}=\dot{q}$

Suy ra :

$$(p_1-p_2)=\frac{rL}{A}.\frac{dq}{dt}$$

Quán tính thủy lực : $=\frac{rL}{A}$ (2-122)

Dung thủy lực : trong quá trình chuyển động , sự chênh lệch giữa dòng chảy vào và chảy ra được tích tụ lại.



Hình 2.36

Gọi q_1 và q_2 là dòng chảy vào và ra, ta có :

$$Q1\text{-}q2 = A.\frac{dh}{dt}$$

Trong đó : h: tỉ lệ với áp suất p.

P=ρgh

ρ: tỉ trọng chất lỏng; g: hằng số gia tốc trọng trường.

$$q_1 - q_2 = \frac{A}{rg}.\frac{dp}{dt}$$

nghĩa là : P= $\frac{1}{A/rg}.\int (p_1 - p_2)dt$

Dung thủy lực : $C_1 = \frac{A}{rg}$

Kết hợp cả ba yếu tố : trở thủy lực, dung thủy lực, quán tính thủy lực ta có phương trình :

$$I.\frac{dq}{dt} + R_q + \frac{1}{C}\int qdt = p_1 - p_2 \qquad (2\text{-}123)$$

Màng khí nén

Động cơ thủy lực

2.11. **Hàm truyền các phần tử nhiệt**

Các phần tử nhiệt được áp dụng rộng rãi trong công nghiệp nhất là công nghiệp hóa chất, nhà máy điện hay điều hòa nhiệt độ trong các tòa nhà lớn. Trước hết ta hãy xem xét hai khái niệm mới là nhiệt trở và nhiệt dung.

Nhiệt trở : tương tự như trong điện , trong nhiệt ta có nhiệt trở. Có 3 cách truyền nhiệt: dẫn nhiệt, hoán nhiệt, bức xạ và ta cũng có 3 biểu thức cho dòng nhiệt.

- Cách 1 theo dẫn nhiệt:

$$q = AK\frac{T_1 - T_2}{L} = \frac{T_1 - T_2}{L/AK}$$

trong đó R= $\frac{L}{Ak}$ là nhiệt trở; A: là diện tích bề mặt

K: độ dẫn nhiệt của vật liệu; L: độ dày của vật

-Truyền nhiệt bằng hoán nhiệt, ta có :

$q=Ah(T_1-T_2)=\dfrac{T_1-T_2}{1/Ah}$; $R=\dfrac{1}{Ah}$

-Truyền nhiệt bằng bức xạ nhiệt ở 2 vật thể, nhiệt độ tuyệt đối là T1 và T2 ta có : $q=sF_eF_{12}A_1(T_1^4-T_2^4)$

trong đó : A1: là diện tích bề mặt của vật thứ nhất.

F_{12}: là hệ số hình học của vật thể.

F_e: là yếu tố hệ số .

$$R=\frac{T_1-T_2}{sF_eF_{12}(T_1^4-T_2^4)} \qquad (2\text{-}124)$$

Nhiệt dung :

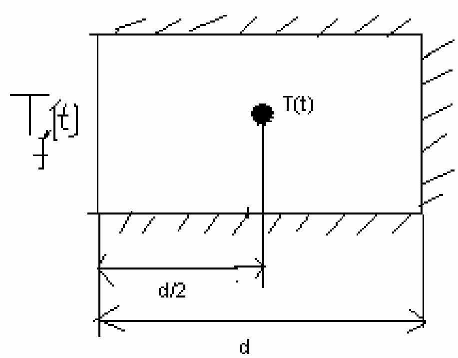
Gọi q_1 là dòng nhiệt chảy vào và q_2 là dòng nhiệt chảy ra , (q_1-q_2) được tích tụ lại phần tử dưới dạng nội năng ta có :

$$q_1-q_2=cm.\frac{dT}{dt}$$

Trong đó m: khối lượng vật thể ; c: nhiệt riêng.

Phương trình này tương tự như định luật Faraday trong điện và nhiệt dung C=cm.

Thí dụ : Cho một ngăn như hình vẽ, ba mặt cách nhiệt, một mặt để hở với nguồn nhiệt $T_f(t)$.



Hình 2.37a)

Nếu ta coi toàn bộ là một ngăn với nhiệt độ ở giữa T(t). Gọi d là độ dày.

Dòng nhiệt chảy vào là : $q=h.A.(T_f-T)=\dfrac{T_f-T}{R}$

Do không có dòng nhiệt chảy ra nên : $q=cm\dfrac{dT}{dt}=C.\dfrac{dT}{dt}$

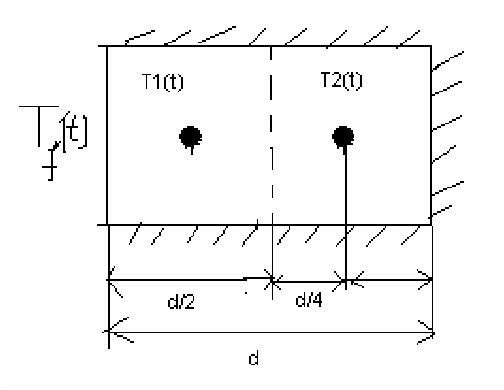
Suy ra : $(RC.s+1).T=T_f$; đặt τRC

$$T(s)=\frac{T_f}{ts+1}$$

Đây là hệ bậc 1 nên ta chọn x=T là biến trạng thái:

$$\dot{x}=-\frac{1}{t}.x+\frac{1}{t}.T_f$$

trong trường hợp ngăn quá dài ta chia thành nhiều ngăn. Đối với ngăn đầu vào ta có dòng nhiệt chảy vào



Hình 2.37b)

q=h.A(T_f-T_1)=$\dfrac{T_f - T_1}{R_1}$

Dòng nhiệt chảy ra: q0=$\dfrac{KA}{d/2}.(T_1 - T_2) = \dfrac{T_1 - T_2}{R_2}$

Phương trình cân bằng nhiệt :

$$c_1.\frac{dT_1}{dt} = \frac{T_f - T_1}{R_1} - \frac{T_1 - T_2}{R_2}$$

$$c_2.\frac{dT_2}{dt} = \frac{T_1 - T_2}{R_2}$$

Đặt τ1=R_1C; τ2=R_2C_2; Đặt τ3=R_2C_1;

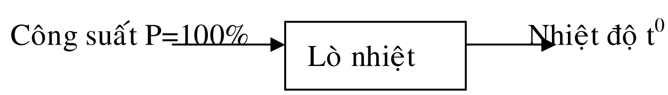
Và chọn biến trạng thái : x_1=T_1; x_2=T_2 ta có phương trình trạng thái :

$$\frac{dx_1}{dt} = -(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2})x_1 + \frac{1}{t_3}.x_2 + \frac{1}{t_1}.T_f$$

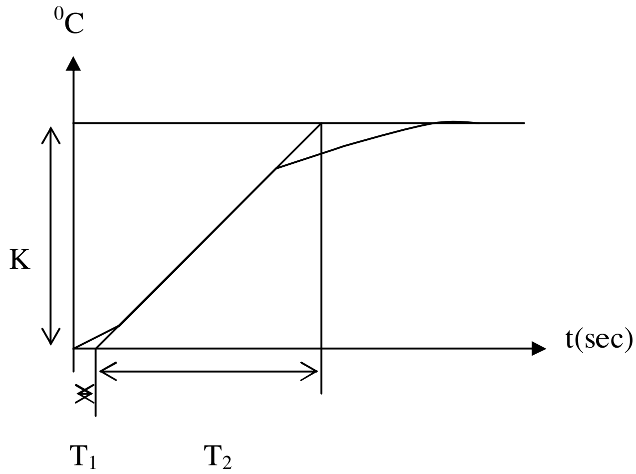
$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{1}{t_1}x_1 - \frac{1}{t_2}.x_2 \qquad (2\text{-}125)$$

Hàm truyền đạt của đối tượng lò nhiệt :

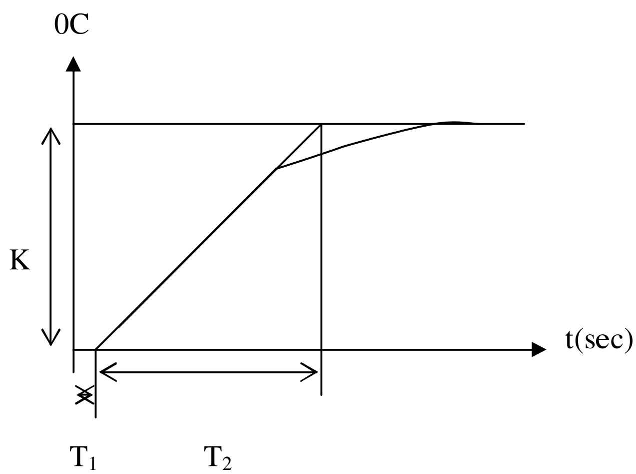
Đường đặc tính thực nghiệm nhiệt độ-thời gian của đối tượng trên hình vẽ; Cấp nhiệt tối đa cho lò (công suất vào P=100%), nhiệt độ lò tăng dần.



Hình 2.33: Thí nghiệm xác định hàm truyền lò nhiệt.



(a) Đặc tính chính xác



(b) Đặc tính gần đúng.

Hình 2.38: Đặc tính của lò nhiệt.

Ta xác định hàm truyền gần đúng của lò nhiệt dùng định nghĩa.

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$$

Do tín hiệu vào là hàm nấc đơn vị (P=100%) nên : $R(s) = \frac{1}{s}$

Tín hiệu ra gần đúng (hình (b)) chính là hàm:

C(t)=f(t-T_1) trong đó : $f(t) = K(1 - e^{-t/T_2})$

Tra bảng biến đổi Laplace ta được : $F(s) = \dfrac{K}{s(1+T_2 s)}$

Do vậy áp dụng định lí chậm trễ ta được: $C(s) = \dfrac{Ke^{-T_1 s}}{s(1+T_2 s)}$

Suy ra hàm truyền của lò nhiệt là: $G(s) = \dfrac{Ke^{-T_1 s}}{1+T_2 s}$ (2-126)

Hàm truyền G(s)= $\dfrac{K.e^{-T_1.s}}{1+T_2.s}$

Với : K : là hệ số khuếch đại của đối tượng.

T_1: hằng số thời gian không nhạy của lò nhiệt.

T_2: hằng số thời gian quán tính của lò nhiệt.

2.12. Phân tích biến trạng thái

2.12.1. Giới thiệu:

Mục tiêu của phần này là giới thiệu phương pháp cơ bản của biến trạng thái và phương trình trạng thái để người đọc hiểu và nắm được kiến thức cơ bản về chủ đề cho nghiên cứu sâu hơn khi tiếp cận không gian trạng thái được dùng cho thiết kế điều khiển tối ưu và hiện đại.

2.12.2. Thể hiện ma trận-vectơ của phương trình trạng thái

Cho n phương trình trạng thái của hệ thống động bậc n được thể hiện như sau:

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = f_i[x_1(t), x_2(t),..., x_n(t), u_2(t),..., u_p(t), w_1(t),..., w_v(t)] \qquad (2\text{-}127)$$

trong đó i=1,2,..,n. Biến trạng thái thứ I được thể hiện bởi $x_i(t)$; $u_j(t)$ ký hiệu cho ngõ vào thứ j với j=1,2,..,p; và $w_k(t)$ ký hiệu ngõ vào nhiễu thứ k với k=1,2,..,v.

Cho biến $y_1(t), y_2(t),..., y_q(t)$ là q biến ngõ ra của hệ thống. Tổng quát, các biến ngõ ra là hàm của biến trạng thái và biến vào. Phương trình ngõ ra có thể được biểu diễn như sau:

$$y_j(t) = g_j[x_1(t), x_2(t),..., x_n(t), u_1(t), u_2(t),..., u_p(t), w_1(t), w_2(t),..., w_v(t)] \qquad (2\text{-}128)$$

trong đó j=1,2,..,q.

Tập hợp n phương trình trạng thái trong (2-127) và q phương trình ngõ ra trong (2-128) cùng tạo nên các phương trình động (hay hệ phương trình biến trạng thái).

Để dễ dàng thể hiện và vận hành, thật là tiện lợi thể hiện phương trình động ở dạng ma trận-vectơ. Chúng ta hãy ký hiệu các vectơ sau:

Vectơ trạng thái: $x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ ... \\ x_n(t) \end{bmatrix}$ (nx1) (2-129)

Vectơ ngõ vào: $u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ ... \\ u_p(t) \end{bmatrix}$ (px1) (2-130)

Vectơ ngõ ra: $y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ ... \\ y_q(t) \end{bmatrix}$ (qx1) (2-131)

Vectơ nhiễu: $w(t)=\begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \\ \dots \\ w_v(t) \end{bmatrix}$ (vx1) (2-132)

Bằng cách sử dụng các vectơ này, n phương trình trạng thái ở (2-127) có thể được viết như sau:

$$\frac{dx(t)}{dt}=f[x(t),u(t),w(t)] \qquad (2\text{-}133)$$

trong đó f ký hiệu ma trận cột nx1 chứa các hàm $f_1, f_2,..,f_n$ như là các phần tử.
Tương tự, q phương trình ngõ ra ở (2-128) trở thành

$$y(t)=g[x(t),u)t),w(t)] \qquad (2\text{-}134)$$

trong đó g ký hiệu ma trận cột nx1 chứa các hàm $g_1, g_2,..,g_q$ như là các phần tử.
Đối với hệ thống tuyến tính bất biến theo thời gian, phương trình động được viết như sau:

Phương trình trạng thái: $\frac{dx(t)}{dt}=Ax(t)+Bu(t)+Ew(t)$ (2-135)

Phương trình ngõ ra: $y(t)=Cx(t)+Du(t)+Hw(t)$ (2-136)

Trong đó A là ma trận nxn (2-137)
B là ma trận nxp (2-138)
C là ma trận qxn (2-139)
D là ma trận qxp (2-140)
E là ma trận nxv (2-141)
H là ma trận qxv (2-142)

2.12.3. Ma trận chuyển trạng thái (Ma trận quá độ)

Vì phương trình trạng thái của hệ thống tuyến tính bất biến theo thời gian được biểu diễn ở dạng ở phương trình (2-135), bước kế tiếp thường bao gồm nghiệm của các phương trình này với vectơ trạng thái đầu $x(t_0)$, vectơ vào u(t) và vectơ nhiễu w(t), với $t \geq t_0$. Thành phần thứ nhất của vế phải phương trình (2-135) được biết như là thành phần thuần nhất, và hai thành phần còn lại thể hiện hàm cưỡng bức u(t) và w(t).

Ma trận chuyển trạng thái được định nghĩa là ma trận thỏa mãn phương trình trạng thái thuần nhất tuyến tính:

$$\frac{dx(t)}{dt}=Ax(t) \qquad (2\text{-}143)$$

Cho $f(t)$ là ma trận nxn thể hiện ma trận chuyển trạng thái; khi đó nó phải thỏa mãn phương trình

$$\frac{df(t)}{dt}=Af(t) \qquad (2\text{-}144)$$

Hơn nữa, cho x(0) ký hiệu trạng thái đầu tại t=0; thế thì $f(t)$ cũng được định nghĩa bởi phương trình ma trận

$$x(t)=f(t)x(0) \qquad (2\text{-}145)$$

mà x(t) là nghiệm của phương trình trạng thái thuần nhất với $t \geq 0$.

Một cách xác định $f(t)$ là bằng cách lấy biến đổi Laplace hai vế của phương trình (2-143), ta có

$$sX(s) - x(0) = A.X(s) \qquad (2\text{-}146)$$

Giải ra tìm X(s) từ (2-146) ta có

$$X(s) = (sI - A)^{-1}x(0) \qquad (2\text{-}147)$$

trong đó giả sử là ma trận (sI-A) là không kì dị. Lấy biến đổi Laplace ngược hai vế của (2-147) ta đạt được

$$x(t) = L^{-1}\left[(sI - A)^{-1}\right]x(0) \text{ với } t \geq 0 \qquad (2\text{-}148)$$

Bằng cách so sánh phương trình (2-145) với (2-148), ma trận chuyển trạng thái $f(t)$ được nhận ra như sau:

$$f(t) = L^{-1}[(sI - A)^{-1}] \qquad (2\text{-}149)$$

Một cách tương đương của giải phương trình trạng thái thuần nhất là giả sử một nghiệm như trong phương pháp cổ điển giải phương trình vi phân tuyến tính . Chúng ta cho nghiệm của phương trình (2-143) là

$$x(t) = e^{At}x(0) \qquad (2\text{-}150)$$

với t≥0, trong đó e^{At} thể hiện chuỗi lũy thừa sau của ma trận At và

$$e^{At} = I + At + \frac{1}{2!}A^2t^2 + \frac{1}{3!}A^3t^3 + \ldots \qquad (2\text{-}151)$$

Dễ dàng thấy rằng phương trình (2-150)là nghiệm của phương trình trạng thái thuần nhất, bởi vì từ (2-151)

$$\frac{de^{At}}{dt} = Ae^{At} \qquad (2\text{-}152)$$

Vì vậy, thêm vào (2-149) ta đạt được cách biểu diễn khác cho ma trận chuyển trạng thái:

$$f(t) = e^{At} = I + At + \frac{1}{2!}A^2t^2 + \frac{1}{3!}A^3t^3 + \ldots \qquad (2\text{-}153)$$

Phương trình (2-153) cũng có thể tìm được trực tiếp từ (2-149). Phần này xem như bài tập dành cho sinh viên.

a. Điểm nhấn mạnh của ma trận chuyển trạng thái

Vì ma trận chuyển trạng thái thỏa mãn phương trình trạng thái thuần nhất nên nó thể hiện đáp ứng tự do của hệ thống. Nói cách khác, ma trận chuyển trạng thái kiểm soát đáp ứng mà được kích thích bởi điều kiện đầu. Xem xét các phương trình (2-149) đến (2-153), ma trận chuyển trạng thái chỉ phụ thuộc vào ma trận A, vì vậy đôi khi $f(t)$ được xem là ma trận chuyển trạng thái của A. Ma trận $f(t)$ hoàn toàn định nghĩa chuyển dịch của trạng thái từ thời gian đầu=0 tới thời gian t bất kì khi ngõ vào bằng không (zero).

b. Tính chất của ma trận chuyển trạng thái:

Ma trận chuyển trạng thái $f(t)$ có các tính chất sau:

1. $f(0) = I$ (ma trận đơn vị) (2-154)

Chứng minh: Phương trình (2-154) có được trực tiếp từ (2-153) bằng cách cho t=0.

2. $f^{-1}(t) = f(-t)$ (2-155)

3. $f(t_2-t_1)f(t_1-t_0)=f(t_2-t_0)$ với bất kì t0, t1, t2. (2-156)

4. $[f(t)]^k=f(kt)$ với k là số nguyên dương (2-57)

2.12.4. Phương trình chuyển trạng thái (Nghiệm của phương trình trạng thái)

Phương trình chuyển trạng thái được định nghĩa là nghiệm của phương trình trạng thái thuần nhất tuyến tính.

Phương trình trạng thái tuyến tính bất biến theo thời gian

$$\frac{dx(t)}{dt}=Ax(t)+Bu(t)+Ew(t) \qquad (2\text{-}158)$$

có được giải dùng hoặc là phương pháp cổ điển giải phương trình vi phân tuyến tính hay là phương pháp biến đổi Laplace. Giải pháp biến đổi Laplace được trình bày trong phần sau đây.

Lấy biến đổi Laplace hai vế (12-32)(2-158) ta có

$$sX(s)-x(0)=AX(s)+BU(s)+EW(s) \qquad (2\text{-}159)$$

trong đó x(0) kí hiệu vectơ trạng thái đầu tính tại t=0. Giải ra tìn X(s) từ (12-33)(2-159) ta đạt được

$$X(s)=(sI-A)^{-1}x(0)+(sI-A)^{-1}[BU(s)+EW(s)] \qquad (2\text{-}160)$$

Phương trình chuyển trạng thái của (2-158) được tìm ra bằng cách lấy biến đổi Laplace ngược cả hai vế của phương trình (2-160)

$$x(t)=L^{-1}\left[(sI-A)^{-1}\right]x(0)+L^{-1}\left\{(sI-A)^{-1}[BU(s)+EW(s)]\right\}$$

$$=f(t)x(0)+\int_0^t f(t-t)[Bu(t)+Ew(t)]dt \qquad t\geq 0 \qquad (2\text{-}161)$$

Phương trình chuyển trạng thái trong (2-161) chỉ có ích khi thời gian đầu t được định tại t=0.

Cho thời gian bắt đầu thể hiện tại t_0 và trạng thái đầu tương ứng $x(t_0)$ và giả sử rằng ngõ vào u(t) và nhiễu w(t) áp dụng tại t≥0. Chúng ta bắt đầu với phương trình (2-161) bằng cách cho $t=t_0$ và giải cho x(0), ta có

$$x(0)=f(-t_0)x(t_0)-f(-t_0)\int_0^{t_0} f(t_0-t)[Bu(t)+Ew(t)]dt \qquad (2\text{-}162)$$

trong đó tính chất $f(t)$ ở (2-155) được áp dụng.

Thay (2-162)vào (2-161) đạt được

$$x(t)=f(t)f(-t_0)x(t_0)-f(t)f(-t_0)\int_0^{t_0} f(t_0-t)[Bu(t)+Ew(t)]dt$$

$$+\int_0^t f(t-t)[Bu(t)+Ew(t)]dt \qquad (2\text{-}163)$$

Bằng cách dùng tính chất (2-161) và kết hợp hai tích phân cuối, phương trình (2-163) trở thành

$$x(t)=f(t-t_0)x(t_0)+\int_{t_0}^t f(t-t)[Bu(t)+Ew(t)]dt \qquad t\geq t_0 \quad (2\text{-}164)$$

Rõ ràng phương trình (2-164) trở thành phương trình (2-161) khi $t_0=0$.

Vì phương trình chuyển trạng thái đã được xác định , vectơ ngõ ra có thể được biểu diễn như hàm của trạng thái đầu và vectơ vào bằng cách thay x(t) ở (2-164) vào phương trình (2-136). Như vậy, vectơ ngõ ra là

$$y(t) = Cf(t-t_0)x(t_0) + \int_{t_0}^{t} Cf(t-t)[Bu(t) + Ew(t)]dt \qquad (2\text{-}165)$$
$$+ Du(t) + Hw(t) \qquad t \geq t_0$$

Thí dụ sau minh họa tính ma trận chuyển trạng thái và phương trình chuyển trạng thái

Thí dụ: Xem xét phương trình trạng thái sau

$$\begin{bmatrix} \dfrac{dx_1(t)}{dt} \\ \dfrac{dx_2(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \qquad (2\text{-}166)$$

Bài toán là xác định ma trận chuyển trạng thái $f(t)$ và vectơ trạng thái x(t) với t≥0 khi ngõ vào u(t)=1 với t≥0. Hệ số ma trận được xác định là

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; E = 0 \qquad (2\text{-}167)$$

Khi đó

$$sI - A = \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & -1 \\ 2 & s+3 \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}168)$$

Ma trận nghịch đảo của (sI-A) là

$$(sI - A)^{-1} = \frac{1}{s^2 + 3s + 2} \begin{bmatrix} s+3 & 1 \\ -2 & s \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}169)$$

Ma trận chuyển trạng thái của A được tìm ra bằng cách lấy biến đổi Laplace ngược của (2-169)

$$f(t) = L^{-1}[(sI - A)^{-1}] = \begin{bmatrix} 2e^{-t} - e^{-2t} & e^{-t} - e^{-2t} \\ -2e^{-t} + 2e^{-2t} & -e^{-t} + 2e^{-2t} \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}170)$$

Phương trình chuyển trạng thái x(t) với t≥0 được tìm bằng cách thay phương trình (2-170), ma trận B, và u(t) vào (2-161), ta đạt được

$$x(t) = \begin{bmatrix} 2e^{-t} - e^{-2t} & e^{-t} - e^{-2t} \\ -2e^{-t} + 2e^{-2t} & -e^{-t} + 2e^{-2t} \end{bmatrix} x(0)$$
$$+ \int_0^t \begin{bmatrix} 2e^{-(t-t)} - e^{-2(t-t)} & e^{-(t-t)} - e^{-2(t-t)} \\ -2e^{-(t-t)} + 2e^{-2(t-t)} & -e^{-(t-t)} + 2e^{-2(t-t)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} dt \qquad (2\text{-}171)$$

hay

$$x(t) = \begin{bmatrix} 2e^{-t} - e^{-2t} & e^{-t} - e^{-2t} \\ -2e^{-t} + 2e^{-2t} & -e^{-t} + 2e^{-2t} \end{bmatrix} x(0) + \begin{bmatrix} 0.5 - e^{-t} + 0.5e^{-2t} \\ e^{-t} - e^{-2t} \end{bmatrix} \qquad t \geq 0 \quad (2\text{-}172)$$

Một cách tương đương, thành phần thứ hai của phương trình chuyển trạng thái có thể tìm ra bằng cách lấy biến đổi Laplace ngược của $(sI - A)^{-1} BU(s)$. Như vậy ta có

$$L^{-1}\left[(sI-A)^{-1}BU(s)\right]=L^{-1}\left(\frac{1}{s^2+3s+2}\begin{bmatrix} s+3 & 1\\ -2 & s\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\frac{1}{s}\right)$$

$$=L^{-1}\left(\frac{1}{s^2+3s+2}\begin{bmatrix}\frac{1}{s}\\1\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix}0.5-e^{-t}+0.5e^{-2t}\\ e^{-t}-e^{-2t}\end{bmatrix} \qquad t\geq 0 \tag{2-173}$$

12.5. Mối quan hệ giữa phương trình trạng thái và phương trình vi phân bậc cao:

Trong phần trước, chúng ta đã định nghĩa phương trình trạng thái và nghiệm của của chúng đối với hệ thống tuyến tính bất biến theo thời gian. Mặc dù có thể viết phương trình trạng thái trực tiếp từ sơ đồ khối của hệ, trong thực hành hệ thống có thể được mô tả bởi phương trình vi phân bậc cao hay hàm truyền. Thật là trở nên cần thiết nghiên cứu là sao phương trình trạng thái có thể viết trực tiếp từ phương trình vi phân bậc cao hay hàm truyền.

Phương trình trạng thái có thể viết ở dạng ma trận-vectơ như sau:

$$\frac{dx(t)}{dt}=Ax(t)+Bu(t) \tag{2-174}$$

trong đó

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0\\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0\\ .. & .. & .. & .. & ..\\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1\\ -a_0 & -a_{aù} & -a_{aø} & \dots & -a_n \end{bmatrix} \text{ (nxn)} \tag{2-175}$$

$$B=\begin{bmatrix}0\\0\\ \dots\\0\\1\end{bmatrix} \text{ (nx1)} \tag{2-176}$$

Chú ý là hàng cuối cùng của A chứa giá trị âm của hệ số của thành phần thuần nhất của phương trình vi phân theo thứ tự tăng dần, ngoại trừ hệ số của thành phần bậc cao nhất là bằng 1. B là ma trận cột với hàng cuối cùng bằng 1, và còn lại là 0. Phương trình trạng thái ở dạng (2-174) được biết như là dạng hợp với kinh điển(chính tắc) biến pha. (phase-variable canonical form-PVCF), hay dạng hợp với luật lệ điều khiển được (controllability canonical form-CCF).

Ngõ ra của hệ được viết như sau

$$y(t)=Cx(t)=x_1(t) \tag{2-177}$$

trong đó $C=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & \dots & 0\end{bmatrix}$ (2-178)

Chúng ta cũng chứng minh rằng biến trạng thái của hệ cho trước là không duy nhất.

Thí dụ: Xem xét phương trình vi phân sau:

$$\frac{d^3y(t)}{dt^3}+5\frac{d^2y(t)}{dt^2}+\frac{dy(t)}{dt}+2y(t)=u(t) \tag{2-179}$$

Sắp xếp lại phương trình cuối để mà thành phần đạo hàm bậc cao nhất là bằng với các thành phần còn lại, ta có

$$\frac{d^3y(t)}{dt^3} = -5\frac{d^2y(t)}{dt^2} - \frac{dy(t)}{dt} - 2y(t) + u(t) \qquad (2\text{-}180)$$

Biến trạng thái được định nghĩa như sau:

$$x_1(t) = y(t)$$

$$x_2(t) = \frac{dy(t)}{dt} \qquad (2\text{-}181)$$

$$x_3(t) = \frac{d^2y(t)}{dt^2}$$

Khi đó phương trình trạng thái được thể hiện ở dạng ma trận-vectơ:

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t)$$

trong đó x(t) là vectơ trạng thái 2x1, u(t) là ngõ vào và

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Phương trình ngõ ra là

$$y(t) = x_1(t) = [1 \quad 0]x(t)$$

2.12.5. 1.Thể hiện không gian trạng thái của hệ thống động

2.12.5.1.1.Thành lập hệ phương trình trạng thái từ phương trình vi phân:

1-Vế phải của phương trình vi phân mô tả hệ thống không có chứa đạo hàm của tín hiệu vào.

Cho hệ thống mô tả bởi phương trình vi phân:

$$\frac{d^nc(t)}{dt^n} + a_1\frac{d^{n-1}c(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + a_{n-1}\frac{dc(t)}{dt} + a_nc(t) = b_0r(t) \qquad (2\text{-}182)$$

Để ý rằng trong biểu thức (2-182) hệ số a0=1. Nếu a0≠1 ta chia hai vế phương trình vi phân cho a0 để được dạng (2-182).

Qui tắc đặt biến trạng thái:

-Biến đầu tiên bằng tín hiệu ra: x1(t)=c(t).

-Biến trạng thái thứ I ($\overline{2,n}$) đặt theo qui tắc: biến sau bằng đạo hàm của biến trước: $x_i(t) = \dot{x}_{i-1}(t)$.

Phương pháp đặt biến trạng thái như trên (biến sau bằng đạo hàm của biến trước) gọi là phương pháp tọa độ pha.

Áp dụng cách đặt biến trạng thái như mô tả ở trên, ta có:

$$x_1(t) = c(t)$$

$$x_2(t) = \dot{x}_1(t) \Rightarrow x_2(t) = \dot{c}(t)$$

$$x_3(t) = \dot{x}_2(t) \Rightarrow x_3(t) = \ddot{c}(t)$$

.

.

.

$$x_n(t) = \dot{x}_{n-1}(t) \Rightarrow x_n(t) = \frac{d^{n-1}c(t)}{dt^{n-1}} \Rightarrow \dot{x}_n(t) = \frac{d^n c(t)}{dt^n}$$

Thay các biến trạng thái vào phương trình (2-182) ta được:

$$\dot{x}_n(t) + a_1 x_n(t) + \ldots + a_{n-1}x_2(t) + a_n x_1(t) = b_0 r(t)$$

Kết hợp phương trình trên với quan hệ giữa các biến trạng thái ta được hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t) \\ \ldots. \\ \dot{x}_{n-1}(t) = x_n(t) \\ \dot{x}_n(t) = -a_n x_1(t) - a_{n-1}x_2(t) - \ldots - a_2 x_{n-1}(t) - a_1 x_n(t) + b_0 r(t) \end{cases} \quad (2\text{-}183)$$

Viết lại (2-183) dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \ldots \\ \dot{x}_{n-1}(t) \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \ldots. & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \ldots \\ x_{n-1}(t) \\ x_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ldots \\ 0 \\ b_0 \end{bmatrix} .r(t)$$

Đáp ứng của hệ thống:

$$c(t) = x_1(t) = [1 \quad 0 \quad \ldots \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \ldots \\ x_{n-1}(t) \\ x_n(t) \end{bmatrix}$$

Vậy hệ phương trình trạng thái mô tả hệ thống là:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Br(t) \\ c(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2\text{-}184)$$

với: $x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \ldots \\ x_{n-1}(t) \\ x_n(t) \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \ldots. & -a_1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ldots \\ 0 \\ b_0 \end{bmatrix}$

$$C = [1 \quad 0 \quad \ldots \quad 0 \quad 0]$$

Thí dụ 1: Cho phương trình vi phân mô tả hệ:

$$\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + y(t) = 5r(t)$$

Tím phương trình trạng thái:

Đặt

$$x_1(t) = y(t)$$

$$x_2(t) = \dot{x}_1(t) = \dot{y}(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = \ddot{y}(t)$$

Phương trình trên được viết lại:

$\dot{x}_1(t) = x_2(t)$

$\dot{x}_2 = -x_1 - 4x_2 + 5r(t)$

Phương trình trạng thái có dạng: áp dụng công thức (2-84)

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Br(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

với

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_2 & -a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -4 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ b_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Thí dụ 2: Cho hệ thống điều khiển có quan hệ tín hiệu vào-ra mô tả bằng phương trình vi phân sau:

$$2\dddot{c}(t) + 5\ddot{c}(t) + 6\dot{c}(t) + 10c(t) = r(t)$$

Tìm phương trình trạng thái.

2.Vế phải của phương trình vi phân mô tả hệ thống có chứa đạo hàm của tín hiệu vào

Xét bài toán xây dựng hệ phương trình trạng thái cho hệ thống:

$$\begin{aligned} &\frac{d^n c(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1}c(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + a_{n-1}\frac{dc(t)}{dt} + a_n c(t) = \\ &= b_0 \frac{d^m r(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1}r(t)}{dt^{m-1}} + \ldots + b_{m-1}\frac{dr(t)}{dt} + b_m r(t) \end{aligned} \qquad (2\text{-}185)$$

Để có thể áp dụng công thức dưới đây, m phải thỏa điều kiện m=n-1(các hệ số b0, b1,.. có thể bằng 0).

Qui tắc đặt biến trạng thái:

-Biến đầu tiên bằng tín hiệu ra: $x_1(t) = c(t)$

-Biến trạng thái thứ i ($i = \overline{2,n}$) đặt theo qui tắc:

$$x_i(t) = \dot{x}_{i-1}(t) - b_{i-1}r(t)$$

Với cách đặt biến trạng thái như trên, hệ phương trình biến trạng thái mô tả hệ thống là:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Br(t) \\ c(t) = Cx(t) \end{cases}$$

trong đó:

$$x(t)=\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dots \\ x_{n-1}(t) \\ x_n(t) \end{bmatrix}; A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots. & -a_1 \end{bmatrix}; B=\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_{n-1} \\ b_n \end{bmatrix}$$

$$C=[1 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0]$$

với: $$\begin{cases} b_1 = b_0 \\ b_2 = b_1 - a_1 b_1 \\ b_3 = b_2 - a_1 b_2 - a_2 b_1 \\ \dots \\ b_n = b_{n-1} - a_1 b_{n-1} - \dots a_{n-1} b_1 \end{cases}$$

2.12.6. Mối quan hệ giữa hệ phương trình biến trạng thái và hàm truyền đạt.

Chúng ta đã trình bày phương pháp mô tả hệ tuyến tính bất biến theo thời gian bởi hàm truyền đạt và bằng phương trình động. Thật là thú vị nghiên cứu mối quan hệ giữa hai cách thể hiện này.

Hàm truyền của hệ đơn biến tuyến tính được định nghĩa ở (2-31) và phương trình (2-33) cho ma trận hàm truyền hệ đa biến:

$$G(s)=\begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & \dots & G_{1p}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) & \dots & G_{2p}(s) \\ \dots & .. & \dots & .. \\ G_{q1}(s) & G_{q2}(s) & \dots & G_{qp}(s) \end{bmatrix}$$

Hệ tuyến tính có p ngõ vào, q ngõ ra. Hàm truyền giữa ngõ ra thứ I và ngõ vào thứ j được định nghĩa:

$$G_{ij}(s)=\frac{C_i(s)}{R_j(s)}$$

C(s)=G(s).R(s) là ma trận qx1 gọi là vector ngõ ra biến đổi

R(s) là ma trận px1, là vector ngõ vào biến đổi.

G(s) là ma trận qxp, gọi là ma trận hàm truyền.

Xem hệ tuyến tính bất biến theo thời gian được mô tả bởi phương trình động:

$$\frac{dx(t)}{dt}=Ax(t)+Br(t)+Fw(t) \qquad (2\text{-}186)$$

$$c(t)=Dx(t)+Er(t)+Hw(t) \qquad (2\text{-}187)$$

trong đó x(t)=nx1 vector trạng thái.

R(t)=px1 vector ngõ vào.

C(t)=qx1 vector ngõ ra.

W(t)=vx1 vector nhiễu.

Và A, B, D, E, F, H là các ma trận có chiều thích hợp.

Lấy biến đổi Laplace hai vế của phương trình (2-186) và giải cho X(s), ta có :
$X(s) = (sI - A)^{-1}x(0) + (sI - A)^{-1}[BR(s) + FW(s)]$ (2-188)

Biến đổi Laplace phương trình (2-187) :
C(s)=DX(s)+ER(s)+HW(s) (2-189)
Thay (2-188) vào (2-189) ta được :
$C(s) = D(sI - A)^{-1}x(0) + D(sI - A)^{-1}[BR(s) + FW(s)] + ER(s) + HW(s)$ (2-190)

Vì định nghĩa hàm truyền đòi hỏi điều kiện đầu là 0, x(0)=0, phương trình trên trở thành:
$C(s) = [D(sI - A)^{-1}B + E]R(s) + D(sI - A)^{-1}F + H]W(s)$ (2-191)

Vì hệ có hai ngõ vào r(t) và w(t) , chúng ta chỉ định nghĩa hàm truyền giữa một cặp ngõ vào và ra. Vì vậy, hàm truyền được định nghĩa như sau:
W(t)=0: $G_r(s)=D(sI-A)^{-1}B+ E$ (2-192)
R(t)=0: $G_w(s)=D(sI-A^{)-1}F+ H$ (2-193)
Trong đó $G_r(s)$ là qxp ma trận hàm truyền giữa r(t) và c(t) ; còn $G_w(s)$ là qxv ma trận hàm truyền giữa w(t) và c(t) .
Phương trình (2-192)là biểu diễn hàm truyền hệ thống ở dạng A,B,D,E.
Khi đó (2-191) trở thành
$C(s) = G_r(s)R(s) + G_w(s)W(s)$ (2-108) (2-194)

<u>*Xét hệ một ngõ vào một ngõ ra :</u>
Phương trình trạng thái :

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Br(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Dr(t)$$

trong đó x(t)=nx1 vector trạng thái.
R(t)=vector ngõ vào.
y(t)=vector ngõ ra.

$Y(s) = [C(sI - A)^{-1}B + D]R(s)$ (2-195)
Ma trận quá độ : $\Phi(t) = e^{At} = L^{-1}\left[(sI - A)^{-1}\right]$
Ma trận Φ(t) được gọi là ma trận quá độ (ma trận chuyển trạng thái) của hệ thống.
Thí dụ : Xem xét hệ đa biến được mô tả bởi phương trình vi phân sau :

$$\frac{d^2y_1(t)}{dt^2} + 4\frac{dy_1(t)}{dt} - 3y_2(t) = u_1(t) + 2w(t)$$

$$\frac{dy_1(t)}{dt} + \frac{dy_2(t)}{dt} + y_1(t) + 2y_2(t) = u_2(t)$$

(2-196) và (2-197)

Định nghĩa biến trạng thái như sau :

$$x_1(t) = y_1(t)$$
$$x_2(t) = \frac{dy_1(t)}{dt} \qquad (2\text{-}198)$$
$$x_3(t) = y_2(t)$$

Bây giờ cân bằng thành phần đầu tiên của mỗi phương trình (2-196) và (2-197) với thành phần còn lại và dùng quan hệ biến trạng thái của (2-198), chúng ta dẫn ra phương trình trạng thái sau và phương trình ngõ ra ở dạng ma trận-vectơ :

$$\begin{bmatrix} \frac{dx_1(t)}{dt} \\ \frac{dx_2(t)}{dt} \\ \frac{dx_3(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 3 \\ -1 & -1 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} w(t) \qquad (2\text{-}199)$$

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} = Cx(t) \qquad (2\text{-}200)$$

Để xác định ma trận hàm truyền của hệ sử dụng công thức biến trạng thái, chúng ta thay A, B,D, E,F vào (2-191). Trước tiên chúng ta tạo nên ma trận (sI-A) :

$$(sI - A) = \begin{bmatrix} s & -1 & 0 \\ 0 & s+4 & -3 \\ 1 & 1 & s+2 \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}201)$$

Định thức của (sI-A) là :

$$|sI - A| = s^3 + 6s^2 + 11s + 3 \qquad (2\text{-}202)$$

Vì vậy, ma trận nghịch đảo $(sI-A)^{-1}$:

$$(sI - A)^{-1} = \frac{1}{|sI - A|}\begin{bmatrix} s^2 + 6s + 11 & s+2 & 3 \\ -3 & s(s+2) & 3s \\ -(s+4) & -(s+1) & s(s+4) \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}203)$$

Ma trận hàm truyền giữa u(t) và y(y) là

$$G_u(s) = D(sI - A)^{-1}B = \frac{1}{s^3 + 6s^2 + 11s + 3}\begin{bmatrix} s+2 & 3 \\ -(s+1) & s(s+4) \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}204)$$

và ma trận hàm truyền giữa w(t) và y(t) là

$$G_w(s) = D(sI - A)^{-1}F = \frac{1}{s^3 + 6s^2 + 11s + 3}\begin{bmatrix} 2(s+2) \\ -2(s+1) \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}205)$$

Dùng tiếp cận truyền thống, chúng ta lấy biến đổi Laplace hai vế của (2-196) và (2-197) và giả sử điều kiện đầu bằng 0. Phương trình chuyển đổi kết quả được viết ở dạng sau :

$$\begin{bmatrix} s(s+4) & -3 \\ s+1 & s+2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} W(s) \qquad (2\text{-}206)$$

Giải tìm ra Y(s) từ (2-206), chúng ta đạt được :

$$Y(s) = G_u(s)U(s) + G_w(s)W(s) \qquad (2\text{-}207)$$

trong đó

$$G_u(s) = \begin{bmatrix} s(s+4) & -3 \\ s+1 & s+2 \end{bmatrix}^{-1} \qquad (2\text{-}208)$$

$$G_w(s) = \begin{bmatrix} s(s+4) & -3 \\ s+1 & s+2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}209)$$

sẽ cho kết quả giống với (2-204) và (2-205) tương ứng khi ma trận nghịch đảo được tính.

Thí dụ : Xét hàm truyền hệ thống sau :

$$G(s) = \frac{s}{(s+10)(s^2+4s+16)} = \frac{s}{s^3+14s^2+56s+160} \qquad (2\text{-}210)$$

Tìm phương trình trạng thái thể hiện hệ.

Giải :

Thí dụ :Xác định hàm truyền hệ thống được định nghĩa bởi phương trình trạng thái sau :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -5 & -25 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 25 \\ -120 \end{bmatrix} u \qquad (2\text{-}211)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

D=[0 ;0 ;0]

Giải :Hàm truyền là :

$$Y(s) = [C(sI-A)^{-1}B + D]R(s)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = C(sI-A)^{-1}B + D$$

Thí dụ: Cho hệ thống điều khiển kiểm kê ở hình sau

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = -2x_2(t)$$

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = -2u(t)$$

trong đó x1(t)= mức kiểm kê, x2(t)=tốc độ bán ra của sản phẩm và u(t)=tốc độ sản xuất. Phương trình ngõ ra y(t)=x1(t). Đơn vị thời gian là một ngày. Tìmhàm truyền của hệ.

Giải:

Phương trình trạng thái:

$$\dot{X} = AX + Bu$$

y=C.X

trong đó

$$A=\begin{bmatrix}0 & -2\\ 0 & 0\end{bmatrix}; B=\begin{bmatrix}0\\ -2\end{bmatrix}; C=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}$$

Hàm truyền hệ Gp(s)=C.(sI-A)$^{-1}$.B

$$sI-A=s\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0 & -2\\ 0 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}s & 2\\ 0 & s\end{bmatrix}$$

$$(sI-A)^{-1}=\begin{bmatrix}s & 2\\ 0 & s\end{bmatrix}^{-1}=\frac{adj(sI-A)}{\det(sI-A)}=\frac{1}{s^2}\begin{bmatrix}s & 0\\ -2 & s\end{bmatrix}^T=\frac{1}{s^2}\begin{bmatrix}s & -2\\ 0 & s\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{s} & \frac{-2}{s^2}\\ 0 & \frac{1}{s}\end{bmatrix}$$

$$C(sI-A)^{-1}B=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{1}{s} & \frac{-2}{s^2}\\ 0 & \frac{1}{s}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\ -2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{s} & \frac{-2}{s^2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\ -2\end{bmatrix}=\frac{4}{s^2}$$

Vậy : $G_p(s)=\dfrac{4}{s^2}$.

2.12.7.Phương trình đặc trưng, trị riêng và vectơ riêng :

Phương trình đặc trưng

1/Phương trình đặc trưng từ phương trình vi phân :

Xét hệ tuyến tính bất biến theo thời gian được mô tả bởi phương trình vi phân sau :

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n}+a_{n-1}\frac{d^{n-1}y(t)}{dt^{n-1}}+\ldots+a_1\frac{dy(t)}{dt}+a_0 y(t)=$$
$$=b_m\frac{d^m u(t)}{dt^m}+b_{m-1}\frac{d^{m-1}u(t)}{dt^{m-1}}+\ldots+b_1\frac{du(t)}{dt}+b_0 u(t) \qquad \text{(2-212)}$$

trong đó n>m. Bằng cách định nghĩa toán tử

$s^k=\dfrac{d^k}{dt^k}$, k=0,1,2...,n

Phương trình (2-212) trở thành :

$$s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\ldots+a_1 s+a_0)y(t)=(b_{m1}s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\ldots+b_1 s+b_0)u(t) \quad \text{(2-213)}$$

Phương trình đặc trưng được định nghĩa bởi :

$$s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\ldots+a_1 s+a_0)y(t)=0 \qquad \text{(2-214)}$$

mà đạt được bằng cách cho thành phần thuần nhất của (2-213) bằng 0.

2/ Phương trình đặc trưng từ hàm truyền :

Hàm truyền của hệ được mô tả bởi (2-212)là :

$$G(s)=\frac{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\ldots+b_1 s+b_0}{s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\ldots+a_1 s+a_0} \qquad \text{(2-215)}$$

Phương trình đặc trưng đạt được bằng cách cho mẫu số đa thức của hàm truyền bằng 0.

Thí dụ : Cho hệ có hàm truyền là :

$$G(s)=\frac{1}{s^3+5s^2+s+2}$$

Phương trình đặc trưng là : $s^3+5s^2+s+2=0$

3/Phương trình đặc tính từ biến trạng thái:
Từ tiếp cận biến trạng thái, chúng ta có thể viết (2-192) như sau :

$$G_u(s) = D\frac{adj(sI-A)}{|sI-A|}B + E$$

$$= \frac{D[adj(sI-A)B + |sI-A|E}{|sI-A|}$$

Cho mẫu số của ma trận hàm truyền bằng 0, ta được :
|sI-A|=0
Một tính chất quan trọng của phương trình đặc trưng là nếu hệ số của A là thực thì hệ số của $|sI-A|$ cũng là thực.

Véctơ riêng :

Vectơ riêng là hữu dụng trong phương pháp điều khiển hiện đại.
Bất kì vectơ p_i khác không thoả phương trình ma trận $(\lambda_i I-A)p_i=0$ (2-216) trong đó λ_i, i=1,2,.. là giá trị riêng thứ i của A. Nếu A có giá trị riêng phân biệt thì vectơ riêng có thể giải trực tiếp từ (2-216).
Thí dụ : Cho phương trình trạng thái (2-186)có ma trận :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, F = 0$$

Phương trình đặc trưng của A là :

$$|sI-A| = s^2 - 1$$

Trị riêng là $l_1 = 1, l_2 = -1$.
Cho vectơ riêng được viết như sau :

$$p_1 = \begin{bmatrix} p_{11} \\ p_{21} \end{bmatrix}, p_2 = \begin{bmatrix} p_{12} \\ p_{22} \end{bmatrix}$$

Thay $l_1 = 1$ vào (2-223), ta có

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p_{11} \\ p_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Như vậy, p22=0, p12 tùy ý mà trong trường hợp này cho p12=1.
Tương tự $l_2 = -1$, phương trình (2-216) trở thành :

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p_{12} \\ p_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

dẫn đến

$$-2p_{12} + p_{22} = 0$$

Phương trình có 2 ẩn, cho một biến tùy ý. Cho p12=1, vậy p22=2. Vectơ riêng là :

$$p_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, p_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Thí dụ: Tìm ma trận chuyển trạng thái, phương trình đặc tính và giá trị riêng của A trong các trường hợp sau:

$$A=\begin{bmatrix}-5 & 1 & 0\\ 0 & -5 & 1\\ 0 & 0 & -5\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$$

2.12.8. Ví dụ tính hàm truyền và phương trình trạng thái hệ thống cụ thể

Thí dụ 1: Phương trình sau thể hiện hệ tuyến tính bất biến theo thời gian. Viết phương trình trạng thái và phương trình ngõ ra ở dạng vectơ:

$$2\frac{d^3y(t)}{dt^3}+3\frac{d^2y(t)}{dt^2}+5\frac{dy}{dt}+2y(t)=r(t)$$

Giải:

Viết lại phương trình trên như sau:

$$\frac{d^3y(t)}{dt^3}+1{,}5\frac{d^2y(t)}{dt^2}+2{,}5\frac{dy}{dt}+y(t)=0{,}5r(t) \qquad (2\text{-}217)$$

Đặt $x_1=y(t)$

Suy ra:

$$\dot{x}_1=x_2=\frac{dy}{dt}$$

$$\dot{x}_2=x_3=\frac{d^2y}{dt^2}$$

$$\dot{x}_3=\frac{d^3y}{dt^3}$$

Từ phương trình (2-217) ta suy ra:

$$\dot{x}_3=-1{,}5x_3-2{,}5x_2-x_1+0{,}5r(t)$$

Do đó:

$$\dot{x}_1=0.x_1+x_2+0.x_3+0.r(t)$$

$$\dot{x}_2=0.x_1+0.x_2+x_3+0.r(t)$$

$$\dot{x}_3=-x_1-2{,}5x_2-1{,}5x_3+0{,}5r(t)$$

Phương trình trạng thái là:

$$\begin{pmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ -1 & -2{,}5 & -1{,}5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\ 0\\ 0{,}5\end{pmatrix}r(t)$$

Phương trình ngõ ra:

$$y=x_1=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{pmatrix}$$

Thí dụ 2: Hãy thành lập phương trình trạng thái mô tả hệ thống có sơ đồ khối như sau:

Hệ hồi tiếp âm đơn vị: G(s)=10/s(s+3); H(s)=1/(s+2).

2.13. Xấp xỉ của mô hình toán học phi tuyến:

*Hệ thống phi tuyến:

Một hệ là phi tuyến nếu nguyên lí xếp chồng không áp dụng được.

*Tuyến tính hóa hệ phi tuyến:

* Xấp xỉ tuyến tính của mô hình toán học phi tuyến:

Xét hệ có ngõ vào x(t) và ngõ ra y(t). Quan hệ giữa y và x là:

$$Y=f(x) \qquad (2\text{-}218)$$

Nếu điều kiện làm việc bình thường tại $\bar{x},\bar{y}$, thì phương trình (1) được khai triển chuỗi Taylo:

$$y=f(x)$$

$$y=f(\bar{x})+\frac{df}{dx}(x-\bar{x})+\frac{1}{2!}\frac{d^2f}{dx^2}(x-\bar{x})^2+... \qquad (2\text{-}219)$$

trong đó đạo hàm $\frac{df}{dx},\frac{d^2f}{dx^2},..$ được tính tại $x=\bar{x}$. Nếu $x-\bar{x}$ đủ nhỏ, ta bỏ qua thành phần bậc cao trong $x-\bar{x}$. Phương trình (2-219) được viết

$$y=\bar{y}+k(x-\bar{x}) \qquad (2\text{-}220)$$

trong đó

$$\bar{y}=f(\bar{x})$$

$k=\frac{df}{dx}$ tại $x=\bar{x}$.

Phương trình (2-220) viết lại:

$$y-\bar{y}=k(x-\bar{x}) \qquad (2\text{-}221)$$

chỉ ra $y-\bar{y}$ tỉ lệ với $x-\bar{x}$. Phương trình (4)(2-228) cho mô hình toán học tuyến tính đối với hệ phi tuyến (2-219) gần điểm làm việc.

Đối với hàm hai biến

$$y=f(x_1,x_2)$$

Khai triển Taylo:

$$y=f(\bar{x}_1,\bar{x}_2)+[\frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1-\bar{x}_1)+\frac{\partial f}{\partial x_2}(x_2-\bar{x}_2)]$$

$$+\frac{1}{2!}[\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}(x_1-\bar{x}_1)^2+2\frac{\partial^2 f}{\partial x_1\partial x_2}(x_1-\bar{x}_1)(x_2-\bar{x}_2)+\frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2}(x_2-\bar{x}_2)^2]+...$$

trong đó vi phân từng phần được tính tại $x=\bar{x}_1$, $x=\bar{x}_2$.

Mô hình toán học tuyến tính của hệ phi tuyến trong lân cận điểm làm việc được cho bởi:

$$y-\bar{y}=k_1(x_1-\bar{x}_1)+k_2(x_2-\bar{x}_2)$$

trong đó

$$\bar{y}=f(\bar{x}_1,\bar{x}_2)$$

$$k_1=\left.\frac{\partial f}{\partial x_1}\right|_{x_1=\bar{x},x_2=\bar{x}_2}$$

$$k_2=\left.\frac{\partial f}{\partial x_2}\right|_{x_1=\bar{x},x_2=\bar{x}_2}$$

Thí dụ: Cho z=xy (2-222), tuyến tính hóa (2-222) phương trình phi tuyến trong đó : 5≤x≤7, 10≤y≤ 12. Tìm sai số của phương trình tuyến tính hóa được dùng để tính z tại x=5, y=10.

Giải:

Vì 5≤x≤7, 10≤y≤ 12 nên chọn $\bar{x} = 6, \bar{y} = 11 \Rightarrow \bar{z} = 6.11 = 66$

Mở rộng phương trình (2-222) vào chuỗi Taylo quanh điểm $x = \bar{x}, y = \bar{y}$ và bỏ qua thành phần bậc cao:

$$z - \bar{z} = a(x - \bar{x}) + b(y - \bar{y})$$

trong đó

$$a = \left.\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\right|_{x=\bar{x}, y=\bar{y}} = \bar{y} = 11$$

$$b = \left.\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}\right|_{x=\bar{x}, y=\bar{y}} = \bar{x} = 6$$

Vì vậy phương trình tuyến tính là:

$$z - 66 = 11(x - 6) + 6(y - 11)$$

hay $z = 11x + 6y - 66$

Khi x=5, y=10, giá trị của z cho bởi phương trình tuyến tính là:

Z=11x+6y-66=55+60-66=49

Giá trị chính xác z=xy=50. Sai số là 50-49=1 hay 2%.

Thí dụ 2: Mô tả hệ con lắc ngược ở chương 2, mục 2.7.6.

2.14. Hệ thống với thời gian trễ

Cho đến nay, hệ thống đều có hàm truyền ở dạng đa thức. Trong thực tế, thời gian trễ có thể thêm vào ở nhiều loại hệ khác nhau, đặc biệt là hệ thủy lực, khí nén hay truyền cơ khí.

Thí dụ máy cán thép. Nếu tốc độ dòng của giải pháp trộn là v inch/sec và d là khoảng cách giữa điểm trộn và điểm đo, cờ trễ được cho bởi:

$$T_d = \frac{d}{v} \text{ sec}$$

Nếu giả sử sự tập trung của điểm trộn là y(t) và sự sản xuất không thay đổi Td (sec) sau đó tại điểm giám sát, lượng đo được là

$$b(t) = y(t - T_d) \qquad (2\text{-}223)$$

Biến đổi laplace (2-223) :

$$B(s) = e^{-T_d s} Y(s)$$

trong đó Y(s) là biến đổi Laplace của y(t). Hàm truyền giữa b(t) và y(t) là:

$$\frac{B(s)}{Y(s)} = e^{-T_d s} \qquad (2\text{-}224)$$

Xấp xỉ hàm thời gian trễ bằng hàm tỉ lệ:

Có nhiều cách xấp xỉ hàm $e^{-T_d s}$ bởi hàm tỉ lệ. Một cách là xấp xỉ hàm lũy thừa dùng chuỗi Maclaurin, nghĩa là

$$e^{-T_d s} = 1 - T_d s + \frac{T_d^2 s}{2} \qquad \text{(2-225a)}$$

hay

$$e^{-T_d s} = \frac{1}{1 + T_d s + \frac{T_d^2 s}{2}} \qquad \text{(2-225b)}$$

Một xấp xỉ tốt hơn là dùng xấp xỉ Pade:

$$e^{-T_d s} = \frac{1 - T_d s/2}{1 + T_d s/2} \qquad \text{(2-226)}$$

Phụ lục: Giới thiệu công cụ Matlab – Simulink và các hàm Matlab dùng trong điều khiển

Toolbox Control systems trong MATLAB 5.3 và 6.5, 7.0
Lệnh plot : vẽ đồ thị một hàm.
Biểu diễn vector hàng:
>>x=[1 4 6 -3 -8]
Biểu diễn vector cột:
>>x=[1;4;6;-3;-8]
Biễu diễn ma trận:
>>A=[1 2 3;0 -1 4;5 7 6]

```
A=  1  2  3
    0  -1  4
    5  7  6
```

Roots: tìm nghiệm của một đa thức.
Conv: nhân hai đa thức.
Deconv: chia hai đa thức.
Polyval: lấy giá trị một đa thức nào đó.
Phép tính ma trận :
-lấy định thức ma trận : det(a)
-lấy nghịch đảo ma trận : inv(a)
-nhân ma trận : *, chia ma trận :/
-cộng : +, trừ : - ma trận
Lệnh mô tả toán học hệ thống tự động:
-Tạo ra hệ thống mô tả bởi hàm truyền: lệnh tf
Cú pháp: G=tf(TS,MS)
Thí dụ: TS=1;MS=[1 1];
G1=tf(TS,MS)% G1=TS/MS
-Đơn giản hàm truyền: lệnh minreal
-Tính hàm truyền hệ thống nối tiếp: lệnh series
-Tính hàm truyền hệ thống song song: lệnh parallel.

-Tính hàm truyền hệ thống hồi tiếp:lệnh feedback
Cú pháp : feedback(G,H) tính hàm truyền hệ thống hồi tiếp âm.
Gk=G/(1+G*H)
Gk=feedback(G,H,+1) tính hàm truyền hệ thống hồi tiếp dương.
Gk=G/(1-G*H).
-Tạo ra hệ thống mô tả bằng phương trình trạng thái: lệnh ss.
Cú pháp: PTTT=ss(A,B,C,D)
-Biến đổi mô tả toán học từ phương trình trạng thái về dạng hàm truyền.
G=tf(PTTT)
-Biến đổi mô tả toán học từ dạng hàm truyền về phương trình trạng thái.
PTTT=ss(G)

Các lệnh vòng lặp :
For, while, If else end

Bài tập

1.Tìm cực và zero của các hàm sau (bao gồm cực, zero ở không hữu hạn nếu có thể). Đánh dấu cực hữ hạn với x và zero với o trong mặt phẳng s.

a) $G(s) = \dfrac{10(s+2)}{s^2(s+1)(s+10)}$

b) $G(s) = \dfrac{10s(s+1)}{(s^2+3s+2)(s+2)}$

c) $G(s) = \dfrac{10(s+2)}{s(s^2+2s+2)}$

d) $G(s) = \dfrac{e^{-2s}}{10s(s+1)(s+2)}$

2.Tìm biến đổi Laplace của các hàm sau. Dùng định lí về biến đổi Laplace nếu có thể áp dụng.

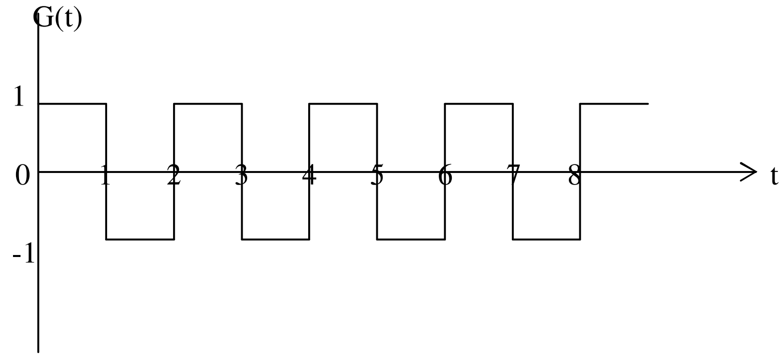
a) $g(t) = 5te^{-5t}u_s(t)$

b) $g(t) = (t\sin 2t + e^{-2t})u_s(t)$

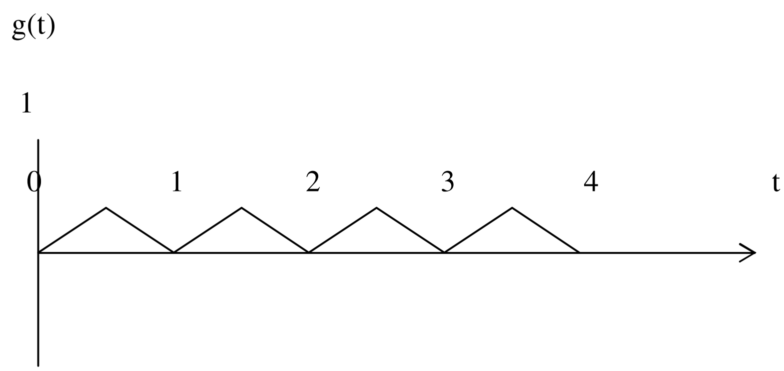
c) $g(t) = 5e^{-2t}\sin 2t.u_s(t)$

d) $g(t) = \sin 2t.\cos 2t.u_s(t)$

3. Tìm biến đổi Laplace của hàm sau.



a)



b)

4. Tìm biến đổi Laplace ngược của các hàm sau.

a) $G(s) = \dfrac{1}{s(s+2)(s+3)}$

b) $G(s) = \dfrac{10}{(s+1)^2(s+3)}$

c) $G(s) = \dfrac{100(s+2)}{s(s^2+4)(s+1)}e^{-s}$

d) $G(s) = \dfrac{2(s+1)}{s(s^2+s+2)}$

e) $G(s) = \dfrac{1}{(s+1)^3}$

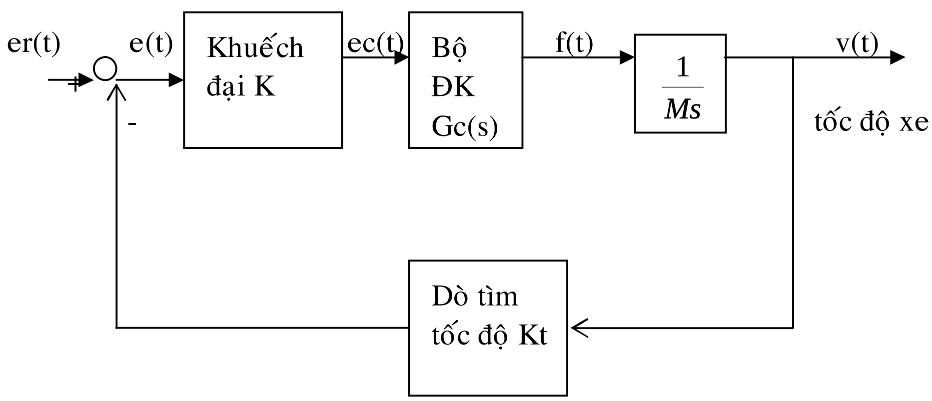
5. Sơ đồ khối của hệ điều khiển xe điện như hình sau. Tham số hệ thống và thông số là:

-e_r(t)= điện áp thể hiện tốc độ xe mong muốn, V.**-v(t)=tốc độ xe, ft/sec.**

-M=trọng lượng xe=30000lb/sec^2.
-K=hệ số khuếch đại.
-Kt=độ lợi của bộ hiển thị tốc độ=0,15 V/ft/sec.
Để xác định hàm truyền bộ điều khiển, ta áp dụng hàm nấc đơn vị 1V vào ngõ vào bộ điều khiển, nghĩa là ec(t)=us(t). Ngõ ra bộ điều khiển được đo và mô tả bởi phương trình sau.

$$f(t) = 100(1 - 0{,}3e^{-6t} - 0{,}7e^{-10t})u_s(t)$$

a)Tìm hàm truyền Gc(s) của bộ điều khiển.
b)Dẫn ra hàm truyền nhánh thẳng V(s)/E_r(s) . Vòng hồi tiếp được hở trong trường hợp này.
c)Dẫn ra hàm truyền vòng kín V(s)/Er(s) của hệ thống.
d)Giả sử K được thiết lập ở một giá trị để mà xe điện sẽ không chạy khỏi(không ổn định), tìm tốc độ xác lập của xe (ft/sec) khi ngõ vào er(t)=us(t) V.

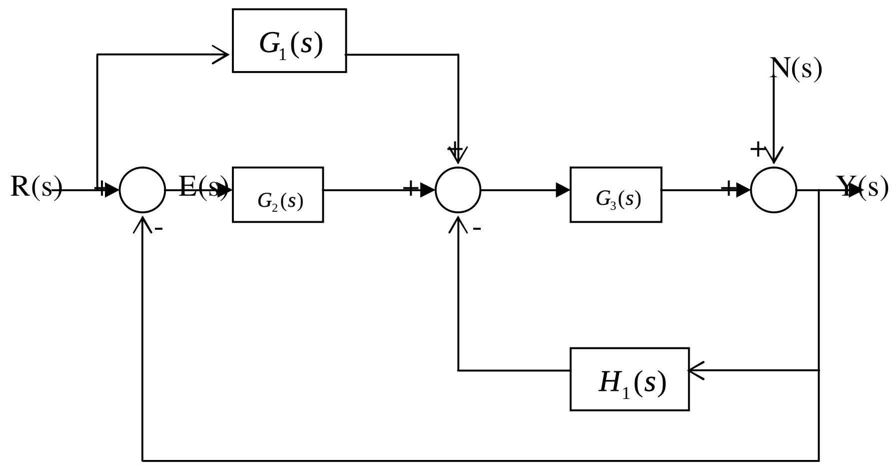


6.Làm lại bài tập 5 khi ngõ ra của bộ điều khiển được đo và mô tả bởi hàm sau:

$$f(t) = 100(1 - 0{,}3e^{-6(t-0{,}5)})u_s(t - 0{,}5)$$

khi ngõ vào hàm nấc (step input) 1V được đưa vào bộ điều khiển.
7. Sơ đồ khối của hệ thống điều khiển được cho ở hình sau. Vẽ graph dòng tín hiệu tương đương cho hệ thống. Tìm hàm truyền sau bằng cách áp dụng công thức độ lợi (gain formula) của graph dòng tín hiệu trực tiếp trên sơ đồ khối.So sánh kết quả bằng cách áp dụng công thức độ lợi (gain formula) của graph dòng tín hiệu tương đương.

$$\left.\frac{Y(s)}{R(s)}\right|_{N=0} \quad \left.\frac{Y(s)}{N(s)}\right|_{R=0} \quad \left.\frac{E(s)}{R(s)}\right|_{N=0} \quad \left.\frac{E(s)}{N(s)}\right|_{R=0}$$



8. Tìm hàm truyền Y7/Y1 và Y2/Y1 của graph dòng tín hiệu sau: (Bài 3-8[1])

a)

b)

9.Phương trình vi phân của hệ tuyến tính là :

$$\frac{d^3y(t)}{dt^3}+5\frac{d^2y(t)}{dt^2}+6\frac{dy(t)}{dt}+10y(t)=r(t)$$

trong đó y(t) là ngõ ra, r(t) là ngõ vào.

a)Vẽ sơ đồ trạng thái của hệ thống.

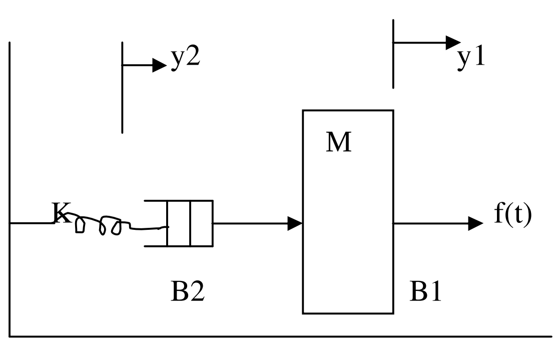
b)Viết phương trình trạng thái từ sơ đồ trạng thái. Định nghĩa biến trạng thái từ phải sai trái theo bậc tăng dần.

c)Tìm phương trình đặc tính và nghiệm cực. Sử dụng chương trình trên máy tính để tìm nghiệm .

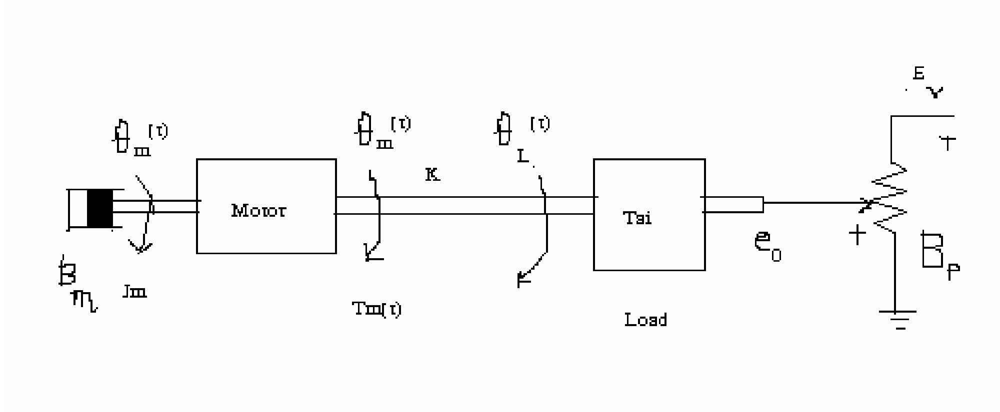
d)Tìm hàm truyền Y(s)/R(s).

e)Thực hiện mở rộng phân số từng phần của Y(s)/R(s) và tìm ngõ ra y(t) với t≥0 khi r(t)=u(t) (hàm nấc đơn vị). Tìm giá trị cuối của y(t) bằng cách dùng định lí giá trị cuối.

10. Viết phương trình lực của hệ dịch chuyển tuyến tính ở hình sau:

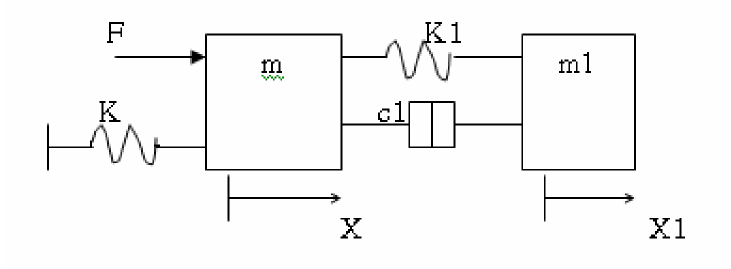


11. Cho hệ điều khiển môtơ như hình sau. Biến trở có tầm lớn nhất là 10 vòng (20 Πrad). Tìm hàm truyền E0(s)/Tm(s). (bài 2.16 [4]).

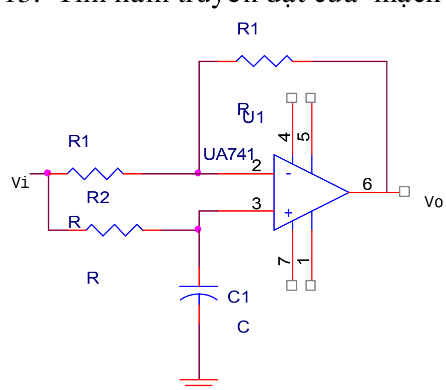


Các thông số của động cơ và các biến được định nghĩa như sau:
θm(t)-độ dịch chuyển của môtơ; e0(t)-tín hiệu đầu ra.
Tm(t)-moment của môtơ; Bp-hệ số dịch chuyển của ma sát nhớt.
Bm-hệ số ma sát nhớt của môtơ;K-hằng số của lò xo xoắn.
Jm-quán tính của môtơ; θL(t)-độ dịch chuyển của tải trọng.

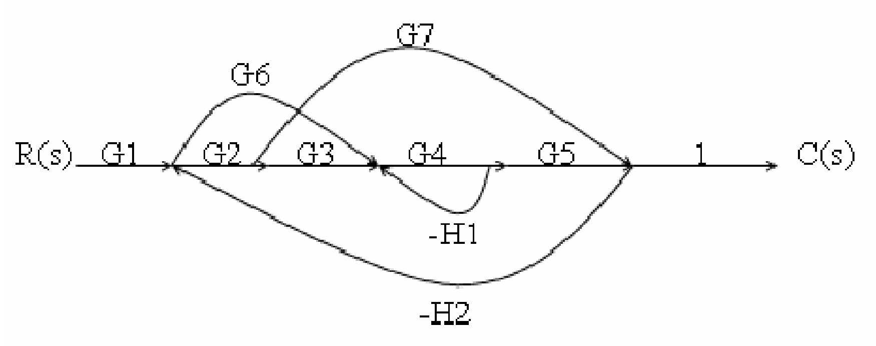
12. Tìm hàm truyền đạt của hệ thống hai vật di chuyển sau: **G(s)=X(s)/F(s)**



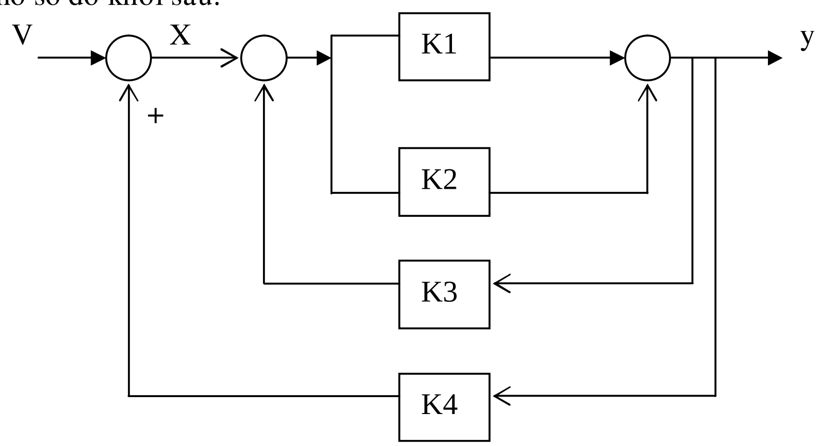
13. Tìm hàm truyền đạt của mạch điện sau:



14. Tìm hàm truyền tương đương của hệ thống mô tả bởi sơ đồ dòng tín hiệu sau:

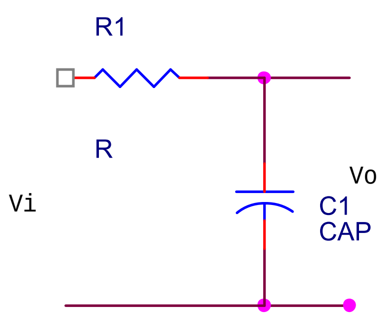


15. Cho sơ đồ khối sau:

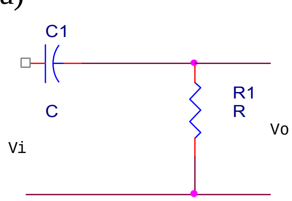


Tính G(s)=Y/V

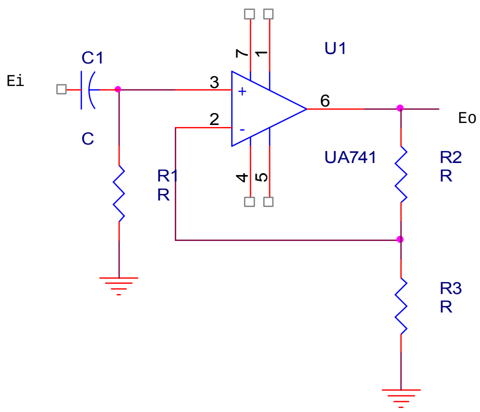
16. Tìm hàm truyền đạt của các mạch sau:



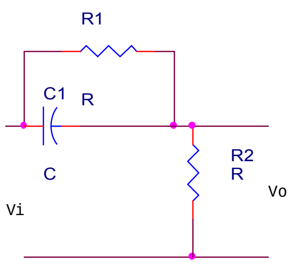
a)



b)

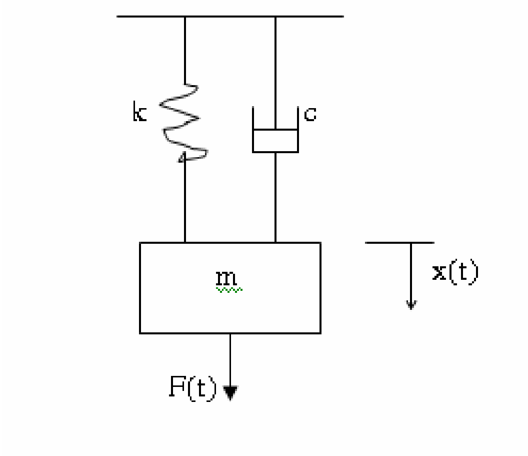


c)



d)

17. Tìm hàm truyền đạt của hệ thống vật –lò xo-đệm:



18. Phương trình sau thể hiện hệ tuyến tính bất biến theo thời gian. Viết phương trình động (phương trình trạng thái và phương trình ngõ ra) ở dạng vectơ.

a) $\dfrac{d^2y(t)}{dt^2} + 4\dfrac{dy(t)}{dt} + y(t) = 5r(t)$

b) $2\dfrac{d^3y(t)}{dt^3} + 3\dfrac{d^2y(t)}{dt^2} + 5\dfrac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = r(t)$

c) $\dfrac{d^3y(t)}{dt^3} + 5\dfrac{d^2y(t)}{dt^2} + 3\dfrac{dy(t)}{dt} + y(t) + \int_0^t y(t)dt = r(t)$

d) $\frac{d^4y(t)}{dt^4} + 1{,}5\frac{d^3y(t)}{dt^3} + 2{,}5\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 2r(t)$

19. Phương trình trạng thái của hệ tuyến tính bất biến theo thời gian được cho bởi phương trình:

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t)$$

Tìm ma trận chuyển trạng thái, phương trình đặc tính và giá trị riêng của A trong các trường hợp sau:

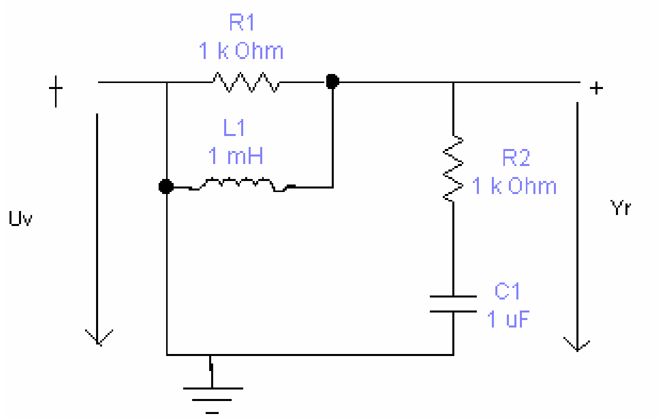
a) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

b) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

c) $A = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

d) $A = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 1 \\ 0 & 0 & -5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

20. Cho sơ đồ mạch điện sau:



a)viết phương trình vi phân mô tả mạch điện.
b)Viết hàm truyền mô tả mạch điện.
c)Viết phương trình trạng thái mô tả mạch điện.

21. Tìm tín hiệu x(t) có ảnh Laplace

$$a)X(s) = \frac{2s^2 + 13s + 17}{s^2 + 4s + 3}; b)X(s) = \frac{s^3 + 5s^2 + 9s + 7}{(s+1)(s+3)}$$

CHƯƠNG 3 : ĐẶC TÍNH ĐỘNG HỌC

3.0.Đáp ứng thời gian của hệ dữ liệu liên tục: Giới thiệu:

Đáp ứng thời gian của hệ thống điều khiển gồm hai phần: đáp ứng quá độ và đáp ứng xác lập. Cho y(t) là đáp ứng thời gian của hệ dữ liệu liên tục, tổng quát y(t) có thể được viết như sau:

$$y(t) = y_{qd}(t) + y_{xl}(t)$$

trong đó $y_{qd}(t)$ là đáp ứng quá độ, $y_{xl}(t)$ là đáp ứng xác lập.

Trong hệ thống điều khiển, đáp ứng quá độ được định nghĩa là phần của đáp ứng thời gian mà tiến về zero khi thời gian trở nên vô cùng lớn. Như vậy, $y_{qd}(t)$ có tính chất:

$$\lim_{t\to\infty} y_{qd}(t) = 0$$

Đáp ứng xác lập đơn giản là phần của đáp ứng tổng còn lại sau khi sự quá độ mất đi.

3.1. Tín hiệu tác động vào thử.

Đối với một khâu (hay hệ thống) thường có hai loại tín hiệu tác động vào : tín hiệu tiền định và tín hiệu ngẫu nhiên. Hệ thống có tín hiệu ngẫu nhiên tác động vào sẽ được xét ở phần sau :

Bất cứ một tín hiệu phức tạp nào cũng có thể phân tích thành các tín hiệu đơn giản. Sau đây ta sẽ nêu một số tín hiệu đơn giản điển hình.

1) Tín hiệu bậc thang đơn vị:

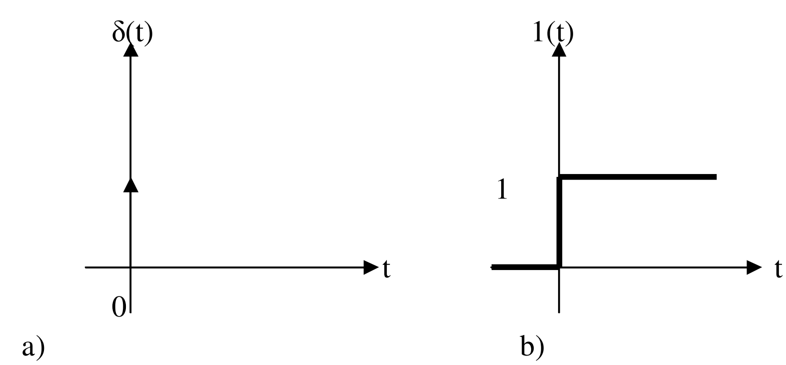
$$1(t) = \begin{cases} 1, t \geq 0 \\ 0, t < 0 \end{cases} \qquad (3.1)$$

1(t) (hay $u_s(t)$) là loại tín hiệu thường dùng trong các hệ thống điều khiển tự động.

2)Tín hiệu xung đơn vị: xung Dirac

$$d(t) = \frac{d}{dt}1(t) = \begin{cases} 0, t \neq 0 \\ \infty, t = 0 \end{cases} \qquad (3.2)$$

Hàm δ(t) có tính chất : $\int_{-\infty}^{\infty} d(t).dt = 1$



Hình 3. 1:

a)Hàm xung Dirac ; b)Hàm nấc thang đơn vị

3)Tín hiệu điều hòa:

$\sin(\omega t + \varphi)$ hay là : $e^{j(\omega t + \varphi)}$ (3.3)

$x(t)=\sin\omega t$

4/ Tín hiệu hàm dốc $r(t)=Rt.1(t)$

trong đó R là hằng số thực.

5/Tín hiệu hàm parabol

$$r(t) = \frac{Rt^2}{2}.1(t)$$

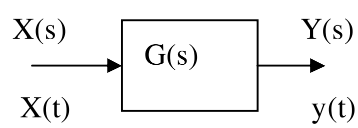
6)Tín hiệu có dạng bất kỳ:

Mô tả bởi hàm x(t) có thể biểu diễn theo tín hiệu 1(t) hay δ(t)

-Biểu diễn x(t) qua 1(t) : phân tích hàm x(t) theo tích phân đuyamen

-Biểu diễn x(t) theo δ(t)

3.2 Đáp ứng theo thời gian đối với tín hiệu thử



Hình 3.2: Tín hiệu vào và tín hiệu ra của hệ thống.

Phản ứng của một khâu khi có tín hiệu vào xác định cũng chính là đặc tính quá độ hay đặc tính thời gian của khâu đó. Đối với các tín hiệu vào khác nhau, ta có đặc tính thời gian khác nhau.

1)Hàm quá độ của một khâu (đáp ứng nấc): là phản ứng của khâu đó khi tín hiệu tác động vào là một hàm bậc thang đơn vị 1(t). Ký hiệu hàm quá độ là h(t).

Nếu x(t)=1(t) à 1/s thì

H(t) à H(s)=Y(s)=G(s).(1/s) (3.4)

2)Hàm trọng lượng (hay là hàm quá độ xung, đáp ứng xung) của một khâu là phản ứng của khâu đó khi tín hiệu tác động vào là hàm xung đơn vị (xung Dirac) δ(t). Ký hiệu hàm trọng lượng là g(t).

Nếu x(t)= δ(t) à 1 thì

g(t) à g(s)=Y(s)=G(s).1 (3.5)

3)Phản ứng của một khâu khi tín hiệu tác động đầu vào là một hàm x(t) bất kỳ

3.3 Đáp ứng tần số , biểu đồ Bode, biểu đồ Nyquist

Đặc tính tần số là quan hệ giữa lượng ra và lượng vào của một khâu ở trạng thái xác lập khi lượng vào biến đổi theo quy luật điều hòa : $x=X_m\sin\omega t$, với tần số ω thay đổi.

Lượng ra của khâu đó có dạng : $y=Y_m.\sin(\omega t+\varphi)$

Cho hệ sau :

$$\sum_{i=0}^{n} a_i \frac{d^i y}{dt^i} = \sum_{i=0}^{m} b_i \frac{d^i x}{dt^i}$$

Biến đổi Laplace :

$$(\sum_{i=0}^{n} a_i s^i) y(s) = (\sum_{i=0}^{m} b_i s^i) x(s)$$

suy ra : $G(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{\sum_{i=0}^{m} b_i s^i}{\sum_{i=0}^{n} a_i s^i}$ (3.6)

Cho x(t)=sinωt, tìm y(t)

Đặt $x_1(t)=\cos\omega t$

$X_2(t)=j\sin\omega t$

$X(t)=x1(t) + x2(t)= \cos\omega t + j\sin\omega t=e^{j\omega t}$

Tìm $Y(t)=A\, e^{j\omega t}$

Suy ra : $\sum_{i=0}^{n} a_i A(jw)^i e^{jwt} = \sum_{i=0}^{m} b_i (jw)^i e^{jwt}$

$$A = \frac{\sum_{i=0}^{m} b_i (jw)^i}{\sum_{i=0}^{n} a_i (jw)^i}$$

$$\frac{y(t)}{x(t)} = \frac{Ae^{jwt}}{e^{jwt}} = A \qquad (3.7)$$

Đây là hàm truyền đạt tần số và là số phức.

Ngõ ra y(jω)=A(jω).x(jω)

Rõ ràng muốn tìm hàm truyền đạt tần số ta chỉ việc thế biến s= jω cho hàm truyền đạt của một khâu.

Nếu hàm truyền đạt phức A(jω) viết ở dạng biên độ pha thì :

$$A(j\omega)=A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} \qquad (3.8)$$

Trong đó A(ω) là biên độ của A(jω), còn φ(jω) là pha của A(jω)

A(jω) viết ở dạng phần thực và ảo :

$$A(j\omega)= P(\omega) + jQ(\omega) \qquad (3.9)$$

Trong đó P(ω) là phần thực của A(jω)

Q(ω) là phần ảo của A(jω)

$M(w) = A(w) = \sqrt{P^2 + Q^2}$: đáp ứng biên độ. (3.10)

$j = arctg\frac{Q(w)}{P(w)}$: đáp ứng pha. (3.11)

Hàm truyền đạt tần số A(jω) được xây dựng thành một đường cong trên mặt phẳng phức, ta gọi là đặc tính tần số biên-pha khi ω biến đổi từ -∞ tới +∞. Đặc tính biên pha(ĐTBP) gồm hai nhánh đối xứng qua trục hoành. Thông thường ta chỉ xét ĐTBP ứng với ω>0.

Để biểu diễn đặc tính tần số một cách trực quan, ta có thể dùng đồ thị. Có hai dạng đồ thị thường sử dụng :

1-Biểu đồ Bode biên độ: đồ thị biểu diễn mối quan hệ giữa logarithm của đáp ứng biên độ L(ω) theo tần số ω.

L(ω)- là đáp ứng biên độ tính theo đơn vị dB(decibel).

2-Biểu đồ Bode pha: đồ thị biểu diễn mối quan hệ giữa đáp ứng pha φ(ω) theo tần số ω.

Cả hai đồ thị trên đều được vẽ trong hệ tọa độ vuông góc với trục hoành ω chia theo thang logarith cơ số 10. Khoảng cách giữa hai tần số hơn kém nhau 10 lần gọi là decade.

Biểu đồ Nyquist: (đường cong Nyquist) là đồ thị biểu diễn đặc tính tần số G(jω) trong hệ tọa độ cực khi ω thay đổi từ 0 **à** ∞. Nói cách khác đường cong Nyquist chính là tập hợp tất cả các điểm ngọn của vector biểu diễn số phức G(jω)(biên độ vector là M(ω), góc của vector là φ(ω) khi ω thay đổi từ 0 **à** ∞.

Mặc dù biểu diễn dưới hai dạng đồ thị khác nhau nhưng thông tin có được về hệ thống từ biểu đồ Bode và biểu đồ Nyquist là như nhau. Từ biểu đồ Bode ta có thể suy ra được biểu đồ Nyquist và ngược lại.

Đáp ứng tần số của hệ thống vòng kín:

Cho hệ thống hồi tiếp âm đã nghiên cứu ở chương trước, G(s) là hàm truyền đối tượng vòng hở, H(s) là hàm truyền nhánh hồi tiếp, ngõ vào là R(s), ngõ ra là Y(s). Khi đó hàm truyền hệ vòng kín như sau:

$$M(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} \qquad (3.12)$$

Dưới điều kiện trạng thái xác lập hình sin, s=jω, phương trình (1) trở thành:

$$M(jv)=\frac{Y(jv)}{R(jv)}=\frac{G(jv)}{1+G(jv)H(jv)} \qquad (3.13)$$

Hàm truyền M(jω) có thể biểu diễn ở dạng biên độ và pha:

$$M(jv)=|M(jv)|\angle M(jv) \qquad (3.14)$$

M(jω) có thể biểu diễn ở dạng phần thực và phần ảo:

$$M(jv)=\mathrm{Re}[M(jv)]+j\,\mathrm{Im}[M(jv)] \qquad (3.15)$$

Biên độ của M(jω) là

$$|M(jv)|=\left|\frac{G(jv)}{1+G(jv)h(jv)}\right|=\frac{|G(jv)|}{|1+G(jv)H(jv)|} \qquad (3.16)$$

và pha của M(jω) là

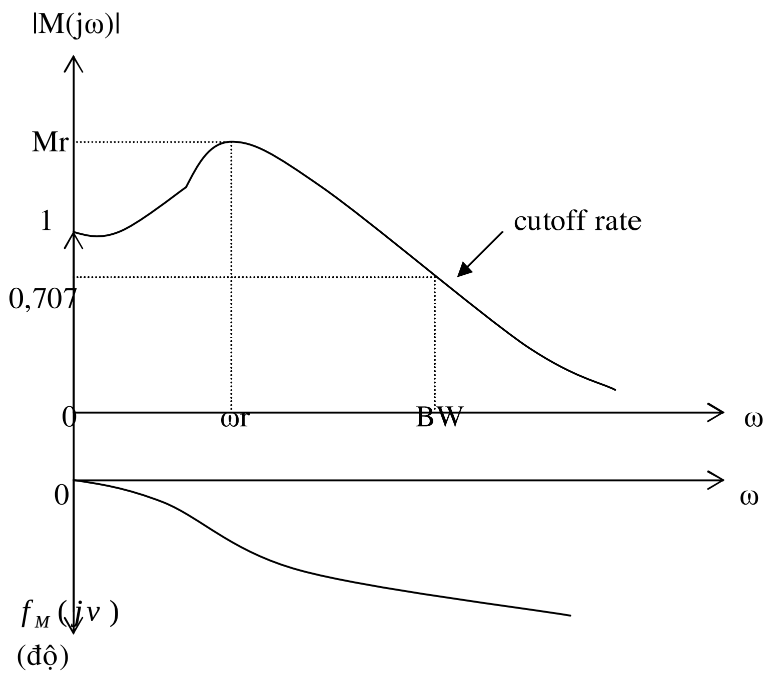
$$\angle M(jv)=f_M(jv)=\angle G(jv)-\angle[1+G(jv)H(jv)] \qquad (3.17)$$

Đặc tính tần số sủa hệ thống có các thông số quan trọng sau đây:

Đỉnh cộng hưởng (Mp) (Mr): đỉnh cộng hưởng là giá trị cực đại của M(ω)=|M(jω)|.

Tần số cộng hưởng (ωp)(ωr):là tần số tại đó có đỉnh cộng hưởng.

Băng thông BW: là tần số tại đó M(ω)=|M(jω)| giảm tới còn 70,7 phần trăm(0,707), hay giảm xuống -3dB, của giá trị tần số zero của nó.



Hình 3.3: Đặc tính biện độ-pha tiêu biểu của hệ thống điều khiển hồi tiếp.

Cutoff rate: Đôi khi cần nhìn vào độ dốc của |M(jω), mà được gọi là cutoff rate (tốc độ cắt) của đáp ứng tần số, tại tần số cao. Rõ ràng là hai hệ thống có cùng băng thông, nhưng cutoff rate lại khác nhau.

Tần số cắt biên (ωc): là tần số tại đó biên độ của đặc tính tần số bằng 1(hay bằng 0dB).

$$M(\omega c)=1 \qquad (3.18)$$

$$\text{Hay } L(\omega)=0 \text{ dB}. \qquad (3.19)$$

Tần số cắt pha($v_{-\Pi}$): là tần số tại đó pha của đặc tính tần số bằng –Π(hay -180o).

$$j(v_{-p}) = 180^o \qquad (3.20)$$

Độ dự trữ biên (GM-Gain Margin)

$$GM = \frac{1}{M(v_{-p})} \qquad (3.21)$$

$$\text{hay } GM = -L(v_{-p})[dB] \qquad (3.22)$$

Công thức tính theo đơn vị dB được sử dụng nhiều hơn .

Độ dự trữ pha (ΦM- Phase Margin)

$$\Phi M = 180^0 + j(v_c) \qquad (3.23)$$

Độ dự trữ biên và độ dự trữ pha của hệ thống cho biết hệ thống có ổn định hay không. Chương 4 sẽ đề cập chi tiết vấn đề này.

<u>Đỉnh cộng hưởng, tần số cộng hưởng và băng thông của hệ bậc hai:</u>

Xét hàm truyền vòng kín của hệ bậc hai có dạng:

$$M(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{v_n^2}{s^2 + 2xv_n s + v_n^2}$$

Thay s=jω, ta có M(jω)

Tần số cộng hưởng ωr (hay ωp) là:

$$v_r = v_n\sqrt{1-2x^2} \quad \text{với } x \le 0{,}707$$

Đỉnh cộng hưởng Mr hay Mp là:

$$M_r = \frac{1}{2x\sqrt{1-x^2}} \quad \text{với } x \le 0{,}707$$

Băng thông BW là:

$$BW = v_n\left[(1-2x^2)+\sqrt{4x^4-4x^2+2}\right]^{1/2}$$

*Ảnh hưởng của thêm cực và zero vào nhánh thẳng của hàm truyền.

3.4 Đặc tính động học khâu khuếch đại

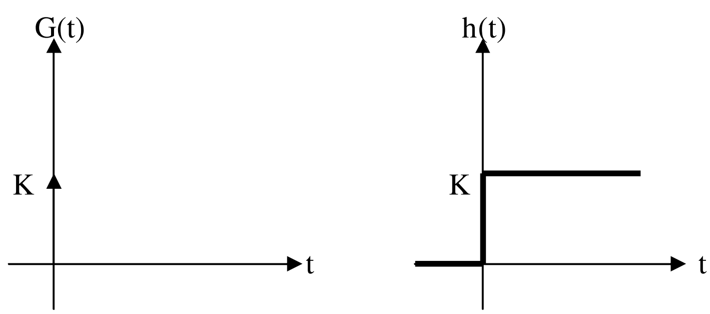
Khâu tỷ lệ:

Hàm truyền : G(s)=K (3.24)

*Đặc tính thời gian: C(s)=G(s).R(s)=KR(s)

C(t)=Kr(t) (3.25)

Vậy tín hiệu ra của khâu tỉ lệ bằng tín hiệu vào khuếch đại lên K lần. Hình 3.4 mô tả hàm trọng lượng và hàm quá độ của khâu tỉ lệ.



a) b)

Hình 3.4 : Đặc tính thời gian của khâu tỉ lệ

a)Hàm trọng lượng ; b)Hàm quá độ

*Đặc tính tần số : G(jω)=K

Biên độ : M(ω)=K à L(ω)=20lg K

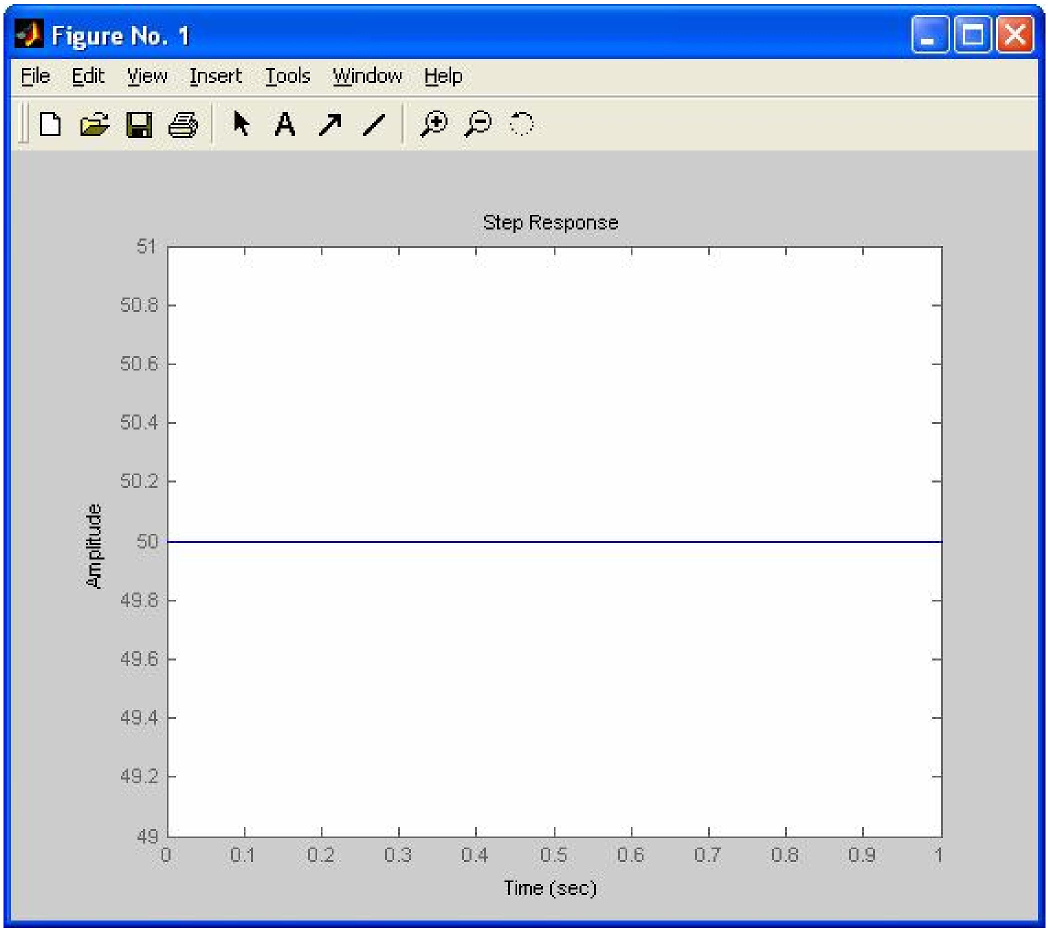
Pha : φ(ω)=0

Các biểu thức trên cho thấy đặc tính tần số của khâu tỉ lệ là hằng số với mọi ω, do đó biểu đồ Bode về biên độ là một đường song song với trục hoành, cách trục hoành 20lgK ; biểu đồ Bode về pha là một đường nằm ngang trùng với trục hoành ; biểu đồ Nyquist là một điểm do vector G(jω) không đổi với mọi ω. Xem hình 3.5.

Hình 3.5 : Đặc tính tần số của khâu tỉ lệ.

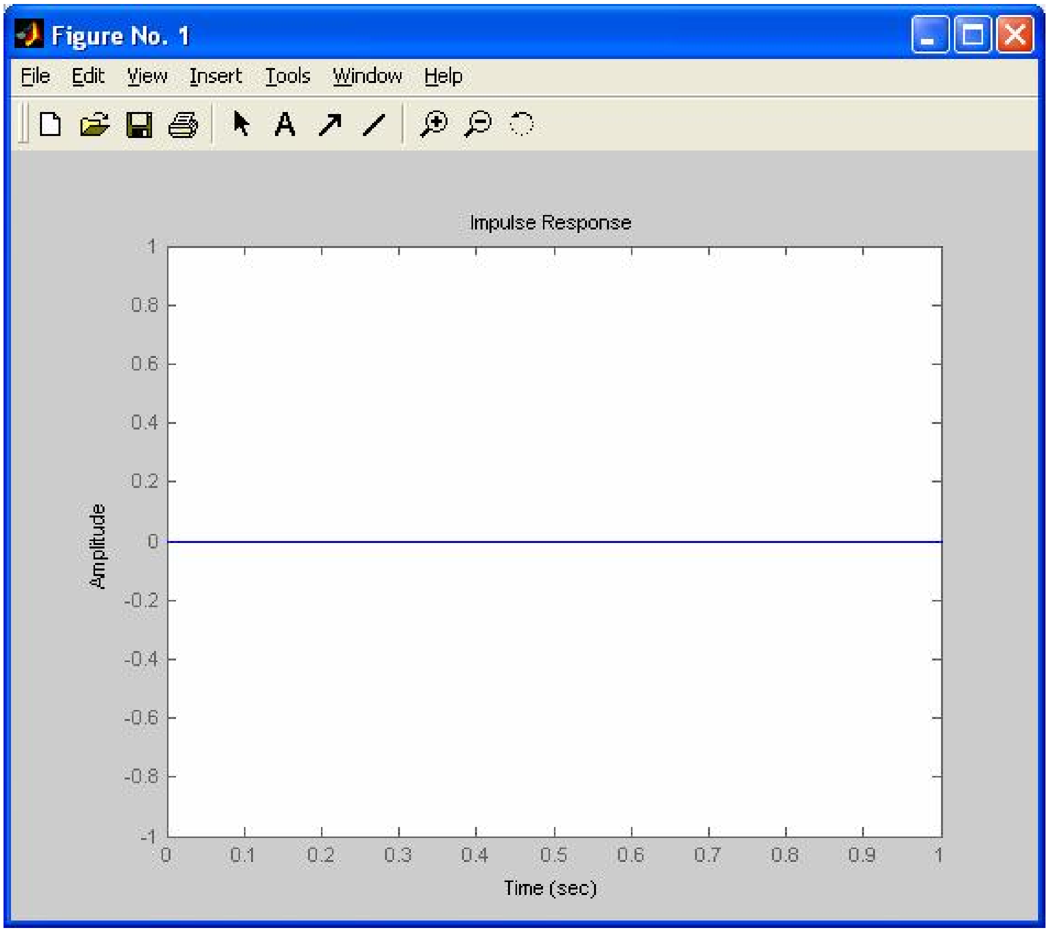
Thí dụ : G(s)=50

Đáp ứng nấc :



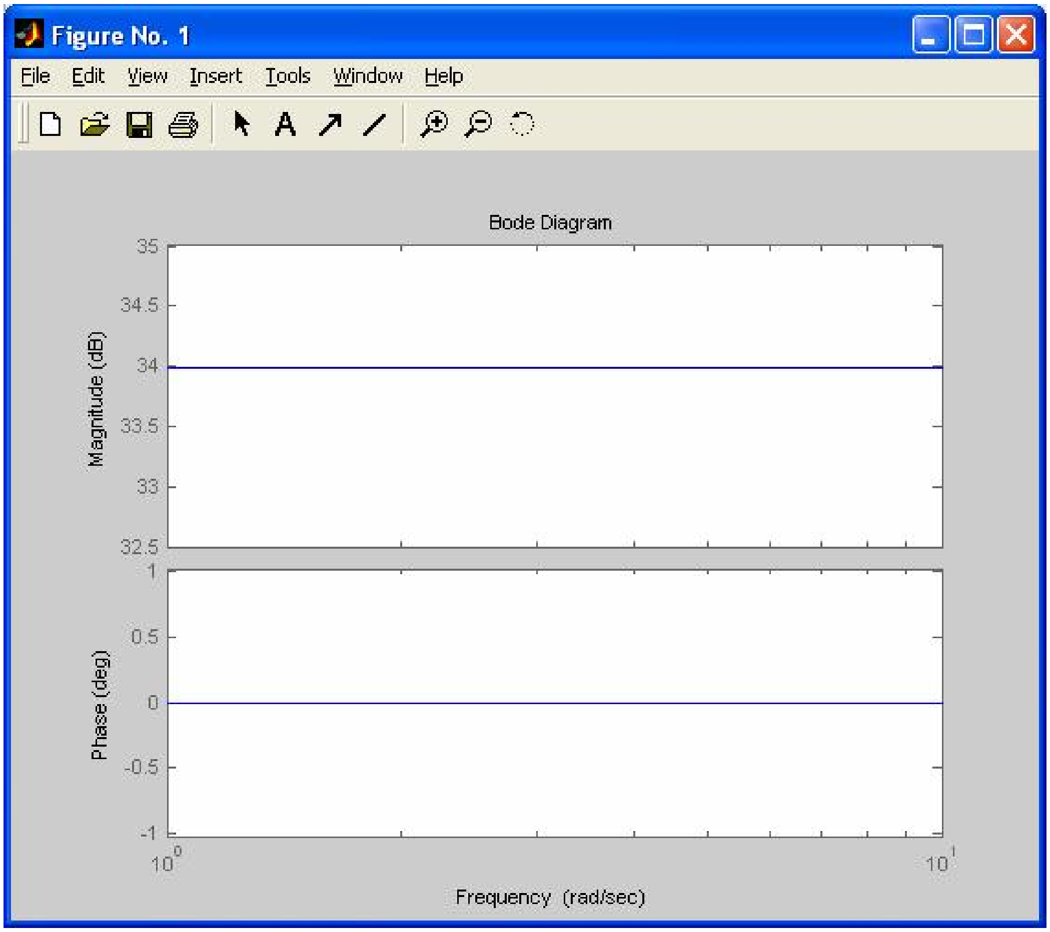
H3.6

Đáp ứng xung :



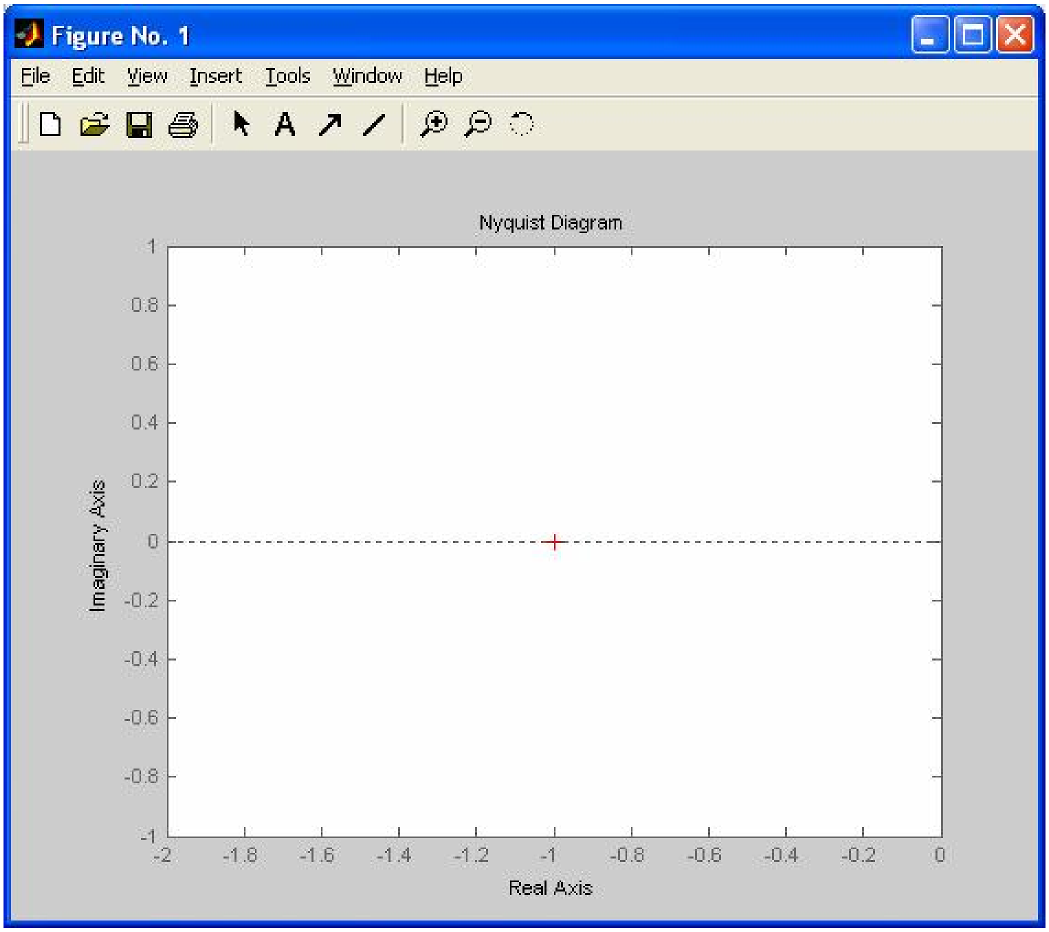
H3.7

Biểu đồ Bode :



H3.8

Biểu đồ Nyquist :



H3.9

3.5 Đặc tính động học khâu tích phân

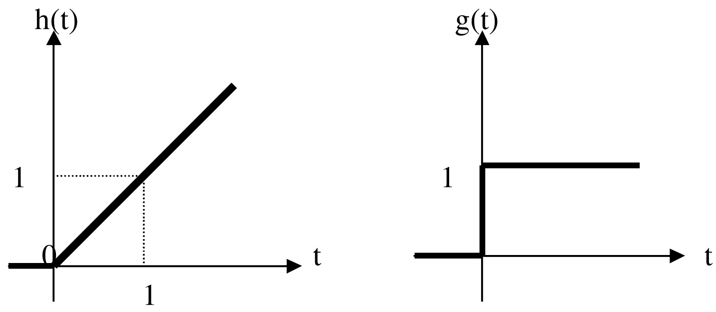
Hàm truyền : $G(s) = \frac{1}{s}$ (3.26)

.Đặc tính thời gian : $C(s) = R(s).G(s) = \frac{R(s)}{s}$

Hàm trọng lượng : $g(t) = L^{-1}\{G(s)\} = L^{-1}\{\frac{1}{s}\} = 1(t)$ (3.27)

Hàm quá độ : $h(t) = L^{-1}\{\frac{G(s)}{s}\} = L^{-1}\{\frac{1}{s^2}\} = t.1(t)$ (3.28)

Vậy hàm trọng lượng và hàm quá độ của khâu tích phân lý tưởng tương ứng là hàm nấc đơn vị và hàm dốc đơn vị (Hình 3.10). Một đặc điểm quan trọng cần quan tâm là hàm quá độ của khâu tích phân lý tưởng tăng đến vô cùng.



b) a)

Hình 3.10 : Đặc tính thời gian của khâu tích phân lý tưởng.

A) Hàm trọng lượng b) Hàm quá độ.

. Đặc tính tần số : $G(jv) = \frac{1}{jv} = -j\frac{1}{v}$ (3.29)

$M(v) = \frac{1}{v}$ (3.30)

Biên độ :

$\Rightarrow L(v) = 20\lg M(v) = 20\lg\left(\frac{1}{v}\right) = -20\lg v$ (3.31)

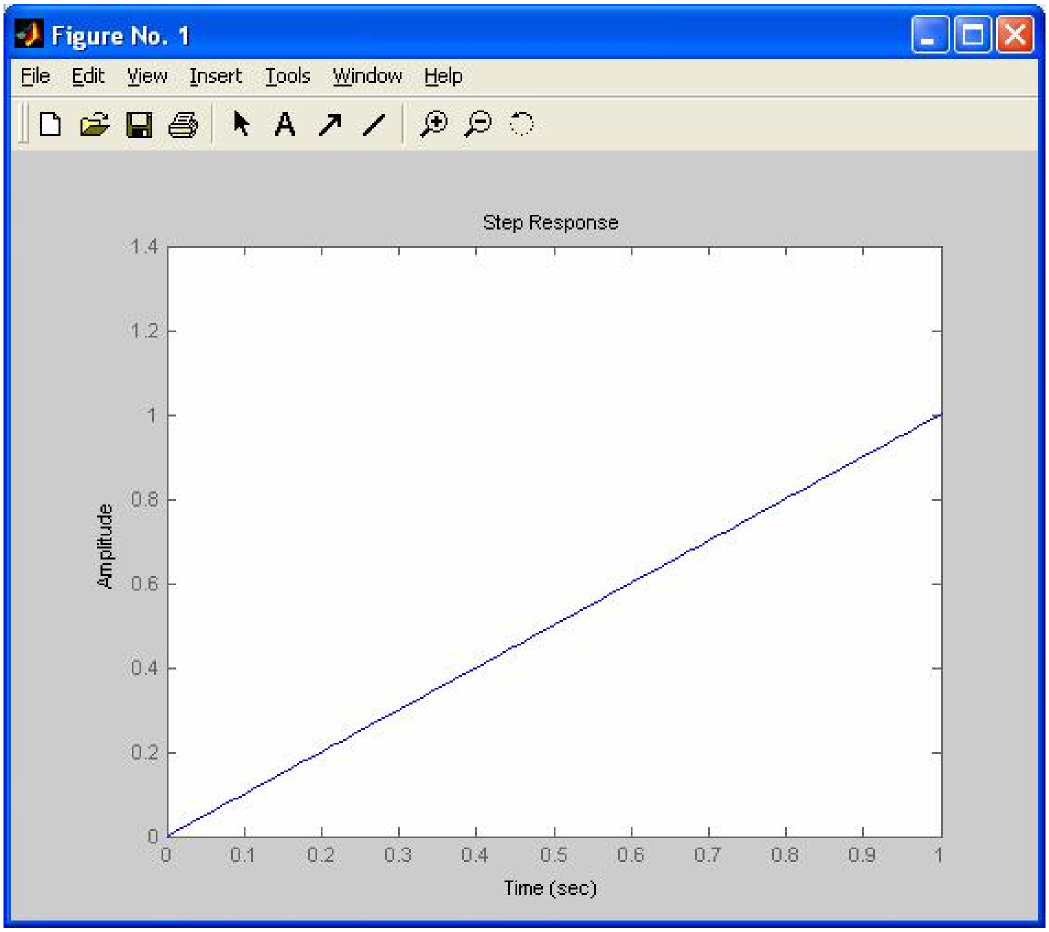
Pha : $j(v) = -90^0$ (3.32)

Hình 3.12 : Đặc tính tần số của khâu tích phân lí tưởng.

a)Biểu đồ Bode b)Biểu đồ Nyquist

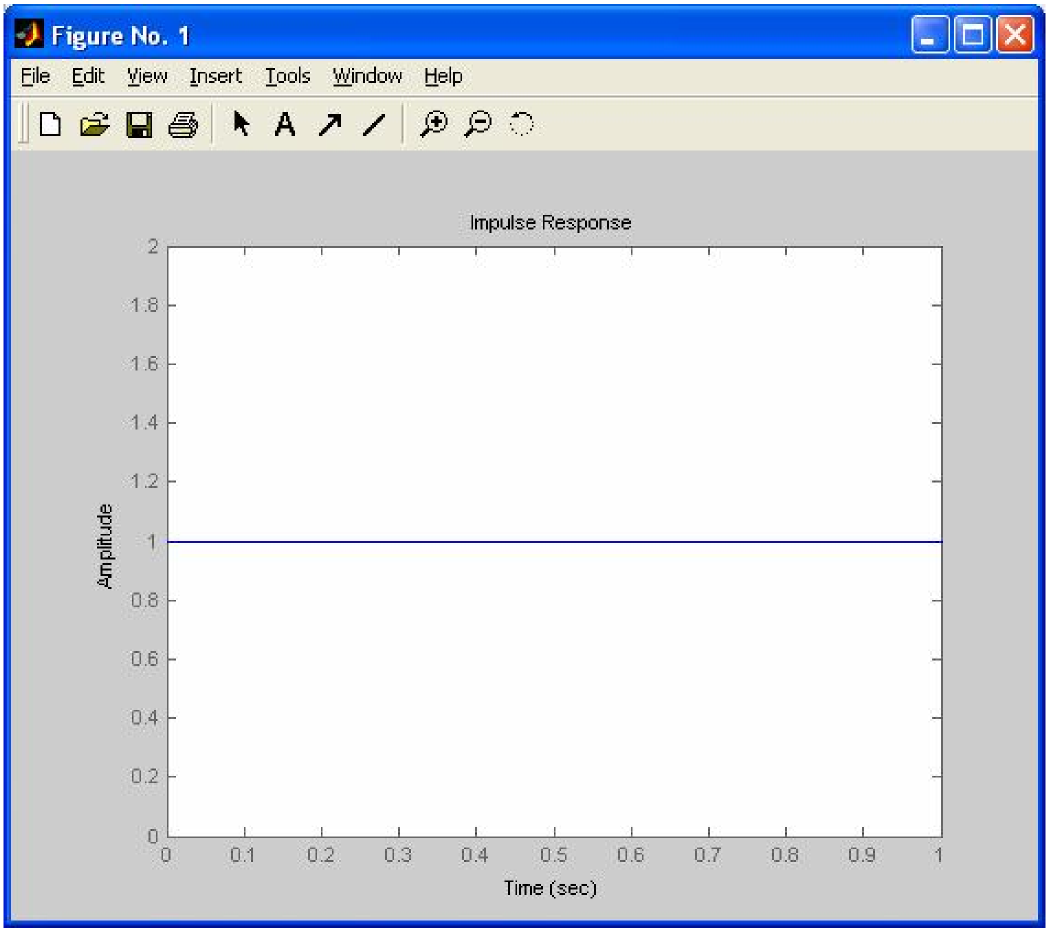
Thí dụ : G(s)=1/s

Đáp ứng nấc :



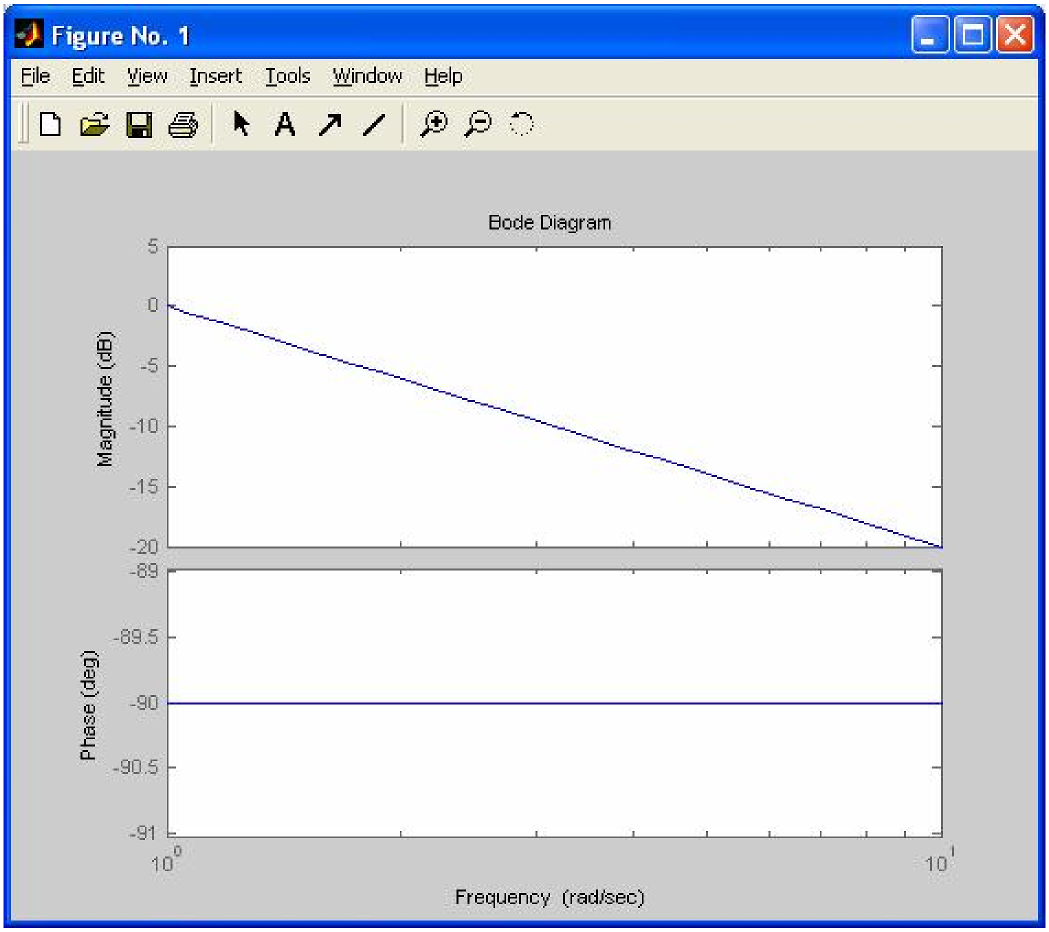
H3.13

Đáp ứng xung :



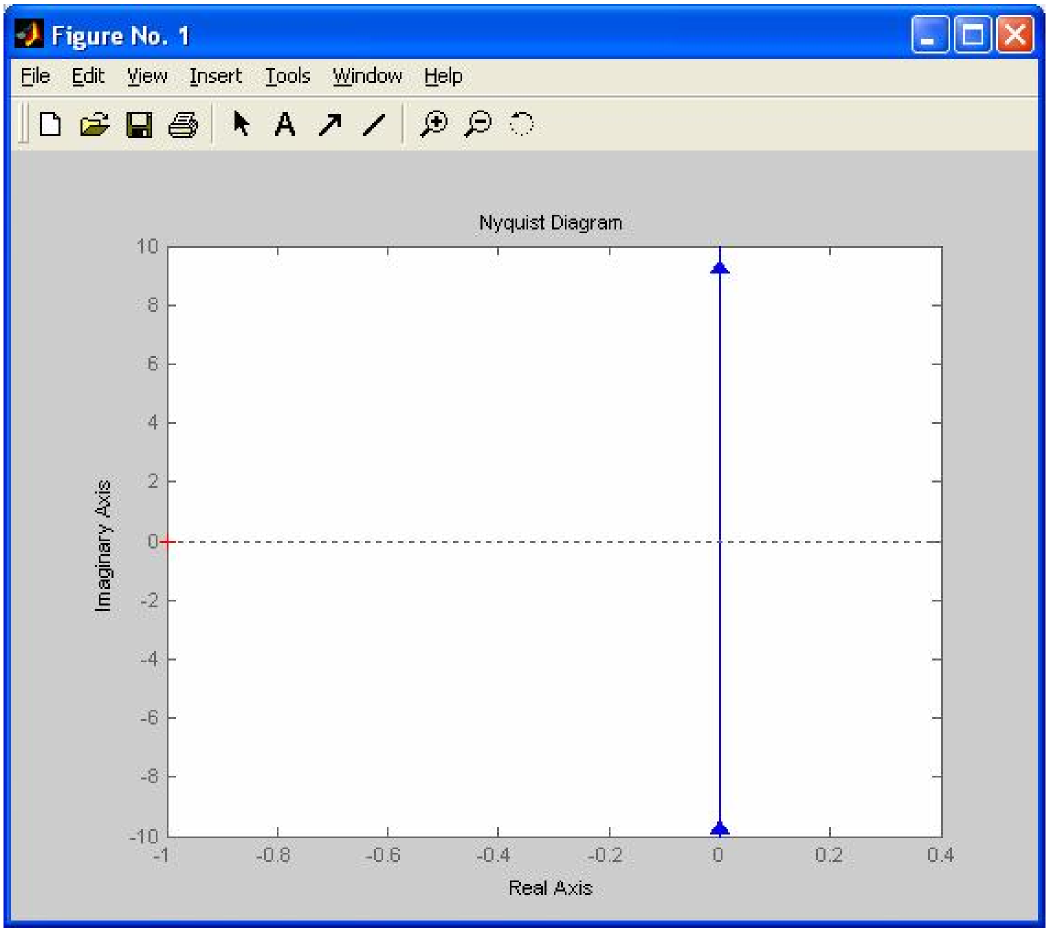
H3.14

Biểu đồ Bode :



H3.15

Biểu đồ Nyquist :



H3.16

3.6 Đặc tính động học khâu vi phân

Hàm truyền: G(s)=s (3.33)

. Đặc tính thời gian: C(s)=R(s).G(s)=sR(s)

Hàm quá độ :

$$h(t) = L^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\} = L^{-1}\{1\} = d(t) \qquad (3.34)$$

Hàm trọng lượng:

$$g(t) = \frac{d}{dt}h(t) = d'(t) \qquad (3.35)$$

Hàm quá độ của khâu vi phân là hàm xung đơn vị, hàm trọng lượng là đạo hàm của hàm quá độ, chỉ có thể mô tả bằng biểu thức toán học, không biểu diễn bằng đồ thị được.

Hình 3.17: Hàm quá độ của khâu vi phân lí tưởng.

. Đặc tính tần số: G(jω)= jω (3.36)

Biên độ : M(ω)= ω (3.37)

à L(ω)=20lg M(ω)=20lgω (3.38)

Pha: $\varphi(\omega)=+90^0$. (3.39)

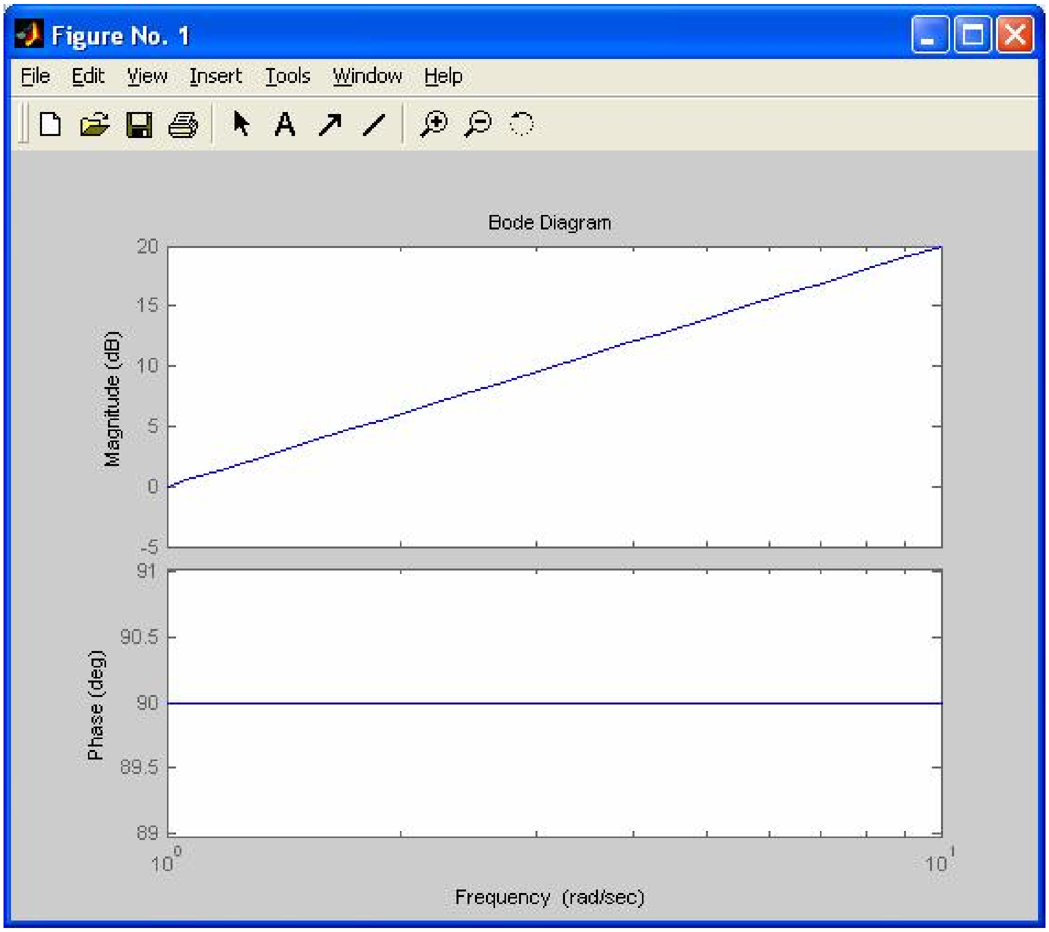
Đặc tính tần số của khâu vi phân lí tưởng hoàn toàn trái ngược với khâu tích phân lí tưởng.

Hình 3.18: Đặc tính tần số của khâu vi phân lí tưởng.

a)Biểu đồ Bode b)Biểu đồ Nyquist

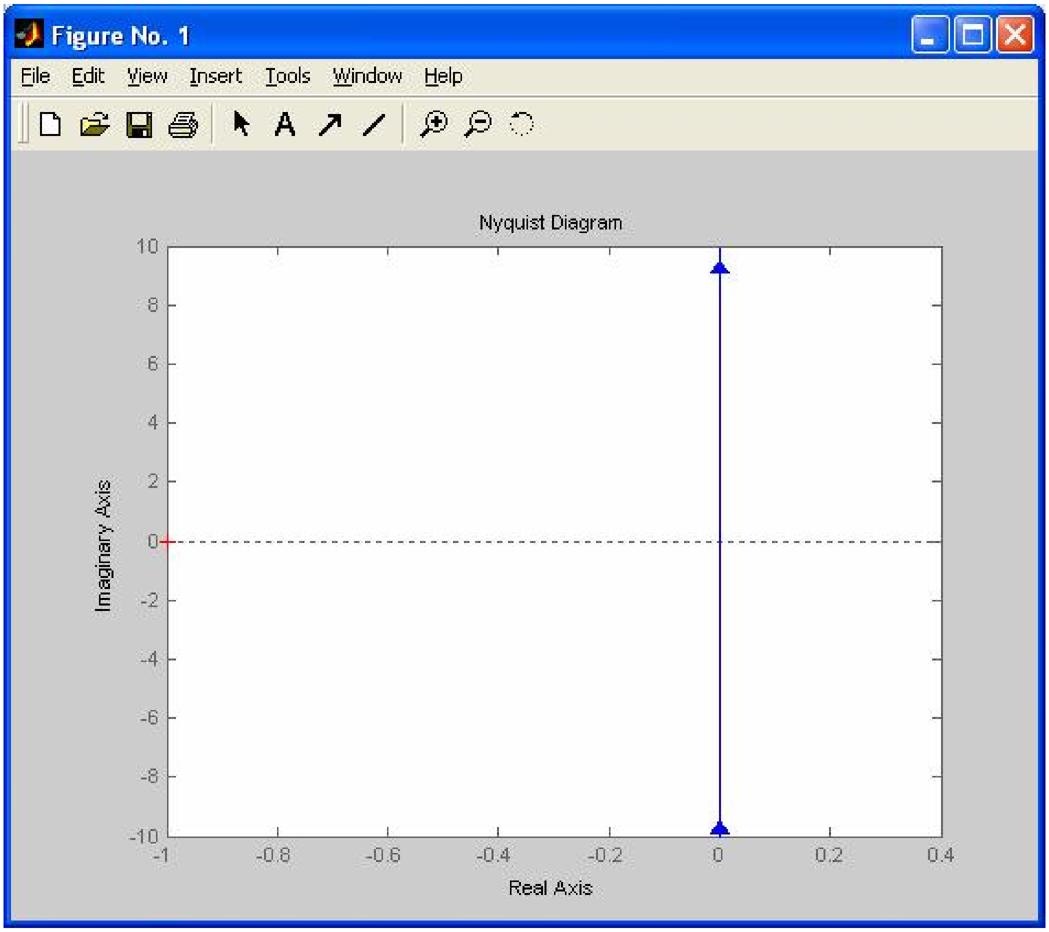
Thí dụ: G(s)=s

Biểu đồ Bode:



H3.19

Biểu đồ Nyquist:



H3.20

3.7 Đặc tính động học khâu quán tính bậc nhất

Hàm truyền: $G(s)=\dfrac{1}{Ts+1}$ (3.40)

. Đặc tính thời gian:

Hàm trọng lượng: $g(t)=L^{1}\left\{\dfrac{1}{Ts+1}\right\}=\dfrac{1}{T}e^{-\frac{t}{T}}1(t)$ (3.41)

Hàm quá độ: $h(t)=L^{1}\left\{\dfrac{1}{s(Ts+1)}\right\}=(1-e^{-\frac{t}{T}})1(t)$ (3.42)

Hàm trọng lượng của khâu quán tính bậc nhất là hàm mũ suy giảm về 0, hàm quá độ tăng theo qui luật hàm mũ đến giá trị xác lập bằng 1.

Hình 3.21: Đặc tính thời gian của khâu quán tính bậc nhất

a)hàm trọng lượng b)hàm quá độ.

. Đặc tính tần số: $G(j\nu)=\dfrac{1}{Tj\nu+1}=\dfrac{1-Tj\nu}{1+T^{2}\nu^{2}}$ (3.43)

Phần thực: $P(\nu)=\dfrac{1}{1+T^{2}\nu^{2}}$

Phần ảo: $Q(\nu)=\dfrac{-T\nu}{1+T^{2}\nu^{2}}$

$$M(v) = \sqrt{P^2(v) + Q^2(v)}$$

Biên độ: $= \sqrt{\left(\dfrac{1}{1+T^2v^2}\right)^2 + \left(\dfrac{Tv}{1+T^2v^2}\right)^2}$ (3.44)

$$= \frac{1}{\sqrt{1+T^2v^2}}$$

$$\Rightarrow L(v) = 20\lg M(v) = -20\lg\sqrt{1+T^2v^2} \qquad (3.45)$$

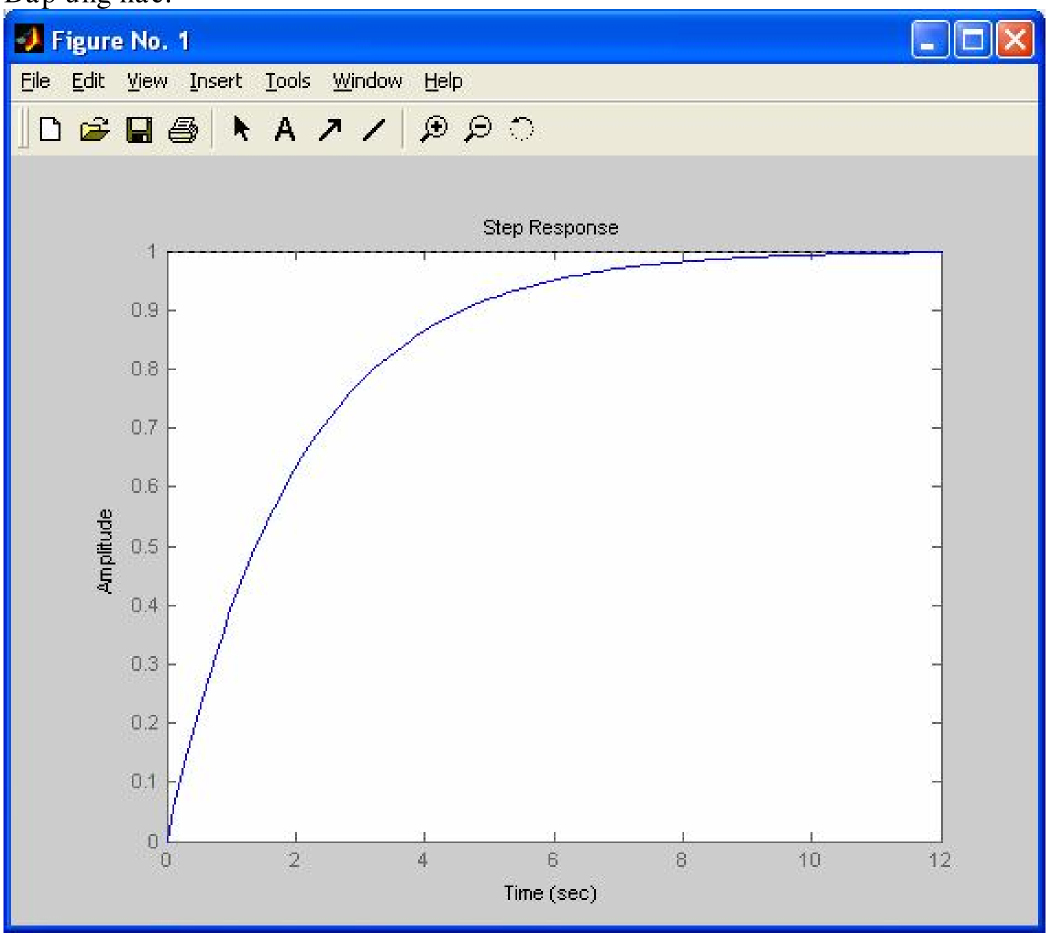
Pha: $j(v) = tg^{-1}\left[\dfrac{Q(v)}{P(v}\right] = -tg^{-1}(Tv)$ (3.46)

Hình 3.22: Đặc tính tần số của khâu quán tính bậc nhất

a) Biểu đồ Bode b)Biểu đồ Nyquist

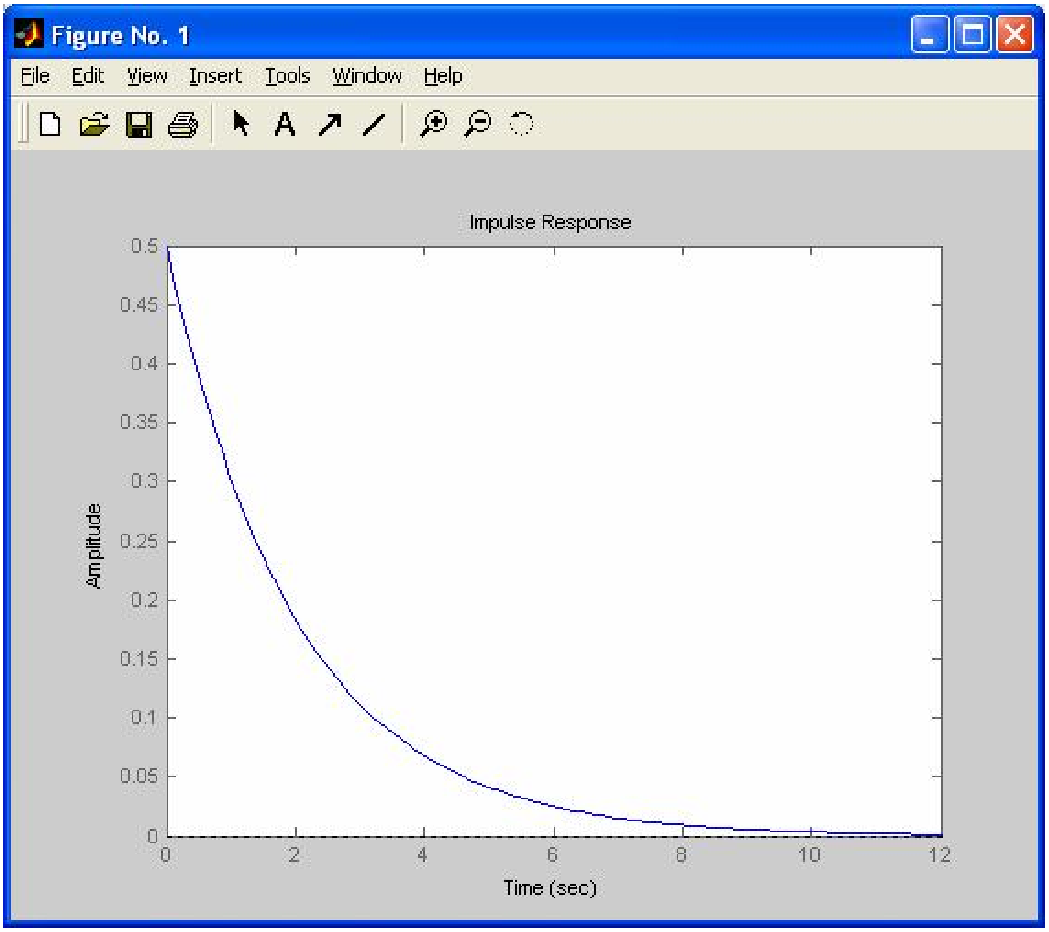
Thí dụ: G(s)=1/(2s+1)

Đáp ứng nấc:



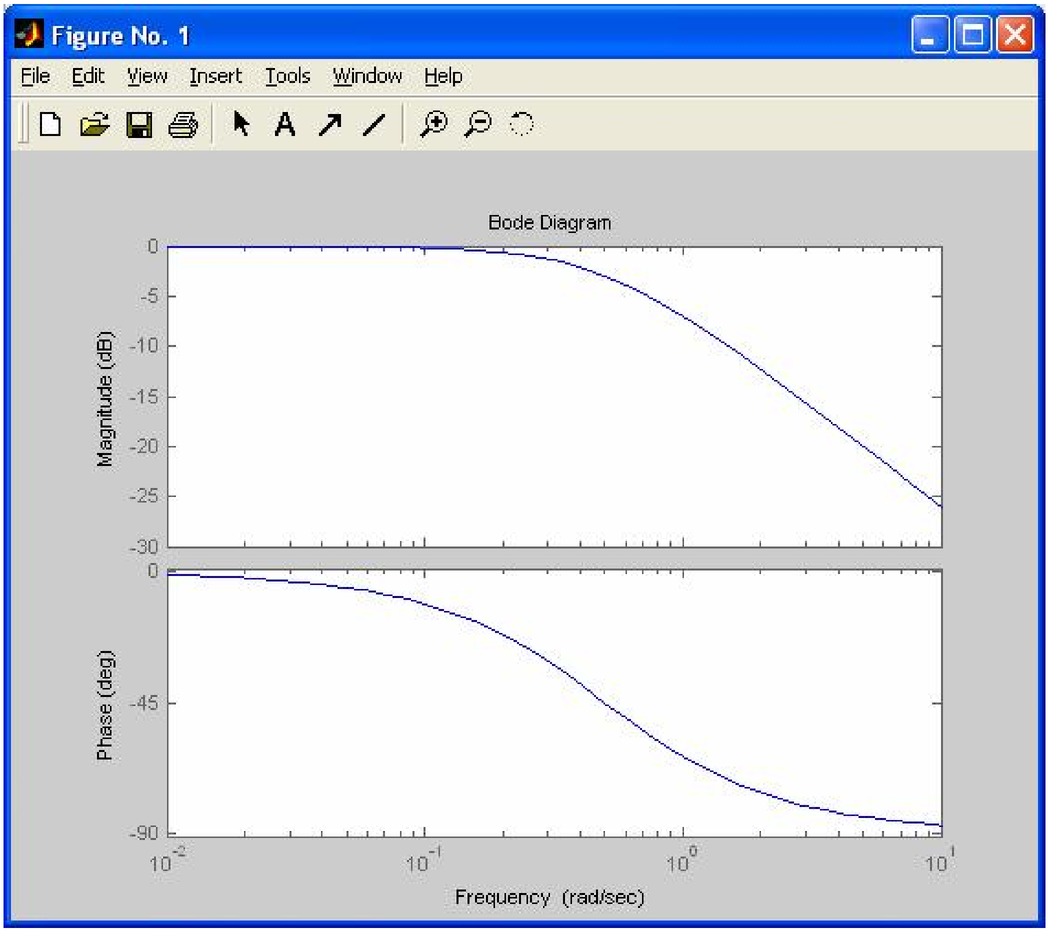
H3.23

Đáp ứng xung:



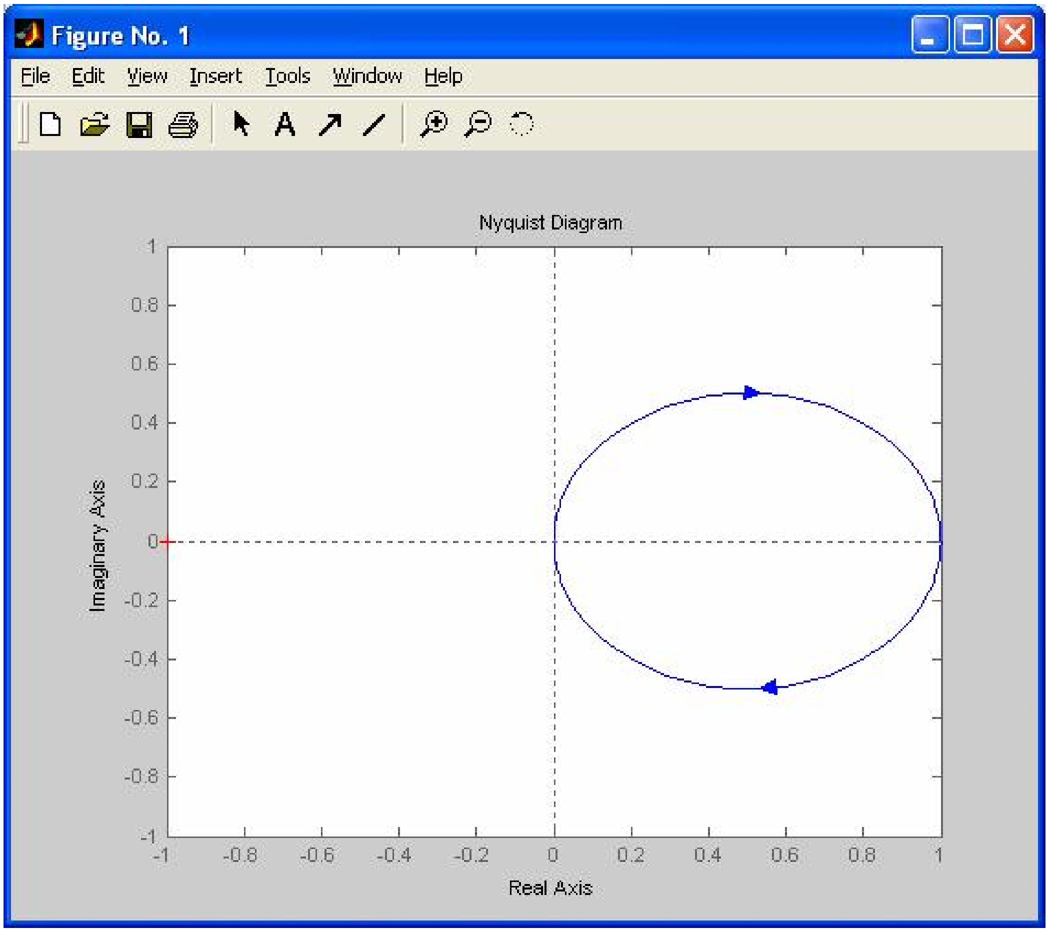
H3.24

Biểu đồ Bode:



H3.25

Biểu đồ Nyquist:



H3.26

3.8 Đặc tính động học khâu bậc hai

Hàm truyền:

$$G(s) = \frac{1}{T^2 s^2 + 2xTs = 1} \qquad (0 < x < 1) \qquad (3.47)$$

hay $$G(s) = \frac{v_n^2}{s^2 + 2xv_n s + v_n^2} \qquad \text{(với } \omega_n = 1/T) \qquad (3.48)$$

. Đặc tính thời gian:

$$C(s) = R(s).G(s) = \frac{R(s)v_n^2}{s^2 + 2xv_n s + v_n^2}$$

Hàm trọng lượng:

$$g(t) = L^{-1}\left\{\frac{v_n^2}{s^2 + 2xv_n s + v_n^2}\right\}$$

$$\Rightarrow g(t) = \frac{v_n e^{-xv_n t}}{\sqrt{1-x^2}}.\sin\left[(v_n\sqrt{1-x^2})t\right] \qquad (3.49)$$

Hàm quá độ:

$$h(t) = L^{-1}\left\{\frac{1}{s}.\frac{v_n^2}{s^2 + 2xv_n s + v_n^2}\right\}$$

$$\Rightarrow h(t) = 1 - \frac{e^{-xv_n t}}{\sqrt{1-x^2}}.\sin\left[(v_n\sqrt{1-x^2})t + q\right] \qquad (3.50)$$

trong đó độ lệch pha θ xác định bởi $q = \cos^{-1} x$.

Biểu thức (3.49) và (3.50) cho thấy đặc tính thời gian của khâu dao động bậc 2 có dạng dao động suy giảm, hàm trọng lượng là dao động suy giảm về 0, hàm quá độ là dao động suy giảm đến giá trị xác lập là 1.

Hình 3.27: Đặc tính thời gian của khâu dao động bậc 2.

a)Hàm trọng lượng. B)Hàm quá độ.

.Đặc tính tần số: $G(jv) = \dfrac{1}{-T^2v^2 + 2xTjv + 1}$ (3.51)

Biên độ: $M(v) = \left|G(jv)\right| = \dfrac{1}{\sqrt{(1-T^2v^2)^2 + 4x^2T^2v^2}}$ (3.52)

$$\Rightarrow L(v) = 20\lg M(v) = -20\lg\sqrt{(1-T^2v^2)^2 + 4x^2T^2v^2} \qquad (3.53)$$

Pha: $j(v) = \angle G(jv) = -tg^{-1}\left(\dfrac{2xTv}{1-T^2v^2}\right)$ (3.54)

Biểu thức (3.53) cho thấy biểu đồ Bode biên độ của khâu dao động bậc 2 là một đường cong.

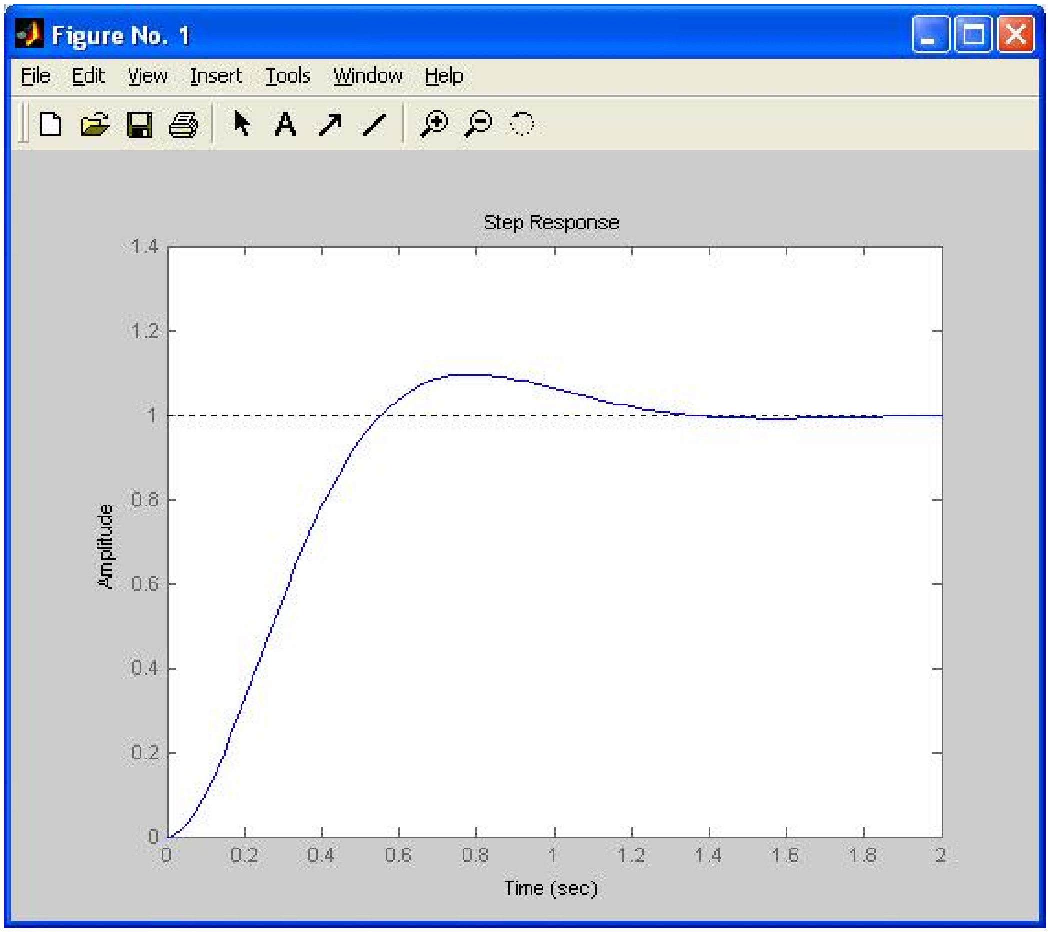
Hình 3.28:Đặc tính tần số của khâu dao động bậc 2.

a)Biểu đồ Bode. B) Biểu đồ Nyquist.

Thí dụ: $x = 0{,}6; v_n = 5rad/\sec$

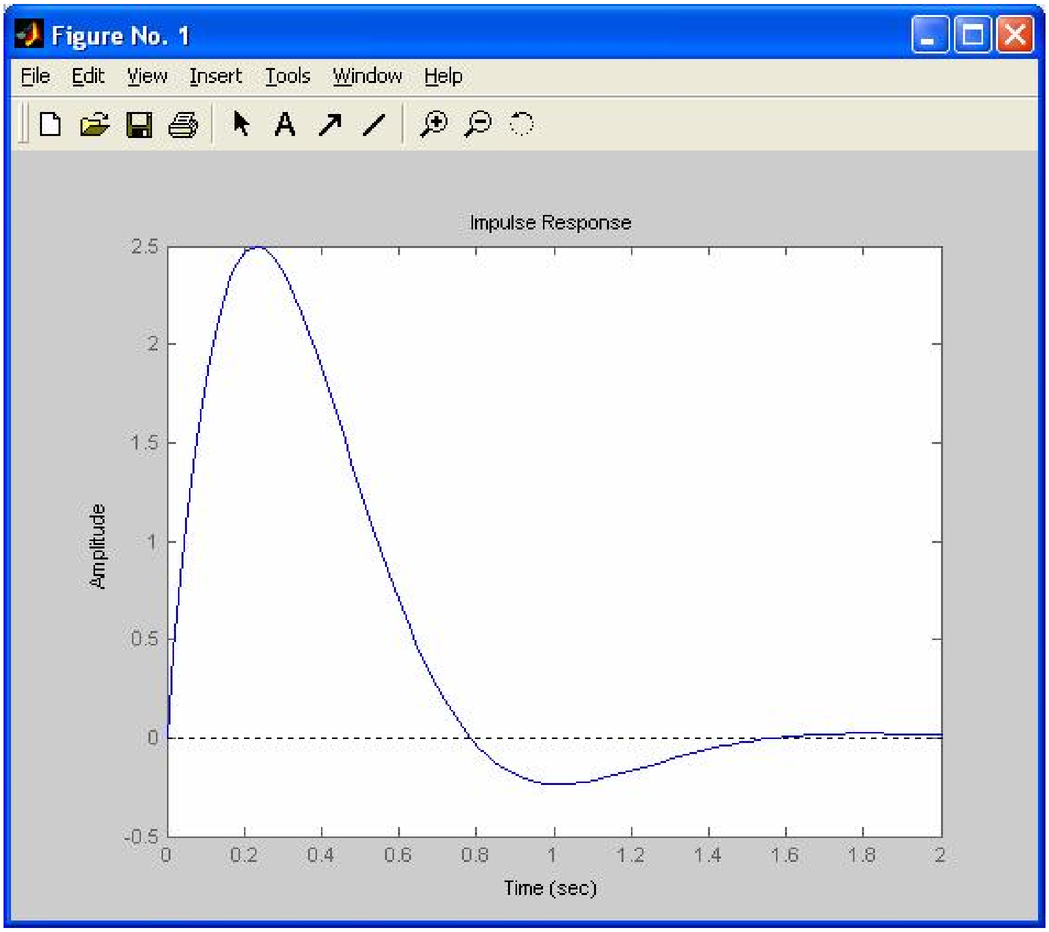
$G(s)=25/(s^2+6s+25)$

Đáp ứng nấc:



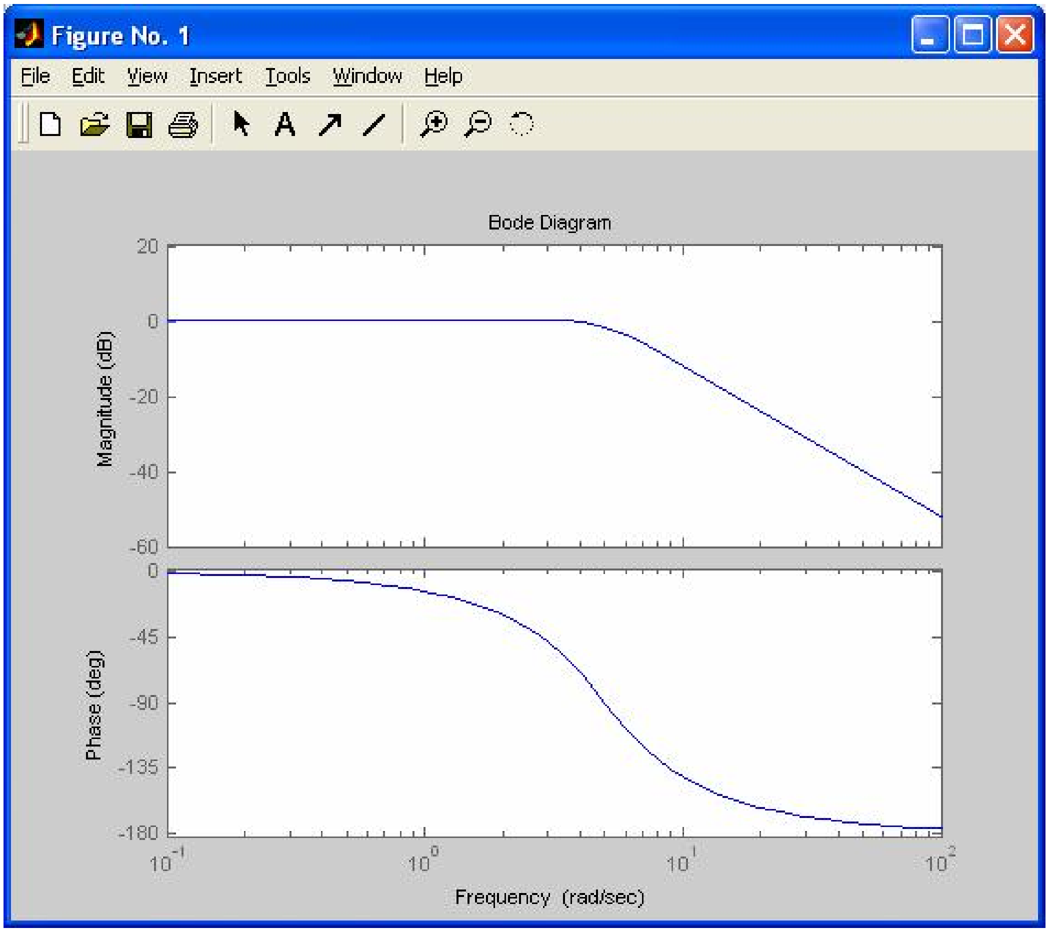
H3.29

Đáp ứng xung:



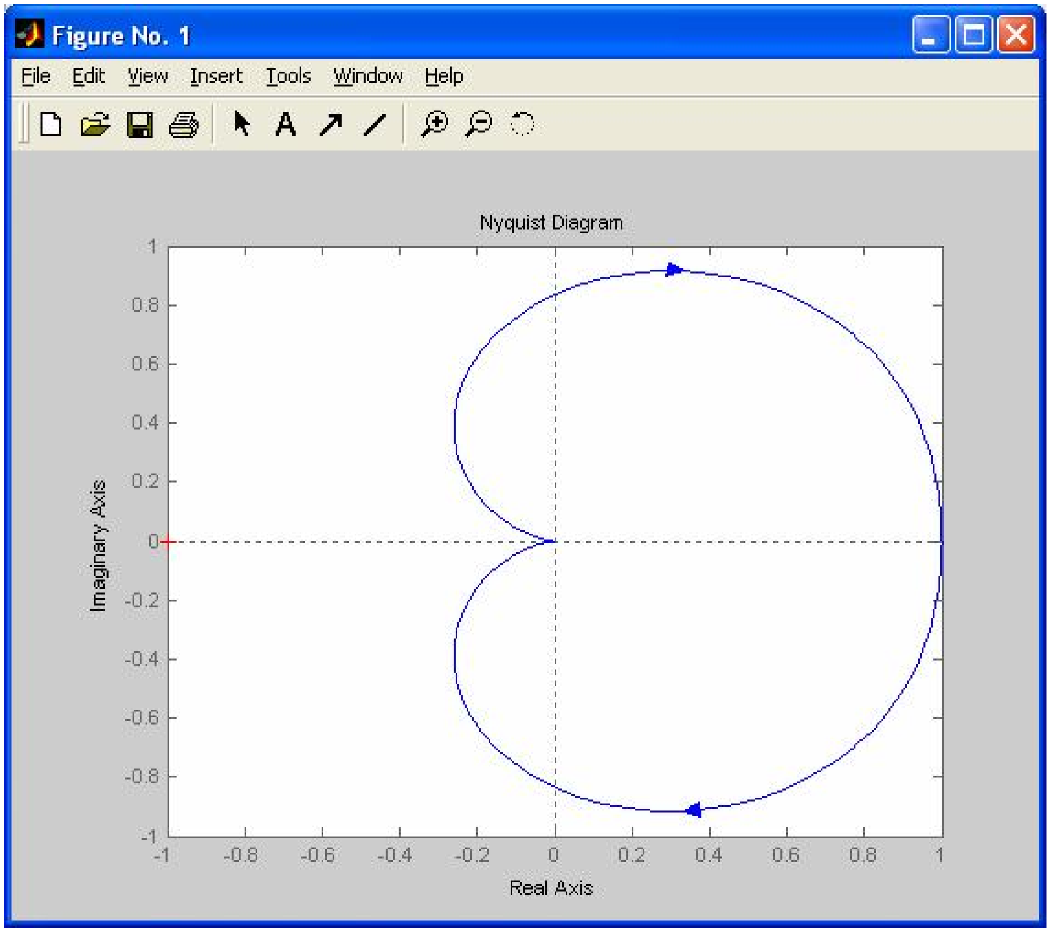
H3.30

Biểu đồ Bode:



H3.31

Biểu đồ Nyquist:



H3.32

3.9 Đặc tính động học khâu trễ (trì hoãn)

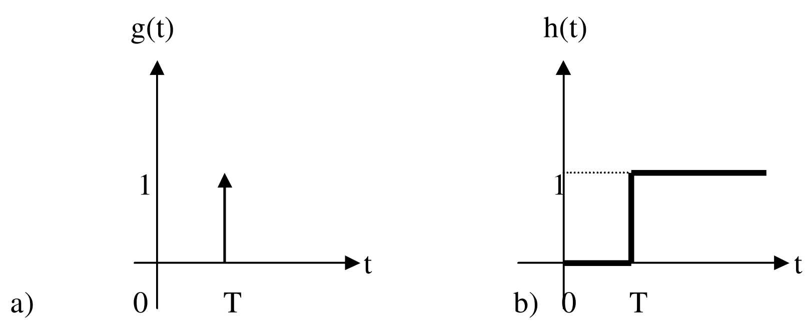
Hàm truyền: $G(s) = e^{-Ts}$ (3.55)

. Đặc tính thời gian: $C(s) = R(s).G(s) = R(s).e^{-Ts}$

Hàm trọng lượng: $g(t) = L^{1}\left\{e^{-Ts}\right\} = d(t-T)$ (3.56)

Hàm quá độ: $h(t) = L^{1}\left\{\frac{e^{-Ts}}{s}\right\} = 1(t-T)$ (3.57)

Đặc điểm của khâu trễ là tín hiệu ra trễ hơn tín hiệu vào một khoảng thời gian T.



Hình 3.33: Đặc tính thời gian của khâu trễ.

a)Hàm trọng lượng. B)Hàm quá độ.

. Đặc tính tần số: $G(j\nu)=e^{-Tj\nu}$ (3.58)

Biên độ: $$M(\nu)=|G(j\nu)|=1$$ $$\Rightarrow L(\nu)=20\lg M(\nu)=-20\lg 1=0$$ (3.59)

Pha: $j(\nu)=\angle G(j\nu)=-T\nu$ (3.60)

Biểu đồ Bode biên độ của khâu trì hoãn là đường thẳng nằm ngang với trục hoành do L(ω)=0 với mọi ω.

Hình 3.34:Đặc tính tần số của khâu trì hoãn.

a)Biểu đồ Bode. B) Biểu đồ Nyquist.

3.10 Đặc tính động học của HTĐKTĐ

3.10.1. Đặc tính thời gian của hệ thống

Xét hệ thống có hàm truyền:

$$G(s)=\frac{b_0s^m+b_1s^{m-1}+\ldots+b_{m-1}s+b_m}{a_0s^n+a_1s^{n-1}+\ldots+a_{n-1}s+a_n} \quad (3.61)$$

Biến đổi Laplace của hàm quá độ là:

$$H(s)=\frac{G(s)}{s}=\frac{1}{s}\left(\frac{b_0s^m+b_1s^{m-1}+\ldots+b_{m-1}s+b_m}{a_0s^n+a_1s^{n-1}+\ldots+a_{n-1}s+a_n}\right) \quad (3.62)$$

Tùy theo đặc điểm của hệ thống mà đặc tính thời gian của hệ thống có thể có các dạng khác nhau. Tuy vậy chúng ta có thể rút ra một số kết luận quan trọng sau đây:

. Nếu G(s) không có khâu tích phân, vi phân lí tưởng thì hàm trọng lượng suy giảm về 0, hàm quá độ có giá trị xác lập khác 0.

. Nếu G(s) có khâu vi phân lí tưởng (bm=0) thì hàm quá độ suy giảm về 0.

. Nếu G(s) là hệ thống hợp thức (m≤n) thì h(0)=0.

. Nếu G(s) là hệ thống hợp thức chặt (m<n) thì g(0)=0.

. Nếu G(s) không có khâu tích phân, vi phân lí tưởng và có n cực phân biệt, H(s) có thể phân tích dưới dạng:

$$H(s)=h_0+\sum_{i=1}^{n}\frac{h_i}{s-p_i} \quad (3.63)$$

Biến đổi Laplace ngược biểu thức (3.63) ta được hàm quá độ của hệ thống là:

$$h(t)=h_0+\sum_{i=1}^{n}h_ie^{p_it} \quad (3.64)$$

Do đó hàm quá độ là tổ hợp tuyến tính của các hàm mũ cơ số tự nhiên. Nếu tất cả các cực pi đều là cực thực thì hàm quá độ không có dao động; ngược lại nếu có ít nhất một cặp cực phức thì hàm quá độ có dao động.

3.10.2. Đặc tính tần số của hệ thống

Xét hệ thống tự động có hàm truyền G(s). Giả sử G(s) có thể phân tích thành tích của các hàm truyền cơ bản như sau:

$$G(s)=\prod_{i=1}^{l}G_i(s) \quad (3.65)$$

Đặc tính tần số của hệ thống là:

$$G(jv) = \prod_{i=1}^{l} G_i(jv) = \prod_{i=1}^{l} G_i(v) e^{j\sum_{i=1}^{l} j_i(v)} \qquad (3.66)$$

Biên độ:

$$M(v) = |G(jv)| = \left|\prod_{i=1}^{l} G_i(jv)\right| = \prod_{i=1}^{l} |G_i(jv)| \qquad (3.67)$$
$$\Rightarrow M(v) = \prod_{i=1}^{l} M_i(v)$$

$$L(v) = 20\lg M(v) = 20\lg \prod_{i=1}^{l} M_i(v) = 20\sum_{i=1}^{l} \lg M_i(v) \qquad (3.68)$$
$$\Rightarrow L(v) = \sum_{i=1}^{l} L_i(v)$$

Biểu thức (3.68) chứng tỏ biểu đồ Bode biên độ của hệ thống bằng tổng các biểu đồ Bode biên độ của các khâu cơ bản thành phần.

Pha:
$$j(v) = \angle G(jv) = \arg\left[\prod_{i=1}^{l} G_i(jv)\right] = \sum_{i=1}^{l} \angle G_i(jv) \qquad (3.69)$$
$$\Rightarrow j(v) = \sum_{i=1}^{l} j_i(v)$$

Biểu thức (3.69) chứng tỏ biểu đồ Bode pha của hệ thống bằng tổng các biểu đồ Bode pha của các khâu cơ bản thành phần.

Phương pháp vẽ biểu đồ Bode biên độ bằng các đường tiệm cận:

Thí dụ: Vẽ biểu đồ Bode biên độ gần đúng của hệ thống có hàm truyền :

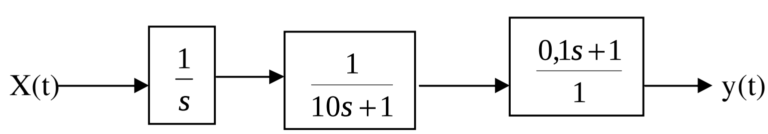
$$G(s) = \frac{100(0{,}1s+1)}{s(0{,}01s+1)}$$

Dựa vào biểu đồ Bode gần đúng, hãy xác định tần số cắt biên của hệ thống.

Giải:

Thí dụ: Cho hệ $G(s) = \dfrac{(0{,}1s+1)}{s(10s+1)}$

Vẽ đường đặc tính biên độ –tần số và pha-tần số.



T1=1 T2=10 T3=0,1

ω1=0 ω2=0,1 ω3=10

Giả sử k>=1, T2>T3

Tần số gãy: ω1=0 ω2=0,1 ω3=10

ω	0	0,1		10	∞
$\frac{1}{s}$	-20dB/dec		-20dB /dec		-20dB/dec
$\frac{1}{10s+1}$	0dB/dec		-20dB/dec		-20dB/dec
$\frac{0,1s+1}{1}$	0		0		+20dB/dec
ΣdB	-20 db/dec		-40dB/dec		-20dB/dec
$\lvert G(j\omega)\rvert$	+10dB	+20dB		-60dB	
$j(\frac{1}{s})$	-90	-90	-90	-90	-90
$j(\frac{1}{10s+1})$	0	-45	-90	-90	-90
$j(\frac{0,1s+1}{1})$	0	0	0	45	+90
$j(\sum)$	-90	-135	-180	-135	-90

Biểu đồ bode:

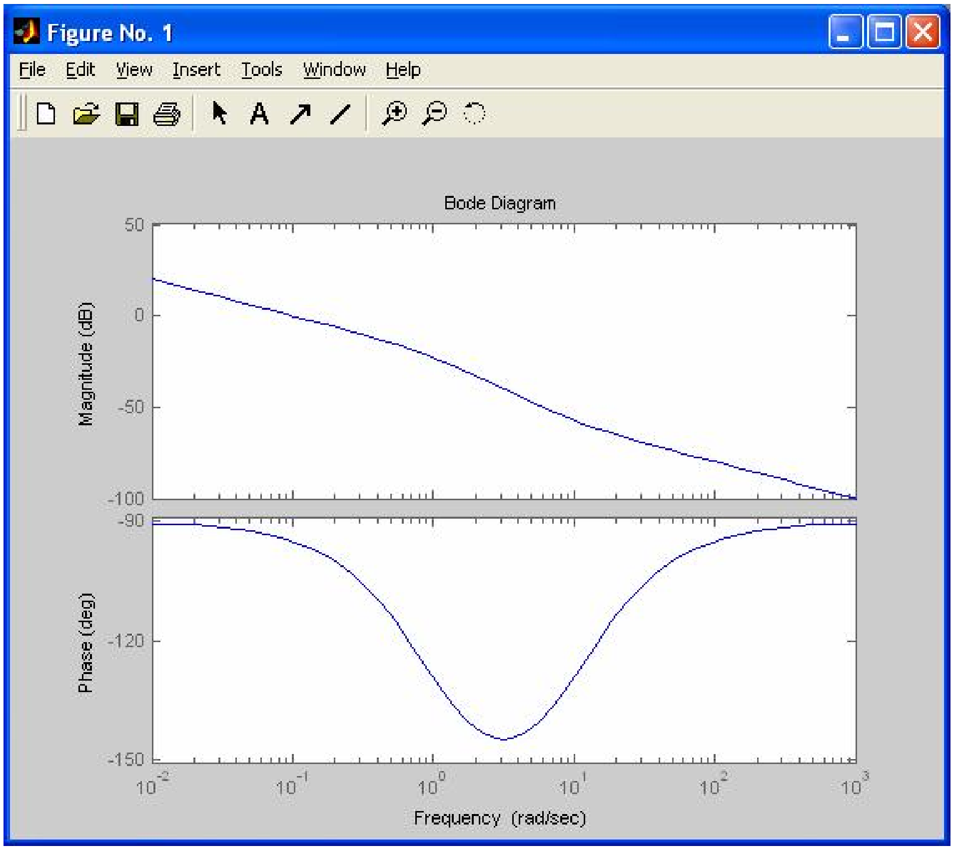


Figure No. 1
File Edit View Insert Tools Window Help
Bode Diagram
Magnitude (dB)
50
0
-50
-100
Phase (deg)
-90
-120
-150
10^{-2} 10^{-1} 10^{0} 10^{1} 10^{2} 10^{3}
Frequency (rad/sec)

Hình 3.35

Đặc tính biên độ-tần số: hình 3.36

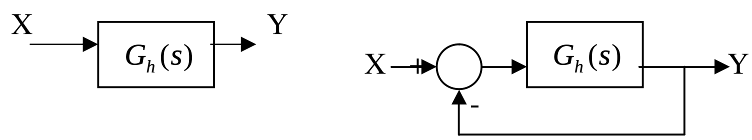
Đặc tính pha-tần số: hình 3.37

Qua đặc tính L(ω) ta thấy: khi chuyển qua đoạn đặc tính của một khâu $W_i(s)$ thì độ nghiêng của đặc tính tần số biên độ logarit của hệ thống bằng độ nghiêng của $L_i(\omega)$ cộng với độ nghiêng của đoạn đặc tính biên độ logarit của hệ thống ứng với khâu $W_{i-1(}s)$. Cụ thể với hình 3.36 ta có ab ứng với khâu tích phân lí tưởng có độ nghiên -20db/dec, đoạn bc có độ nghiêng bằng độ nghiên đặc tính $L_2(\omega)$ cùa khâu 1/(10s+1) (là -20db/dec) cộng với độ nghiêng đoạn đặc tính ab trước đó là -20db/dec, tức là bc có độ nghiêng -40db/dec; tương tự đoạn bc có độ nghiêng là -40db/dec cộng với độ nghiêng của khâu W3(s)=0,1s+1 là +20db/dec tức là đoạn cd có độ nghiêng -40+20=-20db/dec.
Với các giá trị ω khác nhau ta tính các $j_i(v)$ thành phần và biểu thức (3.66) ta xây dựng được đặc tính tần số pha logarit của hệ thống ở hình 3.37.

$$j(v) = -\frac{p}{2} - \arctan T_2 v + \arctan T_3 v$$

3.11 So sánh đặc tính động học hệ kín và hở

Trong miền tần số, hệ thống được phân thành hai loại: hệ thống hở và hệ thống kín, có sơ đồ được mô tả như hình 3.38



a) b)

Hình 3.38: cấu trúc hệ thống hở a và hệ thống kín b.

Trong đó $G_h(s)$ là hàm truyền đạt của hệ thống hở.

Hàm truyền đạt của hệ thống kín là:

$$G_k(s) = \frac{G_h(s)}{1 + G_h(s)}$$

Giả sử $G_h(s)$ có thể phân tích thành tích của các hàm truyền cơ bản như sau:

$$G_h(s) = \prod_{i=1}^{l} G_i(s)$$

Hàm truyền tần số của hệ hở : $G_h(jv) = \prod_{i=1}^{l} G_i(jv)$

Hàm truyền tần số của hệ thống kín:

$$G_k(jv) = \frac{G_h(jv)}{1 + G_h(jv)} = \frac{R(v) + jI(v)}{1 + R(v) + jI(v)}$$

Đặc tính biên độ-tần số:

$$A_k(v) = \frac{\sqrt{R^2(v) + I^2(v)}}{\sqrt{[1 + R^2(v)]^2 + I^2(v)}}$$

Đặc tính pha-tần số:

$$j_k(v) = arctg\frac{I(v)}{R(v)} - arctg\frac{I(v)}{1 + R(v)}$$

Phụ lục: Khảo sát đặc tính động học của hệ thống dùng MATLAB

. Vẽ đáp ứng xung: lệnh impulse.

.Vẽ đáp ứng nấc: lệnh step.

.Vẽ biểu đồ Bode: lệnh bode.

.Vẽ biểu đồ Nyquist: lệnh nyquist.

.Vẽ biểu đồ Nichol: lệnh Nichols.

Thí dụ: Khảo sát đặc tính thời gian và đặc tính tần số của hệ thống sau:

$$G(s) = \frac{(0{,}1s + 1)}{s(10s + 1)}$$

Câu hỏi

1. Dạng các tín hiệu tác động vào hệ thống tự động. Tín hiệu nào hay dùng.
2. Quan hệ giữa hàm quá độ và hàm trọng lượng.
3. Đặc tính tần số Biên pha (biểu đồ Nyquist).
4. Đặc tính tần số logarit (Biểu đồ Bode): pha-tần số và biên độ –tần số.
5. Phân tích các khâu động học điển hình của hệ thống tự động.

6. Các đặc điểm của khâu quán tính bậc 1.
7. Đặc tính tần số của hệ thống ĐKTĐ.
8. Phương pháp vẽ biểu đồ bode bằng các đường tiệm cận.

Bài tập

1. Vẽ biểu đồ Bode, Nyquist, biểu đồ pha, biểu đồ đáp ứng quá độ của khâu quán tính bậc 1.

2. Vẽ biểu đồ Bode của hệ thống sau: (đường tiệm cận)

$$G(s)=\frac{K(0,05s+1)}{s(0,02s+1)(0,01s+1)^2(0,04s^2+0,4es+1)}$$

$0<e<1$

3.a.Vẽ biểu đồ Bode của hệ thống sau:

$$G(s)=\frac{K}{S(0,1s+1)(0,01s+1)} \qquad K=100$$

b.Hãy dùng máy tính để vẽ biểu đồ Bode, Naiquit, biểu đồ pha của các hệ thống nêu trong bài tập . (Dùng Pascal, C hoặc Basic)

Ví dụ : $G(s)=\dfrac{100s(0,1s+1)}{(s^2+0,18s+1)(s+1)}$

4. Sử dụng MATLAB, vẽ biểu đồ bode đặc tính tần số biên độ bằng các đường tiệm cận (đơn vị dB) và đặc tính pha (đơn vị độ) của các hàm truyền sau:

a. $G_A=\dfrac{20}{s(1+0,5s)(1+0,1s)}$

b. $G_B=\dfrac{2s^2}{(1+0,4s)(1+0,04s)}$

Giả sử $G_A(s)$ và $G_B(s)$ biểu diễn hàm truyền vòng hở của hệ thống phản hồi âm một đơn vị. Xác định độ dự trữ biên độ và pha ở câu a và b.

5. Xây dựng đặc tuyến tần số biên độ logarit của các hàm truyền sau:

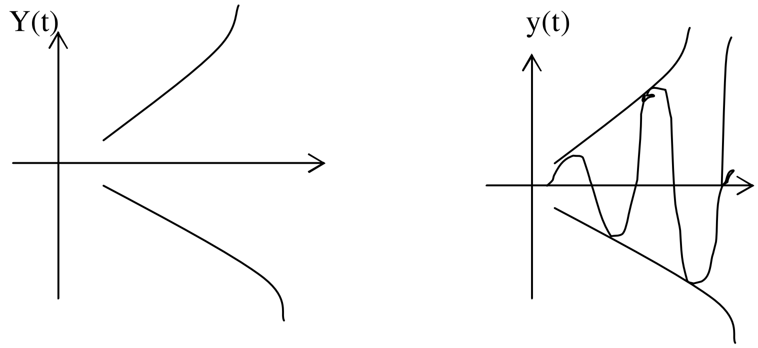
a) $W(s)=\dfrac{50.(4.s+2)}{s.(3.s+1)}$ **b)** $W(s)=\dfrac{10.(2.s+4)}{3.s+1}$

Chương 4 : ĐÁNH GIÁ ỔN ĐỊNH HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

4.1 Khái niệm về ổn định

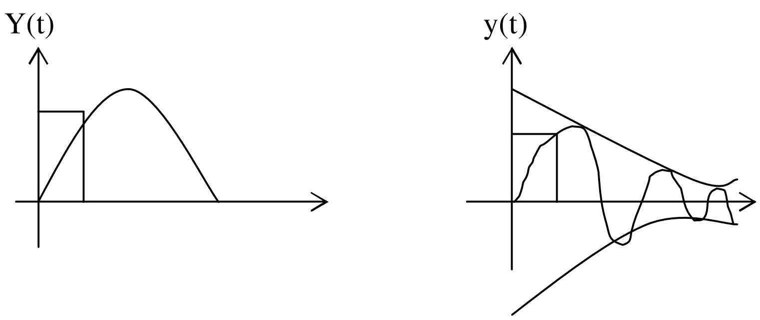
1. Khái niệm ổn định :

Hệ không ổn định : nếu đầu vào hữu hạn thì tín hiệu ra y(t) sẽ trở nên vô hạn khi t tiến ra ∞ hay dao động có biên độ tăng dần



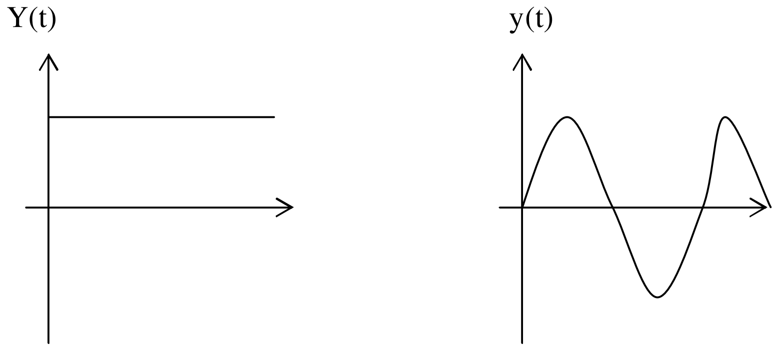
Hình 4.1

Hệ ổn định : khi tín hiệu vào bằng 0, hệ ở trạng thái bình ổn y=const. Khi tín hiệu vào khác 0, hệ có đáp ứng. Khi đầu vào =0, tín hiệu ra y(t) tắt dần.



Hình 4.2

Hệ ở ranh giới ổn định: hệ được gọi là ở ranh giới ổn định nếu tác động đầu vào tắt rồi thì hệ có dao động biên độ không đổi.



Hình 4.3

2. Điều kiện ổn định:

- Hệ không ổn định nếu phương trình đặc trưng có nghiệm có phần thực dương.

Phương trình $a_0\frac{d^n y(t)}{dt^n}+a_1\frac{d^{n-1}y(t)}{dt^{n-1}}+\ldots+a_n y(t)=x(t)$ (4-1)

Biến đổi Laplace : G(s)=$\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{1}{a_0s^n+a_1s^{n-1}+\ldots+a_n}$ (4-2)

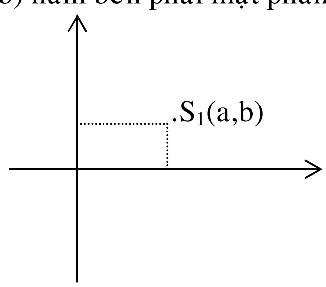
Phương trình đặc trưng :

$a_0s^n+a_1s^{n-1}+\ldots+a_n=0$ (4-3)

nghiệm S_i= a+jb (a là Re, b là Im)

Nếu a>0 thì hệ không ổn định

Cụ thể nếu điểm S_1(a,b) nằm bên phải mặt phẳng phức thì hệ không ổn định.



Thí dụ : Cho hệ $\frac{dy}{dt}-y=x(t)$

A/Hệ có ổn định không?

B/Cho x(t)=δ(t) (là xung Dirac) , y(t) =?

Giải :

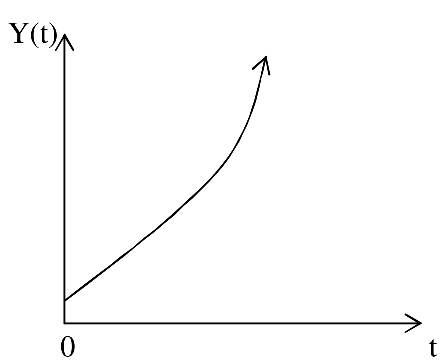
G(s)=$\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{1}{s-1}$

Cực : s=1 >0 : hệ không ổn định.

X(t)= δ(t)--> x(s)=1

Y(t)=L^{-1}[G(s).x(s)]=L^{-1}[$\frac{1}{s-1}$]=e^t.

Y(t)=e^t.



- Hệ ổn định nếu phương trình đặc trưng có nghiệm có phần thực là âm .

G(s)=$\dfrac{B(s)}{A(s)}$

Phương trình đặc trưng : A(s)=0 $\Rightarrow$ s_i=a+jb,

a<0 : hệ ổn định.

Thí dụ : Cho hệ $\dfrac{dy}{dt} + y = x(t)$

A/Hệ có ổn định không?

B/Cho x(t)=δ(t) (là xung Dirac) , y(t) =?

Giải :

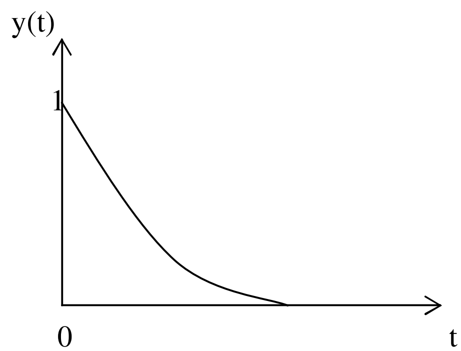
G(s)=$\dfrac{Y(s)}{X(s)} = \dfrac{1}{s+1}$

Cực : s=-1 <0 : hệ ổn định.

X(t)= δ(t)--> x(s)=1

Y(t)=L^{-1}[G(s).x(s)]=L^{-1}[$\dfrac{1}{s+1}$]=e^{-t}.

Y(t)=e^{-t}.



.Hệ ở ranh giới ổn định : nếu nghiệm của phương trình đặc trưng có phần thực bằng 0.

Thí dụ :

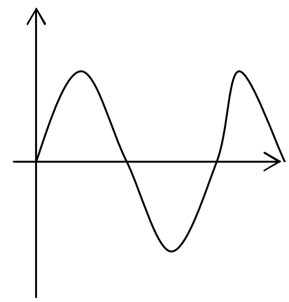
$$\frac{d^2y}{dt^2} + y = x(t)$$

G(s)=$\dfrac{Y(s)}{X(s)} = \dfrac{1}{s^2+1}$

Nghiệm cực : $s_{1,2}$=+-j. Vì phần thực =0 nên hệ ở ranh giới ổn định.

X(t)= δ(t)--> x(s)=1

Y(t)=L^{-1}[G(s).x(s)]=L^{-1}[$\dfrac{1}{s^2+1}$]=sint.



4.2.Tiêu chuẩn ổn định đại số ROUTH- HURWITZ

4.2.1. Tiêu chuẩn ROUTH

Tiêu chuẩn Routh nhằm xác định sự tồn tại 1 nghiệm không ổn định (nghiệm có phần thực dương).

Cho hệ có phương trình đặc trưng:

$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + ... + a_n = 0$

Trước tiên ta phải lập ***bảng Routh:***

A0	A2	A4	A6	.
A1	A3	A5	A7	
B1	B3	B5	0	
C1	C3	0		
D1				

B1= $\dfrac{-\begin{vmatrix} a_0 & a_2 \\ a_1 & a_3 \end{vmatrix}}{a_1} = \dfrac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}$

B3= $\dfrac{-\begin{vmatrix} a_0 & a_4 \\ a_1 & a_5 \end{vmatrix}}{a_1} = \dfrac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1}$

C1= $\dfrac{-\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix}}{b_1} = \dfrac{a_3 b_1 - a_1 b_3}{b_1}$

C3= $\dfrac{-\begin{vmatrix} a_1 & a_5 \\ b_1 & b_5 \end{vmatrix}}{b_1} = \dfrac{a_5 b_1 - a_1 b_5}{b_1}$

D1= $\dfrac{-\begin{vmatrix} b_1 & b_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix}}{c_1} = \dfrac{b_3 c_1 - b_1 c_3}{c_1}$

Tiêu chuẩn : Hệ tuyến tính ổn định nếu cột thứ nhất của bảng Routh không đổi dấu .

Hay : Điều kiện cần và đủ để tất cả các nghiệm của phương trình đặc trưng nằm bên trái mặt phẳng phức là tất cả các phần tử nằm ở cột 1 của bảng Routh đều dương. Số lần đổi dấu của các phần tử ở cột 1 của bảng Routh bằng số nghiệm nằm bên phải mặt phẳng phức.

Thí dụ 1 : Xét ổn định của hệ :

$$2s^3 + 4s^2 + 4s + 12 = 0$$

Lập bảng Routh:

2	4	
4	12	
-2	0	
12		

Do cột thứ nhất bảng Routh có đổi dấu từ 4 sang –2 nên hệ không ổn định.

Thí dụ 2 : Xét ổn định của hệ :

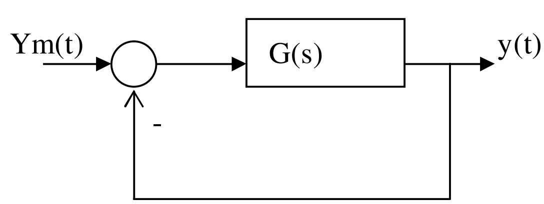
$$s^3 + 4s^2 + 8s + 12 = 0$$

Lập bảng Routh:

1	8	
4	12	
5	0	
12		

Do cột thứ nhất bảng Routh không đổi dấu (đều dương) nên hệ ổn định.

Thí dụ 3: Cho hệ :



Hình 4.4

$$G(s) = \frac{k}{s^2 + s + 2} \cdot \frac{1}{s}$$

Với k =? Thì hệ kín ổn định.

Giải :

Hàm truyền hệ kín

$$G_k(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)}$$

Phương trình đặc trưng:

$$1 + G(s) = 0$$

$\Leftrightarrow 1+\dfrac{k}{s^2+s+2}.\dfrac{1}{s}=0$

$\Leftrightarrow s(s^2+s+2)+k=0$

$\Leftrightarrow s^3+s^2+2s+k=0$

Bảng Routh:

1	2	
1	K	
2-k	0	
k		

Hệ ổn định thì cột 1 bảng Routh phải dương

$\begin{cases}2-k>0\\ k>0\end{cases} \Leftrightarrow 0<k<2$

Cách 2 : Lập bảng Routh theo quy tắc:

- Bảng Routh có n+1 hàng.
- Hàng 1 của bảng Routh gồm các hệ số có chỉ số chẵn.
- Hàng 2 của bảng Routh gồm các hệ số có chỉ số lẻ.
- Phần tử ở hàng và cột j của bảng Routh (>=3) được tính theo công thức:

  $c_{ij}=c_{i-2,j+1}-a_i.c_{i-1,j+1}$

  với $a_i=\dfrac{c_{i-2,1}}{c_{i-1,1}}$

	s^n	$C_{11}=a_0$	$C_{12}=a_2$	$C_{13}=a_4$	$C_{14}=a_6$	.
	S^{n-1}	$C_{21}=a_1$	$C_{22}=a_3$	$C_{23}=a_5$	$C_{24}=a_7$	
$\alpha_3=\dfrac{c_{11}}{c_{21}}$	S^{n-2}	$C_{31}=c_{12}-\alpha_3.c_{22}$	$C_{32}=c_{13}-\alpha_3.c_{23}$	$C_{33}=c_{14}-\alpha_3.c_{24}$	$C_{34}=c_{15}-\alpha_3.c_{25}$	.
$\alpha_4=\dfrac{c_{21}}{c_{31}}$	S^{n-3}	$C_{41}=c_{22}-\alpha_4.c_{32}$	$C_{42}=c_{23}-\alpha_4.c_{33}$	$C_{43}=c_{24}-\alpha_4.c_{34}$	$C_{44}=c_{25}-\alpha_4.c_{35}$	.
.						
$\alpha_n=\dfrac{c_{n-2,1}}{c_{n-1,1}}$	S^0	$C_{n1}=c_{n-2,2}-\alpha_n.c_{n-1,2}$				

<u>Thí dụ 4 :</u>Hãy xét tính ổn định của hệ thống có phương trình đặc trưng là :

$s^4+4s^3+5s^2+2s+1=0$

Giải : Bảng Routh

	S^4	1	5	1
	S^3	4	2	0
$\alpha_3=\dfrac{1}{4}$	S^2	$5-\dfrac{1}{4}.2=\dfrac{9}{2}$	1	

$\alpha_4=\frac{8}{9}$	S^1	$2-\frac{8}{9}.1=\frac{10}{9}$	0	
$\alpha_5=\frac{81}{20}$	S^0	1		

Vì tất cả các phần tử ở cột 1 bảng Routh đều dương nên tất cả các nghiệm của phương trình đặc tính đều nằm bên trái mặt phẳng phức, do đó hệ thống ổn định.

4.2.1. Tiêu chuẩn Hurwitz

Hệ ổn định khi phương trình đặc trưng phải có tất cả các nghiệm cực đều có phần thực âm.

Bảng Hurwitz:

Phương trình đặc trưng :

$$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_n = 0$$

A1	A3	A5	.	.	0	0
A0	A2	A4	.	.	0	0
0	A1	A3	A5			
0	A0	A2	A4			

Các định thức :

Δ_1=a1.

$\Delta_2=\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix}=a_1a_2 - a_0a_3$.

$\Delta_3=\begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix}=+a_1.(a_2a_3-a_1a_4) - a_0.(a_3a_3-a_1a_5)$

$= a_1a_2a_3 + a_0a_1a_5 - a_1^2a_4 - a_0a_3^2$

Tiêu chuẩn : Mọi nghiệm của phương trình đặc trưng có phần thực âm nếu và chỉ nếu với mọi định thức con Δ >0 đều dương ($\forall \Delta i > 0, i = \overline{1, n}$).

Thí dụ: Xét ổn định của hệ :

$$s^3 + 4s^2 + 8s + 12 = 0$$

Lập bảng Hurwitz:

4	12	0
1	8	0
0	4	12
0	1	8

Tính các định thức :

Δ_1=4>0.

$\Delta_2=\begin{vmatrix} 4 & 12 \\ 1 & 8 \end{vmatrix}$=4.8-1.12=20>0.

$$\Delta_3=\begin{vmatrix}4 & 12 & 0\\ 1 & 8 & 0\\ 0 & 4 & 12\end{vmatrix}=4.8.12 + 1.4.0 - 4^2.0 - 1.12^2.$$

$$=240>0$$

Vì tất cả các định thức con đều dương nên hệ ổn định.
Thí dụ: Xét ổn định cuả hệ và xác định phạm vi của K mà hệ ổn định.
$G(s) = s^4 + 25s^3 + 15s^2 + 20s + K = 0$
Lập bảng Hurwitz

25	20	0
1	15	K
0	25	20
0	1	15

Định thức
$\Delta_1 = 25 > 0$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix}25 & 20\\ 1 & 15\end{vmatrix} = 25.15 - 1.20 = 355 > 0$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix}25 & 20 & 0\\ 1 & 15 & K\\ 0 & 25 & 20\end{vmatrix} = 25.\begin{vmatrix}15 & K\\ 25 & 20\end{vmatrix} - 1.\begin{vmatrix}20 & 0\\ 25 & 20\end{vmatrix} = 25(15.20 - 25.K) - 1.(20.20 - 25.0)$$

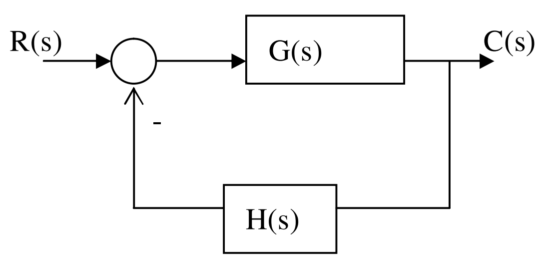
$\Delta_3 = 7500 - 625K - 400 > 0 \Leftrightarrow 0 < K < 11,36$

Vậy hệ ổn định khi 0<K<11,36.

4.3.Tiêu chuẩn ổn định tần số

4.3.2. Tiêu chuẩn ổn định tần số NYQUIST, độ dự trữ ổn định

Cho hệ thống tự động có sơ đồ khối :



Hình 4.5

Cho biết đặc tính tần số của hệ hở G(s), bài toán đặt ra là xét tính ổn định của hệ thống kín $G_k(s)$.

Tiêu chuẩn Nyquist:
Điều kiện cần và đủ để hệ kín ổn định :
1/Khi hệ hở G(s) ổn định :

Hệ kín $G_k(s)$ sẽ ổn định khi đặc tính tần số biên pha (Nyquist) của hệ hở G(s) không bao quanh điểm (-1,j0).

2/Khi hệ hở không ổn định :

Hệ kín ổn định thì hệ hở phải có P_0 nghiệm của phương trình đặc trưng nằm ở nửa mặt phẳng phải, đặc tính biên pha(Nyquist) quét bởi vector GH(jω)+1 quay quanh điểm (-1,j0) theo ngược chiều kim đồng hồ $P_0/2$ lần.

Phát biểu 2:

Cho hệ hở G(s), P_0 là số cực nằm ở mặt phẳng phải (cực không ổn định). N là tổng số khoanh tròn thuận chiều kim đồng hồ của Nyquist bao điểm (-1,j0). Thế thì hệ kín ổn định nếu và chỉ nếu $(N=-P_0)\leq 0$.

Các trường hợp :

Gọi $N=Z_0-P_0$, Z_0 là số zero của 1+GH(s) nằm ở mặt phẳng phải.

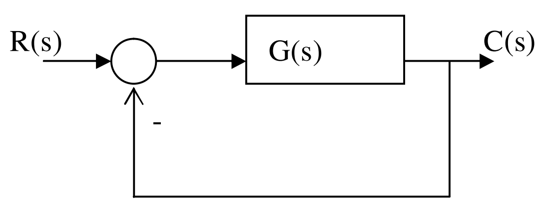
à $Z_0=N+P_0$ (1)

N>0 à tính Z_0 theo công thức (1) và hệ không ổn định.

N<=0 à biểu đồ Nyquist không bao điểm (-1,j0) và hệ ổn định.

N=0 à hệ ổn định tuyệt đối nếu và chỉ nếu $P_0=0$.

Thí dụ 1 : Cho hệ



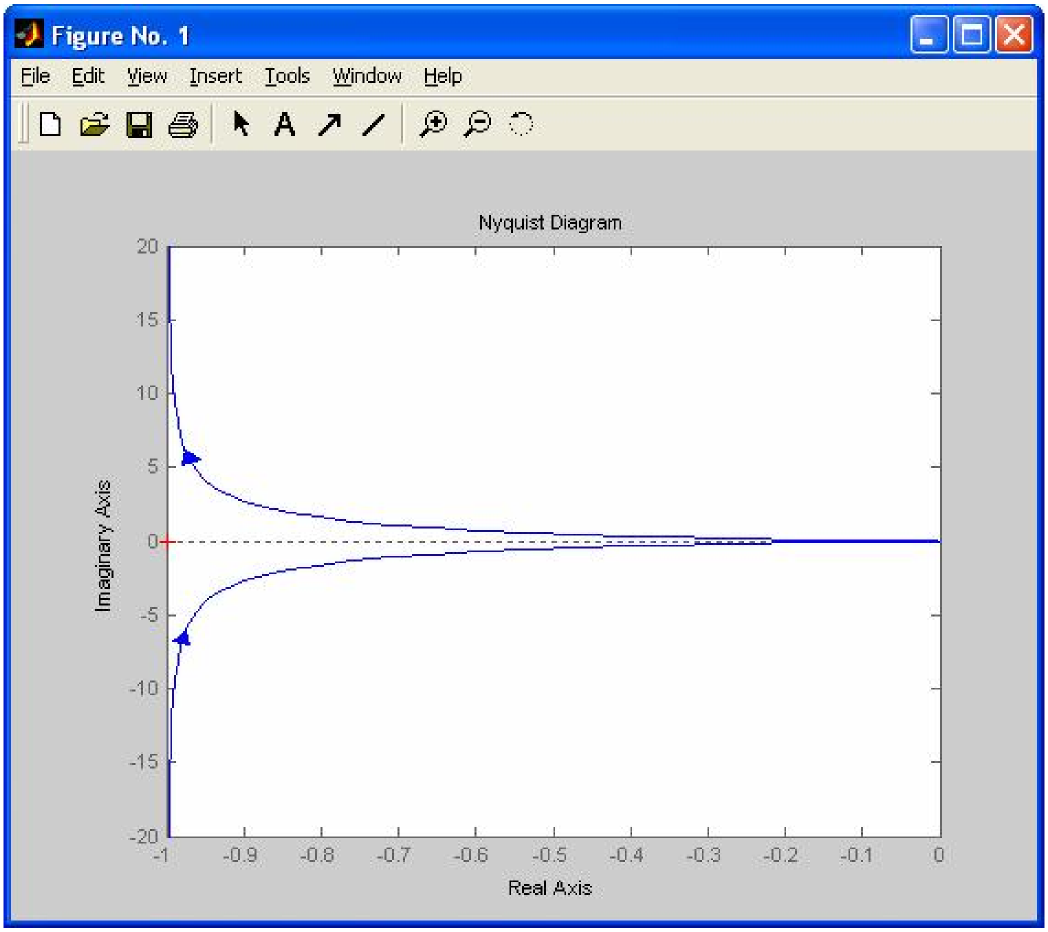
Hình 4.6

Hệ hở $G(s)=\dfrac{1}{s(s+1)}$ và H=1, phản hồi âm.

Hỏi hệ kín $G_k(s)$ ổn định ?

$$G_k(s)=\frac{G(s)}{1+G(s)}=\frac{1}{s(s+1)+1}$$

Vẽ biểu đồ Nyquist của hệ hở.



H4.7

Nyquist không chứa điểm (-1,j0) à N=0.
Hệ hở có các cực s1=0, s2=-1 à số cực nằm ở mặt phẳng phải P_0=0.
Vậy đây là trường hợp N <=0, P_0=0 nên hệ kín ổn định vì N=-P_0<=0
Kiểm chứng :
Phương trình đặc trưng hệ kín :

$$1+ s(s+1)=0$$

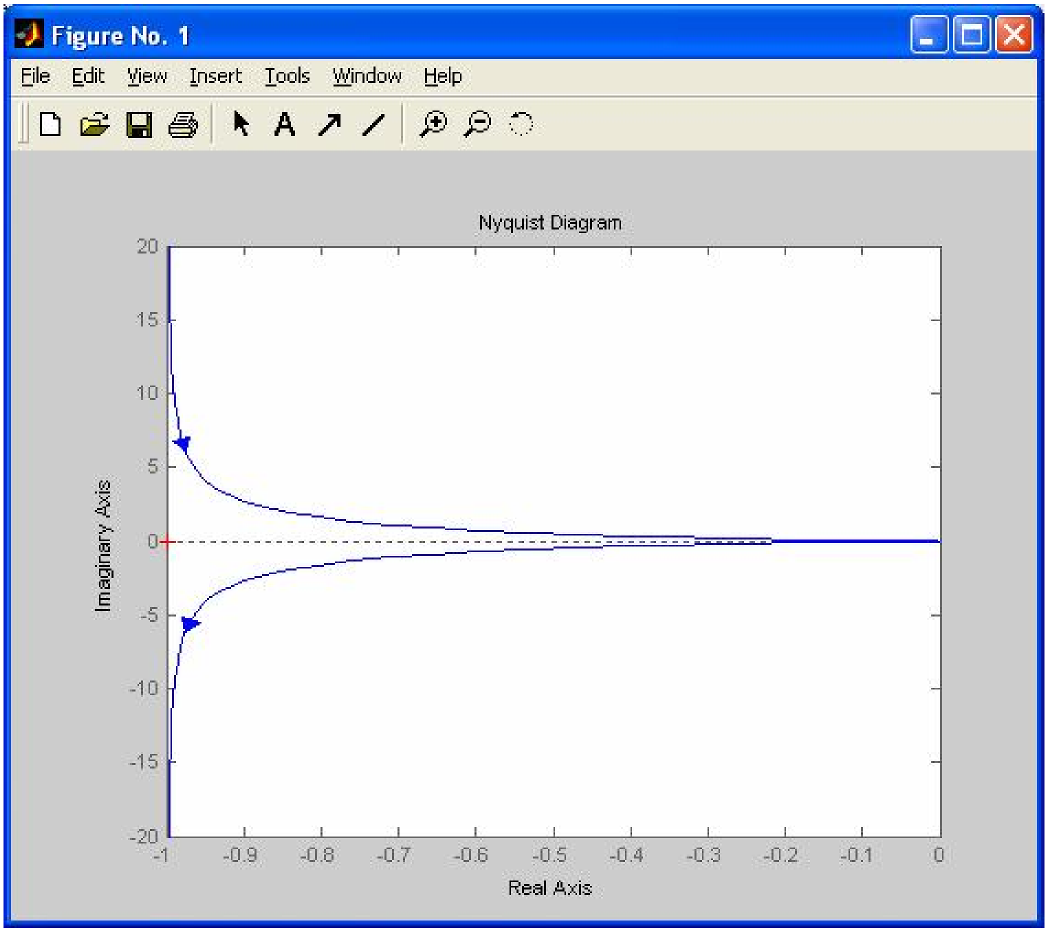
$$s^2 + s + 1=0$$

Có nghiệm $s_{1,2}=-0.5 \pm j\frac{\sqrt{5}}{2}$

Vì phần thực Re=-0.5 <0 nên hệ ổn định.

Thí dụ 2: Cho hệ thống như ví dụ 1 với hàm truyền hệ hở G(s)= $\dfrac{1}{s(s-1)}$

Vẽ Nyquist của hệ hở G(s)



H4.8

Nyquist chứa (-1,j0).

à N=1, N>0.

G(s) có các cực là s1=0, s2=1. Có 1 cực nằm ở mặt phẳng phải à P_0=1.

à Z0= N+ P_0=1+1=2

Vậy 1+G(s) có 2 zero nằm ở mặt phẳng phải. Hệ kín không ổn định

(Chú ý : số zero của 1+G(s) chính là nghiệm cực của phương trình đặc trưng hệ kín G_k(s)).

Kiểm chứng :

phương trình đặc trưng hệ kín G_k(s): 1+ G(s)=0 à $1+\dfrac{1}{s(s-1)}=0$

à s(s-1) +1=0

à $s^2 - s + 1 = 0$

s1,2=0.5+-j$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

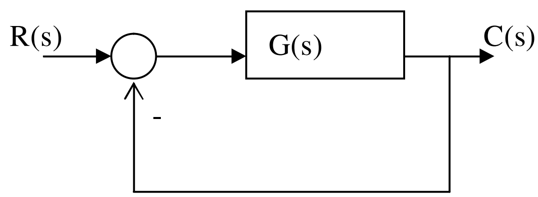
Vì nghiệm cực có phần thực Re=0.5>0 à hệ kín không ổn định.

Nhắc lại độ dự trữ ổn định: xem chương , mục 3.3.

Độ dự trữ biên và độ dự trữ pha của hệ thống cho biết hệ thống có ổn định hay không.

4.4 Phương pháp biểu đồ Bode

Cho hệ thống tự động có sơ đồ khối :



Hình 4.9

Cho biết đặc tính tần số của hệ hở G(s), bài toán đặt ra là xét tính ổn định của hệ thống kín $G_k(s)$.

Tiêu chuẩn Bode :

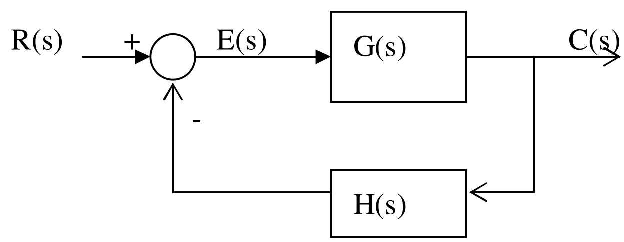
Hệ thống kín $G_k(s)$ ổn định nếu hệ thống hở G(s) có độ dự trữ biên và độ dự trữ pha dương.

$$\begin{cases} GM > 0 \\ fM > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{hệ thống ổn định}$$

4.5 Phương pháp quỹ đạo nghiệm số

Phương pháp quỹ đạo nghiệm số đối với hệ thống hồi tiếp âm

Phương pháp quỹ đạo nghiệm số là phương pháp dùng để xác định nghiệm của phương trình đặc tính vòng kín của hệ thống như là một hàm của hệ số khuếch đại tĩnh. Phương pháp này dựa trên mối quan hệ giữa nghiệm của hàm truyền vòng kín với cực và zero của hàm truyền vòng hở. Phương pháp quỹ đạo nghiệm số được đề xuất năm 1948 bởi Evans và có một số ưu điểm riêng. Việc nhận biết vị trí của các nghiệm vòng kín cho phép đánh giá rất chính xác sự ổn định và đặc tính quá độ của hệ thống điều khiển. Tuy nhiên, chúng ta có thể đưa ra lời giải gần đúng nhằm giảm công sức tính toán nếu lời giải chính xác không cần thiết.



Hình 4.10. Hệ thống điều khiển hồi tiếp có hệ số hồi tiếp khác 1

Chúng ta hãy xét HTĐK tổng quát minh họa ở hình 4.10. Để tìm cực của hàm truyền vòng kín, chúng ta cần xét

1+ G(s)H(s)=0 (4-5)

G(s)H(s)=-1=1 2(n+1)π (4-6)

Trong đó n=0,+-1, +-2,.Biểu thức (4-6) chỉ ra điều kiện cần phải thỏa mãn cho sự tồn tại của một cực vòng kín.

1.Góc pha của G(s)H(s) phải là một bội số lẻ của π.

Góc của G(s)H(s)= 2(n+1)π (4-7)

Trong đó n=0,+-1, +-2,.

2.Biên độ của G(s)H(s) phải bằng đơn vị

|G(s)H(s)|=1 (4-8)

Việc xây dựng quỹ đạo nghiệm số đối với một hệ thống cụ thể bắt đầu bằng việc xác định vị trí của cực và zero vòng hở trên mặt phẳng phức. Các điểm khác trên quỹ đạo có thể rút ra bằng cách chọn các điểm thử khác nhau và kiểm tra xem chúng có thỏa mãn biểu thức (4-7) không. Góc pha của G(s)H(s) có thể tính được dễ dàng tại bất cứ điểm thử nào trên mặt phẳng phức bằng cách đo góc pha đóng góp vào nó do các cực và zero khác nhau. Thí dụ, sét hệ thống hồi tiếp có :

$$G(s)H(s) = \frac{K(s+s_A)(s+s_C)}{s(s+s_B)(s+s_D)} \qquad (4\text{-}9)$$

Tại điểm khảo sát s_E nào đó, G(s)H(s) có giá trị :

$$G(s_E).H(s_E) = \frac{K(s_E+s_A)(s_E+s_C)}{s_E(s_E+s_B)(s_E+s_D)} \qquad (4\text{-}10)$$

Biểu thức (4-10) có thể diễn tả bằng hình ảnh như ở hình vẽ , trong đó các vector :

$\alpha=s_E + s_A$

$\beta= s_E + s_B$

$\gamma= s_E + s_C$

$\delta= s_E + s_C$

$\varepsilon=s_E$

Góc pha của $G(s_E)H(s_E)$ là tổng các góc θ_1, θ_2, θ_3, θ_4, θ_5 xác định tương ứng bởi các vector α,β,γ,δ,ε .

Góc pha của $G(s_E)H(s_E)$=Σgóc của các vector α,β,γ,δ,ε đến điểm s_E

$=\theta_1- \theta_2+ \theta_3- \theta_4- \theta_5$ (4-11)

Định nghĩa : Quỹ đạo nghiệm số là tất cả các nghiệm của phương trình đặc tính của hệ thống khi có một thông số nào đó trong hệ thay đổi từ 0 à ∞.

Quy tắc vẽ quỹ đạo nghiệm số :

Xét hệ thống điều khiển :

Phương trình đặc tính của hệ

$1 + G(s)H(s)=0$ (4-12)

Muốn áp dụng các quy tắc vẽ quỹ đạo nghiệm số, trước tiên ta phải biến đổi tương đương phương trình đặc tính về dạng

$$1+K\frac{N(s)}{D(s)}=0 \qquad (4\text{-}13)$$

với $G(s)H(s)=K\frac{N(s)}{D(s)}$

trong đó K là thông số thay đổi.

Đặt $G_0(s)=K\frac{N(s)}{D(s)}$

Gọi n là số cực của G0(s), m là số zero của G0(s)

$$(4-13)\Leftrightarrow 1+G_0(s)=0$$

$$(4\text{-}13)\quad \Leftrightarrow \begin{cases} |G_0(s)|=1: Dieukienbiendo \\ \angle G_0(s)=(2l+1)p : Dieukienpha \end{cases}$$

Sau đây là 11 quy tắc vẽ quỹ đạo nghiệm số của hệ thống có phương trình đặc tính có dạng (4-13):

Quy tắc 1: Số nhánh của quỹ đạo nghiệm số = số bậc của phương trình đặc tính =số bậc của G0(s)=n.

Quy tắc 2: Khi K=0: các nhánh của quỹ đạo nghiệm số xuất phát từ các cực của G0(s).

Khi K tiến đến +∞: m nhánh của quỹ đạo nghiệm số tiến đến m zero của G0(s), n-m nhánh còn lại tiến đến ∞ theo các tiệm cận xác định bởi quy tắc 5 và 6.

Quy tắc 3: Quỹ đạo nghiệm số đối xứng qua trục thực.

Quy tắc 4: một điểm trên trục thực thuộc về quỹ đạo nghiệm số nếu tổng số cực và zero của G0(s) bên phải nó là một số lẻ.

Quy tắc 5: Góc tạo bởi đường tiệm cận của quỹ đạo nghiệm số với trục thực xác định bởi:

$$a=\frac{(2l+1)p}{n-m} \quad \text{với } l=0,\pm1,\pm2,...$$

Quy tắc 6: Giao điểm giữa các tiệm cận với trục thực là điểm A có toạ độ xác định bởi

$$OA=\frac{\sum cuc-\sum zero}{n-m}=\frac{\sum_{i=1}^{n}p_i-\sum_{i=1}^{m}z_i}{n-m}$$

pi và zi là các cực và zero của G0(s).

Quy tắc 7: Điểm tách nhập (nếu có) của quỹ đạo nghiệm số nằm trên trục thực và là nghiệm của phương trình: $\frac{dK}{ds} = 0$

Quy tắc 8: Giao điểm của quỹ đạo nghiệm số với trục ảo có thể xác định bằng một trong hai cách sau đây.

-Áp dụng tiêu chuẩn Routh-Hurwitz.

-Thay s=jω vào phương trình đặc tính (4-13), cân bằng phần thực và phần ảo sẽ tìm được giao điểm với trục ảo và giá trị K.

Quy tắc 9: Góc xuất phát của quỹ đạo nghiệm số tại cực phức pj được xác định bởi

$$q_j = 180^o + \sum_{i=1}^{m} \arg(p_j - z_i) - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n} \arg(p_j - p_i)$$

Dạng hình học của công thức trên là:

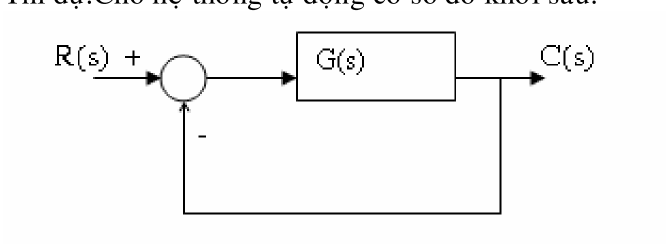
θj=180o+(Σ góc từ các zero đến cực pj)-(Σ góc từ các cực còn lại đến cực pj).

Quy tắc 10: Tổng các nghiệm là hằng số khi K thay đổi từ 0-->+∞.

Quy tắc 11: Hệ số khuếch đại dọc theo quỹ đạo nghiệm số có thể xác định từ điều kiện biên độ

$$\left| K \frac{N(s)}{D(s)} \right| = 1$$

Thí dụ:Cho hệ thống tự động có sơ đồ khối sau:



Hình 4.11

$$G(s) = \frac{K}{s(s+2)(s+3)}$$

Hãy vẽ quỹ đạo nghiệm số của hệ thống khi K=0-->+∞.

Giải:

Phương trình đặc tính của hệ thống:

1+G(s)=0 $\Leftrightarrow 1 + \frac{K}{s(s+2)(s+3)} = 0$

các cực :

p1=0, p2=-2,p3=-3.

Các zero: không có.

è QĐNS gồm có ba nhánh xuất phát từ các cực khi K=0.

Khi K-->∞, ba nhánh của QĐNS sẽ tiến đến vô cùng theo các tiệm cận xác định bởi:

-Góc giữa tiệm cận và các trục thực

$$a = \frac{(2l+1)p}{n-m} = \frac{(2l+1)p}{3-0} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{p}{3} & (l=0) \\ a_1 = -\frac{p}{3} & (l=-1) \\ a_1 = p & (l=1) \end{cases}$$

-Giao điểm giữa các tiệm cận và trục thực

$$OA = \frac{\sum cuc - \sum zero}{n-m} = \frac{[0+(-2)+(-3)]-0}{3-0} = -\frac{5}{3}$$

-Điểm tách nhập là nghiệm của phương trình $\frac{dK}{ds} = 0$

(1)<-->K=-s(s+2)(s+3)=-(s^3+5s^2+6s)

-->dk/ds=-(3s^2+10s+6)

Do đó dK/ds=0<-->-(3s^2+10s+6)=0

<-->s1=-2,549 (loại)

s2=-0,785

-Giao điểm của QĐNS với trục ảo có thể xác định bằng một trong hai cách sau đây:

cách 1:

Ap dụng tiêu chuẩn Routh

(1)<--> s^3+ 5s^2 +6s+K=0

Bảng Routh

	S^3	1	6
	S^2	5	K
α_3=1/5	S^1	$6-\frac{1}{5}.K$	0
	S^0	K	

Điều kiện để hệ thống ổn định

$$\begin{cases} 6-\frac{1}{5}.K > 0 \\ K > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < K < 30$$

Vậy hệ số khuếch đại giới hạn là Kgh=30.

Thay giá trị Kgh=30 vào phương trình (2), giải phương trình ta được giao điểm QĐNS với trục ảo.

$$s^3 + 5s^2 + 6s + 30 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} s_1 = -5 (loai) \\ s_2 = j\sqrt{6} \\ s_3 = -j\sqrt{6} \end{cases}$$

Cách 2:

Giao điểm (nếu có) của QĐNS và trục ảo phải có dạng s=jω. Thay s=jω vào phương trình (1) ta được

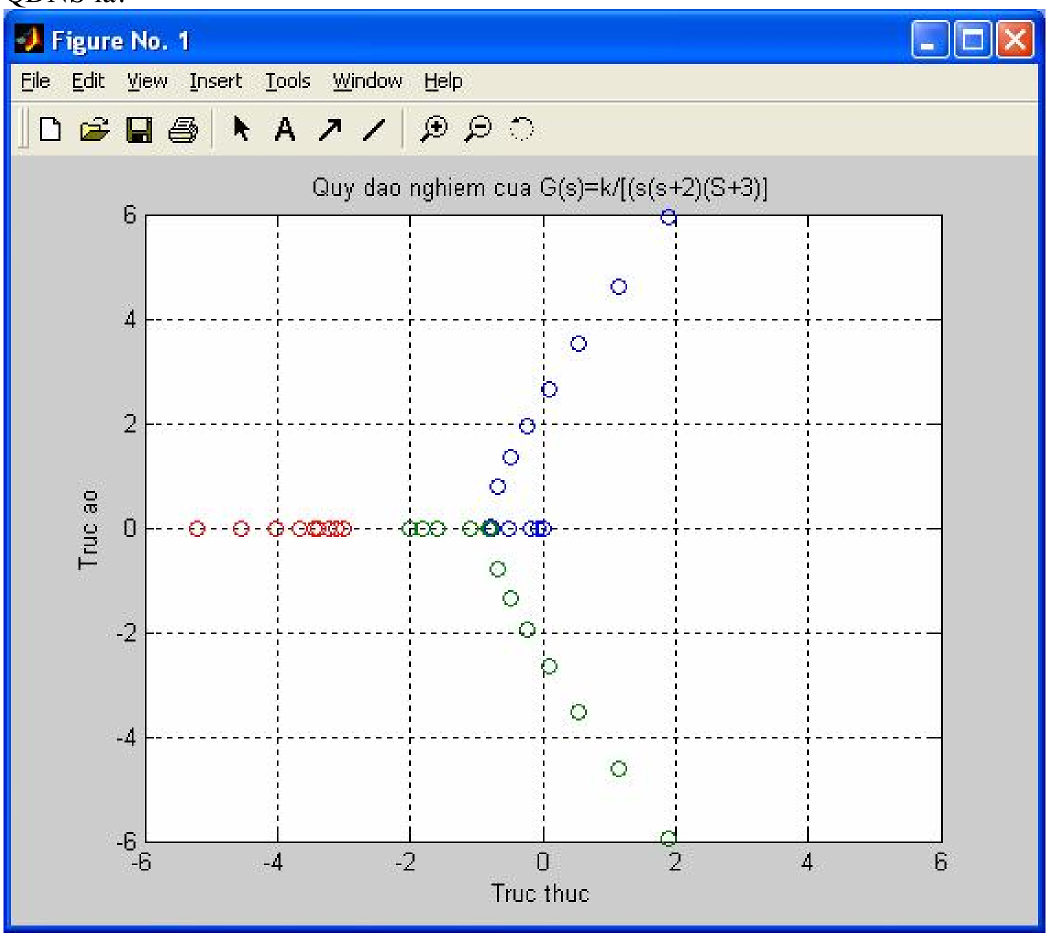
$$(jw)^3+5(jw)^2+6(jw)+K=0$$

$$\Leftrightarrow -jw^3-5w^2+6jw+K=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -jv^3+6jv=0 \\ -5v^2+K=0 \end{cases}$$

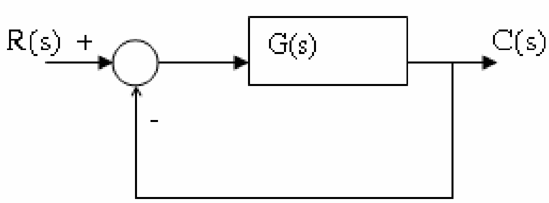
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} v=0 \\ K=0 \end{cases} \\ \begin{cases} v=\pm\sqrt{6} \\ K=30 \end{cases} \end{array}\right.$$

QĐNS là:



H4.12

Thí dụ 2: Vẽ quỹ đạo nghiệm của hệ hồi tiếp âm đơn vị sau:



H4.13

Cho hàm truyền vòng hở G(s): $G(s)=\dfrac{k(s+6)}{(s+2)(s^2+8s+25)}$ (1)

Phương trình đặc trưng của hệ thống kín:

1+G(s)=0 $\Leftrightarrow 1+\dfrac{k(s+6)}{(s+2)(s^2+8s+25)}=0$

$G_0(s)=k\dfrac{N(s)}{D(s)}$

các cực của $G_0(s)$: s=-2, s=-4+I3,s=-4-I3 (n=3).

Zero của $G_0(s)$: s=-6 (m=1)

Quỹ đạo nghiệm số có 3 nhánh xuất phát tại các cực khi k=0. Khi k à ∞ có một nhánh của QĐNS tiến đến zero (s=-6), hai nhánh tiến đến vô cùng theo tiệm cận xác định bởi:

-Góc giữa tiệm cận và các trục thực

$$a=\frac{(2l+1)p}{n-m}=\frac{(2l+1)p}{3-1}\Rightarrow\begin{cases} a_1=\dfrac{p}{2} & (l=0)\\ a_1=-\dfrac{p}{2} & (l=-1)\\ a_1=3p/2 & (l=1)\end{cases}$$

-Giao điểm giữa các tiệm cận và trục thực

$$OA=\frac{\sum cuc-\sum zero}{n-m}=\frac{[-2+(-4+i3)+(-4-i3)]-(-6)}{3-1}=-2$$

-Điểm tách nhập là nghiệm của phương trình $\dfrac{dK}{ds}=0$

$$(1)\Leftrightarrow k(s+6)+(s+2)(s^2+8s+25)=0$$

$$k=\frac{-(s^3+10s+41s+50)}{s+6}=\frac{u}{v}$$

$$\frac{dk}{ds}=\frac{u'.v-v'.u}{u^2}=\frac{(-3s^2-20s-410(s+6)+(3s^3+10s^2+41s+50)}{(s+6)^2}=0$$

Suy ra s=-8,06 , s=-2,96+I1,83 , s=-2,96-I1,83

Không có điểm tách nhập.

Giao điểm của QĐNS với trục ảo được xác định bằng thay s=jω vào phương trình đặc tính:

$$k(s+6)+(s+2)(s^2+8s+25)=0$$

$$\Leftrightarrow s^3+10s^2+(41+k)s+6k+50=0$$

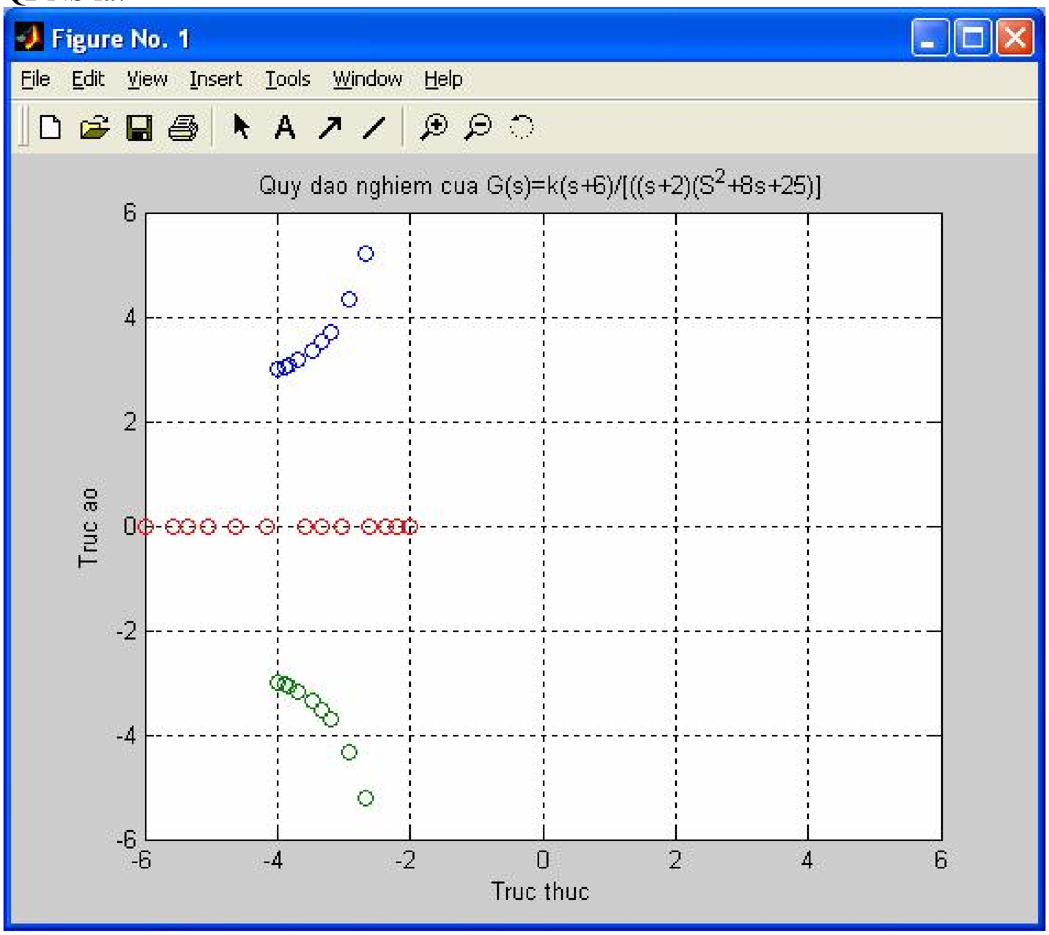
Thay s=jω vào ta được :

$$-jv^3 - 10v^2 + (41+k)jv + 6k + 50 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -10v^2 + 6k + 50 = 0 \\ -jv^3 + (41+k)jv = 0 \end{cases}$$

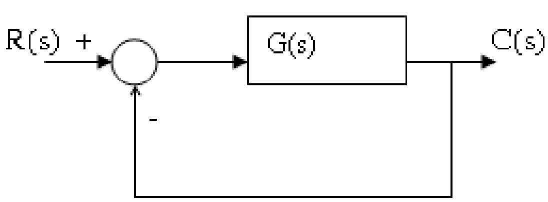
$$\Leftrightarrow \begin{cases} v = 0, k = -\dfrac{25}{3} \quad (loai) \\ v = \pm j7, k = -90 \quad (loai) \end{cases}$$

QĐNS là:



H4.14

Thí dụ 3: Vẽ quỹ đạo nghiệm của hệ hồi tiếp âm đơn vị sau:



$$G(s) = \frac{K(s+3)}{s(s+1)}$$

Phương trình đặc trưng của hệ thống kín:

1+G(s)=0 $\Leftrightarrow 1+\dfrac{k(s+3)}{s(s+1)}=0$

$$G_0(s)=k\frac{N(s)}{D(s)}$$

các cực của $G_0(s)$: s=0, s=-1 (n=2).
Zero của $G_0(s)$: s=-3 (m=1)
Quỹ đạo nghiệm số có 2 nhánh xuất phát tại các cực khi k=0. Khi k **à** ∞ có một nhánh của QĐNS tiến đến zero (s=-3), một nhánh tiến đến vô cùng theo tiệm cận xác định bởi:
-Góc giữa tiệm cận và các trục thực

$$a=\frac{(2l+1)p}{n-m}=\frac{(2l+1)p}{2-1}\Rightarrow\begin{cases} a_1=p & (l=0)\\ a_1=-p & (l=-1)\\ a_1=3p & (l=1)\end{cases}$$

-Giao điểm giữa các tiệm cận và trục thực

$$OA=\frac{\sum cuc-\sum zero}{n-m}=\frac{[-1+0]-(-3)}{2-1}=2$$

-Điểm tách nhập là nghiệm của phương trình $\dfrac{dK}{ds}=0$

$$(1)\Leftrightarrow k(s+3)+s(s+1)=0$$

$$k=\frac{-s^2-s}{s+3}=\frac{u}{v}$$

$$\frac{dk}{ds}=\frac{u'.v-v'.u}{u^2}=\frac{(-2s-s)(s+3)-1(-s^2-s)}{(s+3)^2}$$

$$=\frac{-s^2-6s-3}{(s+3)^2}=0$$

Suy ra s=-55,4 (loại) , s=-0,55(loại)
Không có điểm tách nhập.
Giao điểm của quỹ đạo nghiệm số với trục tung: thay s=jω vào phương trình đặc tính:

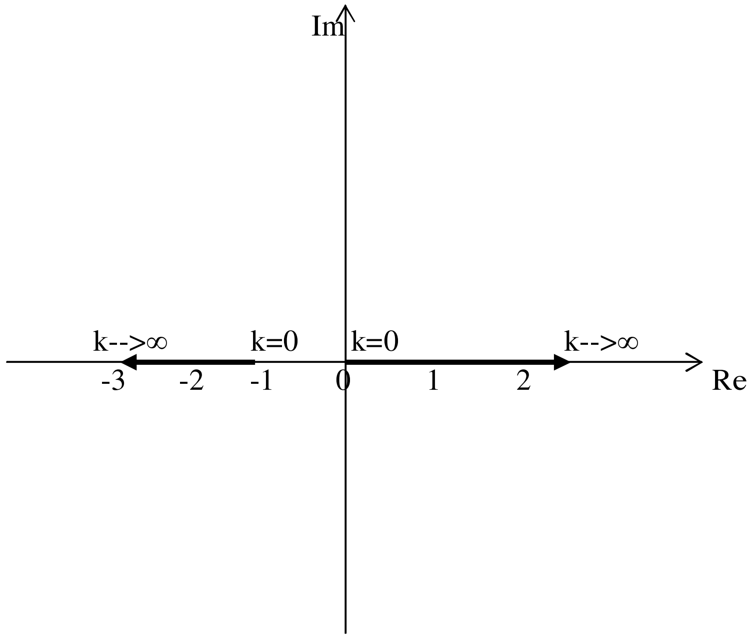
$$s(s+1)+K(s+3)=0$$

$$jv(jv+1)+K(jv+3)=0$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-v^2+K=0\\ jv(K+1)=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} v=0, K=0\\ v=\pm j\sqrt{3}, K=-1(loai)\end{cases}$$

Quỹ đạo nghiệm như sau:



4.6 Xét ổn định bằng phương pháp biến trạng thái.

Chúng ta có thể minh họa từ tiếp cận chi tiết hơn rằng ổn định ngõ vào zero của hệ tuyến tính bất biến theo thời gian được xác định bởi vị trí nghiệm của phương trình đặc trưng hay là hành vi của ma trận chuyển trạng thái Φ(t).

Cho hệ tuyến tính bất biến theo thời gian được mô tả bởi phương trình trạng thái

$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$ (4-14)

trong đó x(t) là vectơ trạng thái và u(t) là vectơ ngõ vào. Với ngõ vào zero (u(t)=0), x(t)=0 thỏa mãn phương trình trạng thái thuần nhất $\dot{x}(t) = Ax(t)$ và được định nghĩa như là trạng thái cân bằng của hệ. Ổn định ngõ vào zero được định nghĩa như sau: Nếu đáp ứng ngõ vào zero x(t), với trạng thái đầu hữu hạn x(t0), trở về trạng thái can bằng x(t)=0 khi t tiến đến vô hạn, thì hệ thống được xem là ổn định.; ngược lại hệ thống không ổn định. Loại ổn định này được biết như là ổn định tiệm can.

Trong cách toán học hơn, định nghĩa trên có thể được phát biểu: hệ tuyến tính bất biến theo thời gian được xem là ổn định (ngõ vào zero) nếu với bất kì trạng thái đầu hữu hạn x(t0) thì tồn tại một số M dương [phụ thuộc vào x(t0)] để mà

(4-15) $\|x(t)\| < M$ với tất cả t≥t0

và

(4-16) $\lim_{t\to\infty}\|x(t)\| = 0$

trong đó $\|x(t)\|$ là chuẩn của vectơ trạng thái x(t) hay

$$\|x(t)\| = \left[\sum_{i=1}^{n} x_i^2(t)\right]^{1/2}$$

Điều kiện (4-15) chỉ ra rằng chuyển trạng thái với bất kì t>t0 khi được thể hiện bởi chuẩn của vectơ x(t) phải bị chặn. Phương trình (4-16) nói rằng hệ thống phải tiến đến trạng thái cân bằng khi t tiến đến vô hạn.
Với điều kiện ngõ vào zero, phương trình chuyển trạng thái của hệ là

$$x(t) = \Phi(t-t_0)x(t_0)$$

trong đó $\Phi(t-t_0)$ là ma trận chuyển trạng thái.
Lấy chuẩn hai vế phương trình trên, ta được:

$$\|x(t)\| = \|\Phi(t-t_0)x(t_0)\|$$

Một tính chất quan trọng của chuẩn vectơ là:

$$\|x(t)\| \le \|\Phi(t-t_0)\|\|x(t_0)\|$$

điều này tương tự quan hệ giữa độ dài của vectơ.
Điều kiện (4-15) yêu cầu $\|\Phi(t-t_0)\|\|x(t_0)\|$ là hữu hạn. Thật vậy, $\|x(t_0)\|$ bị chặn, $\|\Phi(t-t_0)\|$ cũng phải hữu hạn với t>t0.
Tương tự, điều kiện (4-16) dẫn tới là

$$\lim_{t\to\infty}\|\Phi(t-t_0)\| = 0 \qquad (4\text{-}17)$$

hay $\lim_{t\to\infty}\Phi_{ij}(t-t_0) = 0$
với I,j=1,2,...,n, trong đó $\Phi_{ij}(t-t_0)$ là phần tử thứ ij của $\Phi(t-t_0)$.
Ma trận chuyển trạng thái được viết lại:

$$\Phi(t) = L^{-1}\left[(sI-A)^{-1}\right]$$

hay

$$\Phi(t) = L^{-1}\left[\frac{adj(sI-A)}{|sI-A|}\right]$$

Vì |sI-A|=0 là phương trình đặc tính của hệ , nên đáp ứng thời gian của Φ(t) được kiểm soát bởi nghiệm của phương trình đặc tính. Phương trình (4-17) yêu cầu nghiệm của phương trình đặc tính tất cả phải có phần thực âm.

Ổn định của hệ tuyến tính bất biến theo thời gian với ngõ vào:

Mặc dù tiêu chuẩn ổn định cho hệ tuyến tính bất biến theo thời gian được dưa ra trong phần trước, chúng ta chứng minh rằng trong trường hợp tổng quát, điều kiện ổn định cho lớp hệ thống này là độ lập với ngõ vào. Một cách khác định nghĩa sự ổn định của hệ tuyến tính bất biến thời gian là: hệ thống ổn định nếu ngõ ra của nó bị chặn đối với bất kì ngõ vào bị chặn.
Nói cách khác , cho c(t) là ngõ ra, r(t) là ngõ vào của hệ tuyến tính với một ngõ vào-ra. Nếu

$|r(t)| \le N < \infty$ với t≥t0

thì

$|c(t)| \le M < \infty$ với t≥t0

Để hệ ổn định thì nghiệm của phương trình đặc tính tất cả phải nằm bên trái của mặt phẳng s.

4.7.Biểu đồ Nichols

Giới thiệu:

Phân tích giản đồ Nichols là moat phương pháp đáp ứng tần số. Giản đồ Nichols về cơ bản chuyển vòng tròn M (biên độ) và N (pha) ở toạ độ cực thành vòng không tròn M và N trên đồ thị biên độ db –góc pha ở toạ độ đềcác. Hàm truyền đáp ứng tần số vòng hở GH(jω) được vẽ trên giản đồ Nichols được gọi là biểu đồ Nichols của GH(jω).

Đồ thị biên độdb-góc pha

Dạng toạ độ cực của hàm truyền đáp ứng tần số vòng hở là:

$$GH(j\omega) = |GH(j\omega)| \angle \arg GH(j\omega)$$

Định nghĩa: Đồ thị biên độ db-góc pha của GH(jω) là đồ thị của |GH(jω)| theo góc pha arg GH(jω) ở độ, trong tọa độ đềcác với ω là tham số.

Xây dựng đồ thị biên độ db-góc pha:

Đồ thị biên độ db-góc pha có thể được xây dựng trực tiếp bằng cách tính biên độ $20\log_{10}|GH(j\omega)|$ va góc pha argGH(jω) đối với moat số giá trị của ω, và vẽ kết quả. Điều này nhàm chán, nhưng phương pháp sau thì đơn giản hơn. Đầu tiên vẽ GH(jω) ở dạng biểu đồ Bode:

$$GH(j\omega) = \frac{K_B(1 + j\omega / z_1)...(1 + j\omega / z_m)}{(i\omega)^l(1 + j\omega / p_1)...(1 + j\omega / p_n)} \qquad (4.18)$$

trong đó l là số nguyên không âm.

$$20\log_{10}|GH(j\omega)| = 20\log_{10} K_B + 20\log_{10}|(1 + j\omega / z_1)| + ... + 20\log_{10}|(1 + j\omega / z_m)|$$

$$+ 20\log_{10}\left|\frac{1}{(j\omega)^l}\right| + 20\log_{10}\left|\frac{1}{(1 + j\omega / p_1)}\right| + ... + 20\log_{10}\left|\frac{1}{(1 + j\omega / p_m)}\right|$$

(4.19)

$$\arg GH(j\omega) = \arg(1 + j\omega / z_1) + ... + \arg(1 + j\omega / z_m) + \arg[(j\omega)^l]$$

$$+ \arg\frac{1}{(1 + j\omega / p_1)} + ... + \arg\frac{1}{(1 + j\omega / p_n)} \qquad (4.20)$$

Dùng phương trình (4.19) và (4.20), đồ thị biên độ db-góc pha của GH(jω) được tạo ra bằng cách cộng biên độ db và góc pha của các cực và zero, hay cặp cực và zero khi chúng là số phức liên hợp.

Thí dụ: Vẽ biểu đồ Nichols của hàm truyền:

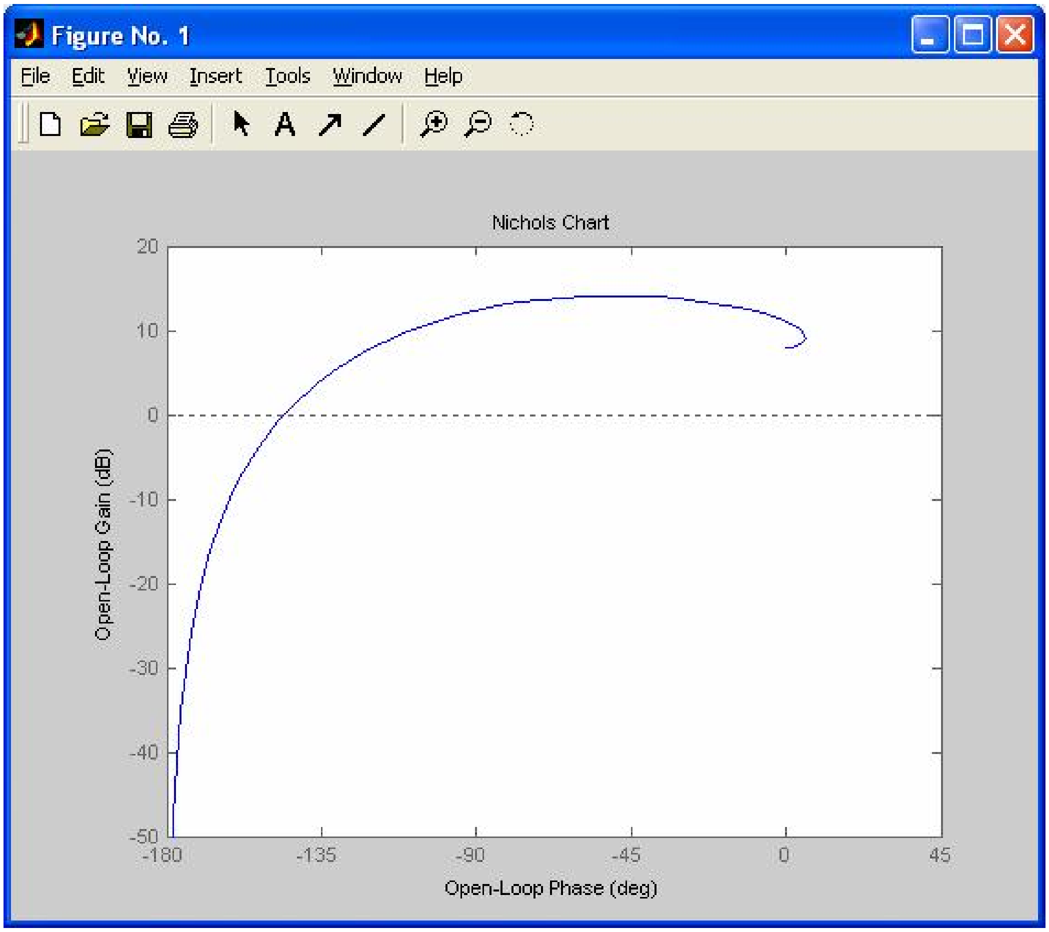
$$GH(s) = \frac{10(1 + s/2)}{(1 + s)[1 + (s/2)^2 + s/2]} = \frac{20s + 10}{s^3 + 3s^2 + 6s + 4}$$

thay s=jω ta có:

$$GH(j\omega) = \frac{10(1 + j\omega / 2)}{(1 + j\omega)[1 - (\omega / 2)^2 + j\omega / 2]}$$

Đồ thị biên độ db-góc pha của GH(jω) được xây dựng từ các thành phần sau:

$$10, (1 + j\omega / 2), \frac{1}{1 + j\omega}, \frac{1}{1 - (\omega / 2)^2 + j\omega / 2}$$



Hình 4.15: Biểu đồ Nichols

Ổn định tương đối:

Độ dự trữ biên độ và độ dự trữ pha có thể đọc trực tiếp từ đồ thị biên độ db-góc pha của GH(jω).

Tần số cắt pha $\omega_{-\pi}$ là tần số tại đó đồ thị của GH(jω) giao với đường thẳng -180^0 trên đồ thị biên độ db-góc pha. Độ dự trữ biên độ ở db được cho bởi:

Độ dự trữ biên $GM=-20\log_{10}|GH(j\omega_{-\pi})|$ db

Và đưôc đọc trực tiếp từ đồ thị biên độ db-góc pha.

Tần số cắt biên ωc là tần số tại đó đồ thị GH(jω) giao với đường thẳng 0db trên đồ thị biên độ db-góc pha. Độ dự trữ pha được cho bởi:

Độ dự trữ pha $PM=180^0+\arg GH(j\nu_C)$

Và có thể được đọc trực tiếp từ đồ thị biên độ db-góc pha.

Trong hầu heat trường hợp, độ dự trữ biên dương GM>0 và độ dự trữ pha PM>0 sẽ đảm bảo ổn định của hệ vòng kín. Tuy nhiên ổn định tuyệt đối sẽ được thiết lập bởi các phương tiện khác.

Thí dụ: xét thí dụ trên, GM=15 db>0, $PM=35^0>0$ nên hệ vòng kín ổn định.

Biểu đồ Nichols:

Xem xét hệ hồi tiếp âm đơn vị. Kết quả dễ dàng tổng quát hóa cho hệ không hồi tiếp âm đơn vị.

Hàm truyền đáp ứng tần số vòng kín của hệ hồi tiếp âm đơn vị có thể viết ở dạng tọa độ cực sau:

$$\frac{C}{R}(j\nu) = \left|\frac{C}{R}(j\nu)\angle\arg\frac{C}{R}(j\nu)\right| = \frac{G(j\nu)}{1+G(j\nu)} = \frac{|G(j\nu)|\angle f_C}{1+|G(j\nu)|\angle f_C}$$

với $f_C = \arg G(j\nu)$.

4.8. Tiêu chuẩn ổn định tần số Mikhailov

Nguyên lý góc quay:

Xét hệ thống bậc n có phương trình đặc tính của hệ số hằng:

$A(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + ... + a_n = 0$ (4-4)

Đa thức A(s) được viết dưới dạng:

$A(s) = a_0(s - p_1)(s - p_2)...(s - p_n)$

với p1, p2,.. là các cực của hệ thống, là nghiệm của phương trình đặc tính.

Thay s=jω vào () , ta có:

$$A(j\nu) = a_0(j\nu - p_1)(j\nu - p_2)...(j\nu - p_n)$$

Giả sử phương trình (4-4) có m nghiệm phải (có phần thực dương), còn (n-m) nghiệm trái (có phần thực âm).

Góc quay của vectơ đa thức đặc tính tần số A(jω)

$$\arg A(j\nu) = \sum_{i=1}^{n} \arg(j\nu - p_i)$$

Khi tần số ω thay đổi từ -∞ đến +∞ thì sự thay đổi góc quay của vectơ đa thức đặc tính tần số A(jω) sẽ là:

$$\Delta \arg A(j\nu) = \sum_{i=1}^{n} \arg(j\nu - p_i)$$

Ký hiệu Δ chỉ sự thay đổi góc quay.

Nguyên lý góc quay được phát biểu như sau:

Hệ thống bậc n có m nghiệm phải và (n-m) nghiệm trái có vectơ đa thức đặc tính tần số A(jω) sẽ quay một góc là (n-2m)/2 vòng kín theo chiều ngược chiều kim đồng hồ khi tần số ω biến thiên từ -∞ đến +∞.

Tiêu chuẩn ổn định dựa vào nguyên lí góc quay được A. V. Mikhailov phát biểu vào năm 1938:

Hệ thống điều chỉnh tự động có đa thức đặc tính bậc n (A(s)) với các hệ số dương sẽ ổn định nếu đồ thị vectơ đa thức đặc tính A(jω) xuất phát từ một điểm trên phần dương trục thực quay một góc bằng $n.p/2$ ngược chiều kim đồng hồ khi ω thay đổi từ 0 đến ∞.

Bài tập

1. Không dùng tiêu chuẩn Routh-Hurwitz, xác định xem hệ sau có ổn định tuyệt đối, ranh giới ổn định, hay không ổn định. Trong mỗi trường hợp, hàm truyền hệ kín được cho.

a) $M(s)=\dfrac{10(s+2)}{s^3+3s^2+5s}$

b) $M(s)=\dfrac{s-1}{(s+5)(s^2+2)}$

c) $M(s)=\dfrac{K}{s^3+5s+5}$

d) $M(s)=\dfrac{100(s-1)}{(s+5)(s^2+2s+2)}$

2. Dùng tiêu chuẩn Routh-Hurwitz xác định ổn định của hệ kín mà có phương trình đặc tính sau. Xác định số nghiệm cực của mỗi phương trình là nằm bên tay phải mặt phẳng s và trên trục jω.

a) $s^3+25s^2+10s+450=0$

b) $s^3+25s^2+10s+50=0$

c) $s^3+25s^2+250s+10=0$

d) $s^4+2s^3+10s^2+20s+5=0$

3. Đối với mỗi phương trình đặc tính của hệ thống hồi tiếp được cho, xác định phạm vi của K để mà hệ ổn định. Tính giá trị của K để hệ ở ranh giới ổn định và tần số dao động có thể áp dụng.

a) $s^4+25s^3+15s^2+20s+K=0$

b) $s^4+Ks^3+2s^2+(K+1)s+10=0$

c) $s^3+(K+2)s^2+2Ks+10=0$

d) $s^4+Ks^3+5s^2+10s+10K=0$

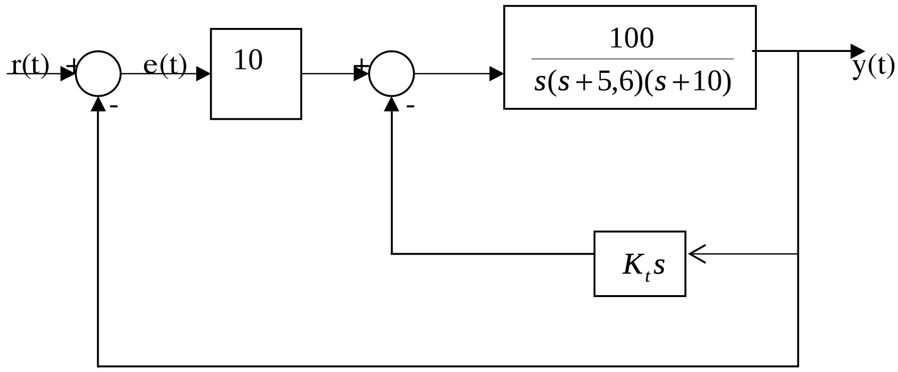
4. Cho hàm truyền nhánh thẳng của hệ thống hồi tiếp âm đơn vị :

a) $G(s)=\dfrac{K(s+4)(s+20)}{s^3(s+100)(s+500)}$

b) $G(s)=\dfrac{K(s+10)(s+20)}{s^2(s+2)}$

Áp dụng tiêu chuẩn Routh để xét ổn định của hệ thống kín như là hàm theo K. Xác định giá trị của K mà gây ra dao động biên độ hằng số trong hệ. Xác định tần số dao động.

5.Sơ đồ khối hệ thống điều khiển động cơ với tachometer(máy phát tốc) được cho ở hình sau. Tìm phạm vi của hằng số Kt của tachometer để hệ ổn định.



6.Hãy vẽ quỹ đạo nghiệm số của các hệ thống sau:

a) $G(s) = \dfrac{K(s+6)}{(s+2)(s^2+8s+25)}$

b) $G(s) = \dfrac{400}{s(s+6)(s+a)}$ (vẽ theo tham số a)

c) $G(s) = \dfrac{K(s+3)}{s(s+1)}$

d) $G(s) = \dfrac{K}{s(s+2)(s+3)}$

7. Cho hàm truyền hở hệ phản hồi -1 đơn vị.

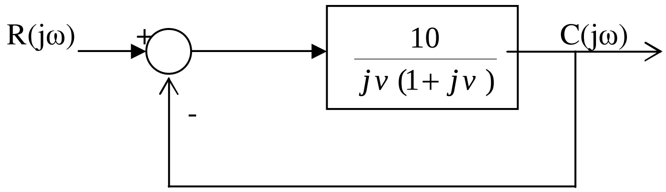
$$G(s) = \frac{0{,}628 + 9{,}1s}{s(1+50s)}$$

a)Dùng biểu đồ Bode xét ổn định cho hệ kín. Tính pha dự trữ.

b)Cũng câu hỏi như trên với:

$$G(s) = \frac{0{,}628 + 9{,}1s}{s(1+50s)}.e^{-2s}$$

9. Bằng phương pháp tần số Nyquist, hãy xác định xem hệ thống minh họa ở hình sau có ổn định hay không?



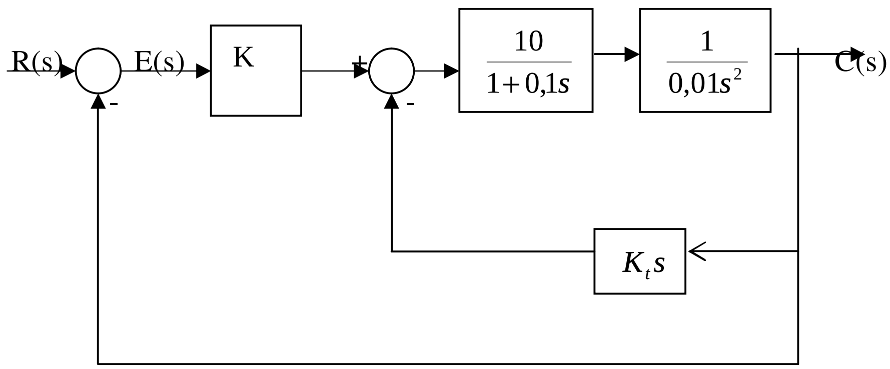
9. Cho hệ thống hàm truyền hở:

$$G_h(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{10K(s+2)}{(s+3{,}72)(s-0{,}361+j1{,}6)(s-0{,}361-j1{,}6)}$$

a.Xét ổn định hệ kín phản hồi âm 1 đơn vị với K=10.

b. Vẽ quỹ đạo nghiệm số khi $-\infty < K < +\infty$.

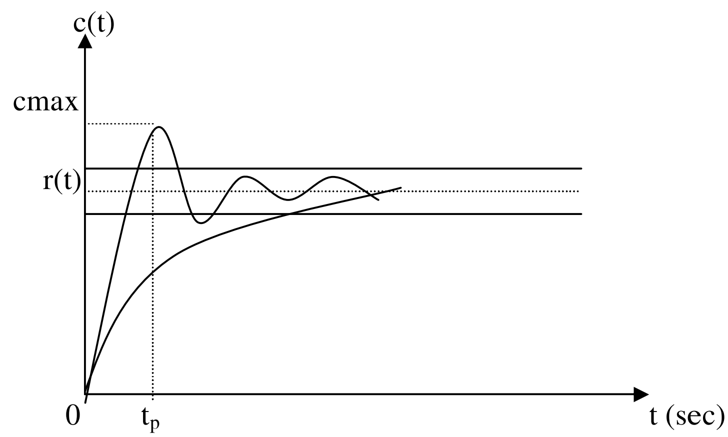
10.Xây dựng biểu đồ bode và Nyquist của G(jω)/K và xác định miền K để hệ ổn định. Dùng chương trình MATLAB.



Chương 5 : CHẤT LƯỢNG HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN

5.1.Các chỉ tiêu chất lượng

Ổn định là điều kiện cần đối với một hệ ĐKTĐ, song chưa phải là đủ để hệ thống được sử dụng trong thực tế. Nhiều yêu cầu đòi hỏi hệ thống phải thỏa mãn được cùng một lúc các tiêu chuẩn chất lượng khác nhau như độ chính xác, độ ổn định, đáp ứng quá độ, độ nhạy, khả năng chống nhiễu..



Hình 5.1

-Sai số xác lập.

$$e_{xl} = \lim_{t \to \infty} e(t) = \lim_{t \to \infty} SE(S) \qquad (5\text{-}1)$$

e(t)=r(t)-c(t)

Sai lệch là hiệu số giữa tín hiệu vào và tín hiệu hồi tiếp. Mục đích muốn tín hiệu ra qua vòng hồi tiếp luôn luôn bám được tín hiệu vào mong muốn. Điều đó có nghĩa là sai lệch xác lập bằng không.

-Độ quá điều chỉnh(độ vọt lố).

$$s\,\% = \frac{c_{\max} - c_{xl}}{c_{xl}} x100 \qquad (5\text{-}2)$$

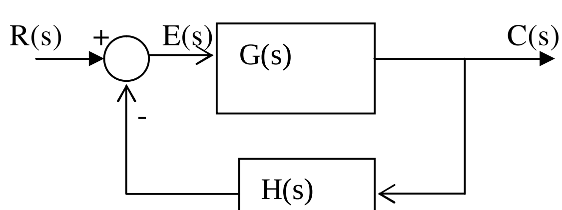
Thời gian lên đỉnh là thời gian đáp ứng ra đạt giá trị cực đại (tp=tpeak).

Thời gian quá độ ts=tset xác định bởi thời điểm đáp ứng ra từ sau đó trở đi không vượt ra khỏi miền giới hạn sai số Δ quanh giá trị xác lập.

Thí dụ: Δ có thể là ±2%, ±5%...

5.2.Sai số xác lập

Xét hệ thống hồi tiếp âm có sơ đồ khối như hình vẽ:



Sai số của hệ thống là:

$$E(s) = R(s) - C(s)H(s) = R(s) - \left[R(s)\frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} \right] H(s)$$

$$\Rightarrow E(s) = \frac{R(s)}{1+G(s)H(s)}$$

Sai số xác lập:

$$e_{xl} = \lim_{t\to+\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) \Rightarrow e_{xl} = \lim_{s\to 0} \frac{sR(s)}{1+G(s)H(s)}$$

Sai số xác lập không những phụ thuộc vào cấu trúc và thông số của hệ thống mà còn phụ thuộc vào tín hiệu vào.

a)Tín hiệu vào là hàm nấc đơn vị

Ta tính sai số xác lập bằng cách thay R(s)=1/s vào biểu thức e_{xl}:

$$e_{xl} = \lim_{s\to 0} \frac{s(1/s)}{1+G(s)H(s)} = \frac{1}{1+\lim\limits_{s\to 0} G(s)H(s)}$$

Ta định nghĩa hệ số vị trí là đại lượng $\lim\limits_{s\to 0} G(s)$ và kí hiệu là Kp.

$K_p = \lim\limits_{s\to 0} G(s)H(s)$: hệ số vị trí.

$$\Rightarrow e_{xl} = \frac{1}{1+K_p} \qquad (5\text{-}3)$$

b)Tín hiệu vào là hàm dốc đơn vị

r(t)=tu(t) $\Rightarrow R(s) = \dfrac{1}{s^2}$

$$e_{xl} = \lim_{s\to 0} \frac{s(1/s^2)}{1+G(s)H(s)} = \lim_{s\to 0} \frac{1}{s+sG(s)H(s)} = \frac{1}{\lim\limits_{s\to 0} sG(s)H(s)}$$

Đặt $K_v = \lim\limits_{s\to 0} sG(s)H(s)$: hệ số vận tốc.

$$\Rightarrow e_{xl} = \frac{1}{K_v} \qquad (5\text{-}4)$$

c)Tín hiệu vào là hàm parabol

$$r(t) = \frac{t^2}{2}u(t) \quad \Rightarrow R(s) = \frac{1}{s^3}$$

$$e_{xl} = \lim_{s\to 0} \frac{s(1/s^3)}{1+G(s)H(s)} = \lim_{s\to 0} \frac{1}{s^2+s^2G(s)H(s)} = \frac{1}{\lim\limits_{s\to 0} s^2G(s)H(s)}$$

Đặt $K_a = \lim\limits_{s\to 0} s^2G(s)H(s)$: hệ số gia tốc.

$$\Rightarrow e_{xl} = \frac{1}{K_a} \qquad (5\text{-}5)$$

Nhận xét:

- Các yếu tố ảnh hưởng đến sai số xác lập
- Bậc vô sai, Các hệ số sai số
- Phương pháp giảm sai số xác lập

Tùy theo khâu tích phân lý tưởng có trong hàm truyền hở G(s)H(s) mà Kp, Kv, Ka có giá trị như bảng sau:

Số khâu tích phân trong G(s)H(s)	Hệ số vị trí Kp	Hệ số vận tốc Kv	Hệ số gia tốc Ka
0	Kp<∞	0	0
1	∞	Kv<∞	0
2	∞	∞	Ka<∞
>3	∞	∞	∞

-Nếu G(s)H(s) không có khâu tích phân lý tưởng thì hệ thống kín theo kịp sự thay đổi của tín hiệu vào là hàm nấc với sai số $e_{xl} = \frac{1}{1+K_p}$ và không theo kịp sự thay đổi của tín hiệu vào là hàm dốc và hàm parabol.

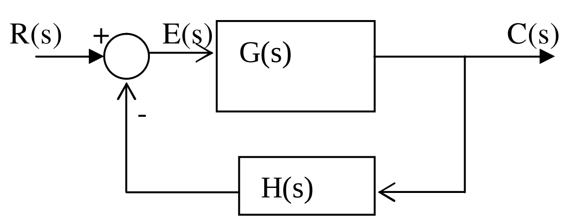
-Nếu G(s)H(s) có một khâu tích phân lí tưởng thì hệ thống kín theo kịp sự thay đổi của tín hiệu vào là hàm nấc với sai số exl=0, và theo kịp sự thay đổi của tín hiệu vào là hàm dốc với sai số $e_{xl} = \frac{1}{K_v}$ và không theo kịp sự thay đổi của tín hiệu vào là hàm parabol --> hệ thống có một khâu tích phân lí tưởng gọi là hệ vô sai bậc một.

-Nếu G(s)H(s) có hai khâu tích phân lí tưởng thì hệ thống kín theo kịp sự thay đổi của tín hiệu vào là hàm nấc và hàm dốc với sai số exl=0, theo kịp sự thay đổi của tín hiệu vào là hàm parabol với sai số $e_{xl} = \frac{1}{K_a}$ --> hệ thống có hai khâu tích phân lí tưởng gọi là hệ vô sai bậc hai.

--Nếu G(s)H(s) có ba khâu tích phân lí tưởng thì hệ thống kín theo kịp sự thay đổi của tín hiệu vào là hàm nấc, hàm dốc và hàm parabol với sai số exl=0 -->hệ thống có ba khâu tích phân lí tưởng gọi là hệ vô sai bậc ba.

-->Hệ thống có n khâu tích phân lý tưởng gọi là hệ vô sai bậc n.

Thí dụ 1: Xét hệ thống hồi tiếp âm có sơ đồ khối như hình vẽ:



G(s)=1/(s+1), H=1

Tìm Kp, Kv, Ka và e_{xl} tương ứng.

Giải:

a/r(t)=u_s(t)

$$K_p = \lim_{s\to 0} G(s)H(s) = \lim_{s\to 0} \frac{1}{s+1}.1 = 1$$

$$\Rightarrow e_{xl} = \frac{1}{1+K_p} = \frac{1}{1+1} = 0{,}5$$

b/r(t)=t. u_s(t)

$$K_v = \lim_{s\to 0} sG(s)H(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{1}{s+1} = 0$$

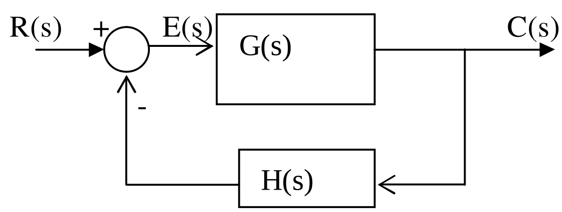
$$\Rightarrow e_{xl} = \frac{1}{K_v} = \infty$$

c/ $r(t) = \frac{t^2}{2}u(t)$

$$K_a = \lim_{s\to 0} s^2G(s)H(s) = \lim_{s\to 0} s^2\frac{1}{s+1} = 0$$

$$\Rightarrow e_{xl} = \frac{1}{K_a} = \infty$$

Thí dụ 2: Xét hệ thống hồi tiếp âm có sơ đồ khối như hình vẽ:



$G(s)=1/(s^2+s+2)$, $H=1/(s+1)$

Tìm Kp, Kv, Ka và e_{xl} tương ứng.

Đáp số:

Kp=0,5 ; exl=2/3

Kv=0, exl=∞

Ka=0, exl=∞

5.3. Đáp ứng thời gian của hệ bậc nhất

5.3.1. Điều khiển tốc độ của động cơ DC

Chúng ta xem xét hệ thống động cơ DC trong chương 2. Chúng ta giả sử điện cảm phần ứng L và ma sát động cơ bị bỏ qua (thực tế các giả sử này ít khi được xét) để chúng ta minh họa cho hệ bậc nhất. Phương trình động cơ DC đơn giản hóa:

Momen: $T_m(t) = K_m i_a(t)$

Sức phản điện động phần ứng: $e_b(t) = K_b v_m(t)$

Dòng điện động cơ: $i_a(t) = \frac{e_a(t) - e_b(t)}{R_a}$

Tốc độ động cơ: $v_m(t) = \frac{1}{J_m}T_m(t)$

$$e_a(t) = K_a e(t)$$

trong đó e(t) là điện áp áp dụng ngõ vào; Ka là độ lợi khuếch đại; Kb là hằng số sức phản điện động ; Km là hằng số momen; Jm là momen quán tính động cơ và Ra là điện trở phần ứng.

Vì đây là hệ thống điều khiển tốc độ, chúng ta quan tâm đến $v_m(t)$ và xem là biến ngõ ra. Hàm truyền vòng kín là

$$\frac{\Omega_m(s)}{E(s)} = \frac{K}{s+a}$$

trong đó

$$K = \frac{K_a K_m}{R_a J_m}$$

$$a = \frac{K_m K_b}{R_a J_m}$$

Với ngõ vào hàm nấc đơn vị e(t)=1(t), E(s)=1/s, tốc độ động cơ được cho bởi

$$\Omega_m(s) = \frac{K}{s(s+a)}$$

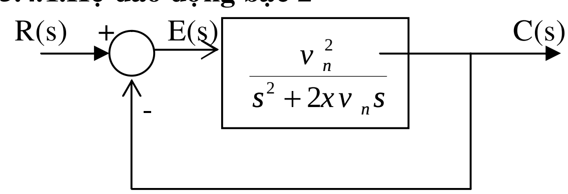
Biến đổi Laplace ngược hai vế ta được:

$$v_m(t) = \frac{K}{a}(1-e^{-at}) = \frac{K_a}{K_b}(1-e^{-at}) \quad t>=0.$$

5.4. Đáp ứng quá độ hệ bậc hai

Đáp ứng quá độ là đáp ứng của hệ thống khi tín hiệu vào là hàm nấc đơn vị.

5.4.1.Hệ dao động bậc 2



Hàm truyền hệ kín:

$$G_k(s) = \frac{\dfrac{v_n^2}{s^2+2xv_n s}}{1+\dfrac{v_n^2}{s^2+2xv_n s}} = \frac{v_n^2}{s^2+2xv_n s+v_n^2} = \frac{1}{T^2s^2+2xTs+1}$$

với $T = \dfrac{1}{v_n}$.

Hệ thống có cặp cực phức liên hợp

$$s_{1,2} = -xv_n \pm jv_n\sqrt{1-x^2}$$

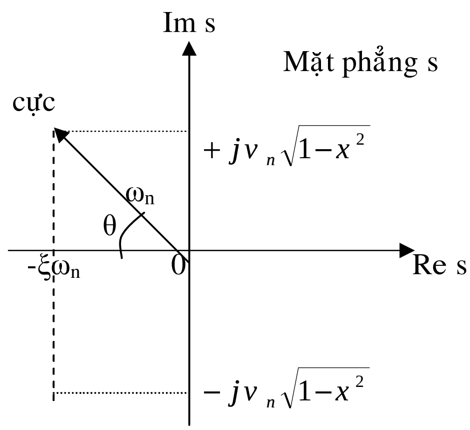
$a = xv_n$ gọi là hằng số suy giảm (hệ số suy giảm), là phần thực của cực.

x là tỉ lệ suy giảm.

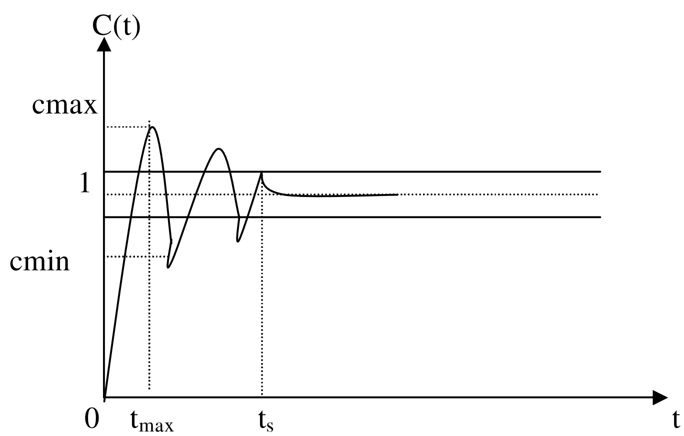
$v = v_n\sqrt{1-x^2}$ tần số dao động tự nhiên, là phần ảo của cực.

v_n là khoảng cách từ cực đến gốc của mặt phẳng s.

$x = \dfrac{a}{v_n}$, $x = \cos q$



Giản đồ cực –zero của hệ dao động bậc 2



Đáp ứng quá độ của hệ dao động bậc 2

Đáp ứng của hệ thống kín khi tín hiệu vào là hàm nấc

$$C(s) = R(s).G_k(s) = \frac{1}{s}.\frac{1}{T^2s^2 + 2xTs + 1}$$

$$\Rightarrow c(t) = 1 - \frac{e^{-xv_nt}}{\sqrt{1-x^2}}\sin\left[(v_n\sqrt{1-x^2})t + q\right]$$

trong đó độ lệch pha θ xác định bởi cosθ=ξ..

Nhận xét:

.Đáp ứng quá độ của khâu dao động bậc hai có dạng dao động với biên độ giảm dần.

-Nếu ξ=0: c(t)=1-sinω_nt, đáp ứng của hệ là dao động không suy giảm với tần số ω_n --> ω_n gọi là tần số dao động tự nhiên.

-Nếu 0<ξ<1: đáp ứng của hệ là dao động với biên độ giảm dần -->ξ gọi là hệ số tắt (hay hệ số suy giảm), ξ càng lớn dao động suy giảm càng nhanh.

.Đáp ứng của khâu dao động bậc hai có vọt lố.

Tổng quát, độ vọt lố (POT-Percent of overshoot) được định nghĩa là

$$POT = \frac{c_{\max} - c_{xl}}{c_{xl}}.100\% \quad (5\text{-}6)$$

(c_{max}-giá trị cực đại của c(t); c_{xl}-giá trị xác lập của c(t))

Đối với hệ dao động bậc hai, độ vọt lố POT được tính bởi công thức

$$POT = \exp\left(-\frac{xp}{\sqrt{1-x^2}}\right)100\%$$ (5-7) : là phần trăm vọt lố cực đại.

Độ vọt lố cực đại= $y_{\max} - 1 = e^{-px\sqrt{1-x^2}}$ và $t_{\max} = \dfrac{p}{v_n\sqrt{1-x^2}}$

.Thời gian xác lập ts là thời gian để sai số giữa c(t) và giá trị xác lập nhỏ hơn ε (ε=5% hay 2%).

Đối với hệ bậc hai:

-Theo tiêu chuẩn 5%: $t_{xl} = \dfrac{3}{xv_n}$ (5-8)

-Theo tiêu chuẩn 2%: $t_{xl} = \dfrac{4}{xv_n}$ (5-9)

.Thời gian delay(trì hoãn):

$t_d = \dfrac{1+0{,}7x}{v_n}$, 0<ξ<10 (5-10)

hay $t_d = \dfrac{1{,}1 + 0{,}125x + 0{,}469x^2}{v_n}$, 0<ξ<10 (5-11)

.Thời gian lên tr: (rise time) là thời gian để c(t) tăng từ 10% đến 90% giá trị xác lập.

Đối với hệ bậc hai:

$t_r = \dfrac{1}{v_n}(1{,}589x^3 - 0{,}1562x^2 + 0{,}924x + 1{,}0141)$ (5-12)

Có thể chọn:

$t_r = \dfrac{0{,}8 + 2{,}5x}{v_n}$, 0<ξ<1 (5-13)

hay $t_r = \dfrac{1 - 0{,}4167x + 2{,}917x^2}{v_n}$, 0<ξ<1 (5-14)

tùy theo độ chính xác ta có thể chọn một trong ba công thức trên.

Chú ý: nếu ξ≥1 ta không gọi là hệ dao động bậc hai vì trong trường hợp này đáp ứng của hệ không có dao động.

. Nếu ξ=1 hệ thống kín có một nghiệm kép (thực).

Đáp ứng của hệ thống:

$$C(s)=\frac{v_n^2}{s(s^2+2v_n s+v_n^2)}$$

$$\Rightarrow c(t)=1-e^{-v_n t}-v_n t e^{-v_n t}$$

. Nếu ξ>1 hệ thống kín có hai nghiệm thực phân biệt.

Đáp ứng của hệ thống:

$$C(s)=\frac{A}{s}+\frac{B}{s+p_1}+\frac{C}{s+p_{21}}$$

$$\Rightarrow c(t)=A-Be^{-p_1 t}-Ce^{-p_2 t}$$

*Ảnh hưởng của thêm cực và zero vào nhánh thẳng của hàm truyền.

5.5. Các tiêu chuẩn tối ưu hóa đáp ứng quá độ

1. Tiêu chuẩn IAE(tích phân trị tuyệt đối biên độ sai số)

$$J_1=\int_0^{+\infty}|e(t)|dt \qquad (5\text{-}15)$$

Đối với hệ bậc 2: J_1-->min khi ξ=0,707.

2.Tiêu chuẩn ISE (tích phân của bình phương sai số)

$$J_2=\int_0^{+\infty}e^2(t)dt \qquad (5\text{-}16)$$

Đối với hệ bậc 2: J_2-->min khi ξ=0,5.

3.Tiêu chuẩn ITAE (tích phân của thời gian nhân với trị tuyệt đối của sai số)

$$J_3=\int_0^{+\infty}t|e(t)|dt \qquad (5\text{-}17)$$

Đối với hệ bậc 2: J3-->min khi ξ=0,707.

Trong ba tiêu chuẩn tối ưu hóa đáp ứng quá độ vừa trình bày ở trên, tiêu chuẩn ITAE được sử dụng nhiều nhất. Để đáp ứng quá độ của hệ thống bậc n là tối ưu theo chuẩn ITAE thì mẫu số hàm truyền hệ kín bậc n phải có dạng

Bậc	Mẫu số hàm truyền
1	$s+v_n$
2	$s^2+1.414v_n s+v_n^2$
3	$s^3+1.75v_n s^2+2.15v_n^2 s+v_n^3$
4	$s^4+2.1v_n s^3+3.4v_n^2 s^2+2.7v_n^3 s+v_n^4$

Ngoài ra còn có các tiêu chuẩn chất lượng khác:

ITSE: $J_4=\int_0^{\infty}te^2(t)dt$

Tích phân của thời gian nhân với bình phương sai số.

ISTAE: $J_5=\int_0^{\infty}t^2|e(t)|dt$

Tích phân của bình phương thời gian với trị tuyệt đối biên độ.

ISTSE: $J_6 = \int_0^{\infty} t^2 e^2(t)dt$

Tích phân của bình phương thời gian và bình phương sai số.

5.6.Đáp ứng quá độ HTĐK

5.6.1.Biến đổi Laplace ngược: xem chương 2, mục 2.1.

Thí dụ: Tìm tín hiệu x(t) có ảnh Laplace

$$a)X(s) = \frac{2s^2 + 13s + 17}{s^2 + 4s + 3}; b)X(s) = \frac{s^3 + 5s^2 + 9s + 7}{(s+1)(s+3)}$$

5.6.2.Ma trận quá độ (Ma trận chuyển trạng thái) và nghiệm của phương trình trạng thái. Xem chương 2, mục 2.12

Thí dụ: Cho hệ thống có hàm truyền là

$$G(s) = \frac{s}{s^2 + 3s + 2}$$

1.Thành lập hệ phương trình biến trạng thái mô tả hệ thống trên.

2.Tính ma trận quá độ.

3.Tìm đáp ứng của hệ thống khi tín hiệu vào là hàm nấc đơn vị (giả sử điều kiện đầu bằng 0).

Giải:

Thí dụ: Cho hệ có hàm truyền:

$$G(s) = \frac{s+6}{s^2 + 5s + 4}$$

Tìm phương trình trạng thái:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C=[1 \;\; 0],\; D=[0]$$

Tìm Ma trận quá độ(ma trận chuyển trạng thái)

Tìm đáp ứng của hệ thống khi tín hiệu vào là hàm nấc đơn vị (giả sử điều kiện đầu bằng 0).

5.6.3. Hàm Matlab

Biến đổi Laplace ngược. Lệnh Matlab *residue* được dùng để lấy biến đổi Laplace ngược của hàm truyền bằng cách tìm các hệ số của mở rộng phân số từng phần. Mở rộng phân số từng phần được giả thiết cho ở dạng sau:

$$Y(s) = \frac{r(1)}{s - p(1)} + \frac{r(2)}{s - p(2)} + \frac{r(3)}{s - p(3)} + \ldots + \frac{r(n)}{s - p(n)} + k(s)$$

Thí dụ: Giả sử chúng ta muốn tìm hệ số A, B, và C của mở rộng phân số từng phần sau:

$$Y(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)(s+3)} = \frac{A}{s+1} + \frac{B}{s+2} + \frac{C}{s+3}$$

Lệnh Matlab như sau:

```
>> num=[1]

num =

     1

>> den=[1  6  11   6]

den =

     1     6    11     6

>> [r,p,k]=residue(num,den)

r =

    0.5000
   -1.0000
    0.5000


p =

   -3.0000
   -2.0000
   -1.0000


k =

     []
```

Mở rộng phân số từng phần được yêu cầu là:

$$Y(s) = \frac{0.5}{s+1} - \frac{1}{s+2} + \frac{0.5}{s+3}$$

Biến đổi Laplace ngược là:

$$y(t) = (0.5e^{-t} - e^{-2t} + 0.5e^{-3t}).1(t)$$

Bài tập

1. Cặp cực phức liên hợp trong mặt phẳng s được yêu cầu đáp ứng các chất lượng khác nhau sau. Với mỗi trường hợp cụ thể, vẽ miền trong mặt phẳng s mà cực được định vị.

a) $\xi \geq 0,707$ $\omega n \geq 2$ rad/sec (positive damping)

b) $0 \leq \xi \leq 0,707$ $\omega n \leq 2$ rad/sec (positive damping)

c) $\xi \leq 0,5$ $1 \leq \omega n \leq 5$ rad/sec (positive damping)

d) 0,5≤ξ≤0,707 ωn≤5 rad/sec (positive and negative damping)

2.Xác định loại của hệ thống hồi tiếp âm đơn vị sau mà hàm truyền hở được cho như sau.

a) $G(s)=\dfrac{K}{(1+s)(1+10s)(1+20s)}$

b) $G(s)=\dfrac{10e^{-0,2s}}{(1+s)(1+10s)(1+20s)}$

c) $G(s)=\dfrac{10(s+1)}{s(s+5)(s+6)}$

d) $G(s)=\dfrac{100(s-1)}{s^2(s+5)(s+6)^2}$

3.Xác định hằng số sai số hàm nấc, hàm dốc và hàm parabol của hệ thống điều khiển hồi tiếp âm đơn vị. Hàm truyền hở được cho.

a) $G(s)=\dfrac{1000}{(1+0,1s)(1+10s)}$

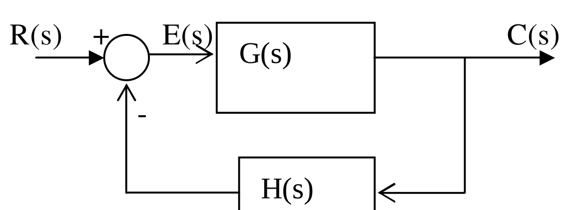
b) $G(s)=\dfrac{100}{s(s^2+10s+100)}$

c) $G(s)=\dfrac{K}{s(1+0,1s)(1+0,5s)}$

d) $G(s)=\dfrac{100}{s^2(s^2+10s+100)}$

4.Với hệ hồi tiếp âm đơn vị mô tả ở bài 2, xác định sai số xác lập cho ngõ vào hàm nấc, hàm dốc và hàm parabol. Kiểm tra tính ổn định của hệ trước khi áp dụng định lí giá trị cuối.

5. Xét hệ thống hồi tiếp âm có sơ đồ khối như hình vẽ:



Hàm truyền G(s) và H(s) được cho. Tìm sai số xác lập với ngõ vào hàm nấc , hàm dốc và hàm parabol ($(t^2/2).u(t)$). Kiểm tra tính ổn định của hệ trước khi áp dụng định lí giá trị cuối.

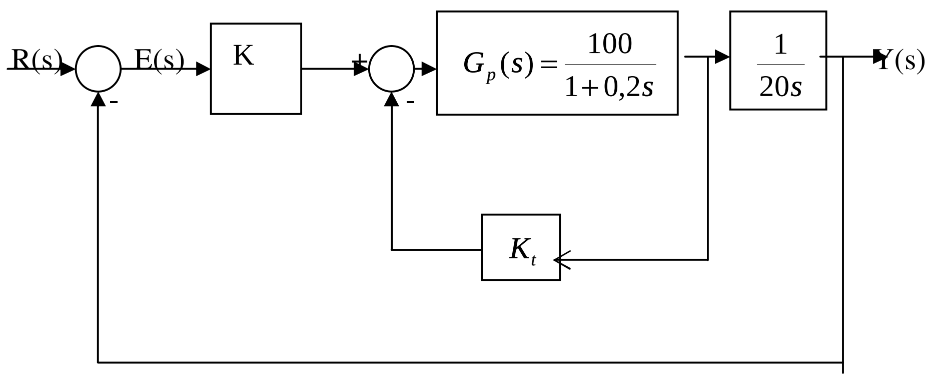
a) $G(s)=\dfrac{1}{(s^2+s+2)};H(s)=\dfrac{1}{s+1}$

b) $G(s)=\dfrac{1}{s(s+5)};H(s)=5$

c) $G(s)=\dfrac{1}{s^2(s+10)};H(s)=\dfrac{s+1}{s+5}$

d) $G(s)=\dfrac{1}{s^2(s+12)};H(s)=5(s+2)$

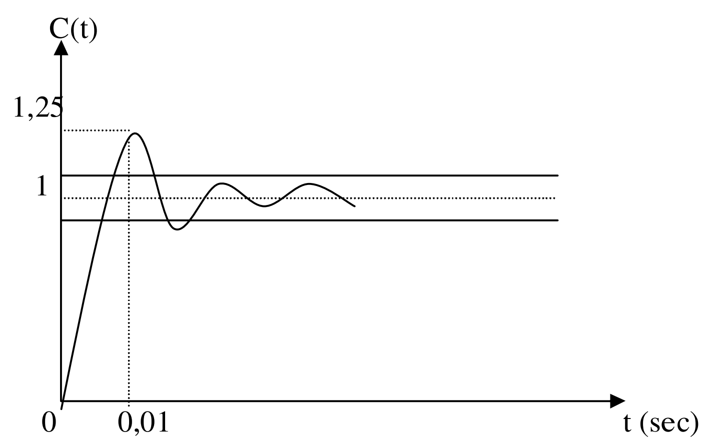
6. Sơ đồ khối hệ thống điều khiển được cho như hình sau.



Tìm hằng số sai số hàm nấc , hàm dốc và hàm parabol. Tín hiệu sai số được định nghĩa e(t). Tìm sai số xác lập theo K và Kt khi ngõ vào sau được áp dụng. Giả sử hệ thống là ổn định.

A)r(t)=u(t) b)r(t)=t.u(t) c)r(t)= $(t^2/2).u(t)$.

7. Đáp ứng nấc (unit-step response) của hệ thống điều khiển tuyến tính được cho ở hình sau. Tìm hàm truyền của hệ mô tả bậc hai để mô hình hóa hệ.



8. Hãy tìm biểu thức đáp ứng quá độ của các hệ thống sau:

Đầu vào là hàm nấc đơn vị r(t)=u_s(t)

a. **a)** $G(s)=\dfrac{s+3}{(s+1)(s+2)}$

b) $G(s) = \dfrac{1}{s^2 + 2s + 2}$

c) $G(s) = \dfrac{s+1}{s(s^2 + s + 1)}$

d) $G(s) = \dfrac{5s+2}{(s+1)(s+2)^2}$

9. Tìm đáp ứng quá độ của hệ thống sau:

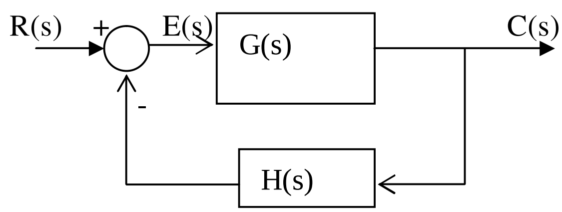
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

Chương 6 : THIẾT KẾ HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

6.1. Khái niệm về hiệu chỉnh

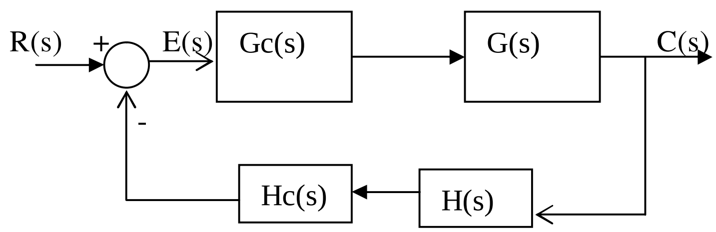
+Bộ hiệu chỉnh:

Cho G(s), H(s) và lập vòng điều khiển theo nguyên lí hồi tiếp âm



Hình 6.1

Chất lượng phụ thuộc vào G(s), H(s). Muốn cải thiện ta thêm Gc(s) và Hc(s) vào vòng điều khiển.



Hình 6.2

Gc(s), Hc(s) về toán học là các hàm truyền của bộ hiệu chỉnh. Về vật lí, Gc(s), Hc(s) là các thiết bị thực hiện bộ hiệu chỉnh.

Gc(s)-bù mạch thẳng.

Hc(s)-bù mạch phản hồi.

+Tiêu chuẩn chất lượng:

-Sai số tĩnh bé.

-Đáp ứng nhanh (quá trình quá độ không được kéo dài).

-Ổn định (quan trọng nhất).

+Đặc tính logarith (Bode)

+Phương pháp quỹ đạo nghiệm số.

+ Các trường hợp:

1/Hệ ổn định , đáp ứng quá độ tốt, nhưng sai lệch tĩnh lớn.

2/Hệ ổn định, sai số xác lập nhỏ nhưng đáp ứng chậm.

3/Ổn định, sai số xác lập lớn , đáp ứng chậm.

+Các phương pháp:

1.Bù sớm pha.

2. Bù trễ pha.

3. Bù sớm-trễ pha.

4.Bù tỉ lệ vi phân tích phân.

-Bù gia lượng (tỉ lệ).

-Bù tỉ lệ tích phân.

-Bù tỉ lệ vi phân.

- Bù tỉ lệ vi phân tích phân.

Có thể bù ở nhánh thẳng hay phản hồi.

6.2. Thiết kế dùng phương pháp quỹ đạo nghiệm số (QĐNS):

Nguyên tắc thiết kế hệ thống điều khiển tự động dùng phương pháp QĐNS là dựa vào phương trình đặc tính của hệ thống sau khi hiệu chỉnh.

$$1+G_C(s)G(s)=0 \qquad (6\text{-}1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |G_C(s)G(s)|=1 \\ \angle G_C(s)G(s)=-180^0 \end{cases}$$ Điều kiện biên độ và điều kiện pha.

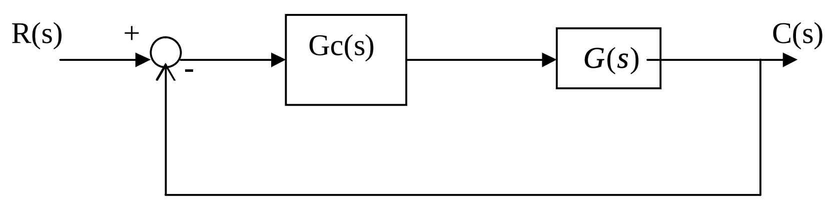
Ta cần chọn thông số của bộ điều khiển $G_C(s)$ sao cho phương trình (6-1) có nghiệm tại vị trí mong muốn.

6.2.1. Hiệu chỉnh sớm pha

Tiếp cận quỹ đạo nghiệm để thiết kế là rất mạnh khi các chỉ tiêu được cho ở các đại lượng thời gian như là tỉ lệ suy giảm, tần số không suy giảm tự nhiên, cực vòng kín mong muốn, độ vọt lố cực đại, thời gian lên, thời gian xác lập.

Xem xét bài toán thiết kế mà trong đó hệ gốc hoặc là không ổn định với tất cả giá trị của độ lợi hay là ổn định nhưng tính chất đáp ứng quá độ không mong muốn. Bài toán này có thể được giải bằng cách thêm bộ bù mắc nối tiếp với hàm truyền nhánh thẳng.

Thủ tục thiết kế bộ bù sớm pha cho hệ thống được minh họa ở hình 6.3 sau bằng phương pháp quỹ đạo nghiệm số được phát biểu như sau:



Hình 6.3

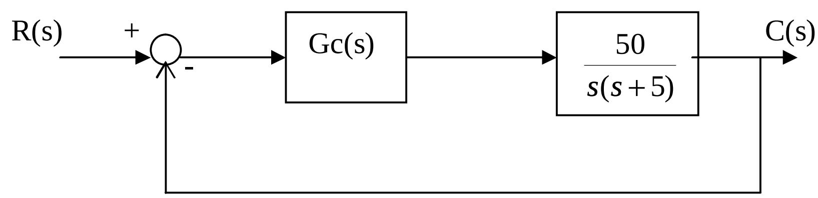
1. Từ chỉ tiêu chất lượng, xác định vị trí mong muốn của cực hệ vòng kín.
2. Bằng cách vẽ quỹ đạo nghiệm số của hệ chưa có bù (hệ gốc), xem xét việc chỉnh độ lợi một mình có đạt được cực vòng kín hay không. Nếu không, tính góc f. Góc này được cấu tạo bởi bộ bù sớm pha nếu quỹ đạo nghiệm mới là thông suốt vị trí mong muốn cho các cực vòng kín.
3. Giả sử bộ bù sớm pha có dạng:

$$G_C(s)=K_C a\frac{Ts+1}{aTs+1}=K_C\frac{s+\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{aT}}, \qquad 0<\alpha<1 \qquad (6\text{-}2)$$

trong đó α và T được xác định từ góc f. K_C được xác định từ yêu cầu của độ lợi vòng hở.

4. Nếu hằng số sai số tĩnh không được chỉ ra, xác định vị trí của cực và zero của bộ bù sớm pha để mà bộ bù sớm pha sẽ đóng góp góc cần thiết f. Nếu không có yêu cầu nào khác được đưa vào hệ thống, hãy thử là giá trị của α lớn có thể có. Giá trị lớn của α dẫn kết quả là K_v lớn mong muốn.
5. Xác định độ lợi vòng hở của hệ thống được bù từ điều kiện biên độ.

Thí dụ: Thiết kế khâu hiệu chỉnh sớm pha dùng phương pháp quỹ đạo nghiệm số.
Cho hệ thống điều khiển như hình vẽ 6.4. Hãy thiết kế khâu hiệu chỉnh $G_C(s)$ để đáp ứng quá độ của hệ thống sau khi hiệu chỉnh thỏa: POT<20%; t_{qd}<0,5 sec (tiêu chuẩn 2%).



Hình 6.4

Giải:

Vì yêu cầu thiết kế cải thiện đáp ứng quá độ nên sử dụng khâu hiệu chỉnh sớm pha:

$$G_C(s) = K_C \frac{s + (1/aT)}{s + (1/T)}, (a > 1)$$

Bước 1: Xác định cặp cực quyết định.

Theo yêu cầu thiết kế, ta có:

$$POT = \exp\left(-\frac{xp}{\sqrt{1-x^2}}\right) < 0{,}2 \Rightarrow -\frac{xp}{\sqrt{1-x^2}} < \ln 0{,}2 = -1{,}6$$

$$1{,}95x > \sqrt{1-x^2} \Rightarrow 4{,}8x^2 > 1 \Rightarrow x > 0{,}45$$

Chọn ξ=0,707.

$$.t_{qd} = \frac{4}{xv_n} < 0{,}5 \Rightarrow v_n > \frac{4}{0{,}5xx} \Rightarrow v_n > 11{,}4$$

Chọn ωn=15.

Vậy cặp cực quyết định là:

$$s_{1,2}^* = -xv_n \pm jv_n\sqrt{1-x^2} = -0{,}707x15 \pm j15\sqrt{1-0{,}707^2}$$

$$\Rightarrow s_{1,2}^* = -10{,}5 \pm j10{,}5$$

Bước 2: Xác định góc pha cần bù

Cách 1: dùng công thức đại số

$$\Phi^* = -180^0 + \{\arg[(-10{,}5 + j10{,}5) - 0] + \arg[(-10{,}5 + j10{,}5) - (-5)]\}$$

$$= -180^0 + \left\{\arctan\left(\frac{10{,}5}{-10{,}5}\right) + \arctan\left(\frac{10{,}5}{-5{,}5}\right)\right\}$$

$$= -180^0 + (135 + 117{,}6)$$

$$\Rightarrow \Phi^* = 72{,}6^0$$

Cách 2: dùng công thức hình học

$\Phi^* = -180^0 + (b_1 + b_2)$

$= -180^0 + (135 + 117{,}6)$

$\Rightarrow \Phi^* = 72{,}6^0$

Bước 3: xác địnhcực và zero của khâu hiệu chỉnh bằng phương pháp đường phân giác.

-VẽPA là phân giác góc $O\hat{P}x$.

-Vẽ PB và PC sao cho $A\hat{P}B = \dfrac{\Phi^*}{2}, A\hat{P}C = \dfrac{\Phi^*}{2}$.

Điểm B chính là vị trí cực và C là vị trí zero của khâu hiệu chỉnh:

$\dfrac{1}{T} = OB \qquad \dfrac{1}{aT} = OC$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ta suy ra:

$$.\,OB = OP\frac{\sin\left(\dfrac{O\hat{P}x}{2} + \dfrac{\Phi^*}{2}\right)}{\sin\left(\dfrac{O\hat{P}x}{2} - \dfrac{\Phi^*}{2}\right)} = 15\frac{\sin\left(\dfrac{135^0}{2} + \dfrac{72{,}6^0}{2}\right)}{\sin\left(\dfrac{135^0}{2} - \dfrac{72{,}6^0}{2}\right)} = 28{,}12$$

$$.\ OC = OP\frac{\sin\left(\dfrac{O\hat{P}x}{2} - \dfrac{\Phi^*}{2}\right)}{\sin\left(\dfrac{O\hat{P}x}{2} + \dfrac{\Phi^*}{2}\right)} = 15\frac{\sin\left(\dfrac{135^0}{2} - \dfrac{72{,}6^0}{2}\right)}{\sin\left(\dfrac{135^0}{2} + \dfrac{72{,}6^0}{2}\right)} = 8{,}0$$

$$\Rightarrow G_C(s) = K_C\frac{s+8}{s+28}$$

Bước 4: Tính K_C.

$$\left|G_C(s)G(s)\right|_{s=s^*} = 1$$

$$\Rightarrow \left|K_C\frac{s+8}{s+28}.\frac{50}{s(s+5)}\right|_{s=-10{,}5+j10{,}5} = 1$$

$$\Rightarrow \left|K_C\frac{-10{,}5+j10{,}5+8}{-10{,}5+j10{,}5+28}.\frac{50}{(-10{,}5+j10{,}5)(-10{,}5+j10{,}5+5)}\right| = 1$$

$$\Rightarrow K_C\frac{10{,}79x50}{20{,}41x15x11{,}85} = 1$$

$$\Rightarrow K_C = 6{,}7$$

Vậy hàm truyềncủa khâu hiệu chỉnh sớm pha cần thiết kế là:

$$\Rightarrow G_C(s) = 6{,}7\frac{s+8}{s+28}$$

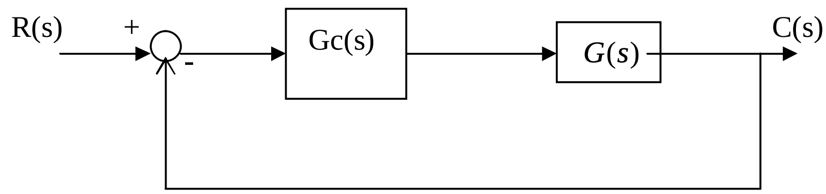
Nhận xét:

Thí dụ: Thiết kế khâu sớm pha cho hệ hồi tiếp âm đơn vị có hàm truyền nhánh hở là G(s)=4/(s(s+2))

6.2.2. Hiệu chỉnh trễ pha:

Xem xét bài toán tìm bộ bù phù hợp cho trường hợp hệ trình bày tính chất đáp ứng quá độ thỏa mãn nhưng tính chất sai số xác lập không thỏa mãn. Bộ bù trong trường hợp này cơ bản gồm có sự tăng độ lợi vòng hở mà không thay đổi đáng kể tính chất đáp ứng quá độ. Bài toán được giải khi bộ bù trễ pha được mắc nối tiếp với hàm truyền nhánh thẳng.

Thủ tục thiết kế bộ bù trễ pha cho hệ ở hình 6.5 sau bằng phương pháp quỹ đạo nghiệm số được phát biểu như sau:



Hình 6.5

1. Vẽ quỹ đạo nghiệm số của hệ chưa có bù mà có hàm truyền vòng hở là G(s). Dựa trên chỉ tiêu đáp ứng quá độ, định vị cực vòng kín trên quỹ đạo nghiệm.
2. Giả sử hàm truyền của bộ bù có dạng:

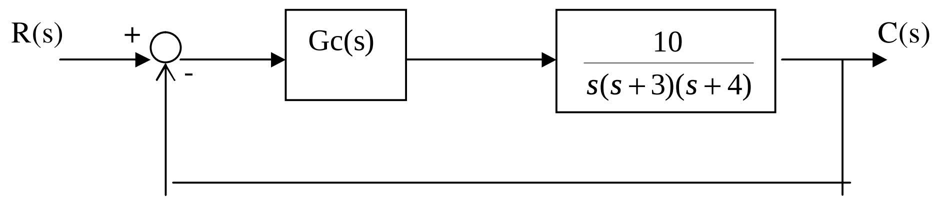
$$G_C(s) = \hat{K}_C b \frac{Ts+1}{bTs+1} = \hat{K}_C \frac{s+\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{bT}} \qquad (6\text{-}3)$$

thế thì hàm truyền vòng hở của hệ có bù trở thành $G_C(s)G(s)$.

3. Đánh giá hằng số sai số tĩnh cụ thể được chỉ ra trong bài toán.
4. Xác định lượng tăng trong hằng số sai số tĩnh cần thiết thỏa mãn chỉ tiêu thiết kế.
5. Xác định cực và zero của bộ bù mà tạo ra gia tăng cần thiết trong hằng số sai số tĩnh cụ thể mà không thay đổi đáng kể quỹ đạo nghiệm số gốc (chú ý là tỉ số của giá trị độ lợi yêu cầu trong chỉ tiêu thiết kế và độ lợi tìm ra trong hệ chưa bù là tỉ số yêu cầu giữa khoảng cách của zero từ gốc và khoảng cách của cực từ gốc).
6. Vẽ quỹ đạo nghiệm số mới cho hệ có bù. Định vị cực vòng kín mong muốn trên quỹ đạo nghiệm (nếu đóng góp góc của hệ trễ pha là rất nhỏ, chỉ vài độ, thì quỹ đạo nghiệm của hệ gốc và mới là giống nhau. Ngược lại sẽ có moat sự khác biệt giữa chúng. Khi định vị ,trên quỹ đạo nghiệm số mới, cực vòng kín mong muốn dựa trên chỉ tiêu đáp ứng quá độ.
7. Điều chỉnh độ lợi $\hat{K}_C$ của bộ bù từ điều kiện biên độ để mà cực vòng kín name ở vị trí mong muốn. ($\hat{K}_C$ sẽ là xấp xỉ bằng 1).

Thí dụ: Thiết kế khâu hiệu chỉnh trễ pha dùng phương pháp QĐNS

Hãy thiết kế khâu hiệu chỉnh $G_C(s)$ sao cho hệ thống có sơ đồ khối dưới nay sau khi hiệu chỉnh có sai số đối với tín hiệu vào là hàm dốc là 0,02 và đáp ứng quá độ thay đổi không đáng kể.



Hình 6.6

Giải:

Hệ số vận tốc của hệ thống trước khi hiệu chỉnh :

$$K_V = \lim_{s\to 0} sG(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{10}{s(s+3)(s+4)} = 0{,}83$$

Sai số xác lập của hệ thống khi tín hiệu vào là hàm dốc là:

$$e_{xl} = \frac{1}{K_V} = \frac{1}{0{,}83} = 1{,}2$$

Vì yêu cầu thiết kế là giảm sai số xác lập nên sử dụng khâu hiệu chỉnh trễ pha:

$$G_C(s) = K_C\frac{s+(1/bT)}{s+(1/T)}, (b<1)$$

Bước 1: Tính β

Hệ số vận tốc của hệ sau khi hiệu chỉnh:

$$K_V^* = \frac{1}{e_{xl}^*} = \frac{1}{0{,}02} = 50$$

Do đó $b = \dfrac{K_V}{K_V^*} = \dfrac{0{,}83}{50} = 0{,}017$

Bước 2: Chọn zero của khâu hiệu chỉnh

Các cực của hệ thống trước khi hiệu chỉnh là nghiệm của phương trình:

$$1+ G(s) = 0 \Leftrightarrow 1+\frac{10}{s(s+30(s+4)} = 0 \Leftrightarrow s^3+7s^2+12s+10 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} s_{1,2} = -1\pm j \\ s_3 = -5 \end{cases}$$

Vậy cặp cực quyết định trước khi hiệu chỉnh là $s_{1,2} = -1\pm j$.

Chọn $\dfrac{1}{bT}$ sao cho: $\dfrac{1}{bT} << |\mathrm{Re}\{s_1\}| = 1 \Rightarrow \dfrac{1}{bT} = 0{,}1$

Bước 3: Tính cực của khâu hiệu chỉnh

$$\frac{1}{T} = b\frac{1}{bT} = (0{,}017).(0{,}1) \Rightarrow \frac{1}{T} = 0{,}0017$$

$$\Rightarrow G_C(s) = K_C\frac{s+0{,}1}{s+0{,}0017}$$

Bước 4: Tính KC

$$\left|G_C(s)G(s)\right|_{s=s^*} = 1$$

$$\Rightarrow \left|K_C \frac{s+0,1}{s+0,0017}.\frac{10}{s(s+3)(s+4)}\right|_{s=s^*} = 1$$

Để đáp ứng quá độ không thay đổi đáng kể thì:

$$s^*_{1,2} = s_{1,2} = -1 \pm j$$

Thế vào công thức trên ta được:

$$\left|K_C \frac{-1+j+0,1}{-1+j+0,0017}.\frac{10}{(-1+j)(-1+j+3)(-1+j+4)}\right| = 1$$

$$\Rightarrow K_C = 1,0042 = 1$$

Vậy khâu hiệu chỉnh trễ pha cần thiết kế là:

$$G_C(s) = \frac{s+0,1}{s+0,0017}$$

Hình vẽ cho thấy QĐNS của hệ thống trước và sau khi hiệu chỉnh trễ pha gần như trùng nhau. Do vị trí cặp cực phức quyết định gần trùng nhau nên đáp ứng quá độ của hệ thống trước và sau khi hiệu chỉnh gần như nhau.

Thí dụ: Thiết kế khâu sớm pha cho hệ hồi tiếp âm đơn vị có hàm truyền nhánh hở là G(s)=1,06/(s(s+1)(s+2))

6.2.3. Hiệu chỉnh sớm trễ pha:

Hàm truyền khâu hiệu chỉnh sớm trễ pha can thiết kế có dạng:

$$G_C(s) = G_{C1}(s).G_{C2}(s)$$

trong đó $G_{C1}(s)$ là khâu hiệu chỉnh sớm pha.

$G_{C2}(s)$ là khâu hiệu chỉnh trễ pha.

Bài toán đặt ra là thiết kế GC(s) để cải thiện đáp ứng quá độ và sai số xác lập của hệ thống.

Trình tự thiết kế

Khâu hiệu chỉnh: sớm trễ pha.

Phương pháp thiết kế: QĐNS

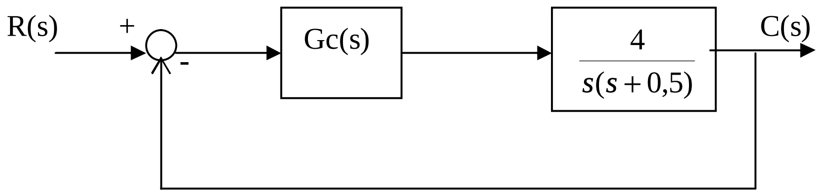
Bước 1: Thiết kế khâu sớm pha $G_{C1}(s)$ để thỏa mãn yêu cầu về đáp ứng quá độ (xem phương pháp thiết kế khâu hiệu chỉnh sớm pha ở mục 6.2.1).

Bước 2: Đặt $G_1(s) = G_{C1}(s).G(s)$

Thiết kế khâu hiệu chỉnh trễ pha $G_{C2}(s)$ mắc nối tiếp vào $G_1(s)$ để thỏa mãn yêu cầu về sai số xác lập mà không thay đổi đáng kể đáp ứng quá độ của hệ thống sau khi đã hiệu chỉnh sớm pha (xem phương pháp thiết kế khâu hiệu chỉnh trễ pha ở mục 6.2.2).

Thí dụ: Thiết kế khâu hiệu chỉnh sớm trễ pha dùng phương pháp QĐNS.

Hãy thiết kế khâu hiệu chỉnh $G_C(s)$ sao cho hệ thống sau khi hiệu chỉnh có cặp cực phức với ξ=0,5, ωn=5 (rad/sec); hệ số vận tốc K_V=80.



Hình 6.7

Giải:

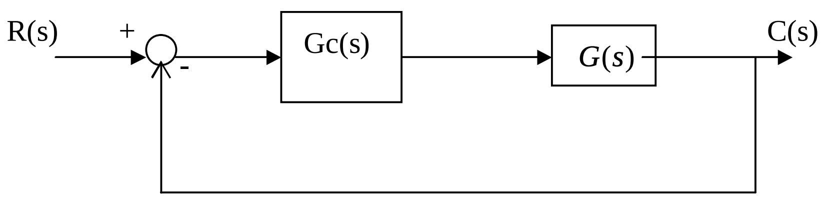
Đáp số:

$$G_C(s) = 6,31\frac{(s+0,5)(s+0,16)}{(s+5)(s+0,01)}$$

6.3 Hiệu chỉnh trong miền tần số : dùng biểu đồ Bode

6.3.1.Hiệu chỉnh sớm pha

Chức năng chính của bộ bù sớm pha là định hình lại đường cong đáp ứng tần số để cung cấp góc sớm pha đủ để chỉnh độ lệch góc trễ pha quá kết hợp với thành phần của hệ cố định. Xem xét hệ ở hình 6.8 sau.



Hình 6.8

Giả sử chỉ tiêu chất lượng được cho ở độ dự trữ pha, độ dự trữ biên, hằng số sai số vận tốc tĩnh Kv,... Thủ tục thiết kế bộ bù sớm pha bằng tiếp cận đáp ứng tần số có thể được phát biểu như sau:

1. Giả sử bộ bù sớm pha có dạng sau:

$$G_C(s) = K_C a\frac{Ts+1}{aTs+1} = K_C\frac{s+\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{aT}}, \qquad 0<\alpha<1 \qquad (6\text{-}4)$$

Định nghĩa $K_C a = K$

Thế thì

$$G_C(s) = K\frac{Ts+1}{aTs+1}$$

Hàm truyền vòng hở của hệ bù là:

$$G_C(s)G(s) = K\frac{Ts+1}{aTs+1}G(s) = \frac{Ts+1}{aTs+1}KG(s) = \frac{Ts+1}{aTs+1}G_1(s)$$

trong đó $G_1(s)$=KG(s).

Xác định độ lợi K để thỏa mãn yêu cầu về hằng số sai số tĩnh cho trước.

2. Dùng độ lợi K vừa xác định, vẽ biểu đồ Bode của $G_1(j\omega)$, độ lợi được chỉnh nhưng hệ chưa được bù. Đánh giá độ dự trữ pha.
3. Xác định góc sớm pha cần thiết để thêm vào hệ. Thêm vào 5^0 đến 12^0 vào góc sớm pha yêu cầu, bởi vì sự thêm của bộ bù sớm pha dịch chuyển tần số cắt biên về bên phải và giảm dự trữ pha.
4. Xác định hệ số tác động α bằng cách dùng công thức

$$\sin f_m = \frac{\frac{1-a}{2}}{\frac{1+a}{2}} = \frac{1-a}{1+a}$$

Xác định tần số ở đó biên độ của hệ chưa có bù $G_1(j\omega)$ là bằng $-20\log(1/\sqrt{a})$. Chọn tần số này như là tần số cắt biên mới. Tần số này tương ứng với $v_m = 1/(\sqrt{a}T)$, và dịch pha cực đại Φm diễn ra ở tần số này.

5.Xác định tần số góc của bộ bù sớm pha như sau:

zero của bộ bù sớm pha: $v = \frac{1}{T}$

cực của bộ bù sớm pha: $v = \frac{1}{aT}$

6.Dùng giá trị K xác định ở bước 1 và giá trị của α xác định ở bước 4, tính hằng số K_C từ

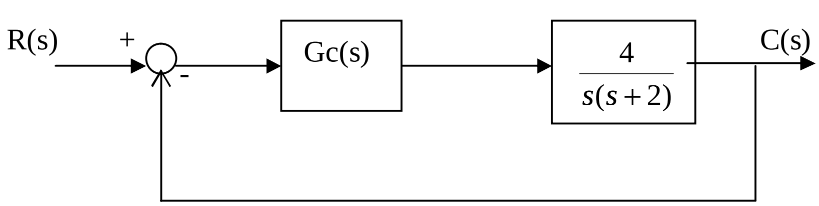
$$K_C = \frac{K}{a}$$

7.Kiểm tra độ dự trữ biên để đảm bảo nó thỏa mãn. Nếu không thỏa, lại thủ tục thiết kế bằng cách chỉnh vị trí cực và zero của bộ bù cho tới khi kết quả thỏa mãn đạt được.

Thí dụ: Xét hệ hồi tiếp âm đơn vị ở hình sau. Hàm truyền vòng hở là $G(s) = \frac{1}{s^2(s+5)}$

Thiết kế bộ bù sớm pha mong muốn để độ dự trữ pha ít nhất là 50^0, độ dự trữ biên ít nhất là 10 db, băng thông mong muốn của hệ vòng kín là 1~2 rad/sec.

Thí dụ: Thiết kế khâu hiệu chỉnh sớm pha dùng phương pháp biểu đồ Bode.
Hãy thiết kế khâu hiệu chỉnh sớm pha sao cho hệ thống sau khi hiệu chỉnh có: $K_V^* = 20; \Phi M^* \geq 50^0; GM^* \geq 10dB$.



Hình 6.9

Giải:
Hàm truyền khâu hiệu chỉnh sớm pha cần thiết kế là:

$$G_C(s) = K_C \frac{1+aTs}{1+Ts}, (a > 1)$$

Bước 1: Xác định K_C.

Hệ số vận tốc của hệ sau khi hiệu chỉnh là:

$$K_V^* = \lim_{s\to 0} sG_C(s)G(s) = \lim_{s\to 0} sK_C \frac{1+aTs}{1+Ts}.\frac{4}{s(s+2)} = 2K_C$$

$$\Rightarrow K_C = \frac{K_V^*}{2} = \frac{20}{2}$$

$$\Rightarrow K_C = 10$$

Bước 2:

Đặt $G_1(s) = \dfrac{20}{s(0,5s+1)}$

Đồ thị Bode của G1(s):

Hình 6.10: Biểu đồ Bode của hệ thống trước và sau khi hiệu chỉnh sớm pha.

Bước 3: Tần số cắt của hệ trước khi hiệu chỉnh

$$|G_1(jv_C)| = 1$$

$$\left|\frac{40}{jv_C(jv_C+2)}\right| = 1 \Leftrightarrow \frac{40}{v_C\sqrt{v_C^2+4}} = 1$$

$$v_C^4 + 4v_C^2 - 1600 = 0$$

$$\Leftrightarrow v_C = 6{,}17(rad/\sec)$$

Bước 4: Độ dự trữ pha của hệ khi chưa hiệu chỉnh.

$$\Phi M = 180^0 + j_1(v_C)$$

$$\Rightarrow \Phi M = 180^0 + \arg\left[\frac{40}{j\omega_C(j\omega_C+2)}\right] = 180^0 - \left[90^0 + \arctan\left(\frac{\omega_C}{2}\right)\right]$$

$$\Rightarrow \Phi M = 180^0 - \left[90^0 + \arctan\left(\frac{6,17}{2}\right)\right] = 180^0 - 90^0 - 72^0$$

$$\Rightarrow \Phi M = 18^0$$

Bước 5: Góc pha cần bù

$\varphi_{max} = \Phi M^* - \Phi M + \theta$ (chọn θ=5^0)

$\varphi_{max} = 50^0 - 18^0 + 5^0$

$$\Rightarrow \varphi_{max} = 37^0$$

Bước 6: Tính α

$$\alpha = \frac{1+\sin\varphi_{max}}{1-\sin\varphi_{max}} = \frac{1+\sin 37^0}{1-\sin 37^0}$$

$$\Rightarrow \alpha = 4$$

Bước 7: Tính tần số cắt mới

$$|G_1(j\omega'_C)| = 1/\sqrt{\alpha}$$

$$\Leftrightarrow \left|\frac{40}{j\omega'_C(j\omega'_C+2)}\right| = \frac{1}{\sqrt{4}} \Leftrightarrow \frac{40}{\omega'_C\sqrt{(\omega'_C)^2+4}} = \frac{1}{\sqrt{4}}$$

$$\Leftrightarrow (\omega'_C)^4 + 4(\omega'_C)^2 - 6400 = 0$$

$$\Rightarrow \omega'_C = 8,83(rad/\sec)$$

Bước 8: Tính T

$$T = \frac{1}{\omega'_C\sqrt{\alpha}} = \frac{1}{(8,83)(\sqrt{4})}$$

$$\Rightarrow T = 0,057$$

$$\Rightarrow \alpha T = 4x0,057 = 0,228$$

Vậy: $G_C(s) = 10\dfrac{1+0,228s}{1+0,057s}$

Bước 9: Kiểm tra lại điều kiện về biên độ

Vì tần số cắt pha ω_{-p} trước và sau khi hiệu chỉnh đều bằng vô cùng nên độ dự trữ biên của hệ trước và sau khi hiệu chỉnh đều bằng vô cùng (>10 dB)

Kết luận : khâu hiệu chỉnh cần thiết kế là có hàm truyền như trên.

6.3.2.Hiệu chỉnh trễ pha

Hàm truyền khâu hiệu chỉnh trễ pha cần thiết kế có dạng:

$$G_C(s) = K_C b\,\frac{Ts+1}{bTs+1} = K_C\,\frac{s+\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{bT}}, \quad (b>1) \qquad (6\text{-}5)$$

Cức năng chính của bộ bù trễ pha là cung cấp sự quan tâm trong vùng tần số cao để cho hệ đủ dự trữ pha. Thủ tục thiết kế bộ bù trễ pha cho hệ ở hình 6.3.1 bằng tiếp can đáp ứng tần số được phát biểu như sau:

1. Giả sử bộ bù trễ pha có dạng sau:

$$G_C(s) = K_C b\,\frac{Ts+1}{bTs+1} = K_C\,\frac{s+\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{bT}}, \quad (b>1)$$

Định nghĩa $K_C b = K$

Thế thì

$$G_C(s) = K\,\frac{Ts+1}{bTs+1}$$

Hàm truyền vòng hở của hệ bù là:

$$G_C(s)G(s) = K\,\frac{Ts+1}{bTs+1}G(s) = \frac{Ts+1}{bTs+1}KG(s) = \frac{Ts+1}{bTs+1}G_1(s)$$

trong đó $G_1(s)=KG(s)$.

Xác định độ lợi K để thỏa mãn yêu cầu về hằng số sai số tĩnh cho trước.

2. Nếu độ lợi được điều chỉnh nhưng hệ chưa có bù $G_1(s)=KG(s)$ không thỏa điều kiện về dự trữ pha và dự trữ biên, thì tìm điểm tần số tại đó góc pha của hàm truyền vòng hở bằng -180^0 cộng dự trữ pha yêu vầu, trong đó dự trữ pha yêu cầu là dự trữ pha mong muốn thiết kế cộng thêm 5^0 đến 12^0.

$$j_1(v'_C) = -180^0 + \Phi M^* + q$$

trong đó ΦM* là độ dự trữ pha mong muốn, $\theta=5^0$ đến 12^0.

3.Để tránh ảnh hưởng của trễ pha vì vì bộ bù trễ pha, cực và zero của bộ bù trễ pha phải được đặt ngay thấp hơn tần số cắt biên mới. Vì vậy, chọn tần số góc ω=1/T (tương ứng với zero của bộ bù trễ pha) thấp hơn 1 octave hay 1 decade tần số cắt biên mới. (nếu hằng số thời gian của bộ bù trễ pha không trở nên quá lớn, tần số góc ω=1/T có thể được chọn thấp hơn 1 decade tần số cắt biên mới.)

4. Xác định sự quan tâm can thiết để mang đường cong biên b9ộ xuống 0 dB tại tần số cắt biên mới. Chú ý là sự quan tâm này là -20logβ, xác định giá trị của β. Thế thì tần số góc (tương ứng với cực của bộ bù trẽ pha) được xác định từ ω=1/(βT).

5.Sử dụng giá trị của K được xác định trong bước 1 và giá trị của β xác định trong bước 4, tính hằng số K_C từ

$$K_C = \frac{K}{b}$$

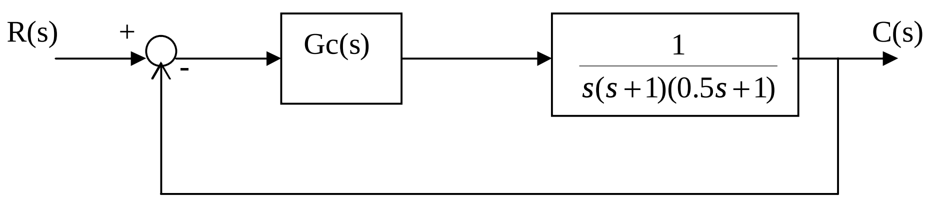
Thí dụ: Xét hệ hồi tiếp âm đơn vị ở hình sau:

Cho hàm truyền vòng hở là $G(s)=\dfrac{s+0{,}1}{s^2+1}$

Thiết kế bộ bù trễ pha để hằng số sai số vận tốc tĩnh là 4 sec^{-1}, độ dữ trữ pha là 50^0, độ dự trữ biên là 10dB.

Thí dụ: Thiết kế khâu hiệu chỉnh trễ pha dùng phương pháp biểu đồ Bode

Hãy thiết kế khâu hiệu chỉnh trễ pha sao cho hệ thống sau khi hiệu chỉnh có : $K_V^* = 5; fM^* \geq 40; GM^* \geq 10dB$.



Hình 6.11

Giải :

Hàm truyền khâu hiệu chỉnh trễ pha cần thiết kế là :

$$G_C(s)=K_C\frac{1+aTs}{1+Ts},(a<1)$$

Bước 1: Xác định K_C.

Hệ số vận tốc của hệ sau khi hiệu chỉnh là:

$$K_V^* = \lim_{s\to 0} sG_C(s)G(s)=\lim_{s\to 0} sK_C\frac{1+aTs}{1+Ts}.\frac{1}{s(s+1)(0.5s+1)}=K_C$$

$$\Rightarrow K_C = K_V^* \Rightarrow K_C = 5.$$

Bước 2:

Hàm truyền hệ G(s):

```
>> G1=tf(1,conv([1 1 0],[0.5 1]))

Transfer function:
        1
---------------------
0.5 s^3 + 1.5 s^2 + s
```

Đặt $G_1(s)=K_C G(s)=5.\dfrac{1}{s(s+1)(0{,}5s+1)}$

$$\Rightarrow G_1(s)=\frac{5}{s(s+1)(0{,}5s+1)}$$

Bước 3: Xác định tần số cắt mới

Cách 1: Tìm v'_C bằng phương pháp giải tích. Ta có:

$$j_1(v'_C) = -180^0 + \Phi M^* + q$$

$$\Rightarrow -90^0 - \arctan(v'_C) - \arctan(0{,}5v'_C) = -180^0 + 40^0 + 5^0$$

$$\Rightarrow \arctan(v'_C) + \arctan(0{,}5v'_C) = 45^0$$

$$\Rightarrow \frac{(v'_C) + (0{,}5v'_C)}{1 - 0{,}5(v'_C)^2} = \tan(45^0) = 1$$

$$\Rightarrow 0{,}5(v'_C)^2 + 1{,}5(v'_C) - 1 = 0$$

$$\Rightarrow v'_C = 0{,}56(rad/\sec)$$

Cách 2: dựa vào biểu đồ Bode

Ta có :

$$j_1(v'_C) = -180^0 + \Phi M^* + q$$

$$\Rightarrow j_1(v'_C) = -180^0 + 40^0 + 5$$

$$\Rightarrow j_1(v'_C) = -135^0$$

Vẽ đường thẳng có hoành độ -135^0. Hoành độ giao điểm của đường thẳng này với biểu đồ Bode về pha $j_1(v)$ chính là giá trị tần số cắt mới. Theo hình vẽ ta có $v'_C = 0{,}5(rad/\sec)$.

Bước 4:

Cách 1: Tính α từ điều kiện:

$$|G_1(jv'_C)| = \frac{1}{a}$$

$$\Rightarrow \left|\frac{5}{s(s+1)(0{,}5s+1)}\right|_{s=jv'_C} = \frac{1}{a}$$

$$\Rightarrow \left|\frac{5}{j0{,}56(j0{,}56+1)(0{,}5xj0{,}56+1)}\right| = \frac{1}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{0{,}56(\sqrt{0{,}56^2+1})(\sqrt{0{,}28^2+1})} = \frac{1}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{0{,}56x1{,}146x1{,}038} = \frac{1}{a} \Rightarrow a = 0{,}133.$$

Cách 2: Tính α từ điều kiện: $L_1(v'_C) = -20\lg a$

Dựa vào biểu đồ Bode ta thấy : $L_1(v'_C) = 18dB$

Suy ra: lgα=-0,9

α=$10^{-0,9}$

α= 0,126

Ta thấy giá trị α sai khác không đáng kể ở hai cách. Ở các bước thiết kế tiếp theo ta chọn α=0,133.

Bước 5: Chọn zero của khâu trễ pha

$$\frac{1}{aT} << v'_C = 0{,}56$$

Chọn $\frac{1}{aT} = 0,05$

$\Rightarrow aT = 20$

Bước 6: Tính thời hằng T

$\frac{1}{T} = a\frac{1}{aT} = 0,133x0,05 = 0,067$

$\Rightarrow T = 150$

Vậy: $G_C(s) = 5.\frac{(20s+1)}{(150s+1)}$

Bước 7: Kiểm tra lại điều kiện biên độ

Dựa vào biểu đồ Bode ta thấy độ dự trữ biên sau khi hiệu chỉnh là : GM^*=10 dB.

Kết luận: Khâu hiệu chỉnh vừa thiết kế đạt yêu cầu về độ dự trữ biên.

6.3.3.Hiệu chỉnh sớm – trễ pha

Bộ Hiệu chỉnh sớm trễ pha được cho bởi

$$G_C(s) = K_C\left(\frac{s+\frac{1}{T_1}}{s+\frac{g}{T_1}}\right)\left(\frac{s+\frac{1}{T_2}}{s+\frac{1}{bT_1}}\right) \qquad (6\text{-}6)$$

trong đó $g > 1, b > 1$.

Thành phần

$$\left(\frac{s+\frac{1}{T_1}}{s+\frac{g}{T_1}}\right) = \frac{1}{g}\left(\frac{T_1 s+1}{\frac{T_1}{g}s+1}\right)$$ $(g > 1)$ tạo ảnh hưởng của bộ bù sớm pha

Thành phần

$$\left(\frac{s+\frac{1}{T_2}}{s+\frac{g}{bT_2}}\right) = b\left(\frac{T_2 s+1}{bT_2 s+1}\right)$$ $(b > 1)$ tạo ảnh hưởng của bộ bù trễ pha.

Chúng ta hãy cho bộ bù sớm trễ pha có dạng

$$G_C(s) = K_C\frac{(T_1 s+1)(T_2 s+1)}{(\frac{T_1}{b}s+1)(bT_2+1)} = K_C\frac{(s+\frac{1}{T_1})(s+\frac{1}{T_2})}{(s+\frac{b}{T_1})(s+\frac{1}{bT_2})}$$

trong đó β>1.

Ta thiết kế bộ bù sớm trễ pha thông qua ví dụ sau.

Thí dụ: Xét hệ hồi tiếp âm đơn vị có hàm truyền vòng hở

$$G(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$

Thiết kế bộ bù sớm trễ pha để hằng số sai số vận tốc tĩnh là 10 sec^{-1}, độ dự trữ pha là 500, độ dự trữ biên là 10 dB.

6.4.Hiệu chỉnh PID

Hiệu chỉnh P, I, D, PD, PI, PID

1/Luật điều khiển tỉ lệ P:
Phương trình vi phân mô tả quan hệ tín hiệu vào ra của bộ điều khiển:

$$y(t) = K_m u(t) \qquad (6\text{-}7)$$

trong đó y(t) là tín hiệu ra của bộ điều khiển, u(t) là tín hiệu vào của bộ điều khiển, Km là hệ số khuếch đại của bộ điều khiển.
Theo tính chất của khâu khuếch đại ta thấy tín hiệu ra luôn trùng pha với tín hiệu vào. Ưu điểm của khâu tỉ lệ là tốc độ tác động nhanh. Vì vậy, trong công nghiệp, quy luật tỉ lệ làm việc ổn định với tất cả đối tượng.
Hàm truyền đạt là:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = K_m \qquad (6\text{-}8)$$

2/Luật điều khiển tích phân:
Phương trình vi phân mô tả động học:

$$y(t) = K\int_0^t u(t)dt = \frac{1}{T_i}\int_0^t u(t)dt \qquad (6\text{-}9)$$

trong đó y(t) là tín hiệu ra của bộ điều khiển, u(t) là tín hiệu vào của bộ điều khiển, Ti là hằng số thời gian tích phân.
Hàm truyền đạt là:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{T_i.s} \qquad (6\text{-}10)$$

3/Luật điều khiển vi phân:
Phương trình vi phân mô tả động học:

$$U(t) = T_d.\frac{de(t)}{dt} \qquad (6\text{-}11)$$

trong đó U(t) là tín hiệu ra của bộ điều khiển, e(t) là tín hiệu vào của bộ điều khiển, Td là hằng số thời gian vi phân.
Hàm truyền đạt là:

$$G(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = T_d.s \qquad (6\text{-}12)$$

4/Luật điều khiển tỉ lệ tích phân (PI)
Phương trình vi phân mô tả quan hệ tín hiệu vào và ra của bộ điều khiển:

$$U(t) = K_1.e(t) + K_2\int_0^t e(t)dt$$

$$U(t) = K_m\left(e(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t e(t)dt\right) \qquad (6\text{-}13)$$

trong đó U(t) là tín hiệu ra của bộ điều khiển, e(t) là tín hiệu vào của bộ điều khiển, Km=K1 là hệ số khuếch đại, $T_i = \frac{K_1}{K_2}$ là hằng số thời gian tích phân.

Hàm truyền đạt là:

$$G(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_m(1 + \frac{1}{T_i.s}) \qquad (6\text{-}14)$$

5/Luật điều khiển tỉ lệ vi phân:

Phương trình vi phân mô tả động học:

$$U(t) = K_1.e(t) + K_2.\frac{de(t)}{dt}$$

$$U(t) = K_m(e(t) + T_d\frac{de(t)}{dt}) \qquad (6\text{-}15)$$

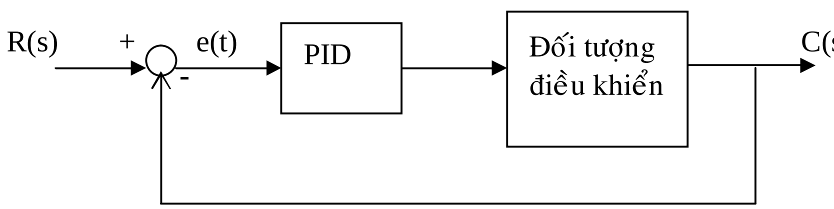
trong đó U(t) là tín hiệu ra của bộ điều khiển, e(t) là tín hiệu vào của bộ điều khiển, $T_d = \frac{K_2}{K_1}$ là hằng số thời gian vi phân.

Hàm truyền đạt là:

$$G(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_m(1 + T_d.s) \qquad (6\text{-}16)$$

6/Luật điều khiển tỉ lệ vi tích phân (PID):

Bộ điều khiển PID được sử dụng rộng rãi để điều khiển đối tưỡng SISO theo nguyên lí hồi tiếp như hình 6.12:



Hình 6.12

Phương trình vi phân mô tả động học:

$$U(t) = K_1.e(t) + K_2\int_0^t e(t)dt + K_3.\frac{de(t)}{dt}$$

$$\Leftrightarrow U(t) = K_m.\left(e(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t e(t)dt + T_d\frac{de(t)}{dt}\right) \qquad (6\text{-}17)$$

trong đó U(t) là tín hiệu ra của bộ điều khiển, e(t) là tín hiệu vào của bộ điều khiển,

Km=K1 là hệ số khuếch đại.

$T_d = \frac{K_3}{K_1}$ là hằng số thời gian vi phân.

$T_i = \frac{K_1}{K_2}$ là hằng số thời gian tích phân.

Hàm truyền đạt là:

$$G(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_m(1 + \frac{1}{T_i.s} + T_d.s) \qquad (6\text{-}18)$$

<u>Các phương pháp tổng hợp bộ điều khiển PID:</u>

1/ Dùng phương pháp quỹ đạo nghiệm số hay biểu đồ bode, phương pháp giải tích:

Bộ điều khiển PID là trường hợp cụ thể của khâu sớm trễ pha nên ta có thể thiết kế dùng phương pháp QĐNS hay biểu đồ Bode, phương pháp giải tích.

Thí dụ 6_4_1: Xem xét mô hình bậc hai của hệ thống điều khiển hành vi máy bay ở hình. Hàm truyền nhánh thẳng của hệ thống được cho bởi phương trình sau:

$$G(s) = \frac{4500K}{s(s+361{,}2)} \qquad (6\text{-}19)$$

Chúng ta hãy đặt đặc tính yêu cầu chất lượng như sau:

Sai số xác lập đối với ngõ vào hàm dốc r(t)=t.1(t) $\leq 0{,}000443$.

Độ vọt lố cực đại$\leq$ 5%.

Thời gian lên $t_r \leq 0{,}005$ sec.

Thời gian xác lập $t_s \leq 0{,}005$ sec.

Giải:

Để thỏa mãn giá trị cực đại của yêu cầu sai số xác lập chỉ ra, K nên chọn là 181,17. Tuy nhiên với giá trị này của K, tỉ lệ suy giảm của hệ là 0,2, độ vọt lố cực đại là 52,7 % như được minh họa bởi đáp ứng nấc đơn vị (đáp ứng quá độ) ở hình. Chúng ta hãy xem xét đưa vào bộ điều khiển PD ở nhánh thẳng để mà sự suy giảm và vọt lố cực đại của hệ thống được cải thiện trong khi vẫn giữ sai số xác lập với ngõ vào hàm dốc tại 0,000443.

Thiết kế miền thời gian:

Với bộ điều khiển PD có dạng (6-20)

$$G_C(s) = K_p + K_d s = K_p\left(1+\frac{K_d}{K_p}s\right) \qquad (6\text{-}20)$$

Và K=181,17, hàm truyền nhánh thẳng của hệ thống trở thành:

$$G(s) = \frac{\Theta_y(s)}{\Theta_e(s)} = \frac{815265(K_p + K_d s)}{s(s+361{,}2)} \qquad (6\text{-}21)$$

Hàm truyền vòng kín là:

$$G_k(s) = \frac{\Theta_y(s)}{\Theta_r(s)} = \frac{815265(K_p + K_d s)}{s^2 + (361{,}2 + 815265K_d)s + 815265K_p} \qquad (6\text{-}22)$$

Hằng số sai số hàm dốc (hệ số vận tốc) là

$$K_v = \lim_{s\to 0} sG(s) = \frac{815265K_p}{361{,}2} = 2257{,}1K_p \qquad (6\text{-}23)$$

Sai số xác lập đối với ngõ vào hàm dốc đơn vị là $e_{xl} = \dfrac{1}{K_v} = 0{,}000443/K_v$.

Phương trình (6-22) chứng minh rằng ảnh hưởng của bộ điều khiển PD là

1. Thêm một sero tại $s = -K_p/K_d$ tới hàm truyền vòng kín.
2. tăng thành phần suy giảm, mà là hệ số của thành phần s ở mẫu số, từ 361,2 lên 361,2_815265K$_d$.

Phương trình đặc tính được viết:

$$s^2 + (361{,}2 + 815265K_d)s + 815265K_p = 0 \qquad (6\text{-}24)$$

Chúng ta cho K_p=1 mà chấp nhận được từ yêu cầu sai số xác lập. Tỉ lệ suy giảm của hệ là

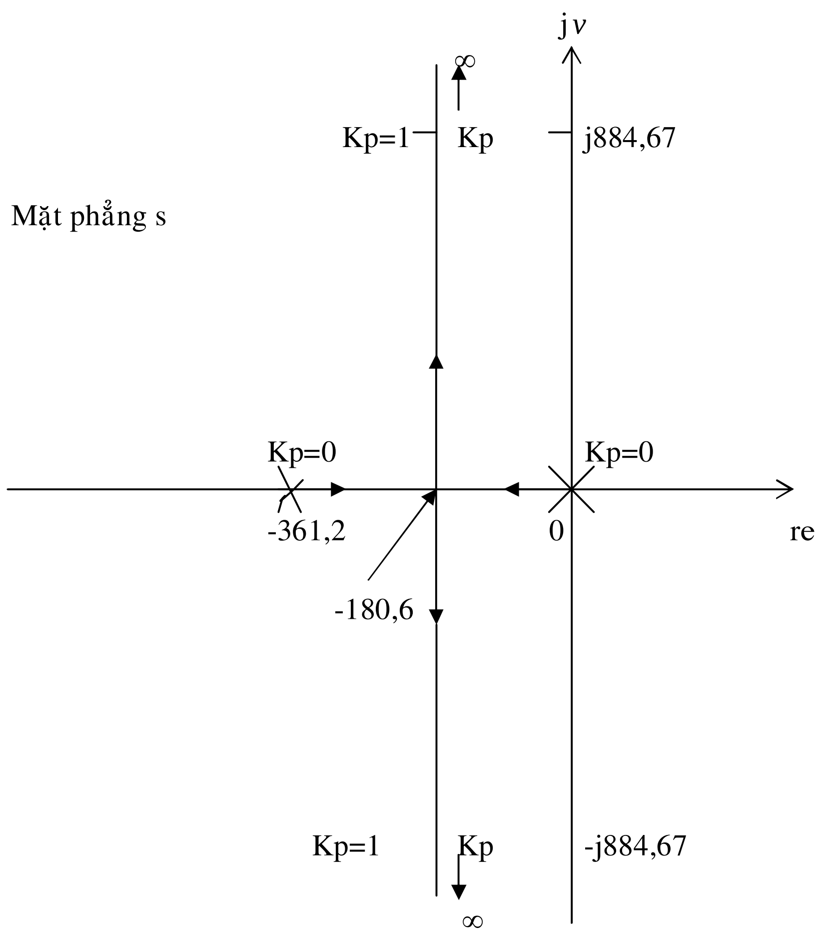
$$z = \frac{361,2 + 815265K_d}{1805,84} = 0,2 + 451,46K_d \qquad (6\text{-}25)$$

mà rõ ràng minh họa rằng ảnh hưởng tích cực đến sự suy giảm. Nếu chúng ta muốn có suy giảm mạnh $z = 1$, phương trình (7) (6-25)cho ra K_d=0,001772. Chúng ta nên chỉ ra rằng phương trình (6-21)không còn thể hiện hệ bậc hai mẫu nữa, vì đáp ứng quá độ cũng bị ảnh hưởng bởi zero của hàm truyền tại $s = -K_p / K_d$. Điều này dẫn tới cho hệ bậc hai này, khi giá trị của Kd tăng lên, zero sẽ di chuyển rất gần gốc và ảnh hưởng triệt tiêu cực của G(s) tại s=0. Thế thì, khi Kd tăng, hàm truyền (6-21) tiến đến hệ bậc nhất với cực ở s=-361,2 và hệ thống vòng kín sẽ không có bất kì vọt lố. Tổng quát, đối với hệ bậc cao, tuy nhiên zero tại $s = -K_p / K_d$ có thể làm tăng vọt lố khi Kd trở nên quá lớn.

Chúng ta có thể áp dụng phương pháp quỹ đạo nghiệm số tới phương trình đặc tính (6-24) và xem xét ảnh hưởng của thay đổi Kp và Kd. Đầu tiên cho Kd=0, phương trình (6)(6-24) trở thành:

$$s^2 + 361,2s + 815265K_p = 0 \qquad (6\text{-}26)$$

Quỹ đạo nghiệm số của phương trình cuối khi Kp thay đổi từ 0 đến ∞ được minh họa ở hình 6.13:



Hình 6.13: Quỹ đạo nghiệm số của phương trình (6-26)

Khi Kd≠0, phương trình đặc tính trong (6-24) được điều kiện như sau

$$1+G_{eq}(s)=1+\frac{815265K_d s}{s^2+361{,}2s+815265K_p}=0 \qquad (6\text{-}27)$$

Quỹ đạo nghiệm của (6-24) với Kp=không đổi và Kd thay đổi được cấu trúc dựa trên cấu hình cực –zero của $G_{eq}(s)$, và được minh họa ở hình 6.14 với Kp=0,25 và Kp=1. Chúng ta thấy rằng khi Kp=1 và Kd=0, nghiệm phương trình đặc trưng là tại -180,6+j884,67 và -180,6-j884,67, và tỉ lệ suy giảm của hệ vòng kín là 0,2. Khi giá trị Kd tăng lên, hai nghiệm của phương trình đặc tính sẽ di chuyển hướng về trục thực dọc theo đường cung tròn. Khi Kd tăng đến 0,00177, nghiệm là số thực và bằng tại -902,92 và sự suy giảm là mạnh nhất. Khi Kd tăng quá 0,00177, hai nghiệm trở nên thực và không bằng nhau và hệ là quá suy giảm (overdamped). Khi Kp=0,25 và Kd=0, hai nghiệm của phương trình đặc tính là tại -180,6+j413,76 và -180,6-j413,76. Khi Kd tăng lên về giá trị, quỹ đạo nghiệm lại chứng minh suy giảm được cải thiện vì bộ điều khiển PD. Hình 6.15 minh họa đáp ứng nấc đơn vị (đáp ứng quá độ) của hệ vòng kín với không có điều khiển PD và với Kp=1 và Kd=0,00177 (có điều khiển PD). Với điều khiển PD, vọt lố cực đại là 4,2 %. Trong trường hợp hiện tại, mặc dù Kd được chọn cho suy giảm mạnh, vọt lố vì zero tại $s=-K_p/K_d$ của hàm hệ vòng kín. Bảng 1 cho kết quả về độ vọt lố cực đại, thời gian lên, và thời gian xác lập đối với Kp=1, Kd=0;0,0005;0,00177 và 0,0025. Kết quả ở bảng 1 minh họa rằng yêu cầu chất lượng thiết kế là tất cả thỏa mãn với $K_d \ge 0{,}00177$. Chúng ta nên nhớ rằng Kd chỉ nên đủ lớn để thỏa yêu cầu chất lượng thiết kế. Kd lớn tương ứng với băng thông BW lớn, mà gây ra bài toán nhiễu tần số cao và có sự quan tâm của giá trị tụ điện trong hiện thực mạch Op-Amp.

Kết luận tổng quát là bộ điều khiển PD làm giảm vọt lố cực đại, thời gian lên và thời gian xác lập.

Một cách phân tích khác về nghiên cứu ảnh hưởng của tham số Kp và Kd là đánh giá đặc tính chất lượng trong mặt tham số của Kp và Kd. Từ phương trình đặc trưng (6-24), ta có

$$z=\frac{0{,}2+451{,}46K_d}{\sqrt{K_p}} \qquad (6\text{-}28)$$

Áp dụng yêu cầu ổn định tới phương trình (6-24) chúng ta thấy rằng điều kiện cho hệ ổn định là

$K_p > 0$ và $K_d > -0{,}000443$.

Hình H6.14: Quỹ đạo nghiệm số của phương trình (6-24) khi Kp=0,25 và 1; Kd thay đổi.

Hình H6.15: Đáp ứng nấc đơn vị của hệ thống điều khiển hành vi máy bay với không có điều khiển PD và với có điều khiển PD.

Bảng 1
Đặc tính của đáp ứng quá độ của hệ thống trong thí dụ với bộ điều khiển PD.

Kd	t_r(sec)	t_{xl} (sec)	Vọt lố cực đại (%)
0	0,00125	0,0151	52,2
0,0005	0,0076	0,0076	25,7
0,00177	0,00119	0,0049	4,2
0,0025	0,00103	0,0013	0,7

Hình 6.16: Mặt phẳng tham số Kp và Kd cho hệ thống điều khiển hành vi máy bay với bộ điều khiển PD.
Các bị chặn (ràng buộc) của sự ổn định trong mặt tham số Kp và Kd được minh họa ở hình 6.16. Quỹ đạo tỉ lệ suy giảm hằng số được mô tả trong phương trình (10)(6-28) và là đường parabol. Hình 6.16 minh họa quỹ đạo z hằng số với $z = 0{,}5; 0{,}707$ và 1. Hệ số vận tốc Kv được cho bởi phương trình (5)(6-23) mà mô tả đường nằm ngang trong mặt phẳng tham số , như minh họa ở hình 6.16. Hình này cho bức tranh rõ ràng làm thế nào giá trị Kp và Kd ảnh hưởng tiêu chuẩn chất lượng khác nhau của hệ thống. Chẳng hạn, nếu Kv bằng 2257,1, tương ứng với Kp=1, quỹ đạo z hằng số minh họa rằng sự suy giảm là tăng cùng với sự tăng trong Kd. Phần giao giữa quỹ đạo Kv và quỹ đạo z cho giá trị của Kd với Kv và z mong muốn.

Thiết kế miền tần số:

Bây giờ chúng ta hãy thực hiện việc thiết kế bộ điều khiển PD trong miền tần số. Hình 6.17 minh họa biểu đồ Bode của G(s) trong phương trình (6-21) với Kp=1 và Kd=0. Dự trữ pha của hệ chưa có bù là $22{,}68^0$ và đỉnh cộng hưởng Mp=2,522. Giá trị tương ứng tới hệ bị suy giảm nhẹ. Chúng ta hãy cho tiêu chuẩn chất lượng thiết kế sau:

Sai số xác lập đối với ngõ vào hàm dốc r(t)=t.1(t) $\leq 0{,}000443$.

Độ dự trữ pha $\geq 80^0$

Đỉnh cộng hưởng $M_p \leq 1{,}05$

Băng thông $BW \leq 2000(rad/s)$

Biểu đồ Bode của G(s) với Kp=1, Kd=0; 0,0005; 0,00177; 0,0025 được minh họa ở hình 6.17. Các đo lường chất lượng trong miền tần số cho hệ đã được bù với những tham số bộ điều khiển được ghi lại ở Bảng 2, cùng với đặc tính miền thời gian để so sánh. Biểu đồ Bode cũng như dữ liệu chất lượng thiết kế được tạo ra bằng cách dùng công cụ Matlab (dùng sisotool/hay ACSYS). Dùng thành phần ACSYS controls để tạo ra kết quả ở bảng 2.

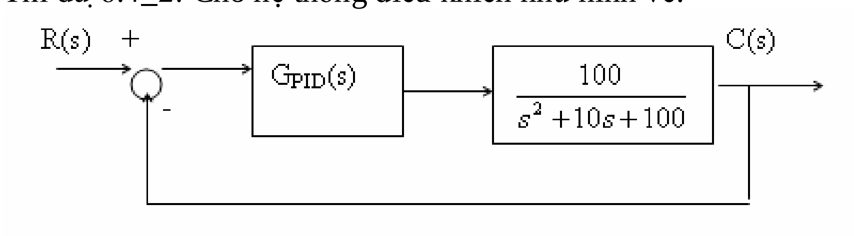
Hình 6.17: Biểu đồ Bode cho $G(s) = \dfrac{815265(K_p + K_d s)}{s(s + 361{,}2)}$

Bảng 2 :Đặc tính miền tần số của hệ trong thí dụ 6.4_1 với bộ điều khiển PD

Kd	GM(dB)	PM(độ)	Gain CO (rad/s)	BW (rad/s)	M_p	t_r(sec)	t_{xl}(sec)	Độ vọt lố cực đại (%)
0	∞	22,68	868	1370	2,522	0,00125	0,0151	52,2
0,0005	∞	46,2	913,5	1326	1,381	0,0076	0,0076	25,7
0,00177	∞	82,92	1502	1669	1,025	0,00119	0,0049	4,2
0,0025	∞	88,95	2046	2083	1	0,00103	0,0013	0,7

Kết quả ở bảng 2 chứng minh rằng độ dự trữ biên độ là luôn vô hạn, và vì thế ổn định tương đối được đo lường bởi độ dự trữ pha. Đây là một ví dụ ở đó độ dự trữ biên độ không là một đo lường có ảnh hưởng đến sự ổn định tương đối của hệ thống. Khi Kd=0,00177, mà tương ứng tới suy giảm mạnh, dự trữ pha là $82,92^0$, đỉnh cộng hưởng Mp=1,025 và băng thông BW=1669 rad/s. Yêu cầu chất lượng thiết kế là tất cả được thỏa mãn. Các ảnh hưởng khác của điều khiển PD là băng thông BW và tần số cắt biên là tăng lên. Tần số cắt pha là luôn vô hạn trong trường hợp này.

Thí dụ 6.4_2: Cho hệ thống điều khiển như hình vẽ:



X ác đ ịnh th ông s ố c ủa b ộ đi ều khi ển PID sao cho h ệ th ống th ỏa m ãn y êu c ầu :

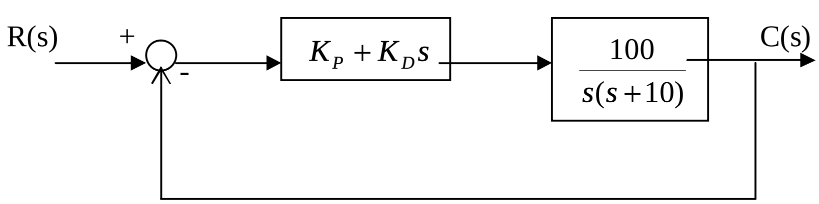
-H ệ c ó c ặp nghi ệm ph ức v ới $x = 0,5; v_n = 8$.

-H ệ s ố v ận t ốc :K_V=100.

Đ áp án l à :

a. $G_{PID}(s) = 12,64 + \frac{100}{s} + 1,54s$

Thí dụ 6.4_3: Hệ thống điều khiển với bộ điều khiển PD cho ở hình sau.



a)Tìm giá trị của Kp và K_D để hằng số sai số vận tốc K_V=1000 và tỉ lệ suy giảm là 0,5.

Giải :

Phương trình đặc trưng :

$1 + G_C(s)G(s) = 0$

$$\Leftrightarrow 1 + (K_p + K_d.s).\frac{100}{s(s+10)} = 0$$

$$\Leftrightarrow s(s+10) + 100.(K_p + K_d.s) = 0$$

$$\Leftrightarrow s^2 + (10 + 100K_d)s + 100K_p = 0$$

Dạng tổng quát của phương trình đặc trưng là :

$s^2 + 2xv_n.s + v_n^2 = 0$

Đồng nhất hai vế ta có :

$$2xv_n = 10 + 100K_d \qquad (6\text{-}29)$$

$$v_n^2 = 100K_p \qquad (6\text{-}30)$$

Hệ số vận tốc sau khi hiệu chỉnh $K_v^* = 1000$

$$K_v^* = \lim_{s\to 0} s.(K_p + K_d s).\frac{100}{s(s+10)} = 10K_p = 1000$$

$$\Rightarrow K_p = 100$$

Từ (2)(6-30) suy ra :

$$v_n^2 = 100K_p = 100 \times 100 = 10000$$

$$\Rightarrow v_n = 100(rad/s)$$

Từ (1)(6-29) suy ra :

$$K_d = \frac{2xv_n - 10}{100} = \frac{2.0,5.100 - 10}{100} = 0,9$$

Vậy bộ điều khiển PD là :

$G_{PD}(s)=100+0,9s$

2/Phương pháp Ziegler-Nichols

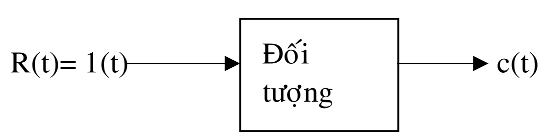
Phương pháp Ziegler-Nichols là phương pháp thực nghiệm để thiết kế bộ điều khiển P, PI hoặc PID bằng cách dựa vào đáp ứng quá độ của đối tương điều khiển. Bộ điều khiển PID cần thiết kế có hàm truyền là:

$$G_C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s = K_P\left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right) \qquad (6\text{-}31)$$

Ziegler và Nichols đưa ra cách chọn thông số bộ điều khiển PID tùy theo đặc điểm của đối tượng.

Cách 1: Dựa vào đáp ứng quá độ của hệ hở, áp dụng cho các đối tượng có đáp ứng đối với tín hiệu vào là hàm nấc có dạng chữ S như hình 6.10, ví dụ như nhiệt độ lò nhiệt, tốc độ động cơ.

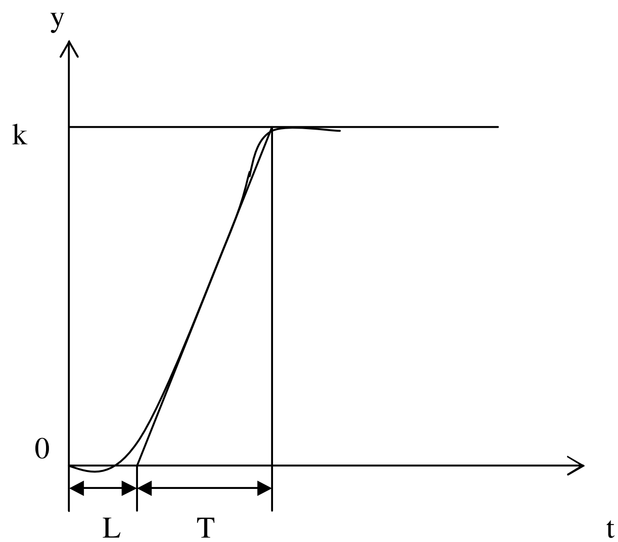
Một hệ có đáp ứng nấc như hình 6.18 có thể được xấp xỉ bởi hàm sau:



Hàm truyền

$$G(s)=\frac{C(s)}{U(s)}=\frac{k}{1+sT}e^{-sL}$$

với K là độ lợi tĩnh, L là trì hoãn thời gian và T là hằng số thời gian..



Hình 6.18

Ziegler-Nichol đề nghị thiết lập giá trị Kp, Ti, Td theo công thức ở bảng 6.1

Bảng 6.1

Bộ điều khiển	K_p	T_I	T_D
P	T/L	∞	0
PI	0,9T/L	L/0,3	0
PID	1,2T/L	2L	0,5L

Đáp ứng trên thường đặc trưng cho lò nhiệt hay điều khiển mức, đáp ứng hệ kín có vọt lố với hệ số đệm khoảng 0,2.

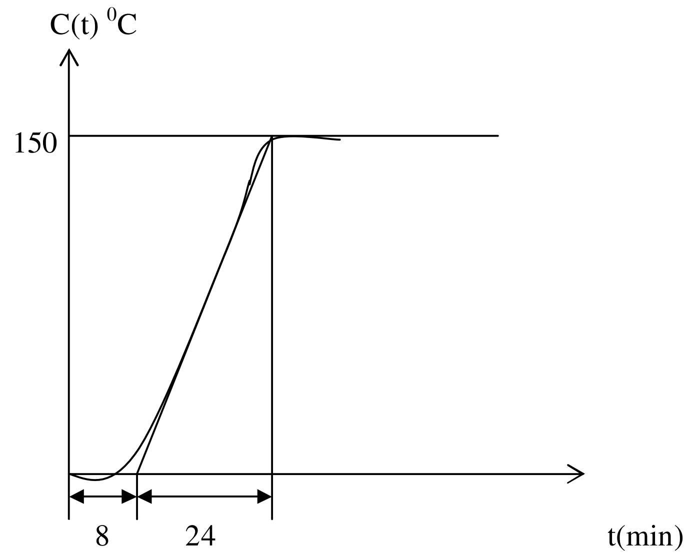
Chú ý là bộ điều khiển PID được chỉnh theo cách 1 của luật Ziegler-Nichol cho ta

$$G_C(s)=K_p(1+\frac{1}{T_i s}+T_d s)=1{,}2\frac{T}{L}(1+\frac{1}{2Ls}+0{,}5Ls)$$

$$=0{,}6L\frac{(s+\frac{1}{L})^2}{s}$$

Như vậy bộ điều khiển PID có cực ở gốc và zero kép tại s=-1/L.

Thí dụ: Hãy thiết kế bộ điều khiển PID điều khiển nhiệt độ lò sấy, biết đặc tính quá độ của lò sấy thu được từ thực nghiệm có dạng như sau:



Giải :
Dựa vào đáp ứng quá độ thực nghiệm ta có :
K=150
L=8 min=480 sec.
T=24 min=1440 sec.
Chọn thông số bộ điều khiển PID theo phương pháp Ziegler-Nichols :

$$K_P = 1{,}2\frac{T}{L} = 1{,}2.\frac{1440}{480} = 3{,}6$$

$$T_I = 2L = 2x480 = 960\sec$$

$$T_D = 0{,}5L = 0{,}5x480 = 240\sec$$

Do đó : $G_{PID}(s) = K_P\left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right) = 3{,}6\left(1 + \frac{1}{960s} + 240s\right)$

Hàm truyền lò nhiệt xấp xỉ: $G(s) = \dfrac{150}{(480s+1)(1440s+1)}$

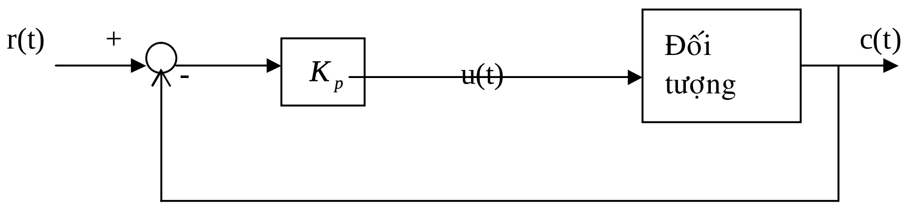
Thí dụ: Xét đối tượng là động cơ có hàm quá độ trong hình. Từ hàm quá độ ta có được k=3, L=0,75, T=3. Chọn bộ điều khiển PID với các tham số:

$$k_p = \frac{1{,}2T}{L} = \frac{1{,}2.3}{0{,}75} = 4{,}8$$

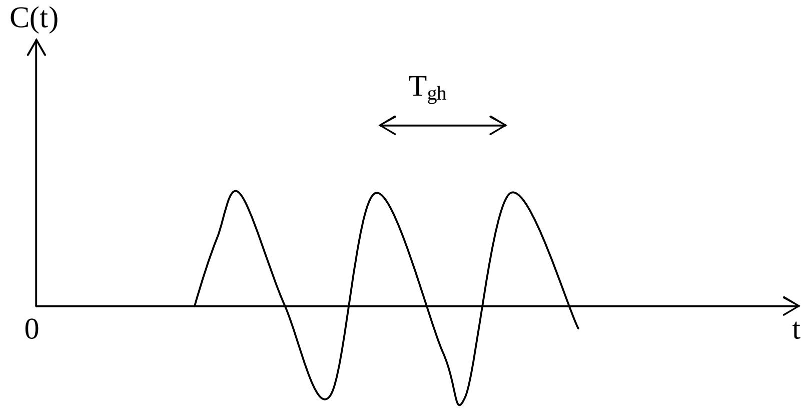
$$T_I = 2L = 2.0{,}75 = 1{,}5$$

$$T_D = L/2 = 0{,}75/2 = 0{,}375$$

Cách 2: dựa vào đáp ứng quá độ của hệ kín, áp dụng cho các đối tượng có khâu tích phân lí tưởng như mực chất lỏng trong bồn chứa, vị trí hệ truyền động dùng động cơ,...Trong phương pháp thứ hai, đầu tiên chúng ta cho Ti=∞, Td=0. Chỉ sử dụng hành động điều khiển tỉ lệ như ở hình 6.19a. Tăng dần hệ số khuếch đại Kp đến giá trị K_{gh}, tại đó đáp ứng ra của hệ kín ở trạng thái xác lập là dao động ổn định với chu kì T_{gh} (Nếu ngõ ra không trình diễn dao động ổn định với bất kì giá trị nào của Kp, thế thì phương pháp này không áp dụng được).



Hình 6.19a



Hình 6.19b

Như vậy độ lợi tới hạn Kgh và chu kì tương ứng Tgh được xác định bằng thực nghiệm (xem hình 6.19b). Niegler-Nichols đề nghị rằng chúng ta chọn tập giá trị Kp, Ti, Td theo công thức ở bảng 6.2.

Bảng 6.2

	K_p	T_I	T_D
P	$0{,}5K_{gh}$	∞	0
PI	$0{,}45K_{gh}$	$\frac{1}{1{,}2}T_{gh}$	0
PID	$0{,}6K_{gh}$	$0{,}5T_{gh}$	$0{,}125T_{gh}$

Chú ý là bộ điều khiển PID được chỉnh theo phương pháp thứ hai của luật Ziegler-Nichols cho

$$G_C(s) = K_p(1+\frac{1}{T_i s}+T_d s) = 0{,}6K_{gh}(1+\frac{1}{0{,}5T_{gh}s}+0{,}125T_{gh}s)$$

$$= 0{,}075K_{gh}T_{gh}\frac{(s+\frac{4}{T_{gh}})^2}{s}$$

Như vậy bộ điều khiển PID có cực ở gốc và zero kép tại s=-4/T_{gh}.

6.5. Hiệu chỉnh dựa vào đặc tính quá độ chuẩn

Phương pháp này dựa vào tích phân giá trị tuyệt đối của sai số. Phương pháp này gọi là ITAE. Xem chương 5, mục 5.5.

6.6. Hiệu chỉnh trong miền thời gian : Thiết kế hệ thống điều khiển hồi tiếp trạng thái

Tính điều khiển được của hệ thống điều khiển:

Tính điều khiển được lần đầu tiên được giới thiệu bởi Kalman đóng vai trò quan trọng trong cả khía cạnh lý thuyết và thực hành của điều hiển hiện đại. Điều kiện về tính điều khiển được và quan sát được kiểm soát chủ yếu sự tồn tại nghiệm tới bài toán điều khiển tối ưu.

Sơ đồ khối ở hình 6.20 minh họa động cơ nghiên cứu tính điều khiển được và quan sát được. Hình 6.20a minh họa hệ thống với quá trình động được mô tả bởi:

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t) \qquad (6\text{-}32)$$

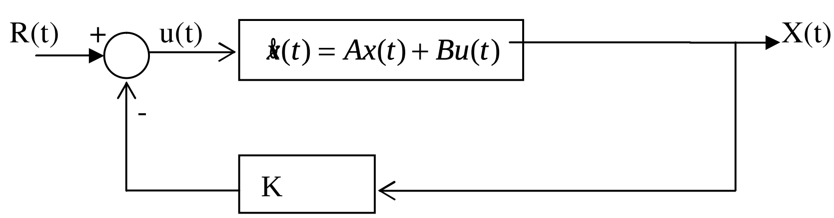
$$y(t) = Cx(t)$$

Hệ thống vòng kín được tạo bởi hồi tiếp biến trạng thái thông qua ma trận độ lợi hằng số K. Như vậy từ hình 6.20

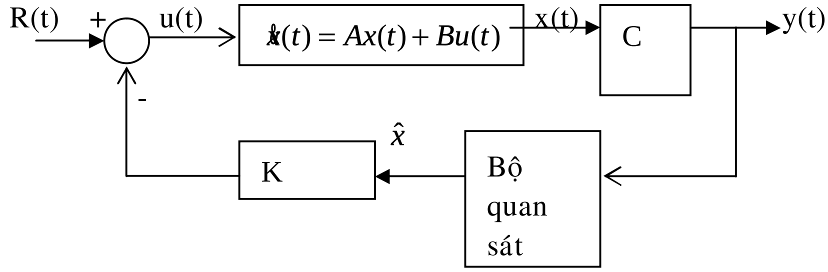
$$u(t) = -Kx(t) + r(t) \qquad (6\text{-}33)$$

thay (6-33) vào (6-32) ta được:

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + B(-Kx(t) + r(t))$$



Hình 6.20A



Hình 6.20B

Hay là

Trong đó K là là ma trận hồi tiếp pxn với các phần tử hằng số. Hệ thống vòng kín được mô tả bởi:

$$\frac{dx(t)}{dt} = (A - BK)x(t) + Br(t) \qquad (6\text{-}34)$$

Bài toán này cũng được biết đến là thiết kế đặt cực thông qua hồi tiếp trạng thái. Mục tiêu thiết kế trong trường hợp này là tìm ma trận hồi tiếp K để mà trị riêng của (A-BK) hay của vòng kín là có giá trị mô tả cụ thể. Từ cực ở đây là cực của hàm truyền hệ thống vòng kín, mà cũng là trị riêng của (A-BK).

<u>Định nghĩa về tính điều khiển được trạng thái:</u>

Xét hệ thống tuyến tính bất biến theo thời gian được mô tả bởi phương trình động:

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t) \qquad (6\text{-}35)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \qquad (6\text{-}36)$$

trong đó x(t) là vectơ trạng thái nx1, u(t) là vectơ vào rx1, y(t) là vectơ ngõ ra px1. A, B, C và D là các hệ số có chiều phù hợp.

Trạng thái x(t) được gọi là điều khiển được tại t=t0 nếu tồn tại một ngõ vào liên tục u(t) mà lái trạng thái tới bất kì trạng thái cuối $x(t_f)$ trong thời gian hữu hạn $(t_f - t_0) \geq 0$. Nếu mỗi trạng thái x(t0) của hệ là điều khiển được trong khoảng thời gian hữu hạn, thì hệ thống được gọi là điều khiển được trạng thái hoàn toàn hay đơn giản là điều khiển được.

Định lí 1: Để hệ được mô tả bởi phương trình trạng thái (66-4)(6-35) là điều khiển được trạng thái hoàn toàn, điều kiện cần và đủ là ma trận điều khiển được nxnr có hạng bằng n:

$$S = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \ldots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \qquad (6\text{-}37)$$

Vì ma trận A và B là bao gồm, tnỉnh thoảng chúng ta nói rằng cặp [A,B] là điều khiển được, mà ám chỉ rằng S có hạng là n, Rank(S)=n.

Chứng minh định lí này nằm trong giáo trình về hệ thống điều khiển tối ưu.

Thí dụ: Xét hệ có phương trình trạng thái dạng (6-35) và (6-36):

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Ma trận S:

$$S = \begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

là kì dị . Hệ không điều khiển được.

Tính quan sát được của hệ thống tuyến tính:

Cho hệ tuyến tính bất biến theo thời gian mà được mô tả bởi phương trình động học (6-35) và (6-36), trạng thái x(t0) được gọi là quan sát được nếu cho trước bất kì ngõ vào u(t), tồn tại thời gian cuối $t_f \geq t_0$ để mà tri thức của u(t) với

$t_0 \le t < t_f$, ma trận A, B, C và D và ngõ ra y(t) với $t_0 \le t < t_f$ là đủ để xác định x(t0). Nếu mỗi trạng thái của hệ là quan sát được với thời gian hữu hạn t_f, thì chúng ta nói rằng hệ thống là quan sát được hoàn toàn hay đơn giản là quan sát được.

Định lí : Để hệ thống được mô tả bởi phương trình (66-4)(6-35) và (66-5)(6-36) là quan sát được hoàn toàn, thì điều khiện cần và đủ là ma trận quan sát được nxnp có hạng là n:

$$V = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \qquad (6\text{-}38)$$

D(iều kiện cũng chỉ ra cặp [A,C] là quan sát được. Cụ thể, nếu hệ chỉ có một ngõ ra, C là ma trận hàng 1xn; V là ma trận vuông nxn. Thế thì hệ thống là quan sát được hoàn toàn nếu V không kì dị.

Thí dụ: Xét hệ có phương trình trạng thái dạng (6-35) và (6-36):

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

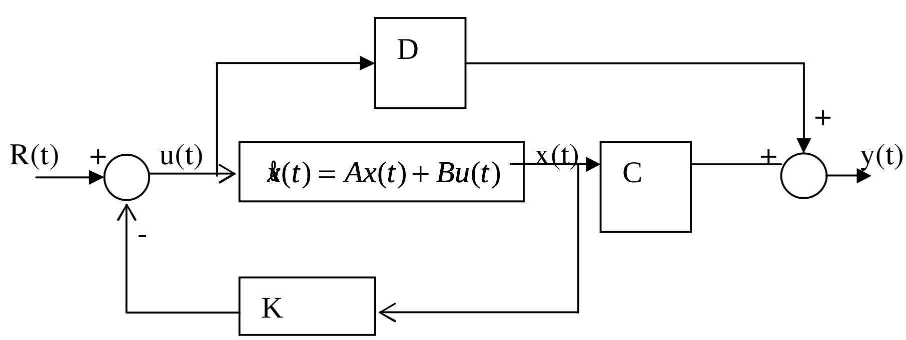
Ma trận V:

$$V = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

là kì dị nên cặp [A,C] không quan sát được. Hệ không quan sát được.

Điều khiển hồi tiếp trạng thái

Phần chính của kỹ thuật thiết kế trong điều khiển hiện đại là dựa trên cấu hình hồi tiếp trạng thái. Nghĩa là, thay cho dùng bộ điều khiển với cấu hình cố định ở nhánh thẳng hay nhánh hồi tiếp, việc điều khiển được thực hiện bằng hồi tiếp biến trạng thái thông qua độ lợi hằng số thực. Sơ đồ khối được minh họa ở hình 6.21.



Hình 6.21

Thiết kế hệ thống hồi tiếp trạng thái là chọn vector hồi tiếp trạng thái K sao cho hệ thống kín mô tả bởi biểu thức (6-42) thỏa mãn yêu cầu chất lượng mong muốn.

Thiết kế phân bố cực (đặt cực) dùng hồi tiếp trạng thái

Khi quỹ đạo nghiệm được dùng cho thiết kế hệ thống điều khiển, một tiếp cận tổng quát có thể được mô tả là đặt cực (pole placement): cực ở đây là chỉ tới cực của hàm truyền hệ vòng kín, mà cũng là nghiệm của phương trình đặc trưng. Hiểu mối quan hệ giữa cực vòng kín và chất lượng hệ thống, chúng ta có thể thực hiện thiết kế hiệu quả bằng cách chỉ ra vị trí của những cực này.

Một câu hỏi tự nhiên là: dưới điều kiện nào những cực này có thể được đặt duy nhất? Đây là tư tưởng thiết kế hoàn toàn mới và rõ là có thể được thực hiện dưới một số điều kiện.

Để nghiên cứu điều kiện yêu cầu cho đặt cực duy nhất trong hệ bậc n, chúng ta xét đối tượng điều khiển được mô tả bởi phương trình trạng thái:

Phương trình trạng thái:

$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$ (6-39)

y(t)=C.x(t) +Du(t) (6-40)

trong đó x(t) là vectơ trạng thái nx1, u(t) là tín hiệu điều khiển.

Luật điều khiển hồi tiếp trạng thái là: $u(t) = -Kx(t) + r(t)$ (6-41)

Thay (6-41) vào (6-39), Khi đó hệ vòng kín được thể hiện bởi phương trình trạng thái là

$$\frac{dx(t)}{dt} = (A - BK)x(t) + Br(t) \qquad (6\text{-}42)$$

Rõ ràng là nếu cặp [A,B] là hoàn toàn điều khiển được (tức là hệ (6-39)hoàn toàn điều khiển được) thì tồn tại ma trận K mà có thể cho một tập duy nhất trị riêng của (A-BK) ; nghĩa là n nghiệm của phương trình đặc trưng

$$\left| sI - A + BK \right| = 0 \qquad (6\text{-}43)$$

có thể được đặt duy nhất.

Phương pháp chọn vector hồi tiếp trạng thái K để phương trình đặc tính (6-43) có nghiệm tại vị trí mong muốn gọi là phương pháp phân bố cực hay đặt cực (pole placement).

Nếu hệ (6-39)là điều khiển được hoàn toàn, thì hệ luôn được biểu diễn ở dạng chuẩn điều khiển được như sau :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 \\ .. & .. & .. & .. & .. \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \ldots & -a_{n-1} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ldots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (6\text{-}44)$$

Ma trận độ lợi hồi tiếp K được biễu diễn là :

$$K = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & \ldots & k_n \end{bmatrix} \qquad (6\text{-}45)$$

trong đó k1, k2, k3,..,kn là hằng số thực. Khi đó

$$A-BK=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & ... & 0 \\ 0 & 0 & 1 & ... & 0 \\ .. & .. & .. & .. & .. \\ 0 & 0 & 0 & ... & 1 \\ -a_0-k_1 & -a_1-k_2 & -a_2-k_3 & ... & -a_{n-1}-k_n \end{bmatrix} \quad (6\text{-}46)$$

Trị riêng của A-BK (nghĩa là các cực) được tìm ra từ phương trình đặc trưng sau :

$$\left|sI-(A-BK)\right|=s^n+(a_{n-1}+k_n)s^{n-1}+(a_{n-2}+k_{n-1})s^{n-2}+...+(a_0+k_1)=0 \quad (6\text{-}47)$$

Rõ ràng là, các trị riêng có thể được gán duy nhất vì độ lợi hồi tiếp k1, k2, .., kn là tách biệt trong mỗi hệ số của phương trình đặc trưng.

Thí dụ : Cho đối tượng điều khiển mô tả bởi hệ phương trình trạng thái :

$\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t)$

y(t)=C.x(t)+Du(t)

trong đó $A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4 & -7 & -3 \end{bmatrix}; B=\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}; C=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Hãy xác định luật điều khiển u(t)=r(t)-Kx(t) sao cho hệ thống kín có cặp cực phức với ξ=0,6 ;ωn=10 và cực thứ ba là cực thực tại -10.

Giải :

Phương trình đặc tính của hệ hồi tiếp trạng thái là :

Det[sI-A+BK]=0

$$\Leftrightarrow \det\left(s\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4 & -7 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix} \right)=0$$

$$\Leftrightarrow \det\left(\begin{bmatrix} s & -1 & 0 \\ 0 & s & -1 \\ 4 & 7 & s+3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 3k_1 & 3k_2 & 3k_3 \\ k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix} \right)=0$$

$$\Leftrightarrow \det\left(\begin{bmatrix} s & -1 & 0 \\ 3k_1 & s+3k_2 & -1+3k_3 \\ 4+k_1 & 7+k_2 & s+3+k_3 \end{bmatrix} \right)=0$$

$$\Leftrightarrow s(s+3k_2)(s+3+k_3)-s(7+k_2)(-1+3k_3)$$

$$+3k_1(s+3+k_3)-(4+k_1)(-1+3k_3)=0$$

$$\Leftrightarrow s^3+(3+3k_2+k_3)s^2+(7+3k_1+10k_2-21k_3)s+(4+10k_1-12k_3)=0 \quad (6-48)$$

Phương trình đặc trưng mong muốn :

$$(s+20)(s^2+2xv_n s+v_n^2)=0$$

$$\Leftrightarrow s^3+32s^2+340s+2000=0 \quad (6\text{-}49)$$

Cân bằng các hệ số của hai phương trình (6-48) và (6-49) ta suy ra :

$$\begin{cases} 3 + 3k_2 + k_3 = 32 \\ 7 + 3k_1 + 10k_2 - 21k_3 = 340 \\ 4 + 10k_1 - 12k_2 = 2000 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được :

$$\begin{cases} k_1 = 220{,}578 \\ k_2 = 3{,}839 \\ k_3 = 17{,}482 \end{cases}$$

Vậy K=[220,578 3,839 17,482]

Cách 2 : Tính K bằng cách áp dụng công thức Ackerman.

$$K = [0 \quad 0 \quad \ldots \quad 1] S^{-1}\Phi(A) \qquad (6\text{-}50)$$

trong đó T là ma trận điều khiển được : $S = [B \quad AB \quad A^2B \quad \ldots \quad A^{n-1}B]$

Φ là đa thức đặc trưng : $\Phi(s) = \prod_{i=1}^{n}(s - p_i) = s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_{n-1}s + a_n$ (6-51),

với pi là các cực mong muốn.

Thí dụ: Thiết kế bộ điều khiển hồi tiếp trạng thái phân bố cực dùng công thức Ackermann cho ví dụ trên.

Thí dụ: Xem xét hệ thông nâng vật bằng từ trường. Đây là hệ thống điều khiển tiêu biểu mà bài toán điều khiển là giữ cho banh tại vị trí cân bằng.

Phương trình vi phân mô tả hệ :

$$M\frac{d^2x(t)}{dt^2} = Mg - \frac{ki^2(t)}{x(t)} \qquad (6\text{-}52)$$

$$v(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} \qquad (6\text{-}53)$$

trong đó phương trình (6-52) là phi tuyến. Biến hệ thống và tham số như sau:

v(t)= điện áp vào (V)

i(t) dòng điện cuộn dây (A)

x(t)=vị trí banh (m)

R= điện trở cuộn dây =1 Ohm

M=khôi lượng banh=1 kg

k= hằng số tỉ lệ=1

L= điện cảm cuộn dây=0,01 H

G=gia tốc trọng trường =32,2 m/s^2.

Biến trạng thái được định nghĩa như sau

$$x_1(t) = x(t)$$

$$x_2(t) = \frac{dx(t)}{dt} \qquad (6\text{-}54)$$

$$x_3(t) = i(t)$$

Phương trình trạng thái là:

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = x_2(t)$$
$$\frac{dx_2(t)}{dt} = g - \frac{kx_3^2(t)}{Mx_1(t)} \quad (6\text{-}55)$$
$$\frac{dx_3(t)}{dt} = -\frac{R}{L}x_3(t) + \frac{v(t)}{L}$$

Tuyến tính hóa hệ tại điểm cân bằng x1(t)=x(t)=0,5m dùng phương pháp tuyến tính hóa mô hình hoán học phi tuyến được mô tả ở phần 2.13, ta có

$$\frac{d\Delta x(t)}{dt} = A^* x(t) + B^* \Delta v(t)$$

Hệ số của ma trận là:

$$A^* = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 64{,}4 & 0 & -16 \\ 0 & 0 & -100 \end{bmatrix}; B^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 100 \end{bmatrix} \quad (6\text{-}56)$$

Mô hình trạng thái tuyến tính hoá của hệ thống nâng vật bằng từ trường được mô tả bằng phương trình trạng thái sau:

$$\frac{d\Delta x(t)}{dt} = A^* x(t) + B^* \Delta v(t) \quad (6\text{-}57)$$

trong đó $\Delta x(t)$ kí hiệu vectơ trạng thái tuyến tính hóa, $\Delta v(t)$ kí hiệu điện áp vào tuyến tính hóa. Hệ số của ma trận là:

$$A^* = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 64{,}4 & 0 & -16 \\ 0 & 0 & -100 \end{bmatrix}; B^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 100 \end{bmatrix}$$

Trị riêng của A* là s=-100, -8,025 và 8,025. Như vậy hệ thống không có hồi tiếp trạng thái là không ổn định.

Chúng ta hãt thêm yêu cầu thiết kế như sau:

1. Hệ phải ổn định.
2. Với bất kì nhiễu ban đầu tại vị trí của banh cách vị trí cân bằng, banh phải trở về vị trí cân bằng với sai số xác lập bằng 0.
3. Đáp ứng thời gian nên thiết lập trong khoảng 5% của nhiễu ban đầu không quá 0,5 sec.
4. Luật điều khiển được thực hiện bằng hồi tiếp trạng thái:

$$\Delta v(t) = -K\Delta x(t) = -\begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix}\Delta x(t) \quad (6\text{-}58)$$

trong đó k1, k2, và k3 là hằng số thực.

Ta phải chọn cực mong muốn của phương trình đặc trưng $\left|sI - A^* + B^* K\right| = 0$ để mà yêu cầu 3 về đáp ứng thời gian được thỏa mãn.

Sau vài phép thử, dùng công cụ Matlab, ta tìm ra được các cực sau của phương trình đặc trưng thỏa yêu cầu thiết kế :
S=-20, s=-6+j4,9 và s=-6-j4,9
Phương trình đặc trưng tương ứng là :

$$s^3+32s^2+300s+1200=0 \qquad (6\text{-}59)$$

Phương trình đặc trưng của hệ vòng kín với hồi tiếp trạng thái được viết là:

$$\left|sI-A^*+B^*K\right|=\begin{vmatrix} s & -1 & 0 \\ -64{,}4 & s & 16 \\ 100k_1 & 100k_2 & s+100+100k_3 \end{vmatrix} \qquad (6\text{-}60)$$

$$=s^3+100(k_3+1)s^2-(64{,}4+160k_2)s-1600k_1-6440(k_3+1)=0$$

Cân bằng hệ số của (6-59)và (6-60), chúng ta được hệ phương trình tuyến tính sau:

$$\begin{aligned} &100(k_3+1)=32 \\ &-64{,}4-1600k_2=300 \qquad (6\text{-}61) \\ &-1600k_1-6440(k_3+1)=1200 \end{aligned}$$

Giải hệ phương trình trên và được chắc là nghiệm tồn tại và duy nhất, ta tìm được ma trận độ lợi hồi tiếp K là

$$K=\begin{bmatrix}k_1 & k_2 & k_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2{,}038 & -0{,}22775 & -0{,}68\end{bmatrix} \qquad (6\text{-}62)$$

Hình sau minh họa đáp ứng y(t) khi hệ có điều kiện đầu

$$x(0)=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}$$

PHỤ LỤC: THIẾT KẾ HỆ THỐNG DÙNG MATLAB

Phụ lục này giới thiệu công cụ Sisotool hỗ trợ thiết kế hệ thống điều khiển tự động của Control system Toolbox chạy trên nền Matlab 6.5.

Để kích hoạt công cụ Sisotool, từ cửa sổ Command Window gõ lệnh sisotool. Tiến hành thao tác từ bước 1 đến bước 3 , cửa sổ SISO Design Tool xuất hiện như sau:

Trình tự thiết kế như sau:

Bước 1: Khai báo đối tượng điều khiển

```
G=tf(20,conv([1 1 0],[1 2]))
Transfer function:
      20
-----------------
s^3 + 3 s^2 + 2 s
H=tf(1,1)
```

Bước 2: Kích hoạt SiSotool

Cửa sổ SISO Design Tool xuất hiện

Bước 3: Nhập đối tượng điều khiển v ào sisotool.

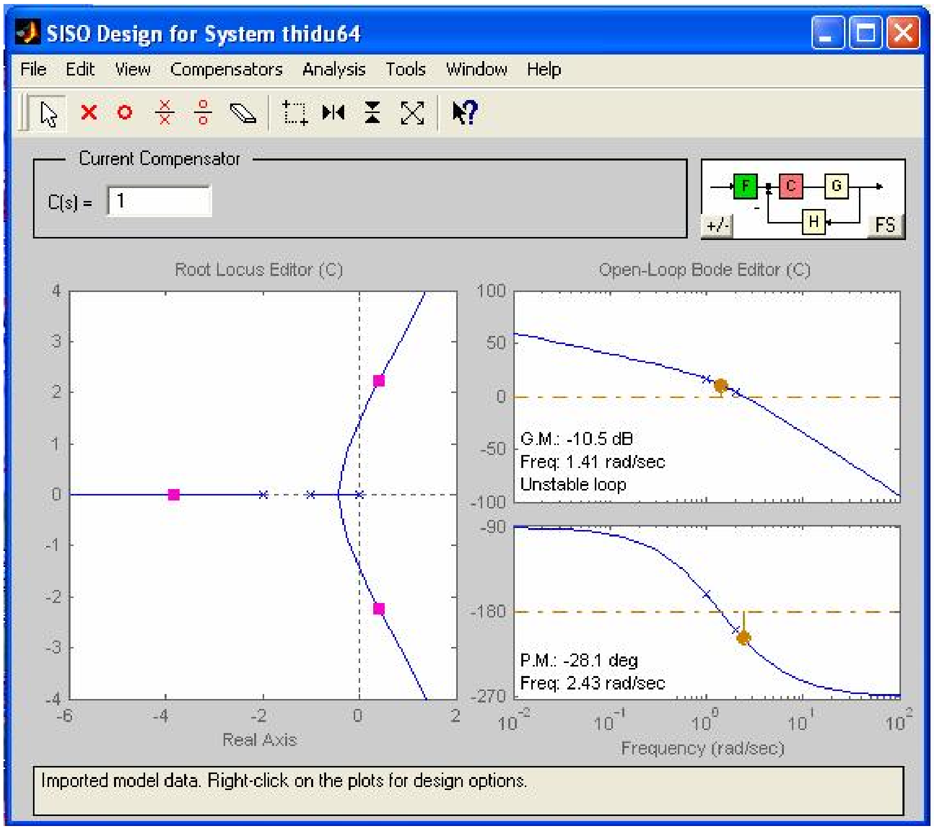
Trong cửa sổ SISO Design Tool chọn [File] à [Import…]. Cửa sổ Import Data xuất hiện.

Đặt tên hệ thống tùy ý , như là thidu64. Ban đ ầu tất cả các khối trong hệ thống điều khiển đều có hàm truy ền bằng 1, ta thay đổi đối tượng điều khiển (plant) là G, cảm biến (sensor) là H, bộ lọc F(prefilter) bằng 1, khâu hiệu chỉnh (compensator) C chưa thiết kế nên cũng bằng 1. Sau khi thực hiện xong nhấp chuột vào nút Ok.

Bước 4: Khảo sát hệ thống trước khi hiệu chỉnh.

Bước 5: Thiết kế khâu hiệu chỉnh.

Bước 6: Kiểm tra lại đáp ứng của hệ thống.



Hình 1

Cửa sổ gồm các vùng:

-Vùng hiển thị sơ đồ cấu trúc của hệ thống đang thiết kế. Có thể thay đổi cấu trúc bằng cách kích chuột vào nút [+/-] và [FS] ở góc trái bên dưới. trong bài thí nghiệm này ta sử dụng cấu trúc như hiển thị.

G: đối tượng điều khiển(plant).

H: cảm biến hồi tiếp(sensor).

F: bộ lọc(prefilter).

C: bộ hiệu chỉnh cần thiết kế.

-Hàm truyền của bộ hiệu chỉnh C(s).

-Cửa sổ hiển thị kết quả trong quá trình thao tác.

-Quỹ đạo nghiệm số của hệ thống vòng kín sau khi hiệu chỉnh .

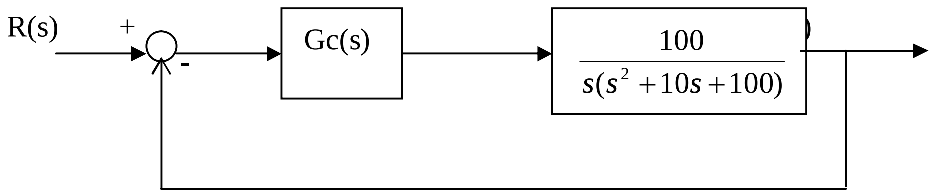
-Biểu đồ Bode biên độ và pha của hệ thống vòng hở sau khi hiệu chỉnh.

Bài tập chương 6

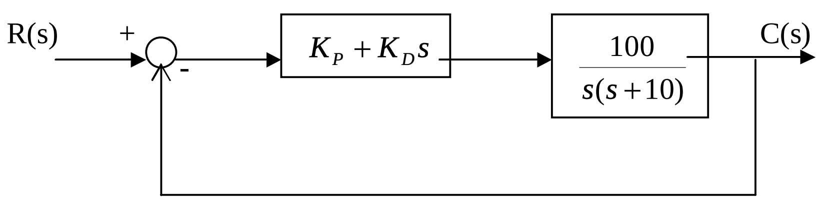
1. Sơ đồ khối hệ thống điều khiển với bộ điều khiển nối tiếp ở hình sau. Tìm hàm truyền của bộ điều khiển Gc(s) để mà các yêu cầu sau được thỏa mãn:
Hằng số sai số vận tốc K_V=5.
Hàm truyền vòng kín có dạng:

$$M(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{K}{(s^2+20s+200)(s+a)}$$

trong đó a và K là hằng số thực. Tìm giá trị của K và a.



Chiến lược thiết kế là đặt các cực vòng kín tại -10+j10 và -10-j10 và sau đó chỉnh giá trị của K và a để thỏa mãn yêu cầu sai số xác lập. Giá trị của a lớn để mà nó không ảnh hưởng đáp ứng quá độ. Tìm độ vọt lố cực đại của hệ thống được thiết kế.
2. Thực hiện lại bài tập 1 với K_V=9. Giá trị cực đại của K_V là bao nhiêu mà có thể hiện thực được. Nhận xét về khó khăn xảy ra khi thực hiện với giá trị K_V rất lớn.
3. Hệ thống điều khiển với bộ điều khiển PD cho ở hình sau.

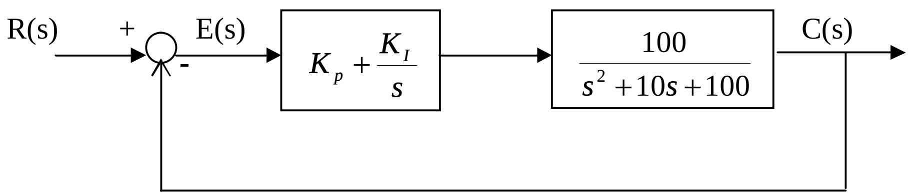


a)Tìm giá trị của Kp và K_D để hằng số sai số vận tốc K_V=1000 và tỉ lệ suy giảm ξ là 0,5.
b) Tìm giá trị của Kp và K_D để hằng số sai số vận tốc K_V=1000 và tỉ lệ suy giảm là 0,707.
a)Tìm giá trị của Kp và K_D để hằng số sai số vận tốc K_V=1000 và tỉ lệ suy giảm là 1.
4. Xem xét mô hình bậc 2 của hệ thống điều khiển hành vi máy bay. Hàm truyền của đối tượng là :

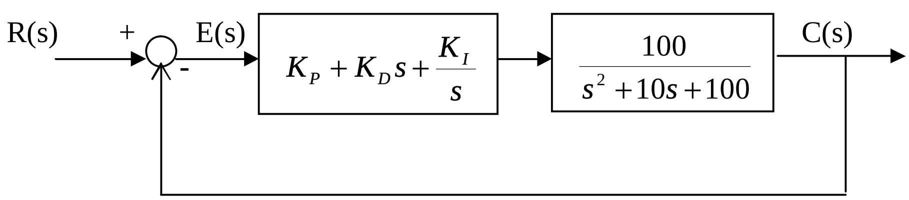
$$G_p(s)=\frac{4500K}{s(s+361{,}2)}$$

a)Thiết kế bộ điều khiển PD với hàm truyền $G_c(s)=K_P+K_D.s$ để các tiêu chuẩn chất lượng sau thỏa mãn:
- Sai số xác lập với ngõ vào unit-ramp≤0,001.
-Vọt lố cực đại ≤5 %.

-Thời gian lên tr≤0,005 sec.
-Thời gian thiết lập ts≤0,005 sec.
b)Lặp lại phần a) với tất cả tiêu chuẩn trên và thêm điều kiện băng thông của hệ phải bé hơn 850 rad/sec.
5. Hệ thống điều khiển loại 0 với hàm truyền đối tượng Gp(s) và bộ điều khiển PI cho ở hình vẽ sau.



a)Tìm giá trị của KI để mà hằng số sai số vận tốc KV=10.
b)Tìm giá trị Kp để biên độ phần ảo của nghiện phức của phương trình đặc tính hệ thống là 15 rad/sec. Tìm các nghiệm của phương trình đặc tính.
c)Vẽ quỹ đạo nghiệm của phương trình đặc tính với giá trị KI xác định ở phần a) và cho 0≤Kp<∞.
6. Hệ thống điều khiển loại 0 đối tượng điều khiển và bộ điều khiển PID cho ở hình sau. Thiết kế tham số bộ điều khiển để mà các yêu cầu sau được thỏa mãn:
Hằng số sai số vận tốc K_V=100.
Thời gian lên t_r<0,01 sec.
Độ vọt lố cực đại <2 %.
Vẽ đáp ứng nấc đơn vị của hệ thống được thiết kế.

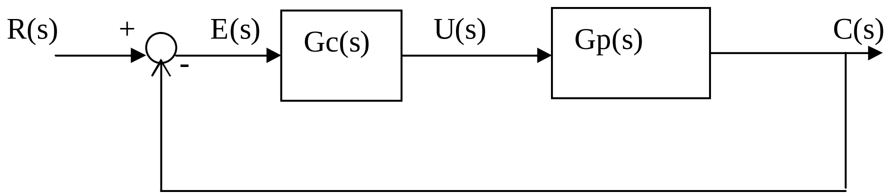


7.Cho hệ thống điều khiển kiểm kê ở hình sau

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = -2x_2(t)$$

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = -2u(t)$$

trong đó x1(t)= mức kiểm kê, x2(t)=tốc độ bán ra của sản phẩm và u(t)=tốc độ sản xuất. Phương trình ngõ ra y(t)=x1(t). Đơn vị thời gian là một ngày. Sơ đồ khối của hệ kín ở hình sau. Bộ điều khiển là PD, Gc(s)=Kp+K_D.s



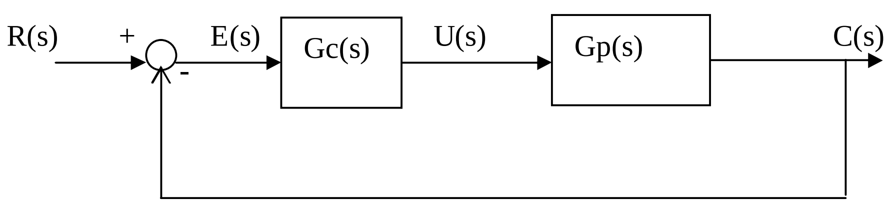
a. Tìm các thông số của bộ điều khiển PD, Kp và K_D để các nghiệm của phương trình đặc trưng là s=-1 và s=-2. Vẽ đáp ứng quá độ c(t) và tìm độ vọt lố cực đại.
b. Tìm các giá trị của Kp và K_D để độ vọt lố cực đại của đáp ứng quá độ c(t) bé hơn 2%.
8.Cho hệ thống điều khiển kiểm kê ở hình sau

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = -2x_2(t)$$

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = -2u(t)$$

trong đó x1(t)= mức kiểm kê, x2(t)=tốc độ bán ra của sản phẩm và u(t)=tốc độ sản xuất. Phương trình ngõ ra y(t)=x1(t). Đơn vị thời gian là một ngày.
Cho bộ điều khiển sớm pha có dạng:

$$G_C(s) = K_C \frac{1+aTs}{1+Ts}, (a > 1)$$



Xác định giá trị của α và T để yêu cầu sau thỏa mãn:
Sai số xác lập với ngõ vào nấc đơn vị =0
Độ vọt lố cực đại <5%.
a)Thiết kế bộ điều khiển dùng quỹ đạo nghiệm số với T và α như là tham số biến. Vẽ đáp ứng nấc của hệ được thiết kế. Vẽ biểu đồ Bode của G(s)=Gc(s).Gp(s) và tìm PM, GM, Mr và BW của hệ được thiết kế.
b)Thiết kế bộ điều khiển sớm pha để các yêu cầu sau được thỏa mãn:
Sai số xác lập với ngõ vào nấc đơn vị =0
Phase margin PM >75^0.
M_r<1,1.
Xây dựng biểu đồ Bode của G(s) và thực hiện tính toán thiết kế trong miền tần số. Tìm đặc điểm đáp ứng thời gian của hệ được thiết kế.
9.Xem xét quá trình của hệ thống điều khiển hồi tiếp âm đơn vị:

$$G_p(s) = \frac{1000}{s(s+10)}$$

Cho bộ điều khiển nối tiếp là bộ điều khiển sớm pha đơn tần:

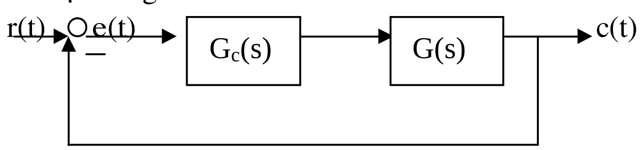
$$G_C(s) = \frac{1+aTs}{1+Ts}, (a > 1)$$

a)Tìm gía trị α và T để mà zero của Gc(s) xóa cực của Gp(s) tại s=-10.
Tỉ số suy giảm của hệ thống được thiết kế phải là 1. Tìm đặc tính của đáp ứng nấc của hệ được thiết kế.
b)Tính toán thiết kế trong miền tần số dùng biểu đồ Bode. Chất lượng thiết kế là: Phase margin PM >75^0.Mr<1,1.
Tìm đặc tính của đáp ứng nấc của hệ được thiết kế.

10. Thiết kế hiệu chỉnh sớm trễ pha hệ thống :
Có hàm truyền sau :

$$G(s) = \frac{80}{s(0.02s+1)(0.05s+1)}$$

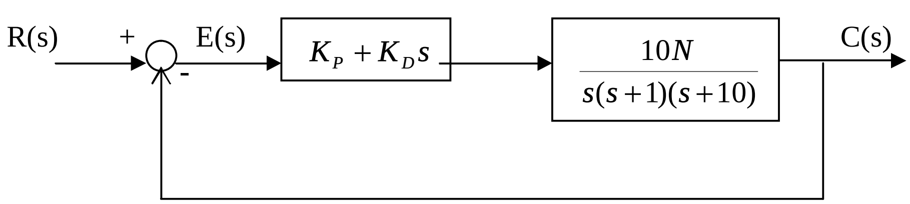
Sao cho : K_V=80, độ dự trữ biên=10 dB, độ dự trữ pha là 50^0.
11.Xét hệ thống điều khiển ở hình :



$$G(s) = \frac{K}{S(s^2 + 10s + 26)}$$

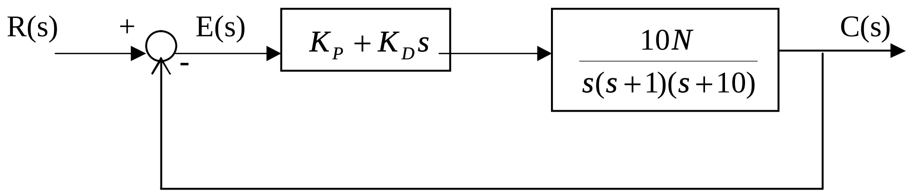
R(t)= t. 1(t)
1. Cho $G_c(s)$ = 1. Vẽ QĐNS khi 0< K < ∞
2.Cho K=15. Thiết kế khâu hiệu chỉnh $G_c(s)$ thỏa 2 điều kiện a và b sau :
   a. Hệ kín có cặp cực phức có hệ số tắt ξ= 2 /2 và tần số dao động tự nhiên ω_n=3 2
   b. Sai số xác lập đạt 5%

12. Xét bộ điều khiển trong hệ điều khiển mực nước ở hình sau. Bộ điều khiển sớm pha: $G_C(s) = \frac{1+aTs}{1+Ts}, (a > 1)$. Cho N=20. Chọn các giá trị của α và T để zero của Gc(s) triệt tiêu cực của G(s) tại s=-1 và độ vọt lố đầu ra Hệ là nhỏ nhất. Giá trị của α không vượt quá 100. Hiệu quả của bù sớm pha lên hệ thống như thế nào?



13. Xét bộ điều khiển trong hệ điều khiển mực nước ở hình sau. Bộ điều khiển trễ pha : $G_C(s) = \frac{1+aTs}{1+Ts}, (a < 1)$. Cho N=20. Chọn các giá trị của α và T để hai

nghiệm phức của phương trình đặc trưng với hệ số tắt =0,707. Vẽ đáp ứng đầu ra c(t) khi ngõ vào là hàm nấc đơn vị.



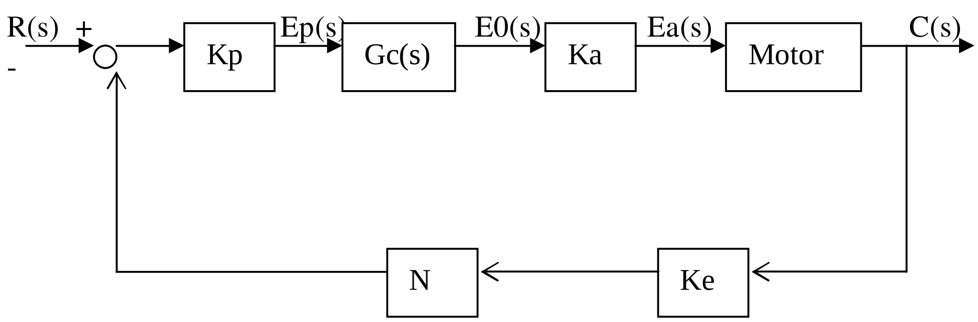
14.Cho hệ điều khiển tốc độ động cơ một chiều có dạng vòng khóa pha như sau:
-Tốc độ đặt: fr=120 vòng (xung)/sec.
-HSKĐ của bộ dò pha: Kp=0,06 V/xung/sec.
-HSKĐ: Ka=20.
-HSKĐ của bộ cảm biến tốc độ: Ke=5,72 xung/rad.
-HSKĐ của bộ đếm: N=1.
HSKĐ: hệ số khuếch đại.

Hàm truyền của động cơ: $\dfrac{C(s)}{E_a(s)} = \dfrac{10}{s(1+0{,}05s)}$

a. Giả sử hàm truyền của bộ lọc $\dfrac{E_0(s)}{E_p(s)} = \dfrac{1+R_2Cs}{R_1Cs}$

Với R1=2.10^6 Ω; C=1μF. Xác định giá trị của R2 sao cho các nghiệm phức của phương trình đặc trưng có hệ số tắt lớn nhất. Vẽ quỹ đạo nghiệm số khi: 0≤R2<∞. Hãy tính và vẽ đáp ứng quá độ của động cơ fω(t)[xung/sec] với giá trị R2 đã tìm được, khi tín hiệu đặt là fr(t)=120 [xung/sec].

b.Giả sử hàm truyền của bộ lọc: $G_C(s) = \dfrac{1+aTs}{1+Ts}, (a>1)$, với T=0,01 sec. Tìm a sao cho phương trình đặc trưng có nghiệm phức đạt hệ số tắt lớn nhất. Tính và vẽ đáp ứng quá độ fω(t) của động cơ khi tín hiệu đặt là fr(t)=120 [xung/sec].

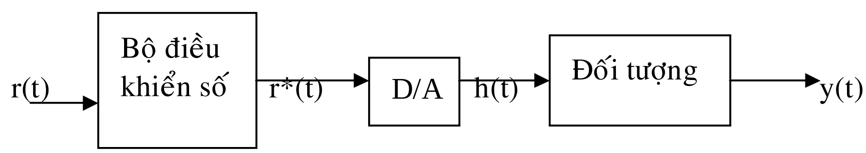


CHƯƠNG 7: HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN RỜI RẠC

7.1. Giới thiệu

Trong những năm gần đây, hệ thống điều khiển dữ liệu rời rạc và điều khiển số trở nên quan trọng trong công nghiệp, chủ yếu vì sự phát triển của vi xử lí và máy vi tính. Hơn nữa, có sự thuận lợi rõ rệt khi làm việc với tín hiệu số so với tín hiệu analog.

Sơ đồ khối của hệ thống điều khiển số được minh họa ở hình 7.1. Hệ thống đặc trưng bởi tín hiệu được mã hóa số ở các phần khác nhau của hệ thống. Tuy nhiên thiết bị ngõ ra củahệ thường là tương tự, như là động cơ DC, được điều khiển bởi tín hiệu analog. Vì vậy, hệ thống điều khiển số thường yêu cầu sử dụng bộ biến đổi số-tương tự (DAC) và tương tự sang số (ADC).

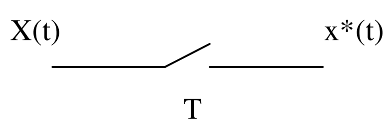


Hình 7.1. Sơ đồ khối của hệ thống điều khiển số tiêu biểu

7.2. Biến đổi Z:

7.2.1. Định nghĩa biến đổi Z:

<u>Rời rạc hóa tín hiệu :</u>



T : chu kì lấy mẫu.

$$x^*(t) = x(t).\sum_{n=0}^{\infty} d(t - nT)$$

Tần số lấy mẫu : $v_s = \dfrac{2p}{T}$

Biến đổi Fourier :

$$\sum_{n=0}^{\infty} d(t - nT) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-jnv_s}}{T}$$

$$F\{x^*(t)\} = F\{\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(t).\frac{e^{-jnv_s}}{T}\}$$

$$X^*(jv) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{T} X(jv - jnv_S)$$

Vấn đề mất mát thông tin : nếu $v_{max} < \frac{v_s}{2}$ thì thông tin được khôi phục trọn vẹn. Nếu $v_{max} > \frac{v_s}{2}$ thì thông tin bị mất mát.

Định lý lấy mẫu (Định lý Shanon) : Tín hiệu x(t) có phổ tín hiệu giới hạn trong khoảng ($-\omega_{max}$, ω_{max}) được xác định hoàn toàn từ tín hiệu lấy mẫu chỉ trong điều kiện nếu tần số lấy mẫu lớn hơn $2\omega_{max}$. Chỉ trong trường hợp này mới khôi phục được tín hiệu sau khi rời rạc hóa.

$\omega_s > 2\omega_{max}$

ω_{max} là tần số của các mắt lọc(cao, thấp..).

Khôi phục lại tín hiệu đã bị rời rác hóa : giả sử $\omega_s > 2\omega_{max}$. Khôi phục gần đúng :

-Nội suy bậc 0 : kệ số K=const, lấy tín hiệu đầu giữ nguyên, dùng khâu ZOH.

-Nội suy bậc 1 : tín hiệu sẽ có hệ số K trong mỗi một đoạn sẽ khác nhau.

Biến đổi z :

$X^*(s) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT).e^{-snT}$, đặt z=e^{sT} ta viết :

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n).z^{-n} \quad (7\text{-}1)$$

$$X(z) = x(0) + x(1).z^{-1} + x(2).z^{-2} + ...x(k).z^{-k}$$

Cho chuỗi x(k), k=0,1,2,.. trong đó x(k) thể hiện chuỗi số hay sự kiện. Biến đổi z của y(k) được định nghĩa

$$X(z) = Z[x(k)] = \sum_{k=0}^{\infty} x(k).z^{-k}$$

Thí dụ 7.1: Cho chuỗi

$y(k) = e^{-ak}$ k=0,1,2,...

trong đó α là hằng số thực. Áp dụng phương trình (7-1), biến đổi z của y(k) được viết là

$$Y(z) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-ak} z^{-k} = 1 + e^{-a} z^{-1} + e^{-2a} z^{-2} + ...$$

mà Y(z) hội tụ với $\left|e^{-a} z^{-1}\right| < 1$.

Nhân cả hai vế phương trình cuối với $e^{-a} z^{-1}$, trừ phương trình kết quả từ phương trình trên ,giải ra Y(z) ta có

$$Y(z) = \frac{1}{1 - e^{-a} z^{-1}} = \frac{z}{z - e^{-a}} \quad \text{với } \left|e^{-a} z^{-1}\right| < 1.$$

7.2.2.Quan hệ giữa biến đổi Laplace và biến đổi Z:

Y(k), k=0,1,,.. là chuỗi xung tách biệt ở khoảng thời gian T. T được gọi làtần số lấy mẫu. Xung tại khoảng thời gian thứ k, δ(t-kT) thực hiện giá trị y(kT). Tình huống này thường xảy ra trong hệ thống điều khiển lấy mẫu dữ liệu hay hệ thống điều khiển số trong đó tín hiệu y(t) được số hóa hay lấy mẫu mỗi T giây để tạo thành chuỗi thời gian thể hiện tín hiệu tại thời điểm lấy mẫu. Chúng ta thay chuỗi y(kT) với tín hiệu được biểu diễn như sau

$$y^*(t)=\sum_{k=0}^{\infty} y(kT)d(t-kT)$$

Lấy biến đổi Laplace hai vế phương trình trên, ta có

$$Y^*(s)=L[y^*(t)]=\sum_{k=0}^{\infty} y(kT)e^{-kTs} \quad (7\text{-}2)$$

với $z=e^{sT}$

Y(z)=Z[y(t)]=Z[Y(s)] (7-3)

Thí dụ 7.3: Cho hàm sau:

$$y(t)=e^{-at}u_s(t)$$

Biến đổi z của y(t) được thực hiện thông qua các bước sau:

1. Thể hiện giá trị của y(k) tại các khoảng t=kT, k=0,1,2,... để tạo thành y*(t) (hay y(kT)):

$$y^*(t)=\sum_{k=0}^{\infty} e^{-akT}d(t-kT)$$

2.Lấy biến đổi Laplace hai vế phương trình trên:

$$Y(s)=\sum_{k=0}^{\infty} e^{-akT}e^{-kTs}=\sum_{k=0}^{\infty} e^{-(s+a)kT}$$

3.Biểu diễn Y*(s) ở dạng đóng và áp dụng phương trình $z=e^{sT}$ cho biến đổi z:

$$Y(z)=\frac{z}{z-e^{-aT}}$$

Thí dụ 7.2: Biến đổi z một số hàm

1) Hàm nấc thang đơn vị : $x(t)=u_s(t)$, $x(kT)=u_s(k)$

x(k)=1 với k=0,1,2,... thể hiện chuỗi giá trị 1.

Biến đổi Laplace : X(s)=1/s

Biến đổi z: $X(z)=\dfrac{1}{1-z^{-1}}=\dfrac{z}{z-1}$ (7-4)

2/Hàm xung Dirac:

x(t)= $x(t)=d(t), x(kT)=d(k)=\begin{cases}1, voik=0\\ 0, voik\neq 0\end{cases}$

Biến đổi Laplace : X(s)=1.

Biến đổi z: X(z)=1. (7-5)

3/Biến đổi Z của hàm $t^2/2$ là :

$X(z)=\dfrac{T^2z(z+1)}{2(z-1)^3}$ (7-6)

4/ Biến đổi Z của hàm sinat là :

$X(z)=\dfrac{z\sin aT}{z^2-(2\cos aT)z+1}$ (7-7)

5/ Biến đổi Z của hàm cosat là :

x(z)= $\dfrac{z(z-\cos aT)}{z^2-(2\cos aT)z+1}$ (7-8)

7.2.3.Một số định lí quan trọng của biến đổi Z:

1.Cộng và trừ:

Nếu y1(kT) và y2(kT) có biến đổi Z là Y1(z) và Y2(z) thì

$Z[y_1(kT)\pm y_2(kT)] = Y_1(z)\pm Y_2(z)$ (7-9)

2. Nhân với hằng số:

$Z[ay(kT)] = aZ[y(kT)] = aY(z)$ (7-10)

với α là hằng số.

3.Dịch chuyển thực (delay time and time advance)

$Z[y(kT-nT)] = z^{-n}Y(z)$ (7-11)

và

$Z[y(kT+nT)] = z^n\left[Y(z)-\sum_{k=0}^{n-1} y(kT)z^{-k}\right]$ (7-12)

4.Dịch chuyển phức:

$Z[e^{\mp akT}y(kT)] = Y(ze^{\pm aT})$ (7-13)

trong đó α là hằng số, Y(z) là biến đổi z của Y(kT).

5. Định lí giá trị đầu

$\lim_{k\to 0} y(kT) = \lim_{z\to\infty} Y(z)$ (7-14)

nếu giới hạn tồn tại.

6. Định lí giá trị cuối

$\lim_{k\to\infty} y(kT) = \lim_{z\to 1}(1-z^{-1})Y(z)$ (7-15)

Nếu hàm $(1-z^{-1})$Y(z) không có cực nằm trên hay ngoài vòng tròn đơn vị |z|=1 trong mặt phẳng z.

7. Nhân chập thực.

$Y_1(z)Y_2(z) = Z\left[\sum_{k=0}^{N} y_1(kT)y_2(NT-kT)\right] = Z\left[\sum_{k=0}^{N} y_2(kT)y_1(NT-kT)\right]$ (7-16)

$= Z[Y_1(z)*Y_2(z)]$

trong đó "*" biểu thị nhân chập thực trong miền thời gian rời rạc.

Thí dụ: Tìm biến đổi z của các hàm

1/Z[1(kT-2T)]

2/ Z[10.1(kT)]

3/ cho $Y_1(z) = Z[1(kT)], Y_2(z) = Z[d(kT)]$, tìm Z[y1+ y2]= Z[1(kT)+$d(kT)$]

Giải:

1/ $Z[1(kT-2T)] = z^{-2}Z[1(kT)] = \dfrac{1}{z^2}.\dfrac{z}{z-1}$

$= \dfrac{1}{z(z-1)}$

2/ $Z[10.1(kT)] = 10.Z[1(kT)] = \dfrac{10z}{z-1}$

3/

$Z[1(kT) + d(kT)] = Z[1(kT)] + Z[d(kT)] = \dfrac{z}{z-1} + 1$

$= \dfrac{2z-1}{z-1}$

7.2.4. Biến đổi z ngược:

Biến đổi z ngược của hàm Y(z) lấy thông tin chỉ trên y(kT) chứ không phải y(t). Nói cách khác, biến đổi z chỉ mang thông tin tại khoảng lấy mẫu. Biến đổi z ngược được thực hiện bằng các phương pháp sau:

1. Mở rộng phân số từng phần.
2.Phương pháp chuỗi công suất.
3.Công thức nghịch đảo.

Phương pháp mở rộng phân số từng phần:

Phân tích Y(z) có dạng:

$$Y(z) = \frac{K_1 z}{z - e^{-aT}} + \frac{K_2 z}{z - e^{-bT}} + \dots$$

Trước tiên mở rộng Y(z)/z thành phân số sau đó nhân với z để đạt mở rộng cuối cùng.

Thí dụ 7.4: Cho biến đổi z:

$$Y(z) = \frac{(1 - e^{-aT})z}{(z-1)(z - e^{-aT})}$$

Tìm biến đổi z ngược.

Giải:

Mở rộng Y(z)/z thành phân số:

$$\frac{Y(z)}{z} = \frac{1}{z-1} - \frac{1}{z - e^{-aT}}$$

Biểu thức mở rộng cuối cùng cho Y(z) là:

$$Y(z) = \frac{z}{z-1} - \frac{z}{z - e^{-aT}}$$

Theo bảng biến đổi z ngược , ta có:

$y(kT) = 1 - e^{-akT}$ k=0,1,2,...

7.2.5. Giải pháp máy tính của mở rộng phân số từng phần Y(z)/z

Khi hàm được mở rộng bằng phân số từng phần có dạng Y(z)/z hay Y(z), thì chương trình máy tính được thiết kế để thực hiện phân số từng phần hàm biến đổi Laplace vẫn còn được áp dụng.

Phương pháp chuỗi lũy thừa:

Định nghĩa của biến đổi z trong (7-1) cho phương pháp trực tiếp tính biến đổi z ngược. Dựa trên (7-1) chúng ta có thấy rõ ràng là trong trường hợp lấy mẫu hệ số của z^{-k} trong Y(z) chỉ là y(kT). Vì vậy, nếu mở rộng Y(z) thành chuỗi công suất lũy thừa của z^{-k}, thì chúng ta tìm được giá trị của y(kT) với k=0,1,2,..

Thí dụ 7.5: cho hàm Y(z) sau :

$$Y(z)=\frac{(1-e^{-aT})z}{(z-1)(z-e^{-aT})}$$

có thể mở rộng thành chuỗi lũy thừa của z^{-1} bằng cách chia đa thức tử số cho đa thức mẫu số bởi phép chia dài:

$$Y(z)=(1-e^{-aT})z^{-1}+(1-e^{-2aT})z^{-2}+...+(1-e^{-kaT})z^{-k}+...$$

Điều này rõ là

$Y(kT)=1-e^{-akT}$ với k=0,1,2,..

mà cùng kết quả với ví dụ trên.

Công thức nghịch đảo:

Chuỗi y(kT) có thể được xác định từ Y(z) bằng công thức nghịch đảo:

$$y(kT)=\frac{1}{2pj}\oint_{\Gamma}Y(z)z^{k-1}dz \qquad (7\text{-}17)$$

là tích phân dọc theo đường r, nghĩa là đường tròn đường kính $|z|=e^{cT}$ có tâm tại gốc trong mặt phẳng z, và c là giá trị mà các cực của $Y(z)z^{k-1}$ nằm trong vòng tròn. Một cách tính tích phân trên là dùng định lí thặng dư của lí thuyết hàm biến phức.

7.2.6. Ứng dụng biến đổi z để giải phương trình sai phân tuyến tính

Biến đổi z có thể dùng để giải phương trình sai phân tuyến tính. Như là ví dụ đơn giản, chúng ta hãy xét phương trình sai phân không cưỡng bức bậc nhất

Y(k+1)+y(k)=0 (7-18)

Để giải phương trình này, ta lấy biến đổi z hai vế phương trình. Ta nhân cả hai vế của phương trình với z^{-k} và lấy tổng từ k=0-->∞. Ta có

$$\sum_{k=0}^{\infty}y(k+1)z^{-k}+\sum_{k=0}^{\infty}y(k)z^{-k}=0$$

Dùng định nghĩa của Y(z) và định lí dịch chuyển thực theo thời gian tới, phương trình được viết như sau

z[Y(z)-y(0)]+ Y(z)=0

Giải ra Y(z) ta có

$$Y(z)=\frac{z}{z+1}y(0)$$

Lấy biến đổi z ngược của phương trình cuối có đạt được bằng mở rộng Y(z) thành chuỗi lũy thừ theo z^{-i} bằng phép chia dài. Ta có

$$Y(z)=(1-z^{-1}+z^{-2}-z^{-3}+...)y(0)$$

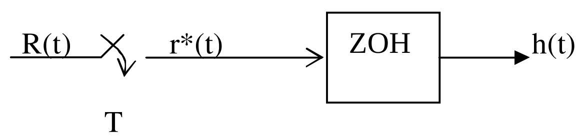
Vậy y(k) được viết như sau

$y(k)=(-1)^k y(0)$ với k=0,1,2,..

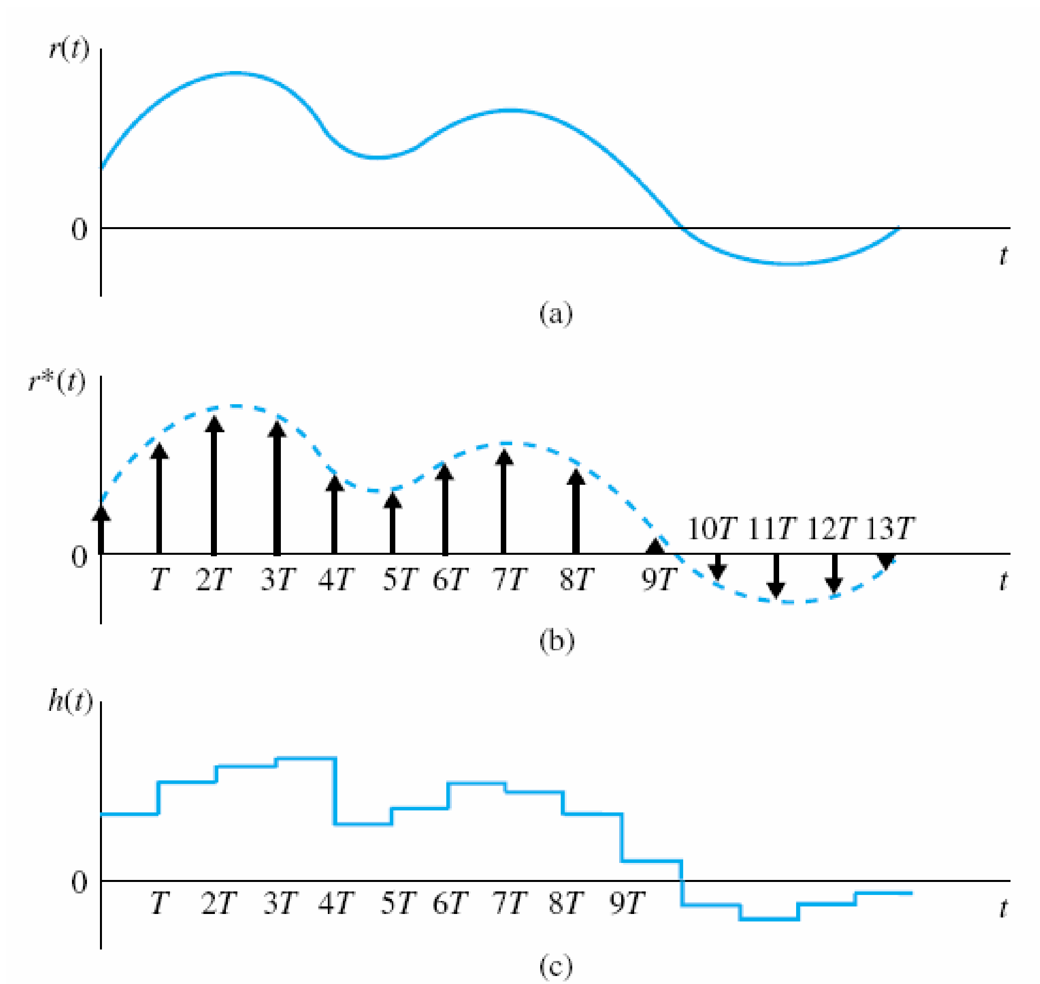
Phương trình (7-18) gọi là phương trình trạng thái đơn. Nghiệm biến đổi z của hệ rời rạc bậc cao được mô tả bằng phương trình trạng thái trong mục 7.3.

7.3. Hàm truyền của hệ thống điều khiển rời rạc:

Hệ thống điều khiển dữ liệu rời rạc có đặc điểm là tín hiệu trong hệ thống hoặc có dạng chuỗi xung hay được mã hóa số, và đối tượng điều khiển thường chứa thành phần analog. Chẳng hạn, động cơ dc là thiết bị analog, có thể được điều khiển bởi bộ điều khiển mà xuất ra tín hiệu analog hay bởi bộ điều khiển số mà xuất ra dữ liệu số. Trong trường hợp thứ hai, một bộ giao tiếp như là biến đổi số-tương tự (D/A) là cần thiết để phù hợp với thành phần số tới thiết bị tương tự. Ngõ vào và ngõ ra của hệ thống dữ liệu rời rạc được cho ở hình 7-1 được thể hiện bởi chuỗi số với các số phân cách bởi chu kì lấy mẫu T. Đối với hoạt động tuyến tính, bộ biến đổi D/A được thể hiện bởi thiết bị lấy mẫu và giữ (S/H), gồm có bộ lấy mẫu và giữ dữ liệu. Bộ S/H thường dùng nhiều trong phân tích hệ rời rạc là bộ lấy mẫu lí tưởng và thiết bị giữ bậc không. Hệ thống trong hình 7-1 về chức năng được thể hiện bởi sơ đồ khối trong hình 7-2. Hình 7-3 minh họa hoạt động tiêu biểu của bộ lấy mẫu lí tưởng và bộ giữ bậc không.



Hình 7-2: Bộ lấy mẫu và giữ

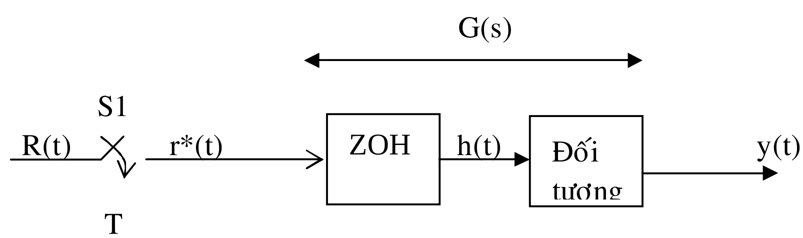


Hình 7.3: a)Tín hiệu vào bộ lấy mẫu lí tưởng b)Ngõ ra bộ lấy mẫu lí tưởng c)Ngõ ra bộ lấy mẫu và giữ

Tín hiệu liên tục r(t) được lấy mẫu với chu kì lấy mẫu T bởi bộ lấy mẫu lí tưởng. Ngõ ra bộ lấy mẫu lí tưởng r*(t) là chuỗi xung với biên độ của r(t) tại thời điểm T được thực hiện bởi sức mạnh chuỗi xung. Chú ý là bộ lấy mẫu lí tưởng không phải là phần tử vật lí. Nó chỉ thể hiện tín hiệu rời rạc thời gian về mặt toán học. Vì vậy, bằng định nghĩa, chuỗi xung có độ rộng bằng zero và chiều cao hữu hạn, chiều dài mũi tên thể hiện vùng xung và là biên độ của tín hiệu vào r(t) tại thời điểm lấy mẫu. Bộ ZOH chỉ giữ biên độ của tín hiệu thực hiện bởi xung tới tại khoảng thời gian cho trước kT, chẳng hạn toàn chu kì lấy mẫu t tới xung kế tiếp tại t=(k+1)T. Ngõ ra của ZOH là xấp xỉ bậc thang của ngõ vào bộ lấy mẫu lí tưởng r(t). Khi chu kì lấy mẫu T tiến đến 0, ngõ ra của ZOH , h(t) tiến về r(t), nghĩa là:

$$\lim_{T\to 0} h(t) = r(t) \quad (7\text{-}19)$$

Vì ngõ ra bộ lấy mẫu lí tưởng r*(t) là chuỗi xung, nên giới hạn khi T à 0 không có ý nghĩa vật lí. Dựa vào những thảo luận ở trên, hệ thống điều khiển rời rạc vòng hở được mô hình hoá ở hình 7.4.



Hình 7.4: Sơ đồ khối hệ dữ liệu rời rạc.

$$r^*(t) = r(t)d_T(t) \qquad (7\text{-}20)$$

trong đó $d_T(t)$ là chuỗi xung đơn vị.

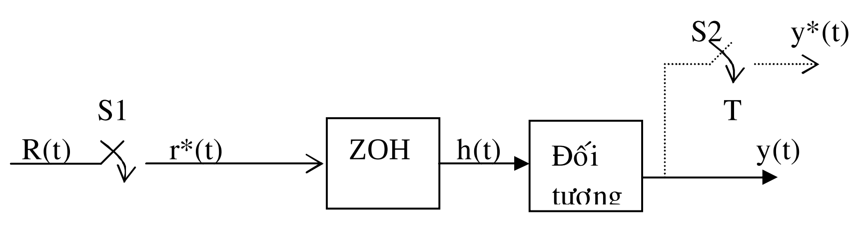
$d_T(t)$ được biểu diễn bởi chuỗi Fourier :

$$d_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{j2pnt/T} \quad (7\text{-}21)$$

Cn là hệ số Fourier được cho bởi :

$$C_n = \frac{1}{T}\int_0^T d_T(t)e^{-jnv_s t}dt \qquad (7\text{-}22)$$

trong đó $v_s = 2p/T$ là tần số lấy mẫu (rad/sec).



T

Hình 7.5: Hệ rời rạc với bộ lấy mẫu

Vì xung đơn vị được định nghĩa la xung có độ rộng δ và chiều cao 1/δ và δ **à** 0, Cn được viết lại :

$$C_n = \lim_{d\to 0}\frac{1}{Td}\int_0^d e^{-jnv_s t}dt = \lim_{d\to 0}\frac{1-e^{-jnv_s t}}{jnv_s Td} = \frac{1}{T} \quad (7\text{-}23)$$

Thay (7-23) vào (7-21) và sau đó trong (7-20), ta được :

$$r^*(t) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} r(t)e^{jnv_s t} \qquad (7\text{-}24)$$

Lấy biến đổi Laplace cả hai vế phương trình (7-24), và dùng tính chất dịch chuyển phức (7-13), ta được :

$$R^*(s) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} R(s-jnv_s) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} R(s+jnv_s) \qquad (7\text{-}25)$$

Phương trình (7-25) thể hiện biến đổi laplace của tín hiệu lấy mẫu r*(t). Nó là biểu diễn thay thế của phương trình (7-2). Từ (7-2) R*(s) có thể viết lại :

$$R^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} R(kT)e^{-kTs} \qquad (7\text{-}26)$$

Vì giới hạn tổng của R*(s) có phạm vi từ -∞ đến ∞, nếu s được thay bằng s+jnω_s trong (7-25), trong đó m là số nguyên bất kì, ta có :

$$R^*(s+jmv_s) = R^*(s) \qquad (7\text{-}27)$$

Hàm truyền xung (Pulse-Transfer Function)

Bây giờ chúng ta dẫn tới hàm truyền của hệ rời rạc minh họa ở hình 7.4. Biến đổi Laplace của ngõ ra y(t):

Y(s)=G(s)R*(s) (7-28)

Mặc dù ngõ ra y(t) đạt được từ Y(s) bằng biến đổi Laplace ngược từ hai vế phương trình (7-28), bước này khó thực thi bởi vì G(s) và R*(s) thể hiện các loại tín hiệu khác nhau. Để khắc phục việc này, ta dùng bộ lấy mẫu như hình 7.5. Bộ lấy mẫu S2 có cùng chu kì lấy mẫu T và được đồng bộ với bộ lấy mẫu gốc S1. Dạng lấy mẫu của y(t) là y*(t). Áp dụng (7-25) vào y*(t), và dùng (7-28), ta có

$$Y^*(s) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} G(s+jnv_s)R^*(s+jnv_s) \qquad (7\text{-}29)$$

Từ quan hệ phương trình (7-27), phương trình (7-29) được viết lại

$$Y^*(s) = R^*(s)\frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} G(s+jnv_s) = R^*(s)G^*(s) \qquad (7\text{-}30)$$

trong đó G*(s) được định nghĩa như cách R*(s) trong phương trình (7-25) và G*(s) được gọi là hàm truyền xung của G(s).

Hàm truyền z (z-Transfer Function)

Chú ý là tất cả các hàm trong (7-30) là ở dạng lấy mẫu, trong đó R*(s), G*(s) và Y*(s) có dạng (7-26), chúng ta có thể lấy biến đổi z cả hai vế của phương trình bằng cách thay z=e^{sT}. Ta có

Y(z)=G(z)R(z) (7-31)

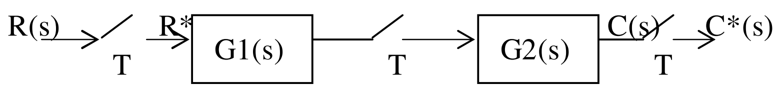
Trong đó G(z) được định nghĩa là hàm truyền z của G(s) và được cho bởi

$$G(z) = \sum_{k=0}^{\infty} g(kT) z^{-k} \qquad (7\text{-}32)$$

Vậy với hệ rời rạc ở hình 7.5 và 7.6, biến đổi z của ngõ ra bằng với hàm truyền biến đổi z đối tượng và biến đổi z của ngõ vào.

7.3.1.Hàm truyền của hệ rời rạc với phần tử nối tiếp:

Cho hệ rời rạc có hai khâu nối tiếp cách nhau bởi khâu lấy mẫu:



Hình 7.6a

$$G(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = G_1(z).G_2(z) \qquad (7\text{-}33)$$

Cĩ G1(s)=1/(s+a), G2(s)=1/(s+b). Tìm hàm truyền z tương đương của hệ:

$$G(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = G_1(z).G_2(z) = \frac{z^2}{(z-e^{-aT})(z-e^{-bT})}$$

Thí dụ: Cho $g_1(t) = 1(t) \rightarrow G_1(s) = \frac{1}{s}$,

$g_2(t) = t.1(t) \rightarrow G_2(s) = \frac{1}{s^2}$, Tìm hàm truyền G(z) trong trường hợp như hình 7.6a.

Ta có:

$$G_1(z) = Z\left\{\frac{1}{s}\right\} = \frac{z}{z-1}$$

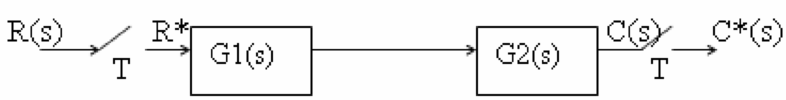
$$G_2(z) = Z\left\{\frac{1}{s^2}\right\} = \frac{Tz}{(z-1)^2}$$

Suy ra:

$$G(z) = G_1(z).G_2(z) = \frac{z}{z-1}.\frac{Tz}{(z-1)^2}$$

$$= \frac{z^2T}{(z-1)^3}$$

Cho hệ rời rạc có hai khâu nối tiếp không cách nhau bởi khâu lấy mẫu:



Hình 7.6b

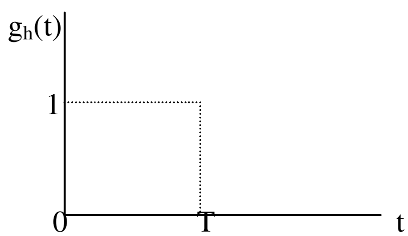
G1G2(z)=Z{G1(s).G2(s)} (7-34)

Cĩ G1(s)=1/(s+a), G2(s)=1/(s+b). Tìm hàm truyền z tương đương của hệ:
v ới G1G2(z)=Z{G1(s).G2(s)}

$$G(z)=\frac{C(z)}{R(z)}=G_1G_2(z)=\frac{z(e^{-bT}-e^{-aT})}{(b-a)(z-e^{-aT})(z-e^{-bT})}$$

7.3.2.Hàm truyền của bộ giữ bậc không ZOH

Dựa trên mô tả khâu ZOH ở trên, đáp ứng xung minh họa ở hình 7.7



Hình 7.7: Đáp ứng xung của khâu ZOH

Hàm truyền của khâu ZOH:

$$G_h(s)=L[g_h(t)]=\frac{1-e^{-Ts}}{s} \qquad (7\text{-}35)$$

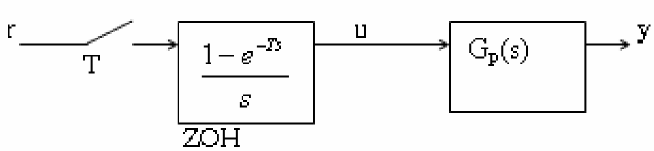
Nếu ZOH mắc nối tiếp với đối tượng tuyến tính dùng hàm truyền Gp(s) như hình 7.5, thì biến đổi z của tổ hợp là:

$$G(z)=Z[G_h(s)G_p(s)]=Z\left(\frac{1-e^{-Ts}}{s}.G_p(s)\right) \quad (7\text{-}36)$$

Dùng tính chất time-delay của biến đổi z, phương trình (7-36) được đơn giản thành

$$G(z)=(1-z^{-1})Z\left(\frac{G_p(s)}{s}\right) \qquad (7\text{-}37)$$

Thí dụ 7.6: Lấy mẫu hệ liên tục với hàm truyền : $G_p(s)=\dfrac{1}{s(s+0{,}5)}$ dùng mạch giữ bậc không ZOH và T=1sec. Hàm truyền Z của hệ giữa ngõ ra và ngõ vào là :



G(z)=(1-z^{-1}).Z{Gp(s)/s}=)=(1-z^{-1}). $Z\{\dfrac{1}{s^2(s+0{,}5)}\}$

Đặt $G_1(s) = \dfrac{1}{s^2(s+0,5)} = \dfrac{k_1}{s+0,5} + \dfrac{k_2}{s} + \dfrac{k_3}{s^2}$

$$k_1 = (s+0,5)G_1(s)\big|_{s=0,5} = \frac{1}{s^2}\Big|_{s=0,5} = \frac{1}{0,25} = 4$$

$$k_3 = s^2 G_1(s)\big|_{s=0} = \frac{1}{s+0,5}\Big|_{s=0} = \frac{1}{0,5} = 2$$

$$k_2 = \frac{d}{ds}(s^2 G_1(s))\big|_{s=0} = \frac{d}{ds}\left(\frac{1}{s+0,5}\right)\Big|_{s=0} = \frac{-1}{(s+0,5)^2}\Big|_{s=0} = -4$$

Suy ra:

$$G(z) = (1-z^{-1})Z\left(\frac{4}{s+0,5} - \frac{4}{s} + \frac{2}{s^2}\right)$$

$$= \frac{z-1}{z}\left(\frac{4z}{z-e^{-0,5T}} - \frac{4z}{z-1} + \frac{2Tz}{(z-1)^2}\right)$$

$$= \frac{4(z-1)}{z-0,6} - 4 + \frac{2}{z-1} = \frac{4(z-1)^2 - 4(z-1)(z-0,6) + 2(z-0,6)}{(z-1)(z-0,6)}$$

Rút gọn , ta được:

$$G(z) = \frac{0,4z+0,4}{z^2 - 1,6z + 0,6}$$

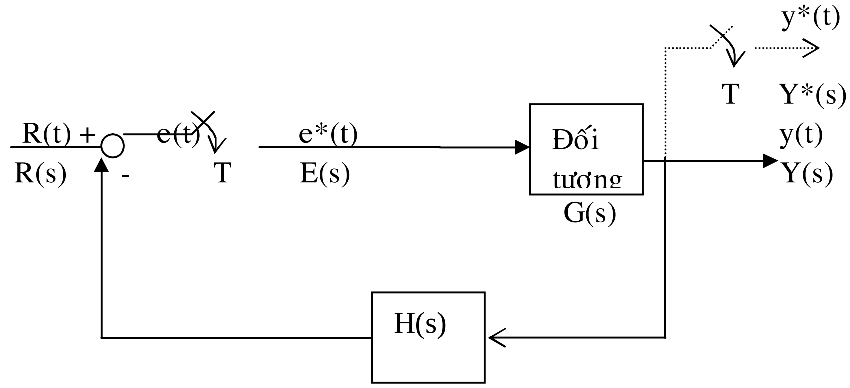
$$G(z) = \frac{0,426z+0,361}{z^2 - 1,606z + 0,606}$$

7.3.3.Hàm truyền của hệ thống rời rạc vòng kín:

Hàm truyền của hệ thống điều khiển rời rạc vòng kín được dẫn ra sử dụng thủ tục sau:

1. Xem ngõ ra của bộ lấy mẫu như là ngõ vào hệ thống.
2. Tất cả ngõ khác là không phải ngõ vào được xem như ngõ ra.
3. Viết phương trình nhân quả giữa ngõ vào và ngõ ra của hệ dùng công thức độ lợi SFG.
4. Lấy hàm truyền xung hay biến đổi z của phương trình có được ở bước 3 và vận dụng các phương trình này để có hàm truyền xung hay hàm truyền z.

Cho hệ thống rời rạc hồi tiếp có khâu lấy mẫu trong kênh sai số:



Hình 7.8 : Hệ thống điều khiển rời rạc vòng kín

Xem hệ thống điều khiển rời rạc vòng kín như hình 7.8.Ngõ ra bộ lấy mẫu là ngõ vào hệ thống. Như vậy hệ thống có hai ngõ vào R(s) và E*(s). Tín hiệu E(s) và Y(s) được xem là ngõ ra của hệ.

Viết phương trình nhân quả cho E(s) và Y(s) dùng công thức độ lợi, ta có

$$E(s) = R(s) - G(s)H(s)E^*(s) \qquad (7\text{-}38)$$

$$Y(s) = G(s)E^*(s) \qquad (7\text{-}39)$$

Chú ý là vế phải của hai phương trình cuối chỉ chứa ngõ vào R(s) và E*(s) và hàm truyền. Lấy hàm truyền xung cả hai vế của (7-25) và giải tìm E*(s) ta có

$$E^*(s) = \frac{R^*(s)}{1+[G(s)H(s)]^*} \qquad (7\text{-}40)$$

Thay E*(s) từ (7-40) vào (7-39) ta có

$$Y(s) = \frac{G(s)}{1+[G(s)H(s)]^*}R^*(s) \quad (7\text{-}41)$$

Lấy biến đổi xung cả hai vế (7-41) và dùng (7-27) ta viết hàm truyền xung của hệ kín :

$$\frac{Y^*(s)}{R^*(s)} = \frac{G^*(s)}{1+[G(s)H(s)]^*} \quad (7\text{-}42)$$

Lấy biến đổi z hai vế của phương trình cuối ta được :

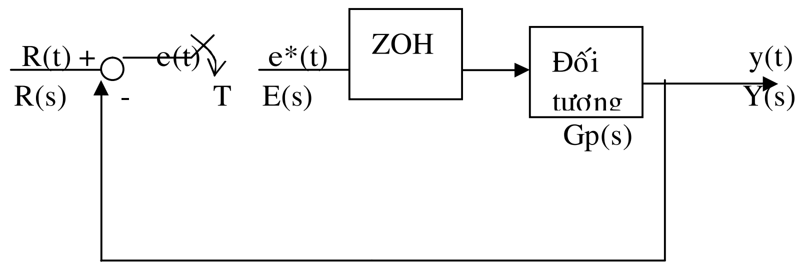
$$G_k(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1+GH(z)} \qquad (7\text{-}43)$$

Thí dụ 7.7: Cho G(s)=1/(s+a), H(s)=1/(s+b). Tìm hàm truyền z tương đương của hệ ở hình 7.8:

Hàm truyền Z của hệ kín $G_k(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1+GH(z)}$ là :

$$G_k(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{(b-a)(z-e^{-bT})z}{(b-a)(z-e^{-aT})(z-e^{-bT}) + z(e^{-bT}-e^{-aT})}$$

Thí dụ: Xét lại thí dụ 7.6, trong trường hợp hệ vòng kín hồi tiếp âm đơn vị (H=1) , tím hàm truyền $G_k(z)$.



Ta có hàm truyền vòng hở: (thí dụ 7.6)

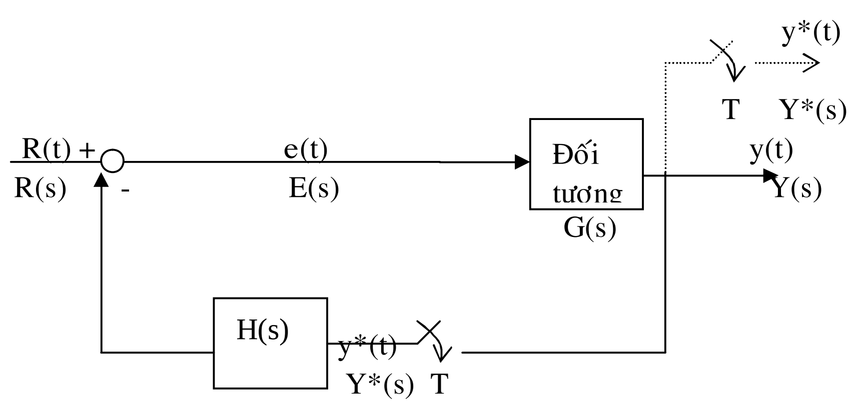
$$G(z) = \frac{0{,}426z + 0{,}361}{z^2 - 1{,}606z + 0{,}606}$$

Hàm truyền vòng kín:

$$G_k(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1 + G(z)}$$

$$G_k(z) = \frac{0{,}426z + 0{,}361}{z^2 - 1{,}18z + 0{,}967}$$

Cho hệ thống rời rạc hồi tiếp có khâu lấy mẫu trong kênh hồi tiếp (H7.9):



Hình 7.9 : Hệ thống điều khiển rời rạc vòng kín

R(s) và Y*(s) là ngõ vào hệ thống. Y(s) và E(s) là ngõ ra.

Phương trình E(s) và Y(s)

Y(s)=G(s)E(s) (7-44)

E(s)=R(s)-H(s)Y*(s) (7-45)

Hàm truyền xung ngõ ra :

$$Y^*(s) = \frac{[G(s)R(s)]^*}{1 + [G(s)H(s)]^*} \qquad (7\text{-}46)$$

Biến đổi z của ngõ ra :

$$Y(z) = \frac{GR(z)}{1 + GH(z)} \quad (7\text{-}47)$$

7.3.4.Hàm truyền của hệ rời rạc

Quan hệ giữa tín hiệu vào và tín hiệu ra của hệ thống rời rạc được mô tả bằng phương trình sai phân

$$a_0c(k+n) + a_1c(k+n-1) + \ldots + a_{n-1}c(k+1) + a_nc(k) =$$

$$b_0r(k+m) + b_1r(k+m-1) + \ldots + b_{m-1}c(k+1) + b_mr(k)$$

Biến đổi z hai vế, ta có

$$a_0z^nC(z) + a_1z^{n-1}C(z) + \ldots + a_{n-1}zC(z) + a_nC(z) =$$

$$b_0z^mR(z) + b_1z^{m-1}R(z) + \ldots + b_{m-1}zR(z) + b_mR(z)$$

Suy ra :

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{b_0z^m + b_1z^{m-1} + \ldots + b_{m-1}z + b_m}{a_0z^n + a_1z^{n-1} + \ldots + a_{n-1}z + a_n}$$

Đặt $G(z) = \dfrac{C(z)}{R(z)} = \dfrac{b_0z^m + b_1z^{m-1} + \ldots + b_{m-1}z + b_m}{a_0z^n + a_1z^{n-1} + \ldots + a_{n-1}z + a_n}$ (4-48)

G(z) được gọi là hàm truyền của hệ thống rời rạc.

Thí dụ 7.8: Cho hệ thống rời rạc mô tả bởi phương trình sai phân :

C(k+3) + 2c(k+2) -5c(k+1)+ 3c(k) =2r(k+2) + r(k). Tìm hàm truyền G(z)=C(z)/R(z) của hệ thống :

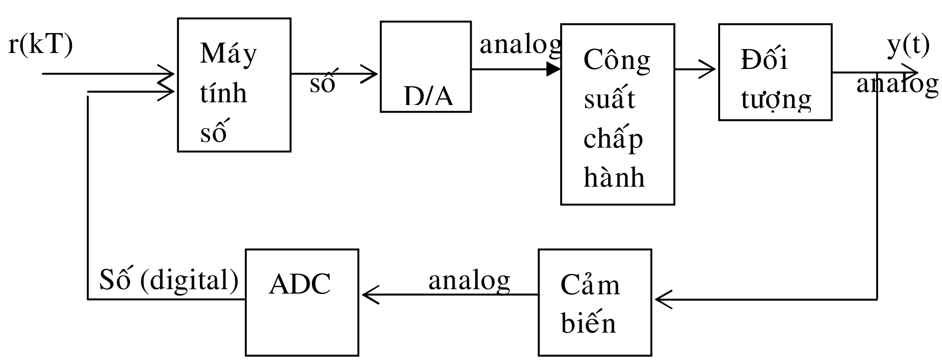
Biến đổi z hai vế phương trình :

$$z^3C(z) + 2z^2C(z) - 5zC(z) + 3C(z) = 2z^2R(z) + 1R(z)$$

$$G(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{2z^2 + 1}{z^3 + 2z^2 - 5z + 3}$$

7.4.Cấu trúc hệ thống điều khiển bằng máy tính:

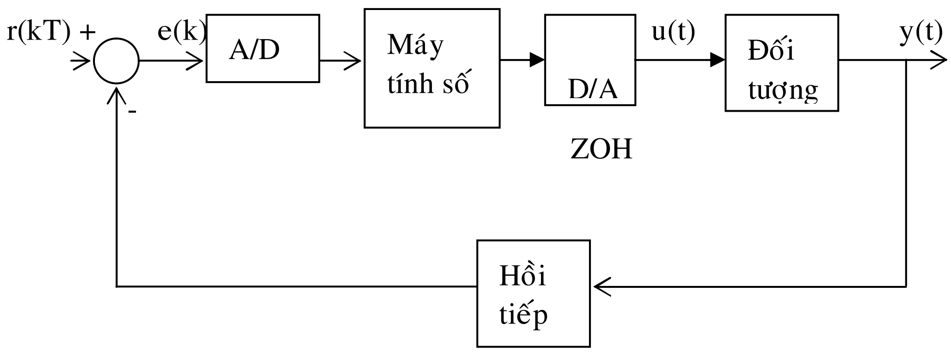
***Cấu trúc hệ thống điều khiển bằng máy tính:**



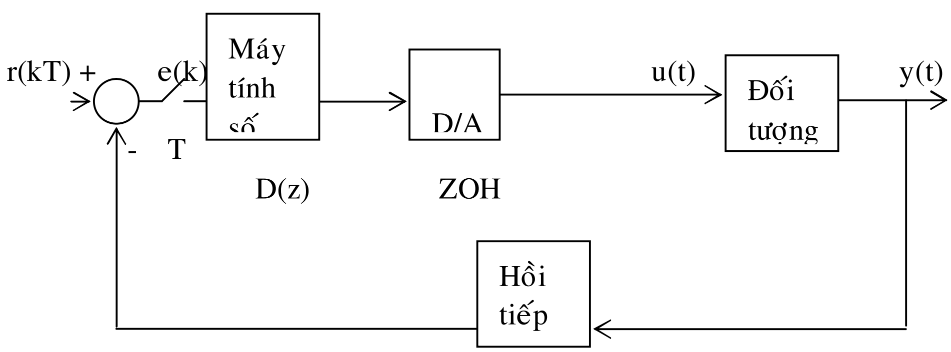
Hình 7.10: Sơ đồ khối hệ thống điều khiển bằng máy tính, bao gồm bộ chuyển đổi tín hiệu.

<u>*Hệ thống lấy mẫu tín hiệu</u>

-lấy mẫu trong kênh sai số:



Hình 7.11



Hình 7.12

Khâu có trễ : hệ thống có trễ do khâu tính toán của máy tính. Biến đổi Z_m

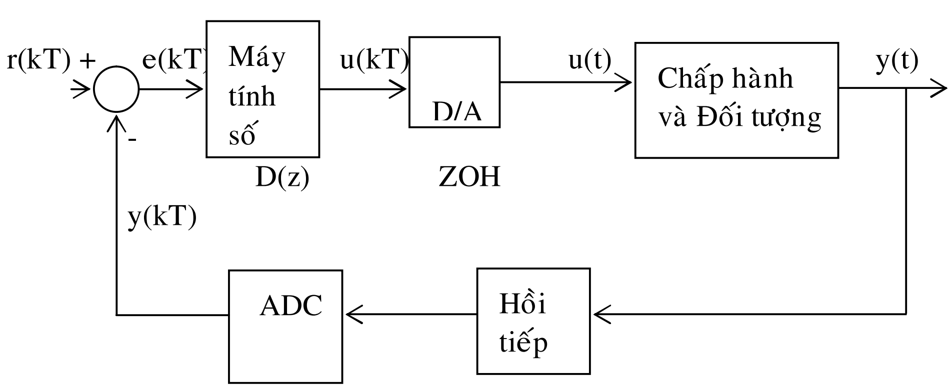
ADC: biến đổi tương tự – số.

DAC: biến đổi số- tương tự .

R(kT): ngõ vào tham chiếu , y(t): ngõ ra

U(t): tín hiệu điều khiển.

-Lấy mẫu trong kênh hồi tiếp:



Hình 7.13

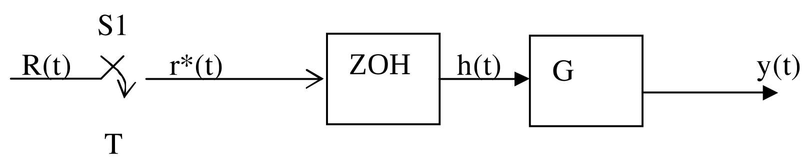
R(kT): ngõ vào tham chiếu , y(t): ngõ ra

7.5. Phương trình trạng thái của hệ thống dữ liệu rời rạc tuyến tính

Ta có thể mô hình hóa hệ rời rạc bằng phương trình trạng thái. Có hai tình huống. Thứ nhất là hệ chứa thành phần dữ liệu liên tục, nhưng tín hiệu tại một số điểm của hệ thống là rời rạc theo thời gian bởi vì khâu lấy mẫu và giữ (S/H). Trong trường hợp này, hệ vẫn được mô tả bởi phương trình vi phân nhưng vì dữ liệu rời rạc nên phương trình vi phân được rời rạc hóa để đạt một tập phương trình sai phân. Tình huống thứ hai gồm hệ là hoàn toàn rời rạc theo thời gian, và động học hệ thống là phương trình sai phân .

7.5.1.Phương trình trạng thái rời rạc :

Xét hệ thống điều khiển rời rạc với bộ lấy mẫu và giữ (S/H) như hình



Hình 7.14 : Hệ rời rạc với bộ lấy mẫu(S/H)

Tín hiệu tiêu biểu xuất hiện tại các điểm khác nhau của hệ như minh họa trong hình. Tín hiệu ngõ ra y(t) thường là tín hiệu liên tục. Ngõ ra bộ S/H là h(t) là chuỗi các bước. Vì vậy ta có thể viết :

h(t)=h(kT)=r(kT)

với $kT \le t \le (k+1)T, k = 0,1,2,...$

Bây giờ ta xét đối tượng G tuyến tính liên tục được mô tả bởi phương trình trạng thái và phương trình ngõ ra :

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bh(t) \qquad (7\text{-}63a)$$

$$y(t) = Cx(t) + Dh(t) \qquad (7\text{-}63b)$$

trong đó x(t) là vectơ trạng thái nxn, h(t) và y(t) là ngõ vào và ngõ ra tương ứng. Các ma trận A, B, C, D là ma trận hệ số. Phương trình chuyển trạng thái là

$$x(t) = f(t-t_0)x(t_0) + \int_{t_0}^{t} f(t-t_0)Bh(t)dt \quad (7\text{-}64)$$

với t≥t0. Nếu chúng ta chỉ quan tâm đáp ứng tại thời điểm lấy mẫu, ta cho t=(k+1)T và t0=kT. Phương trình trở thành

$$x[(k+1)T] = f(T)x(kT) + \int_{kT}^{(k+1)T} f[(k+1)T-t]Bh(t)dt \qquad (7\text{-}65)$$

Vì h(t) là hằng số định nghĩa ở (7-63), ngõ vào h(τ) trong (7-65) có thể lấy bên ngoài dấu tích phân. Phương trình (7-65) được viết lại như sau

$$x[(k+1)T] = f(T)x(kT) + \int_{kT}^{(k+1)T} f[(k+1)T-t]Bdt \,.\quad h(kT)$$

hay

$x[(k+1)T] = f(T)x(kT) + q(T)h(kT)$ (7-66)

$y(kT) = Cx(kT) + Dh(kT)$ (7-67)

với $q(T) = \int_{kT}^{(k+1)T} f[(k+1)T - t]Bdt$, đổi biến số ta được

$q(T) = \int_{0}^{T} f(t)Bdt$ (7-68)

$f(T) = e^{At} = L^{-1}\left[(sI - A)^{-1}\right]$

Phương trình (7-66) được gọi là phương trình trạng thái rời rạc và phương trình (7-67) ngõ ra y(kT) .

7.5.2.Nghiệm của phương trình trạng thái rời rạc : phương trình chuyển trạng thái rời rạc

Phương trình trạng thái rời rạc (7-66) có thể được giải dùng thủ tục đệ qui đơn giản. Bằng cách cho k=0,1,2,.. liên tiếp trong phương trình (7-66), các phương trình sau có kết quả :

K=0 : $x(T) = f(T)x(0) + q(T)h(0)$

K=1 : $x(2T) = f(2T) = f(T)x(T) + q(T)h(T)$

K=2 : $x(3T) = f(3T) = f(T)x(2T) + q(T)h(2T)$

...

k=n-1 : $x(nT) = f(T)x[(n-1)T] + q(T)h[(n-1)T]$

Thay phương trình trên vào phương trình dưới , cứ như vậy chúng ta đạt được nghiệm sau cho phương trình (7-66) :

$x(nT) = f^{n}(T)x(0) + \sum_{i=0}^{n-1} f^{n-i-1}(T)q(T)h(iT)$ (7-69)

Trong đó $f^{n}(T) = [f(T)]^{n} = f(nT)$

Phương trình (7-69) được gọi là phương trình chuyển trạng thái rời rạc của hệ thống dữ liệu rời rạc.

Với nT được xem như thời điểm bắt đầu, trong đó n là số dương bất kì, phương trình chuyển trạng thái là :

$$x[(n+N)T] = f^{N}(T)x(nT) + \sum_{i=0}^{N-1} f^{N-i-1}(T)q(T)h[(n+i)T]$$

Ngõ ra của hệ tại thời điểm lấy mẫu là đạt được bằng cách thay t=nT và phương trình (7-69) vào (7-63b), đạt được

$y(nT) = Cx(nT) + Dh(nT)$

$$= Cf(nT)x(0) + C\sum_{i=0}^{n-1} f[(n-i-1)T]q(T)h[(i)T + Dh(nT)$$

Một tính chất quan trọng của phương pháp biến trạng thái trên phương pháp biến đổi z là nó có thể hiệu chỉnh dễ dàng để mô tả trạng thái và ngõ ra giữa khỏang lấy mẫu. Trong (7-64), nếu chúng ta cho $t = (n+\Delta)T$, trong đó $0 < \Delta \le 1$, và t_0=nT, chúng ta có :

$$x[(n+\Delta)T] = f(\Delta T)x(nT) + \int_{nT}^{(n+\Delta)T} f[(n+\Delta)T - t]Bdth(nT)$$

$$= f(\Delta T)x(nT) + q(\Delta T)h(nT)$$

Bằng cách thay đổi Δ giữa 0 và 1, thông tin trên biến trạng thái giữa khoảng lấy mẫu là hoàn toàn được mô tả bởi phương trình trên.

Khi hệ thống tuyến tính chỉ có dữ liệu rời rạc qua hệ, phương trình động học có thể được biểu diễn bởi hệ phương trình trạng thái rời rạc sau :

$$x[(k+1)T] = Ax(kT) + Br(kT) \qquad (7\text{-}70)$$

và phương trình ngõ ra

$$y(kT) = Cx(kT) + Dr(kT) \qquad (7\text{-}71)$$

trong đó A,B,C,D là ma trận hệ số với chiều phù hợp.

Phương trình (7-70) và (7-66) cơ bản giống nhau. Điểm khác nhau ở hai tình huống là điểm bắt đầu hệ. Trong trường hợp (7-66), điểm bắt đầu là phương trình trạng thái hệ liên tục. Φ(T) và θ(T) được xác định từ ma trận A và B, và phải thỏa mãn điều kiện và tính chất của ma trận chuyển trạng thái. Trong trường hợp (7-70), phương trình tự nó thể hiện mô tả đúng của hệ thống rời rạc và không có giới hạn nào về ma trận A và B. Nghiệm của phương trình (7-70) theo trực tiếp từ (7-66) là

$$x(nT) = A^n x(0) + \sum_{i=0}^{n-1} A^{n-i-1}Br(iT) \qquad (7\text{-}72)$$

trong đó $A^n = \underbrace{AAAA...A}_{n}$

7.5.3.Biến đổi z của phương trình trạng thái rời rạc :

Xét phương trình trạng thái :

$$x[(k+1)T] = Ax(kT) + Br(kT) \qquad (7\text{-}73)$$

Lấy biến đổi z hai vế phương trình trên ta được :

zX(z)-zx(0)=AX(z)+BR(z) (7-74)

Giải tìm nghiệm X(z) từ phương trình (7-74) ta được :

$$X(z) = (zI - A)^{-1} zx(0) + (zI - A)^{-1} BR(z) \qquad (7\text{-}75)$$

Lấy biến đổi z ngược hai vế phương trình (7-75) ta được

$$x(nT) = Z^{-1}[(zI - A)^{-1} z]x(0) + Z^{-1}[(zI - A)^{-1} BR(z)] \qquad (7\text{-}76)$$

Để thực hiện biến đôỉ z ngược , ta viết biến đổi z của An ở dạng :

$$Z(A^n) = \sum_{n=0}^{\infty} A^n z^{-n} = I + Az^{-1} + A^2 z^{-2} + ... \qquad (7\text{-}77)$$

Nhân hai vế (7-77) với Az^{-1} và trừ kết quả từ phương trình cuối ta được :

$$(I - Az^{-1})Z(A^n) = I \qquad (7\text{-}78)$$

Như vậy giải cho $Z(A^n)$ từ phương trình cuối đạt được

$$Z(A^n) = (I - Az^{-1})^{-1} = (zI - A)^{-1} z \qquad (7\text{-}79)$$

hay

$$A^n = Z^{-1}[(zI - A)^{-1} z] \qquad (7\text{-}80)$$

Phương trình (7-80) thể hiện cách tình A^n dùng phương pháp biến đổi z. Tương tự, chúng ta chứng minh rằng

$$Z^{-1}[zI-A)^{-1}BR(z)]=\sum_{i=0}^{n-1}A^{n-i-1}Br(iT) \qquad (7\text{-}81)$$

Bây giờ ta thay (7-80) và (7-81) vào (7-76), x(nT) trở thành :

$$x(nT)=A^n x(0)+\sum_{i=0}^{n-1}A^{n-i-1}Br(iT) \qquad (7\text{-}81)$$

công thức này hoàn toàn giống (7-72).

7.5.4.Ma trận hàm truyền và phương trình đặc tính :

Khi hệ rời rạc được mô hình hoá bởi phương trình trạng thái

$$\begin{cases} x[(k+1)T]=Ax(kT)+Br(kT) & (7-82) \\ y(kT)=Cx(kT)+Dr(kT) & (7-83) \end{cases}$$

thì quan hàm truyền của hệ có thể được biểu diễn theo ma trận hệ số. Bằng cách đặt x(0)=0. Phương trình (7-75) trở thành

$$X(z)=(zI-A)^{-1}BR(z) \qquad (7\text{-}84)$$

Trừ phương trình (13) vào dạng biến đổi z của (7-83), ta có

$$Y(z)=[C(zI-A)^{-1}B+D]R(z)=G(z)R(z) \qquad (7\text{-}85)$$

trong đó **ma trận hàm truyền của hệ** được định nghĩa như sau

$$G(z)=C(zI-A)^{-1}B+D$$

hay $G(z)=\dfrac{C[adj(zI-A)B+|zI-A|D]}{|zI-A|}$ (7-86)

Phương trình đặc tính của được định nghĩa là

$$|zI-A|=0 \qquad (7\text{-}87)$$

Tổng quát hệ thống điều khiển rời rạc tuyến tính bất biến theo thời gian có thể được biểu diễn bằng phương trình sai phân với hệ số hằng.

$$\begin{aligned} &y[(k+n)T]+a_{n-1}y[(k+n-1)T]+\ldots+a_1y[(k+1)T]+a_0y(kT) \\ &=b_mr[(k+m)T]+b_{m-1}r[(k+m-1)T]+\ldots+b_1r[(k+1)T]+b_0r(kT) \end{aligned} \qquad (7\text{-}88)$$

với n≥m

Lấy biến đổi z hai vế phương trình (7-88) và cho điều kiện đầu là 0, hàm truyền của hệ được viết như sau

$$G(z)=\frac{Y(z)}{R(z)}=\frac{b_mz^m+b_{m-1}z^{m-1}+\ldots+b_1z+b_0}{z^n+a_{n-1}z^{n-1}+\ldots+a_1z+a_0} \text{ với } n\geq m \qquad (7\text{-}89)$$

Phương trình đặc tính đạt được bằng cách cho phương trình đa thức mẫu số của hàm truyền bằng 0.

$$z^n+a_{n-1}z^{n-1}+\ldots+a_1z+a_0=0 \qquad (7\text{-}90)$$

Thí dụ 7.13: Cho hệ thống rời rạc được mô tả bởi phương trình sai phân sau :

$$y(k+2)+5y(k+1)+3y(k)=r(k+1)+2r(k) \qquad (7\text{-}91)$$

Hàm truyền của hệ là

$$G(z)=\frac{Y(z)}{R(z)}=\frac{z+2}{z^2+5z+3}$$

Phương trình đặc tính là :

$z^2 + 5z + 3 = 0$ (7-92)

Biến trạng thái của hệ được định nghĩa như sau

$x_1(k) = y(k)$

$x_2(k) = x_1(k+1) - r(k)$

Thay hai phương trình này vào (7-91) ta có hai phương trình trạng thái như sau

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= x_2(k) + r(k) \\ x_2(k+1) &= -3x_1(k) - 5x_2(k) - 3r(k) \end{aligned} \quad (7\text{-}93)$$

từ đó ta có ma trận A và B :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -5 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Phương trình đặc tính (7-92) có thể đạt được bằng cách dùng |zI-A|=0

$$\left| z\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -5 \end{pmatrix} \right| = \begin{vmatrix} z & -1 \\ 3 & z+5 \end{vmatrix} = z(z+5) - 3(-1) = 0$$

$\Leftrightarrow z^2 + 5z + 3 = 0$

Thí dụ 7.14: Cho hệ liên tục có phương trình trạng thái như sau :

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.x + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.x + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}u$$

Tìm phương trình tạng thái rời rạc .

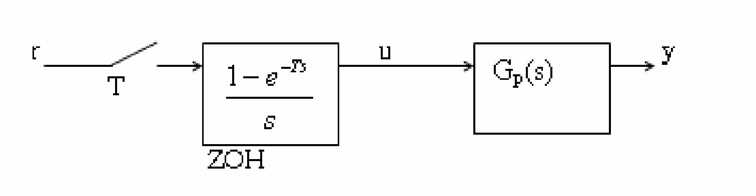
$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} s & 0 \\ 1 & s+1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{s(s+1)}\begin{bmatrix} s+1 & 0 \\ 1 & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & 0 \\ \frac{1}{s(s+1)} & \frac{1}{(s+1)} \end{bmatrix}$$

$$\Phi(t) = e^{At} = L^{-1}\left[(sI - A)^{-1}\right] = \begin{bmatrix} 1(t) & 0 \\ (1-e^{-t}).1(t) & e^{-t}.u(t) \end{bmatrix}$$

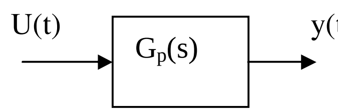
$$A_d = \Phi(T) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1-e^{Tt} & e^{-T} \end{bmatrix}$$

$$B_d = \int_0^T \Phi(t).\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}dt = \begin{bmatrix} T & T \\ T & (T + 2e^{-T} - 2) \end{bmatrix}$$

Thí dụ 7.15: Lấy mẫu hệ liên tục với hàm truyền : $G_p(s) = \frac{1}{s(s+1)}$ dùng mạch giữ bậc không ZOH và T=0,1sec.



Viết phương trình trạng thái rời rạc.
Khi viết phương trình trạng thái rời rạc, ta không dùng khâu ZOH. Hệ liên tục :



Thêm biến trung gian X(s):

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{X(s)}{s(s+1).X(s)}$$

Y=1.X
U=s^2.X+ sX
Đặt biến trạng thái : X=x_1
sX=x_2

$$\text{Ta có : } \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_2 + u \end{cases}$$
$$y = x_1$$

$$\text{Hay : } \dot{x} = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.x$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} s & -1 \\ 0 & s+1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{s(s+1)}\begin{bmatrix} s+1 & 1 \\ 0 & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s(s+1)} \\ 0 & \frac{1}{(s+1)} \end{bmatrix}$$

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1-e^{-t} \\ 0 & e^{-t} \end{bmatrix} \Rightarrow A_d = \Phi(T) = \begin{bmatrix} 1 & 1-e^{-T} \\ 0 & e^{-T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}09 \\ 0 & 0{,}9 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \Gamma = \int_0^T \Phi(t).B.dt = \int_0^T \begin{bmatrix} 1 & 1-e^{-t} \\ 0 & e^{-t} \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} dt = \int_0^T \begin{bmatrix} 1-e^{-t} \\ e^{-t} \end{bmatrix} dt = \begin{bmatrix} T-1+e^{-T} \\ 1-e^{-T} \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0{,}1 \end{bmatrix}$$

Vậy hệ phương trình trạng thái rời rạc là :

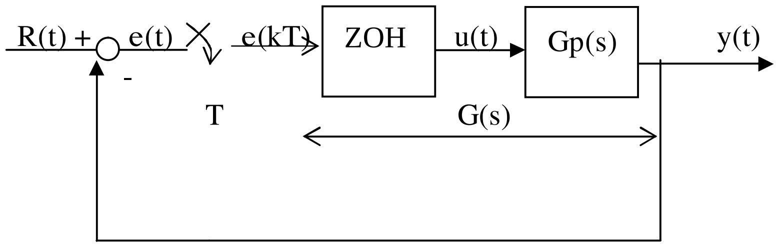
$$x(k+1)=\begin{bmatrix}1 & 0{,}09\\ 0 & 0{,}9\end{bmatrix}.x(k)+\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}.u(k)$$

$$y(k)=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}.x(k)$$

với $x(k+1)=\begin{bmatrix}x_1(k+1)\\ x_2(k+1)\end{bmatrix}, x(k)=\begin{bmatrix}x_1(k)\\ x_2(k)\end{bmatrix}$

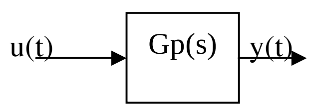
***Thành lập phương trình trạng thái hệ rời rạc từ phương trình trạng thái hệ liên tục**

Phương pháp này chỉ áp dụng được cho hệ thống điều khiển rời rạc vòng kín như sau



Hình 7.15 : Hệ thống điều khiển rời rạc vòng kín

1/Lập phương trình trạng thái của hệ liên tục



$$\frac{dx(t)}{dt}=Ax(t)+Bu(t) \qquad (7\text{-}94)$$
$$y(t)=Cx(t)$$

2/Tìm ma trận quá độ của hệ liên tục

$$f(t)=L^{-1}[f(s)];f(s)=(sI-A)^{-1} \qquad (7\text{-}95)$$

3/Rời rạc hóa phương trình trạng thái ở bước 1, ta được :

$$\begin{cases}x[(k+1)T]=A_d x(kT)+B_d u(kT)\\ y(kT)=C_d x(kT)\end{cases} \quad (7\text{-}96) \text{ và } (7\text{-}97)$$

trong đó :

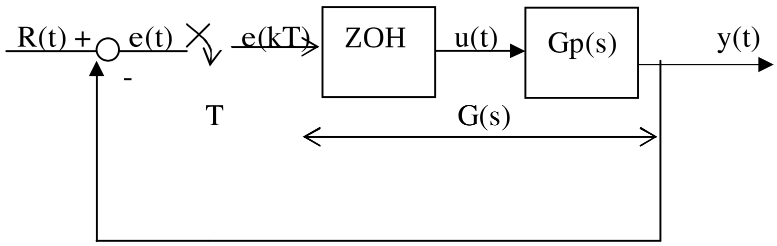
$$\begin{cases}A_d=f(T)\\ B_d=\int_0^T f(t)Bdt \qquad (7\text{-}98)\\ C_d=C\end{cases}$$

4/Hệ phương trình biến trạng thái rời rạc với tín hiệu vào r(kT) là

$$\begin{cases}x[(k+1)T]=[A_d-B_dC_d]x(kT)+B_d r(kT)\\ y(kT)=C_d x(kT)\end{cases} \quad (7\text{-}99) \text{ và } (7\text{-}100)$$

với e(kT)=r(kT)-y(kT)= r(kT)-C_dx(kT)

Thí dụ 7.16: Tìm phương trình trạng thái rời rạc của hệ thống sau:



Hình 7.16

Chu kì lấy mẫu T=0,5 sec. $G_p(s) = \dfrac{5}{s(s+2)}; G_{ZOH}(s) = \dfrac{1-e^{-Ts}}{s}$

Giải :

7.5.5.Sơ đồ trạng thái của hệ thống rời rạc

Khi hệ được mô tả bằng phương trình sai phân hay phương trình trạng thái rời rạc thì sơ đồ trạng thái rời rạc có thể được xây dựng cho hệ. Một số hoạt động của máy tính số là nhân với hằng số, cộng một số biến và trì hoãn thời gian hay dịch. Sơ đồ trạng thái rời rạc có thể dùng để xác định hàm truyền cũng như hiện thực số của hệ thống. Mô tả toán học của những tính toán số cơ bản và biểu thức biến đổi z tương ứng như sau :

1. Nhân bởi một hằng số

$x_2(kT) = ax_1(kT)$ (7-101)

$X_2(z) = aX_1(z)$ (7-102)

2.Cộng :

$x_2(kT) = x_1(kT) + x_3(kT)$ (7-103)

$X_2(z) = X_1(z) + X_3(z)$ (7-104)

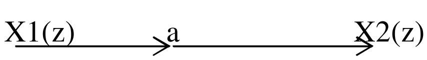
3.Dịch hay trì hoãn thời gian

$x_2(kT) = x_1(kT) + x_3(kT)$ (7-105)

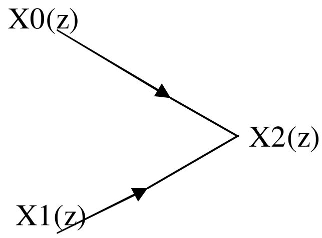
$X_2(z) = zX_1(z) - zx_1(0)$

$X_1(z) = z^{-1}X_2(z) + x_1(0)$ (7-106)

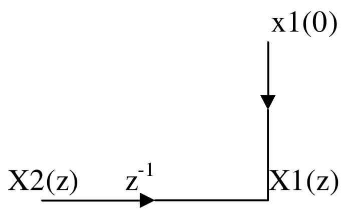
Sơ đồ trạng thái thể hiện các phép toán được minh họa ở hình 7.17



$X_2(z) = aX_1(z)$



$$X_2(z) = X_0(z) + X_1(z)$$



$$X_1(z) = z^{-1}X_2(z) + x_1(0)$$

Hình 7.17 : Các phần tử cơ bản của sơ đồ trạng thái rời rạc.

Thí dụ 7.17: Cho hệ thống rời rạc được mô tả bởi phương trình sai phân sau :
$y(k+2)+5y(k+1)+3y(k) = r(k+1)+2r(k)$ (7-107)
Xây dựng sơ đồ trạng thái rời rạc.

Một cách xây dựng sơ đồ trạng thái rời rạc cho hệ là dùng phương trình trạng thái. Trong trường hợp này, phương trình trạng thái đã được định nghĩa trong (7-93) . Bằng cách dùng nguyên lí giống nhau như sơ đồ trạng thái cho hệ liên tục, sơ đồ trạng thái rời rạc cho (7-93) minh họa ở hình 7.18. Đơn vị trì hoãn thời gian được dùng liên hệ x1(k+1) tới x2(k). Biến trạng thái được định nghĩa như là ngõ ra của đơn vị trì hoãn trong sơ đồ trạng thái.

Hình 7.18: Sơ đồ trạng thái rời rạc cho hệ mô tả bởi phương trình sai phân (7-107)

Phương trình chuyển trạng thái của hệ có thể đạt được trực tiếp từ sơ đồ trạng thái dùng công thức độ lợi SFG. Bằng cách xem X1(z) và X2(z) là nút ngõ ra và x1(0), x2(0) và R(z) là nút ngõ vào trong hình, phương trình chuyển trạng thái được viết là

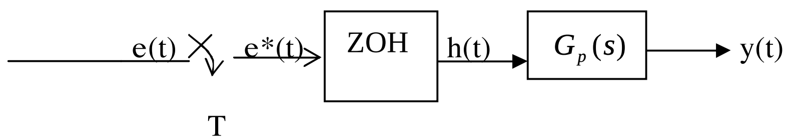
$$\begin{bmatrix} X_1(z) \\ X_2(z) \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta}\begin{bmatrix} 1+5z^{-1} & z^{-1} \\ -3z^{-1} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} + \frac{1}{\Delta}\begin{bmatrix} z^{-1}(1+5z^{-1}) & -3z^{-2} \\ -3z^{-1} & -3z^{-2} \end{bmatrix} R(z) \quad (7\text{-}108)$$

trong đó

$$\Delta = 1+5z^{-1}+3z^{-2} \qquad (7\text{-}109)$$

7.5.6.Sơ đồ trạng thái cho hệ lấy mẫu dữ liệu

Cho hệ lấy mẫu dữ liệu sau :



Hình 7.19: Hệ lấy mẫu dữ liệu

Xét ngõ vào khâu ZOH là e*(t) là một chuỗi xung, ngõ ra khâu ZOH là h(t). Vì ZOH chỉ giữ biên độ xung vào tại khoảng lấy mẫu cho tới khi có xung kế tiếp nên tín hiệu h(t) là chuỗi các bước. Quan hệ vào ra ở miền Laplace là

$$H(s) = \frac{1-e^{-Ts}}{s}E^*(s) \quad (7\text{-}110)$$

trong miền thời gian, quan hệ là

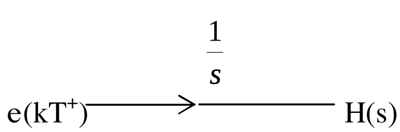
$$h(t)=e(kT^+) \quad (7\text{-}111)$$

trong khoảng kT≤t≤(k+1)T

Trong kí hiệu sơ đồ trạng thái chúng ta cần quan hệ giữa H(s) và $e(kT^+)$. Ta lấy biến đổi Laplace hai vế của (7-111) để có

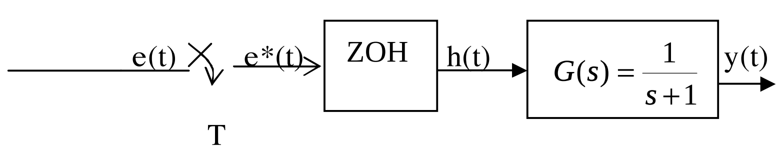
$$H(s) = \frac{E(kT^+)}{s} \quad \text{với } kT \le t \le (k+1)T$$

Thể hiện sơ đồ trạng thái của khâu ZOH được cho ở hình 7.20.



Hình 7.20: Thể hiện sơ đồ trạng thái của khâu ZOH.

Thí dụ 7.18: Cho hệ lấy mẫu dữ liệu sau



Hình 7.21: Hệ lấy mẫu dữ liệu

Xây dựng sơ đồ trạng thái của hệ.

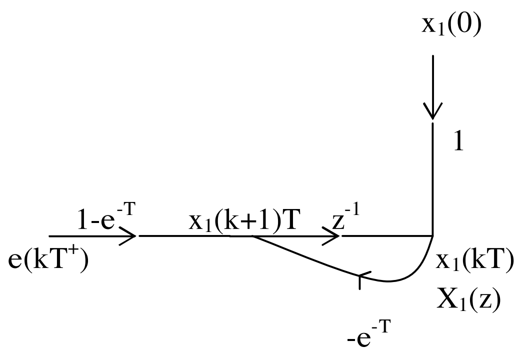
Trước tiên biến đổi Laplace của ngõ ra hệ thống được viết dưới dạng ngõ vào khâu ZOH

$$Y(s) = \frac{1-e^{-Ts}}{s}\frac{1}{s+1}E^*(s)$$

Lấy biến đổi z hai vế phương trình trên ta được

$$Y(z) = \frac{1-e^{-T}}{z-e^{-T}}E(z) \quad (7\text{-}112)$$

Hình vẽ 7.22 cho thấy sơ đồ trạng thái của (7-112).



Hình 7.22: Sơ đồ trạng thái rời rạc của hệ trong hình 7.21

Phương trình động rời rạc của hệ thống được viết trực tiếp từ sơ đồ trạng thái.

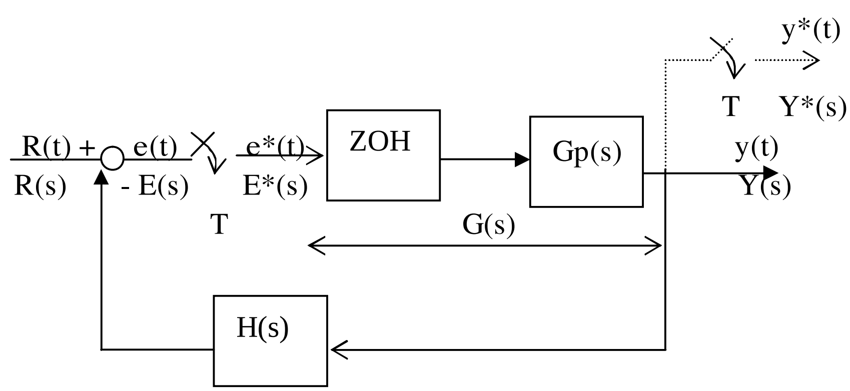
$$x_1[(k+1)T] = -e^{-T}x_1(kT) + (1-e^{-T})e(kT^+) \quad (7\text{-}113)$$

$$y(kT) = x_1(kT) \qquad (7\text{-}114)$$

7.6. Đáp ứng thời gian của HTĐKRR

Đáp ứng quá độ của hệ rời rạc

Cho sơ đồ khối hệ thống điều khiển rời rạc sau:



Hình 7.23: Hệ thống điều khiển rời rạc vòng kín

Hàm truyền hệ hở: $G(z) = G_{ZOH}G_p(z) = Z\{G_{ZOH}(s)G_p(s)\}$

Hàm truyền của hệ thống kín là:

$$G_k(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1+GH(z)} \quad (7\text{-}115)$$

trong đó GH(z) là hàm truyền z của G(s)H(s). Với ngõ vào r(t)=1(t) ngõ ra là h(t) : đáp ứng quá độ (đáp ứng hàm nấc đơn vị).
Vì R(z) được cho R(z)=z/(z-1), ngõ ra y(kT) có thể được xác định bằng hai cách sau:
1. Lấy biến đổi z ngược của Y(z) sử dụng bảng biến đổi z.
2. Mở rộng Y(z) thành chuỗi lũy thừa của z^{-k}.
Biến đổi z của ngõ ra được định nghĩa:

$$Y(z)=\sum_{k=0}^{\infty} y(kT)z^{-k} \qquad (7\text{-}116)$$

Thí dụ 7.19: Xét hệ thống điều khiển rời rạc ở hình , có hàm truyền đối tượng là:

$$G_p(s)=\frac{65250}{s(s+361{,}2)} \quad \text{với } K=14{,}5$$

Hàm truyền nhánh thẳng của hệ rời rạc là:

$$G_{ZOH}G_p(z)=Z[G_{ZOH}G_p(s)]=(1-z^{-1})Z\left[\frac{G_p(s)}{s}\right]$$

với chu kì lấy mẫu T=0,001 sec hàm truyền z hệ hở là:

$$G_{ZOH}G_p(z)=Z[G_{ZOH}G_p(s)]=\frac{0{,}029z+0{,}0257}{z^2-1{,}697z+0{,}697}$$

Hàm truyền hệ thống vòng kín là:

$$G_k(z)=\frac{Y(z)}{R(z)}=\frac{G_{ZOH}G_p(z)}{1+G_{ZOH}G_p(z)}=\frac{0{,}029z+0{,}0257}{z^2-1{,}668z+0{,}7226}$$

trong Y(z) và R(z) là biến đổi z của ngõ ra và ngõ vào. Vì R(z)=z/(z-1). Hàm truyền ngõ ra Y(z) trở thành:

$$Y(z)=\frac{z(0{,}029z+0{,}0257)}{(z-1)(z^2-1{,}668z+0{,}7226)}$$

Chuỗi ngõ ra y(kT) có thể xác định bằng cách chia đa thức tử số của Y(z) cho đa thức mẫu số để đạt được chuỗi lũy thừa theo z^{-i}. Với K=14,5, đáp ứng nấc của hệ rời rạc như hình vẽ. Với chu kì lấy mẫu nhỏ đáp ứng ngõ ra của hệ rời rạc và hệ liên tục là giống nhau. Giá trị cực đại của y(kT) là 1,0731 hay phần trăm vọt lố cực đại là 7,31%.

7.7. Ổn định của hệ thống rời rạc

7.7.1.Ổn định BIBO:

Cho u(kT), y(kT) và g(kT) là ngõ vào, ngõ ra và chuỗi xung của hệ thống điều khiển rời rạc tuyến tính bất biến thời gian . Với điều kiện đầu zero, hệ thống được gọi là ổn định BIBO hay ổn định nếu chuỗi ngõ ra y(kT) bị chặn tới ngõ vào bị chặn u(kT). Hệ thống là ổn định BIBO khi điều kiện sau phải thỏa mãn:

$$\sum_{k=0}^{\infty}|g(kT)|<\infty \qquad (7\text{-}117)$$

7.7.2.Ổn định ngõ vào zero:

Đối với ổn định ngõ vào zero, chuỗi ngõ ra của hệ phải thỏa mãn điều kiện sau:
1. $|y(kT)|\le M<\infty$ (7-118)

2. $\lim_{k\to\infty}|y(kT)| = 0$ (7-119)

Ổn định ngõ vào zero còn được gọi là ổn định tiệm can.

7.7.3.Kiểm tra ổn định của hệ rời rạc:

Việc kiểm tra ổn định của hệ thống điều khiển rời rạc tuyến tính là bài toán cơ bản kiểm tra xem tất cả nghiệm của phương trình đặc trưng có nằm bên trong vòng tròn đơn vị |z|=1 hay không. Tiêu chuẩn Nyquist, quỹ đạo nghiệm số, biểu đồ Bode, nguồn gốc áp dụng cho hệ liên tục, có thể mở rộng để xét ổn định hệ rời rạc. Ngoại trừ tiêu chuẩn Routh-Hurwitz, nguồn gốc giới hạn chỉ trên trục ảo của mặt phẳng s như là biên giới ổn định, chỉ áp dụng cho hệ liên tục.

Phương pháp chuyển đổi song tuyến:

Chúng ta có thể áp dụng tiêu chuẩn Routh-Hurwitz cho hệ rời rạc nếu ta tìm ra phép biến đổi mà chuyển vòng tròn đơn vị trong mặt phẳng z vào thành trục ảo của mặt phức khác. Ta không thể dùng quan hệ biến đổi z: z=exp(Ts) hay s=(ln z)/T vì nó biến đổi phương trình đại số trong z thành phương trình phi tuyến trongs, và tiêu chuẩn Routh không thể áp dụng. Có nhiều dạng biến đổi song tuyến:

$$z = \frac{ar+b}{cr+d} \qquad (7\text{-}120)$$

trong đó a, b, c, d là hằng số thực và r là biến phức, sẽ chuyển vòng tròn đơn vị trong mặt phẳng z thành đường thẳng của mặt phẳng r. Một chuyển đổi như vậy chuyển bên trong vòng tròn đơn vị ở mặt phẳng z thành nửa trái của mặt phẳng r là:

$$z = \frac{1+r}{1-r} \qquad (7\text{-}121)$$

được gọi là biến đổi r.

Vì phương trình đặc tính trong z được chuyển sang miền r dùng (7-121), nên tiêu chuẩn Routh-Hurwitz cũng có thể áp dụng cho phương trình trong r.

Dạng (7-121) là đơn giản nhất cho chuyển đổi bằng tay phương trình F(z) vào phương trình trong r. Một biến đổi khác hay dùng trong thiết kế hệ thống điều rời rạc trong miền tần số là biến đổi :

$$z = \frac{(2/T)+w}{(2/T)-w} \qquad (7\text{-}122)$$

hay $w = \dfrac{2}{T}\dfrac{z-1}{z+1}$ (7-123)

và được gọi là biến đổi w. Chú ý là biến đổi w thành biến đổi r khi T=2. Thuận lợi của biến đổi w so với biến đổi r là trục ảo của mặt phẳng w giống như trong mặt phẳng s.

Chứng minh: ta thay

$$z = e^{jvT} = \cos vT + j\sin vT \qquad (7\text{-}124)$$

vào phương trình (7-123) và ta được:

$$w = \frac{2}{T}\frac{\cos vT + j\sin vT - 1}{\cos vT + j\sin vT + 1} \qquad (7\text{-}125)$$

tỉ lệ hóa phương trình cuối và rút gọn, ta có:

$$w = jv_w = j\frac{2}{T}\tan\frac{vT}{2} \qquad (7\text{-}126)$$

Như vậy vòng tròn đơn vị trong mặt phẳng z được ánh xạ thành trục ảo $w = jv_w$ trong mặt phẳng w. Quan hệ giữa ωw và ω, tần sô thực, là:

$$v_w = \frac{2}{T}\tan\frac{vT}{2} = \frac{v_s}{p}\tan\frac{pv}{v_s} \qquad (7\text{-}127)$$

trong đó ω_s là tần số lấy mẫu (rad/sec). Tương quan giữa ω_w và ω là chúng cùng tiến từ 0 ra ∞ ở cùng thời điểm.. Đối với tiêu chuẩn Routh-Hurwitz, biến đổi w khó sử dụng hơn, đặc biệt khi chu kì lấy mẫu T xuất hiện trong (7-123). Tuy nhiên chương trình máy tính có thể dùng cho biến đổi w, khó khăn được khắc phục và không đáng kể.

Xét ổn định dùng tiêu chuẩn Routh-Hurwitz với biến đổi r:

Thí dụ 7.20: Xem xét phương trình đặc tính của hệ thống điều khiển rời rạc:

$$z^3 + 5{,}94z^2 + 7{,}7z - 0{,}368 = 0 \qquad (7\text{-}128)$$

Thay (7-121) vào phương trình cuối và đơn giản, ta có:

$$3{,}128r^3 - 11{,}74r^2 + 2{,}344r + 14{,}27 = 0 \qquad (7\text{-}129)$$

Lập bảng Routh của phương trình cuối:

	R3	3,128	2,344
Đổi dấu			
	R2	-11,74	14,27
Đổi dấu			
	R1	6,146	0
	R0	14,27	

Có hai lần đổi dấu ở coat đầu tiên Bảng Routh , phương trình (7-129) có hai nghiệm nằm ở nửa phải mặt phẳng r. Tương ứng phương trình (7-128) có hai nghiệm nằm ngoài vòng tròn đơn vị. Như vậy hệ không ổn định.

Kết quả kiểm tra : z=-2; z=-3,984;z=0,0461 trong mặt phẳng z.

R=3;r=1,67;r=-0,9117 trong mặt phẳng r.

Kiểm tra ổn định trực tiếp:

Tiêu chuẩn Jury

Có những kiểm tra ổn định áp dụng trực tiếp vào phương trình đặc tính trong z với tham chiếu vòng tròn đơn vị trong mặt phẳng z. Một phương pháp đầu tiên cho điều kiện cần và đủ để nghiệm phương trình đặc tính nằm trong vòng tròn đơn vị là tiêu chuẩn Schur-Cohn. Một phương pháp đơn giản hơn được dẫn ra bởi Jury và Blanchard và được gọi là tiêu chuẩn ổn định Jury. R. H. Raible đưa ra một dạng thay thế của kiểm tra ổn định Jury. Thật không may, các kiểm tra giải tích tất cả trở nên rất phức tạp với phương trình có bậc cao hơn 2, đặc biệt khi phương trình có tham số chưa biết. Vì vậy không có lí do gì sử dụng bất kì kiểm tra này nếu các hệ số của phương trình là đã biết, vì chúng ta có thể dùng chương trình tìm nghiệm trên máy tính. Khi phương trình đặc tính có ít nhất một tham số chưa biết thì phương pháp chuyển đổi song tuyến là phương pháp bằng tay tốt nhất để xác định ổn định của hệ thống điều khiển rời rạc tuyến tính. Tuy nhiên cũng rất có ích giới thiệu điều kiện cần ổn định có thể kiểm tra bằng điều tra.

Xét phương trình đặc tính của hệ rời rạc tuyến tính bất biến theo thời gian:

$F(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + ... + a_1 z + a_0 = 0$ (7-130)

trong đó` các hệ số là thực. Trong tất cả điều kiện được cung cấp trong kiểm tra Jury, điều kiện cần sau đây phải được thỏa mãn để F(z) không có nghiệm nằm trên hay bên ngoài vòng tròn đơn vị.

F(1)>0
F(-1)>0 nếu n=số chẵn
F(-1)<0 nếu n là số lẻ (7-131)
$|a_0| < a_n$

Nếu phương trình ở dạng (7-131) vi phạm một trong các điều kiện này, thì không phải tất cả nghiệm là nằm bên trong vòng tròn đơn vị và hệ thống không ổn định. Rõ ràng điều kiện cần có thể kiểm tra dễ dàng bằng điều tra.

Thí dụ 7.21: Xét phương trình

$F(z) = z^3 + z^2 + 0{,}5z + 0{,}25 = 0$

Áp dụng điều kiện (7-131), ta có

F(1)=2,75>0 và F(-1)=-0,25<0 với n=3 số lẻ

$|a_0| = 0{,}25 < a_3 = 1$

Như vậy các điều kiện trong (7-131) đều thỏa mãn, nhưng không thể nói gì về ổn định của hệ thống.

Thí dụ 7.22: Xét phương trình

$F(z) = z^3 + z^2 + 0{,}5z + 1{,}25 = 0$

Điều kiện là

F(1)=3,75>0 và F(-1)=0,75>0 với n=3 số lẻ

$|a_0| = 1{,}25 > a_3 = 1$

Vì với n lẻ F(-1) phải âm nên phương trình đặc tính có ít nhất một nghiệm nằm ngoài vòng tròn đơn vị. Điều kiện về trị tuyệt đối của a0 không thỏa.

Hệ bậc hai:

Điều kiện (7-131) trở thành điều kiện cần và đủ khi hệ là bậc hai. Nghĩa là điều kiện cần và đủ cho phương trình bậc hai

$F(z) = a_2 z^2 + a_1 z + a_0 = 0$ (7-132)

không có nghiệm nằm trên hay bên ngoài vòng tròn đơn vị là

F(1)>0
F(-1)>0 nếu n=số chẵn (7-133)
$|a_0| < a_2$

Thí dụ 7.23: Xét phương trình

$F(z) = z^2 + z + 0{,}25 = 0$

Áp dụng điều kiện (7-133), ta có

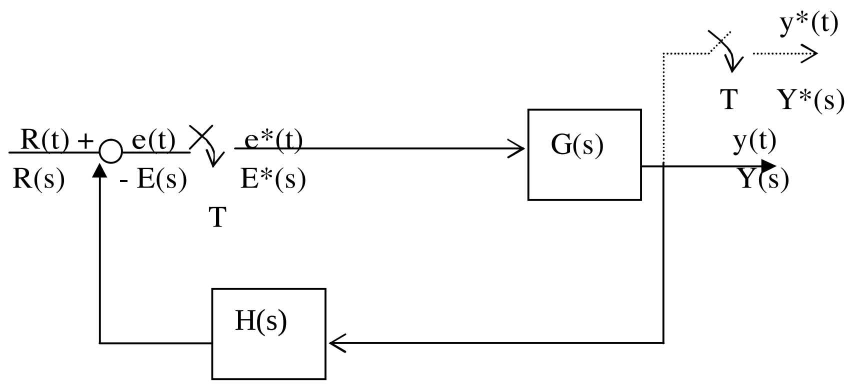
F(1)=2,25>0 F(-1)=0,25>0 với n=2 chẵn

$|a_0| = 0{,}25 < a_2 = 1$

Như vậy điều kiện trong phương trình (7-133) thỏa mãn. Có hai nghiệm của phương trình đặc trưng nằm bên trong vòng tròn đơn vị và hệ thống ổn định.

7.8. Quỹ đạo nghiệm số

Kỹ thuật quỹ đạo nghiệm số có thể áp dụng cho hệ rời rạc mà không có sự phức tạp nào. Với hàm truyền biến đổi z, quỹ đa nghiệm cho hệ rời rạc được vẽ trong mặt phẳng z thay cho mặt phẳng s. Chúng ta hãy xem hệ thống điều khiển rời rạc ở hình



Hình 7.24 : Hệ thống điều khiển rời rạc vòng kín

Nghiệm phương trình đặc tính của hệ thỏa mãn phương trình sau:

$1+GH^*(s)=0$ (7-134)

trong mặt phẳng s, hay

$1+GH(z)=0$ (7-135)

$1+K\dfrac{N(z)}{D(z)}=0$ (*)

Đặt $G_0(z)=K\dfrac{N(z)}{D(z)}$

trong mặt phẳng z.

Bài toán quỹ đạo nghiệm cho hệ rời rạc là đơn giản nếu quỹ đạo nghiệm được xy dựng trong mặt phẳng z dùng phương trình (7-135). Vì (7-135) là hàm tỉ lệ theo z với hệ số hằng, các cực và zero là hữu hạn số lượng, và số nhánh quỹ đạo nghiệm là hữu hạn. Thủ tục xây dựng giống nhau cho hệ liên tục được áp dụng trực tiếp cho hệ thống rời rạc trong mặt phẳng z. Thí dụ sau minh họa xây dựng quỹ đạo nghiệm cho hệ thống điều khiển rời rạc trong mặt phẳng z.

Sau đây là 11 quy tắc vẽ quỹ đạo nghiệm số của hệ thống có phương trình đặc tính có dạng (4-13):

Quy tắc 1: Số nhánh của quỹ đạo nghiệm số = số bậc của phương trình đặc tính =số bậc của G0(z)=n.

Quy tắc 2: Khi K=0: các nhánh của quỹ đạo nghiệm số xuất phát từ các cực của G0(z).

Khi K tiến đến +∞: m nhánh của quỹ đạo nghiệm số tiến đến m zero của G0(z), n-m nhánh còn lại tiến đến ∞ theo các tiệm cận xác định bởi quy tắc 5 và 6.

Quy tắc 3: Quỹ đạo nghiệm số đối xứng qua trục thực.

Quy tắc 4: một điểm trên trục thực thuộc về quỹ đạo nghiệm số nếu tổng số cực và zero của G0(z) bên phải nó là một số lẻ.

Quy tắc 5: Góc tạo bởi đường tiệm cận của quỹ đạo nghiệm số với trục thực xác định bởi:

$$a = \frac{(2l+1)p}{n-m} \quad \text{với } l=0,\pm1,\pm2,...$$

Quy tắc 6: Giao điểm giữa các tiệm cận với trục thực là điểm A có toạ độ xác định bởi

$$OA = \frac{\sum cuc - \sum zero}{n-m} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i - \sum_{i=1}^{m} z_i}{n-m}$$

pi và zi là các cực và zero của G0(z).

Quy tắc 7: Điểm tách nhập (nếu có) của quỹ đạo nghiệm số nằm trên trục thực và là nghiệm của phương trình: $\frac{dK}{dz} = 0$

Quy tắc 8: Giao điểm của quỹ đạo nghiệm số với trục ảo có thể xác định bằng một trong hai cách sau đây.

-Áp dụng tiêu chuẩn Routh-Hurwitz mở rộng.

-Thay z=a+jb (điều kiện $a^2+b^2=1$) vào phương trình đặc tính (*), cân bằng phần thực và phần ảo sẽ tìm được giao điểm với đường tròn đơn vị và giá trị K_{gh}.

Quy tắc 9: Góc xuất phát của quỹ đạo nghiệm số tại cực phức pj được xác định bởi

$$q_j = 180^o + \sum_{i=1}^{m} \arg(p_j - z_i) - \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq j}}^{n} \arg(p_j - p_i)$$

Dạng hình học của công thức trên là:

θj=180°+(Σ góc từ các zero đến cực pj)-(Σ góc từ các cực còn lại đến cực pj).

Quy tắc 10: Tổng các nghiệm là hằng số khi K thay đổi từ 0-->+∞.

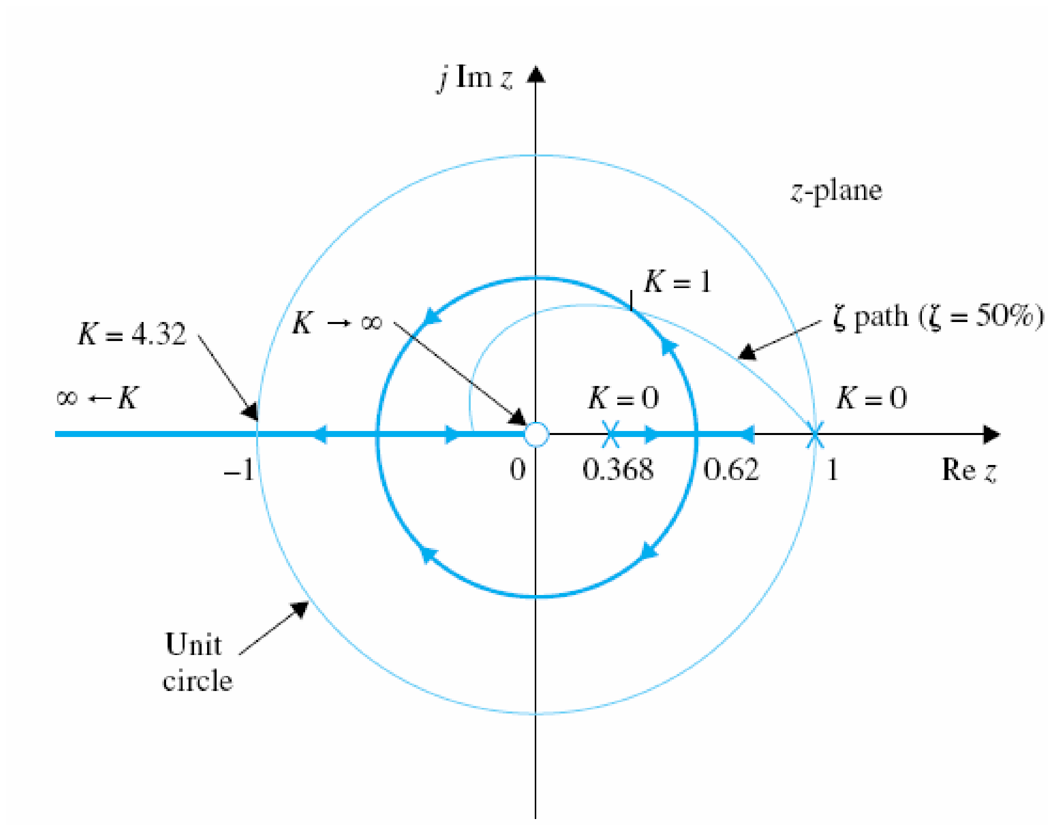
Quy tắc 11: Hệ số khuếch đại dọc theo quỹ đạo nghiệm số có thể xác định từ điều kiện biên độ

$$\left| K\frac{N(z)}{D(z)} \right| = 1$$

Thí dụ 7.24: Xét hệ thống điều khiển rời rạc ở hình có hàm truyền vòng hở trong miền z là

$$GH(z) = \frac{0{,}632Kz}{(z-1)(z-0{,}368)}$$

Quỹ đạo nghiệm của phương trình đặc trưng vòng kín được xây dựng dựa trên cấu trúc cực –zero của GH(z) như hình vẽ. Chú ý là khi K vượt quá 4,32 thì một trong hai nghiệm sẽ di chuyển ra ngoài vòng tròn đơn vị và hệ thống trở nên không ổn định. Đường hệ số suy giảm hằng số có thể suy luận trên quỹ đạo nghiệm để xác định giá trị K cho tỉ lệ suy giảm cụ thể. Trong hình vẽ đường tỉ số suy giảm hằng số cho ξ=0,5 được vẽ ra và phần giao với quỹ đạo nghiệm cho giá trị mong muốn K=1.



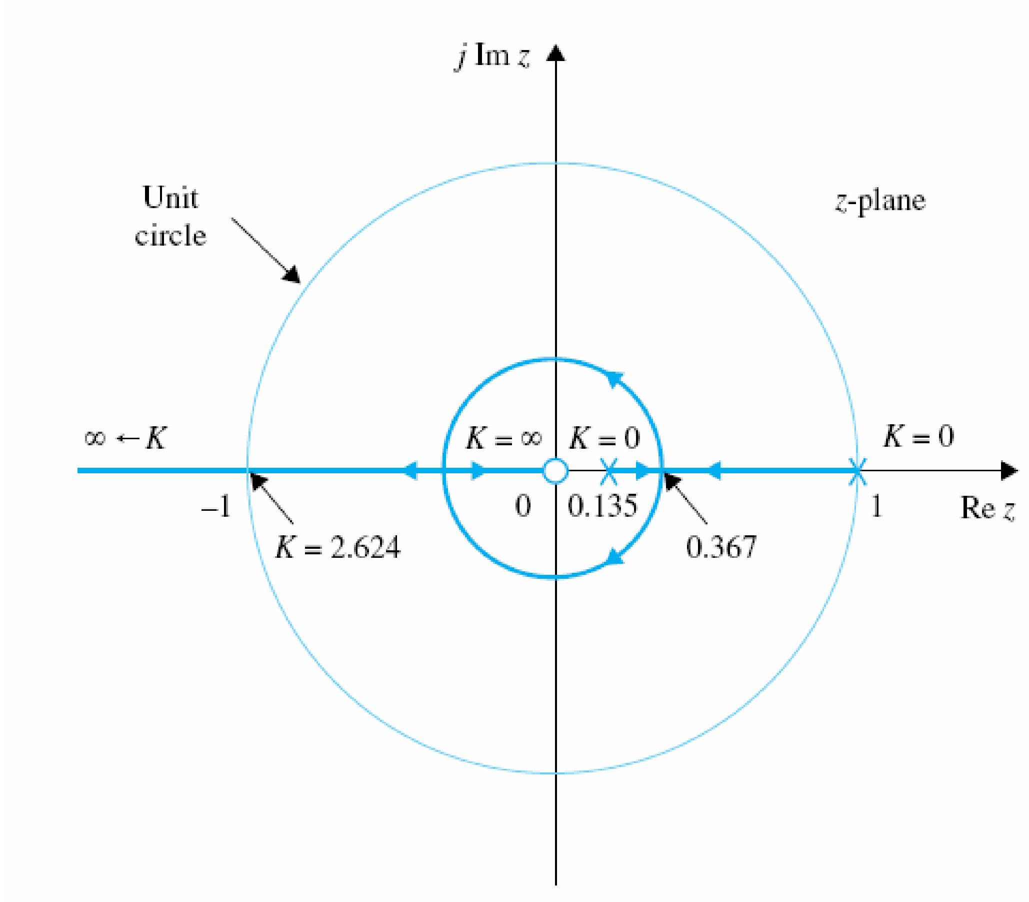
Hình 7.25: Quỹ đạo nghiệm của hệ thống điều khiển rời rạc không có khâu ZOH.

$$G(s)H(s)=\frac{K}{s(s+1)};T=1\sec$$

Với cùng hệ thống như vậy, nếu tăng chu kì lấy mẫu lên 2 sec thì hàm truyền vòng hở trở thành

$$GH(z)=\frac{0{,}865Kz}{(z-1)(z-0{,}135)}$$

Quỹ đạo nghiệm trong trường hợp này được cho ở hình vẽ 7.26



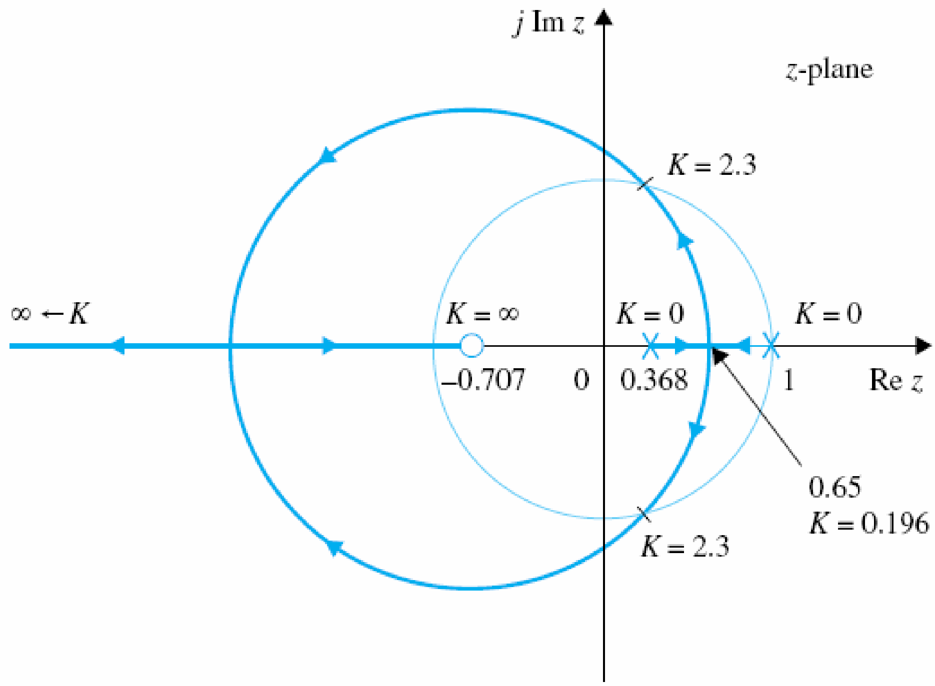
Hình 7.26: Quỹ đạo nghiệm của hệ thống điều khiển rời rạc không có khâu ZOH.

$$G(s)H(s) = \frac{K}{s(s+1)}; T = 2\sec$$

Kế tiếp chúng ta xét khâu ZOH được chèn vào giữa bộ lấy mẫu và đối tượng G(s) trong hình 7.24. Hàm truyền vòng hở của hệ với khâu ZOH là

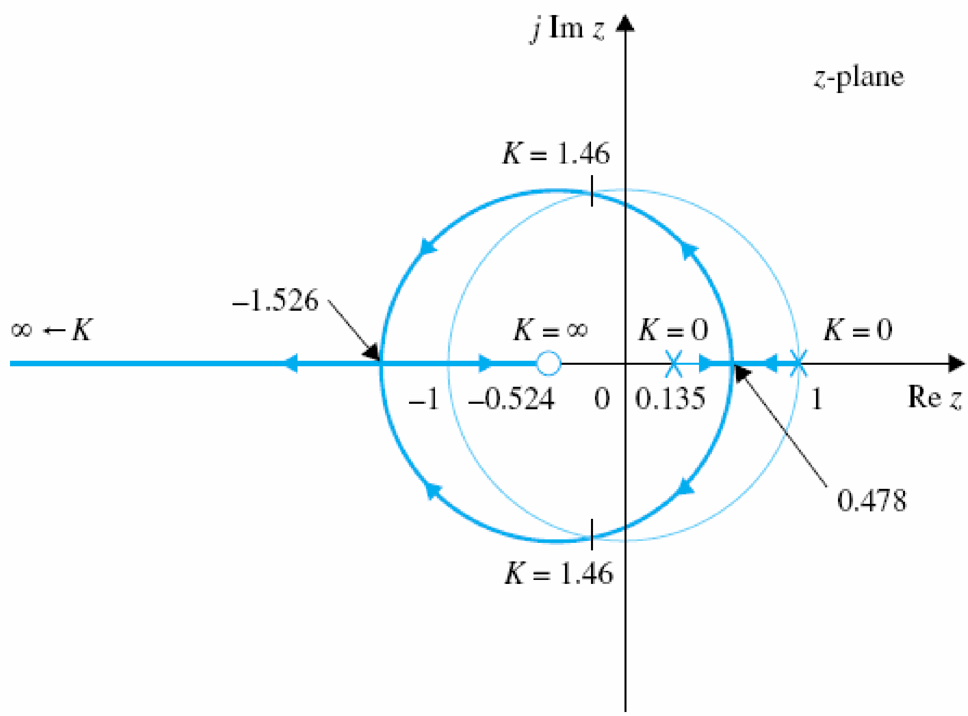
$$GH(z) = \frac{K[(T-1+e^{-T})z - Te^{-T} + 1 - e^{-T}]}{(z-1)(z-e^{-T})}$$

Quỹ đạo nghiệm của hệ có khâu ZOH cho T=1 sec và 2 sec được minh họa ở hình 7.27 (a) và (b) tương ứng.



(a) Root loci for $T = 1$ second

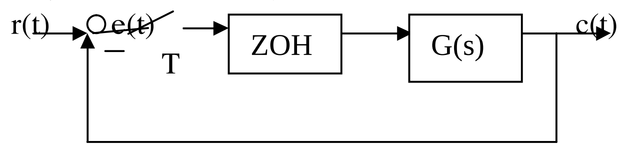
(a)T= 1 sec



(b) Root loci for $T = 2$ seconds

Hình 7.27: Quỹ đạo nghiệm của hệ có khâu ZOH cho T=1 sec và 2 sec được minh họa ở hình (a) và (b) tương ứng.

Thí dụ: 25.Cho hệ rời rạc có sơ đồ :



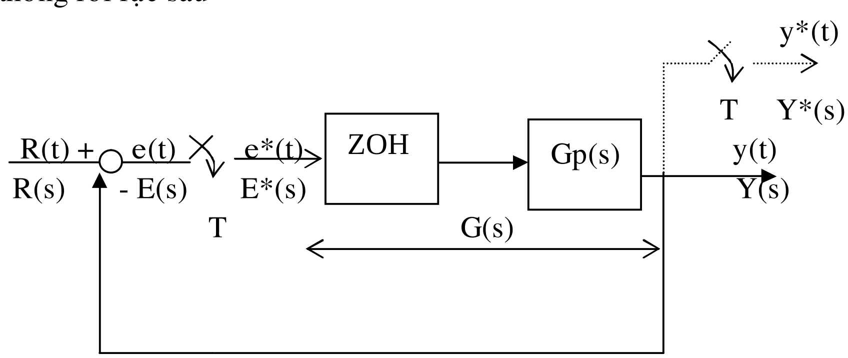
Hàm truyền đối tượng $G(s)=\dfrac{K}{s(s+5)}$, $G_{ZOH}(s)=\dfrac{1-e^{-sT}}{s}$

a)Cho chu kì lấy mẫu T=0,1 sec . Vẽ quỹ đạo nghiệm số và tính K_{gh}.

Giải :

7.9. Phân tích sai số xác lập của hệ thống điều khiển dữ liệu rời rạc.

Cho hệ thống rời rạc sau



Hệ hồi tiếp âm đơn vị , cho H(s)=1

Trong đó r(t) là ngõ vào, y(t) là ngõ ra. Tín hiệu sai số được thể hiện bởi e*(t) hay e(kT).

E(t)=r(t)-y(t)

$e^*(t)=r^*(t)-y^*(t)$

hay

$e(kT)=r(kT)-y(kT)$

$$E(z)=\frac{R(z)}{1+G_{zoh}G_p(z)}$$

Sai số xác lập tại thời điểm lấy mẫu là

$e^*_{xl}=\lim_{t\to\infty}e^*(t)=\lim_{k\to\infty}e(kT)$

Dùng định lí giá trị cuối của biến đổi z, sai số xác lập là:

$e^*_{xl}=\lim_{k\to\infty}e(kT)=\lim_{z\to1}(1-z^{-1})E(z)$

Thế thì

$$e^*_{xl}=\lim_{k\to\infty}e(kT)=\lim_{z\to1}(1-z^{-1})E(z)=\lim_{z\to1}(1-z^{-1})\frac{R(z)}{1+G_{ZOH}G_p(z)}$$

với ngõ vào hàm nấc r(t)=1(t) , suy ra $R(z)=\dfrac{z}{z-1}$

$$e_{xl}^* = \lim_{z\to 1}\frac{1}{1+G_{ZOH}G_p(z)} = \frac{1}{1+\lim_{z\to 1}G_{ZOH}G_p(z)}$$

Hằng số sai số nấc (step-error constant) hay hệ số vị trí được định nghĩa là

$$K_p^* = \lim_{z\to 1}G_{ZOH}G_p(z)$$

và sai số xác lập là

$$e_{xl}^* = \frac{1}{1+K_p^*}$$

với ngõ vào hàm dốc r(t)=t.1(t) , suy ra $R(z) = \dfrac{Tz}{(z-1)^2}$

$$e_{xl}^* = \lim_{z\to 1}\frac{T}{(z-1)(1+G_{ZOH}G_p(z))} = \frac{1}{\lim_{z\to 1}\dfrac{z-1}{T}G_{ZOH}G_p(z)}$$

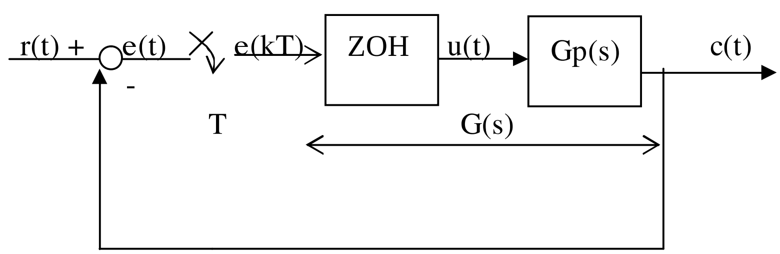
Hằng số sai số dốc (ramp-error constant) hay hệ số vận tốc được định nghĩa là

$$K_v^* = \frac{1}{T}\lim_{z\to 1}[(z-1)G_{ZOH}G_p(z)]$$

và sai số xác lập là

$$e_{xl}^* = \frac{1}{K_v^*}$$

Thí dụ 7.25: Cho hệ thống điều khiển rời rạc có sơ đồ khối như hình 7.28



Hình 7.28

Chu kì lấy mẫu T=0,1 sec. $G_p(s) = \dfrac{K}{(s+a)(s+b)}; G_{ZOH}(s) = \dfrac{1-e^{-Ts}}{s}$

$(K = 10, a = 2, b = 3)$

1.Tìm hàm truyền kín $G_k(z)$.

2.Tìm đáp ứng của hệ đối với tín hiệu vào là hàm nấc đơn vị, độ vọt lố, sai số xác lập.

Giải :

1. $G_k(z) = \dfrac{0{,}042z + 0{,}036}{z^2 - 1{,}518z + 0{,}643}$

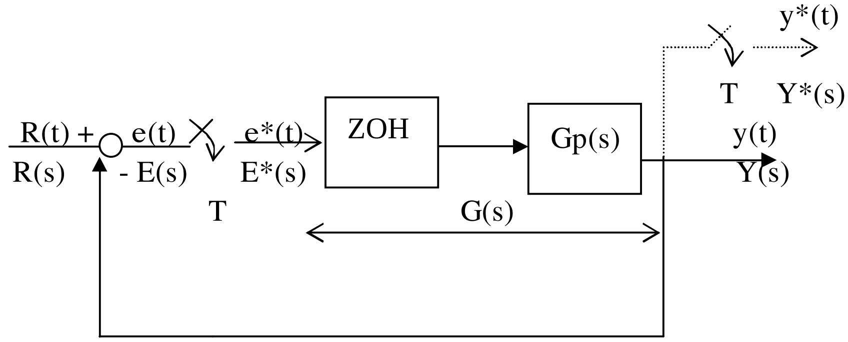
2.c(k)={0 ;0,042 ;0,106 ;0,212 ;0,332 ;0,446 ;0,542 ;0,614 ;...

0,662 ;0,706 ;0,743 ;0,772 ;0,94 ;0,809 ;0,819 ;0,825 ;...
0,828 ;0,828 ;0,827 ;0,825 ;...}

cxl=0,624
POT=32,69%
Exl=0,376

7.10. Phân tích miền tần số của hệ thống điều khiển dữ liệu rời rạc :

Cho sơ đồ khối hệ thống điều khiển rời rạc sau :



Hình 7.29: Hệ thống điều khiển rời rạc vòng kín

Hàm truyền hệ hở: $G(z) = G_{ZOH}G_p(z) = Z\{G_{ZOH}(s)G_p(s)\}$

Hàm truyền của hệ thống kín là:

$$G_k(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1+G(z)} \qquad (7\text{-}136)$$

trong đó G(z) là hàm truyền z của G(s).

Thay z = $e^{j\omega T}$ ta được biểu đồ miền tần số của G(z) và ω thay đổi từ 0 à ∞.

Biểu đồ Bode với biến đổi w:

Biến đổi w có thể được dùng để phân tích và thiết kế miền tần số. Biến đổi w là

$$z = \frac{(2/T)+w}{(2/T)-w} \qquad (7\text{-}137)$$

trong miền tần số ta dùng

$$w = jv_w = j\frac{2}{T}\tan\frac{vT}{2} \qquad (7\text{-}138)$$

Thay vào G(z) ta được $G(jv_w)$ và xây dựng biểu đồ Bode.

Thí dụ 7.26: Xét hệ thống rời rạc ở hình 7.29. Vẽ biểu đồ bode cho hệ. Cho hàm truyền đối tượng liên tục là

$$G_p(s) = \frac{1{,}57}{s(s+1)}$$

Tần số lấy mẫu là ω_s= 4 rad/sec hay T=1,57 sec..

Xét hệ thống không có khâu ZOH do đó

$$G(z) = G_{ho}G_p(z) = \frac{1{,}243z}{(z-1)(s-0{,}208)}$$

Xét hệ thống có khâu ZOH do đó

$$G(z) = G_{ho}G_p(z) = \frac{1{,}2215z + 0{,}7306}{(z-1)(s-0{,}208)}$$

Đáp ứng tần số của hệ $G(z)=G_{ho}G_p(z)$ đạt được bằng cách thay $z = e^{j\omega T}$

Biểu đồ Bode với biến đổi w:

Biểu đồ Bode của hàm truyền nhánh hở có thể vẽ dùng biến đổi w ở (7-137). Đối với hệ có khâu ZOH, hàm truyềnh nhánh hở trong miền w là

$$G(w) = G_{ho}G_p(w) = \frac{1{,}57(1+0{,}504w)(1-1{,}0913w)}{w(1+1{,}197w)}$$

Với hệ không có khâu ZOH

$$G(w) = G_{ho}G_p(jw) = \frac{1-0{,}6163w^2}{w(1+1{,}978w)}$$

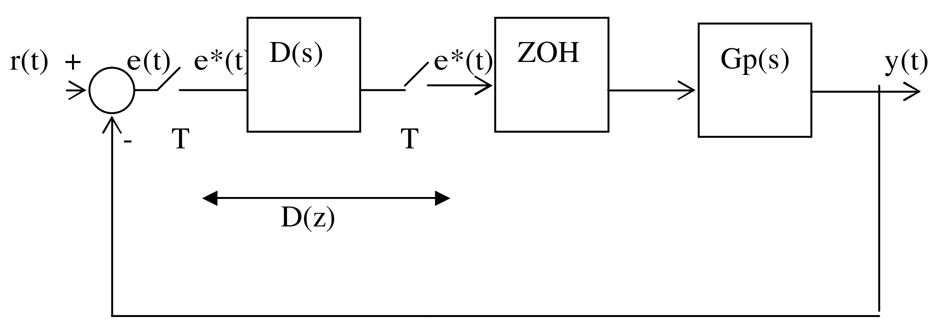
Thay $w=j\omega_w$ và vẽ biểu đồ bode trong miền w với ω_w trong (7-138).

Kết luận : khi z được thay bởi $e^{j\omega T}$ trong hàm truyền miền z hay nếu biến đổi w được sử dụng thì tất cả kỹ thuật phân tích miền tần số dùng cho hệ liên tục có thể áp dụng cho hệ thống điều khiển rời rạc.

7.11.Thiết kế hệ thống điều khiển rời rạc

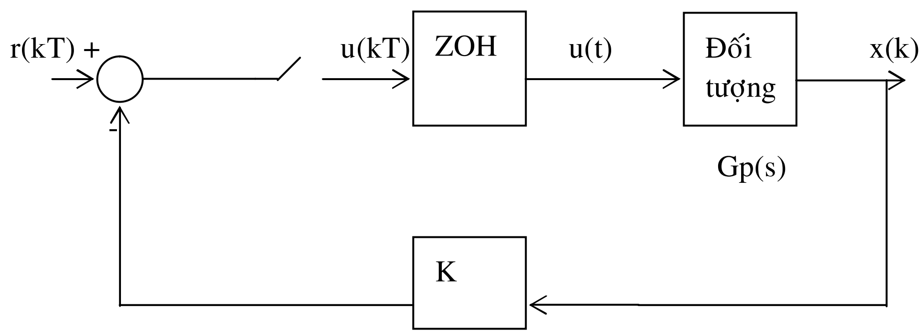
7.11.1.Giới thiệu:

Thiết kế hệ thống điều khiển rời rạc về nguyên tắc giống với thiết kế hệ thống điều khiển liên tục. Mục tiêu thiết kế là cơ bản xác định bộ điều khiển để mà hệ thống sẽ thực hiện tương ứng với chỉ tiêu mong muốn. Sơ đồ khối hệ thống điều khiển rời rạc như sau



Hình 7.30

Một sơ đồ điều khiển khác cũng được sử dụng là điều khiển hồi tiếp trạng thái:



Hình 7.31 : Hệ thống điều khiển số với hồi tiếp trạng thái

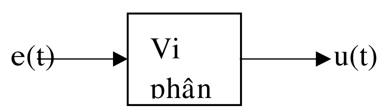
7.11.2.Hiện thực số của bộ điều khiển analog:

Bài toán thảo luận trong phần này có hai mặt: thứ nhất làm thế nào các bộ điều khiển PID, sớm pha, trễ pha và sớm trễ pha có thể được xấp xỉ bằng bộ điều khiển số. Thứ hai, bài toán hiện thực bộ điều khiển số bằng bộ vi xử lí số.

7.11.3. Hiện thực số bộ điều khiển PID (PID rời rạc): PID số

1/Khâu tỉ lệ : Gc(z)=Kp (7-139)

2/Khâu vi phân:



Khâu vi phân bậc 1 liên tục: $\dfrac{de(t)}{dt}$

Khâu vi phân bậc 1 rời rạc:

-Sai phân tới: $\dfrac{e_{k+1}-e_k}{T}$ (7-140)

-Sai phân lùi: $\dfrac{e_k-e_{k-1}}{T}$ (7-141)

-Sai phân giữa: $\dfrac{e_{k+1}-e_{k-1}}{2T}$ (7-142)

Nếu e_{k+1} dùng được, sai phân giữa (cuối cùng) cho xấp xỉ tốt nhất. Sai phân bậc hai để xấp xỉ có thể thực hiện như là sai phân bậc 1 của sai phân bậc 1.

Sai phân bậc 2: $\dfrac{e_{k+2}-2e_{k+1}+e_k}{T^2}$ (sai phân tới) (7-143)

$\dfrac{e_k-2e_{k-1}+e_{k-2}}{T^2}$ (sai phân lùi)

$\dfrac{e_{k+1}-2e_k+e_{k-1}}{T^2}$ (sai phân giữa)

Xấp xỉ cuối cùng có thể dẫn ra như sau:

$\dfrac{[(e_{k+1}-e_k)/T]+[(e_k-e_{k-1})/T]}{T}$

Xấp xỉ dùng luật sai phân lùi: dùng phổ biến nhất
Đạo hàm của hàm f(t) tại t=kT có thể xấp xỉ số bằng cách sử dụng giá trị f(t) tại t=kT và t=(k-1)T, nghĩa là

$$\left.\frac{df(t)}{dt}\right|_{t=kT} = \frac{1}{T}(f(kT) - f[(k-1)T])$$

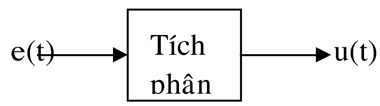
Lấy biến đổi z hai vế:

$$Z\left(\left.\frac{df(t)}{dt}\right|_{t=kT}\right) = \frac{1}{T}(1 - z^{-1})F(z) = \frac{z-1}{Tz}F(z)$$

Vậy hàm truyền z khâu vi phân:

$$G_D(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = K_D\frac{z-1}{Tz} \qquad (7\text{-}144)$$

3/Khâu tích phân:



Khâu tích phân bậc 1 liên tục: $u(t) = K_I\int_0^t e(t)dt$

Khâu tích phân rời rạc:

$$u(kT) = K_I\int_0^{kT} f(t)dt = K_I\int_0^{(k-1)T} f(t)dt + K_I\int_{(k-1)T}^{kT} f(t)dt$$

$$\Rightarrow u(kT) = u[(k-1)T] + K_I\int_{(k-1)T}^{kT} f(t)dt$$

Xét tích phân $\int_{(k-1)T}^{kT} f(t)dt$: có 3 cách tính

-Tích phân hình thang:

$$\int_{(k-1)T}^{kT} f(t)dt \approx \frac{T(f[(k-1)T] + f(kT))}{2} \qquad (7\text{-}145)$$

$$u(kT) = u[(k-1)T] + \frac{T}{2}\{f(kT) + f[(k-1)T]\}$$

Hàm truyền z khâu tích phân:

$$G_I(z) = K_I\frac{U(z)}{F(z)} = K_I\frac{T(z+1)}{2(z-1)} \qquad (7\text{-}146)$$

-Tích phân hình chữ nhật tới:

$$\int_{(k-1)T}^{kT} f(t)dt \approx Tf(kT) \qquad (7\text{-}147)$$

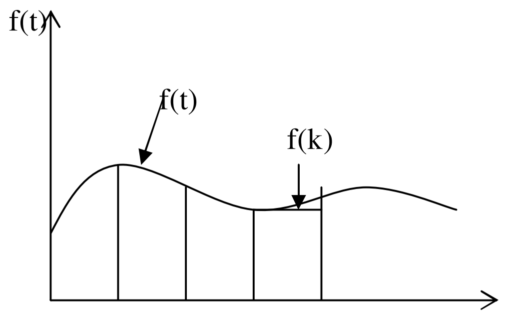
$$u(kT) = u[(k-1)T] + Tf(kT)$$

Hàm truyền z khâu tích phân:

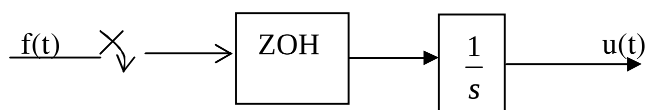
$$G_I(z) = K_I\frac{U(z)}{F(z)} = \frac{K_I Tz}{z-1} \qquad (7\text{-}148)$$

-Tích phân hình chữ nhật lùi:

Tích phân của hàm f(t) có thể xấp xỉ bằng vùng diện tích dưới cung chữ nhật. Xấp xỉ này tương đương hoạt động lấy mẫu và giữ (ZOH). Hình sau thể hiện sơ đồ khối tích phân chữ nhật.



a)



b)

Từ hình b) hàm truyền z của khâu tích phân số là

$$G_I(z) = \frac{U(z)}{F(z)} = K_I\left[\frac{1-e^{-Ts}}{s}.\frac{1}{s}\right] = \frac{K_I T}{z-1}$$

$$\int_{(k-1)T}^{kT} f(t)dt \approx Tf[(k-1)T] \qquad (7\text{-}149)$$

$$u(kT) = u[(k-1)T] + Tf[(k-1)T]$$

Hàm truyền z khâu tích phân:

$$G_I(z) = K_I\frac{U(z)}{F(z)} = \frac{K_I T}{z-1} \qquad (7\text{-}150)$$

Thường sử dụng phương pháp hình thang:

$$G_I(z) = K_I\frac{U(z)}{F(z)} = K_I\frac{T(z+1)}{2(z-1)} \qquad (7\text{-}151)$$

4/Điều khiển PID:

PID liên tục: $\frac{U(s)}{E(s)} = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D.s$ (7-152)

PID rời rạc :

Số hóa: $G_{PID} = K_p + K_D \frac{e_k - e_{k-1}}{T} + K_I \frac{[e_{k-1} + e_k]T}{2}$ (7-153)

Hay $\frac{U(z)}{E(z)} = K_P + \frac{K_I T}{2}\frac{z+1}{z-1} + .\frac{K_D}{T}\frac{z-1}{z}$ (tích phân hình thang, sai phân lùi cho vi phân).

Tích phân hình thang:

$$\frac{U(z)}{E(z)} = K_P + \frac{K_I}{\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}} + K_D.\frac{z-1}{Tz}$$

$$= \frac{z^2[K_P + \frac{K_I T}{2} + \frac{K_D}{T}] + z[\frac{K_I T}{2} - K_P - \frac{2K_D}{T}] + \frac{K_D}{T}}{z.(z-1)} \quad (7\text{-}154)$$

Tích phân hình chữ nhật tới:

$$\frac{U(z)}{E(z)} = K_P + \frac{K_I}{\frac{z-1}{Tz}} + K_D.\frac{z-1}{Tz}$$

$$= \frac{z^2[K_P + K_I T + \frac{K_D}{T}] - z[K_P + \frac{2K_D}{T}] + \frac{K_D}{T}}{z.(z-1)} \quad (7\text{-}155)$$

Tích phân hình chữ nhật lùi :

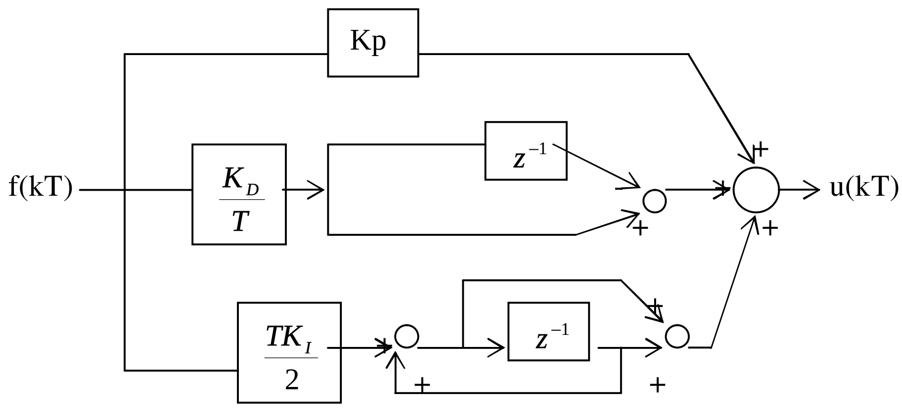
$$\frac{U(z)}{E(z)} = K_P + \frac{K_I}{\frac{z-1}{T}} + K_D.\frac{z-1}{Tz}$$

$$= \frac{z^2[K_P + \frac{K_D}{T}] + z[K_I T - K_P - \frac{2K_D}{T}] + \frac{K_D}{T}}{z.(z-1)} \quad (7\text{-}156)$$

Khi KI=0, hàm truyền của khâu PD số là: $G_{PD}(z) = K_P + K_D.\frac{z-1}{T.z}$

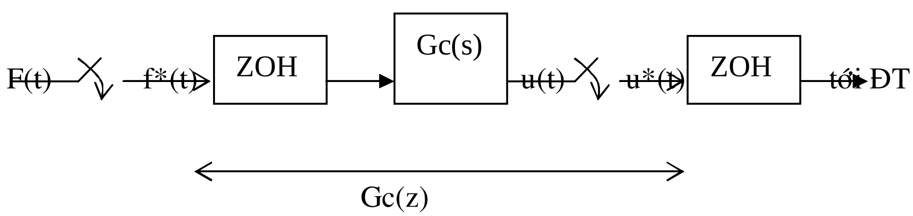
$$\frac{U(z)}{E(z)} = \frac{z[K_P + \frac{K_D}{T}] - \frac{K_D}{T}}{z.} \quad (7\text{-}157)$$

Sơ đồ khối của hiện thực chương trình số của bộ điều khiển PID:



7.11.4.Hiện thực bộ điều khiển sớm pha và trễ pha:

Về nguyên lí, bất kì bộ điều khiển liên tục có thể làm thành bộ điều khiển rời rạc bằng cách thêm khâu lấy mẫu và giữ ZOH vào ngõ vào và ngõ ra của bộ điều khiển và chọn lựa tần số lấy mẫu càng nhỏ càng tốt. Hình vẽ minh họa sơ đồ cơ bản với Gc(s), hàm truyền của bộ điều khiển liên tục, và Gc(z) là bộ điều khiển số tương đương. Chu kì lấy mẫu T phải đủ nhỏ để đặc tính động của bộ điều khiển liên tục không mất mát thông qua số hóa. Cấu hình hệ thống ở hình that sự đề xuất rằng với bộ điều khiển liên tục cho trước Gc(s), thì bộ điều khiển số Gc(z) tương đương có thể đạt được bằng sắp xếp sau. Mặt khác, bộ điều khiển số Gc(z) cho trước, ta có thể thực hiện nó bằng cách dùng bộ điều khiển analog Gc(s) và bộ ZOH như hình 7.32.



Hình 7.32: Hiện thực bộ điều khiển số bằng bộ điều khiển analog và khâu lấy mẫu và giữ ZOH

Thí dụ 7.27: Cho bộ điều khiển liên tục ở hình được thể hiện bằng hàm truyền :

$$G_C(s) = \frac{s+1}{s+1,61}$$

Từ hình , hàm truyền của bộ điều khiển số được viết như sau :

$$G_C(z) = \frac{U(z)}{F(z)} = (1-z^{-1})Z\left[\frac{s+1}{s(s+1,61)}\right]$$

$$= \frac{z-(0,62e^{-1,61T}+0,38)}{z-e^{-1,61T}}$$

7.12. Bộ điều khiển số:

Bộ điều khiển số có thể được hiện thực dễ dàng bởi mạng số, máy tính số, vi xử lí và vi điều khiển, hay vi xử lí tín hiệu số. Một thuận lợi rõ ràng của bộ điều khiển số được thực hiện bởi vi điều khiển hay vi xử lí tín hiệu số là giải thuật điều khiển có thể thay đổi dễ dàng bằng cách thay đổi chương trình. Thay đổi thành phần của bộ điều khiển dữ liệu liên tục là khó hơn nhiều vì bộ điều khiển đã được xây dựng.

7.12.1. Hiện thực vật lí của bộ điều khiển số.

Hàm truyền của bộ điều khiển số có thể được biểu diễn bởi:

$$G_C(z)=\frac{E_2(z)}{E_1(z)}=\frac{b_0+b_1z^{-1}+...+b_mz^{-m}}{a_0+a_1z^{-1}+...+a_nz^{-n}} \quad (1)$$

trong đó n và m là số dương. Hàm truyền $G_C(z)$ được gọi là hiện thực được về vật lí nếu ngõ ra của nó không đi trước ngõ vào. Điều này nhĩa là chuỗi mở rộng của $G_C(z)$ không có lũy thừa dương trong z. Trong thuật ngữ $G_C(z)$ cho bởi phương trình (1), nếu $b_0 \neq 0$ thì $a_0 \neq 0$. Nếu GC(z) được biểu diễn như sau

$$G_C(z)=\frac{E_2(z)}{E_1(z)}=\frac{b_mz^m+b_{m-1}z^{m-1}+...+b_1z+b_0}{a_nz^n+a_{n-1}z^{n-1}+...+a_1z+a_0} \quad (2)$$

thì yêu cầu hiện thực về vật lí là $n \geq m$.

Kỹ thuật phân rã có thể được áp dụng để hiện thực hàm truyền bộ điều khiển số bởi moat chương trình số. Chúng ta xem xét rằng chương trình số có khả năng thực hiện phép toán số học cộng, trừ, nhân bởi hằng số và dịch. Ba phương pháp cơ bản phân rã cho lập trình số được trình bày sau nay.

a/Chương trình số bằng phân rã trực tiếp:

Áp dụng phân rã trực tiếp vào phương trình (1), chúng ta có phương trình sau:

$$E_2(z)=\frac{1}{a_0}(b_0+b_1z^{-1}+...+b_mz^{-m})X(z)$$

$$x(z)=\frac{1}{a_0}E_1(z)-\frac{1}{a_0}(a_1z^{-1}+...+a_nz^{-n})X(z)$$

(3) và (4)

Hình sau minh họa sơ đồ dòng tín hiệu của chương trình số trực tiếp. z^{-1} thể hiện trễ thời gian hay dịch moat chu kì lấy mẫu.

b/Chương trình số bằng phân rã nối tiếp

Hàm truyền $G_C(z)$ có thể được viết như là tích của hàm truyền bậc nhất và bậc hai, mỗi hàm truyền này có thể hiện thực bằng chương trình số đơn giản. Chương trình số của hàm truyền tổng cộng được thể hiện bằng các chương trình số đơn giản nối lại nối tiếp nhau. Phương trình (1) được viết lại ở dạng

$$G_C(z)=G_{C1}(z)G_{C2}(z)...G_{Cn}(z) \quad (5)$$

trong đó từng thừa số có thể được biểu diễn như sau:

cực và zero thực:

$$G_{Ci}(z)=K_i\frac{1+c_iz^{-1}}{1+d_iz^{-1}} \qquad (6)$$

Cực phức liên hợp (không có zero):

$$G_{Ci}(z)=\frac{K_i}{1+d_{i1}z^{-1}+d_{i2}z^{-2}} \quad (7)$$

Cực phức liên hợp với moat zero:

$$G_{Ci}(z) = K_i \frac{1 + c_i z^{-1}}{1 + d_{i1} z^{-1} + d_{i2} z^{-2}} \quad (8)$$

và các dạng khá tạo nên hệ bậc hai.

c/Chương trình số bằng phân rã song song:

Hàm truyền trong (1) có thể được mở rộng thành tổng của các thành phần bậc nhất và bậc hai bằng mở rộng phân số từng phần. Những thành phần này có thể hiện thực bằng chương trình số nối lại song song.

Thí dụ: Xem xét hàm truyền sau của bộ điều khiển số:

$$G_C(z) = \frac{E_2(z)}{E_1(z)} = \frac{10(1 + 0{,}5z^{-1})}{(1 - z^{-1})(1 - 0{,}2z^{-1})} \quad (9)$$

Vì các hệ số của đa thức tử số và mẫu số trong z^{-1} đều là hằng số, hàm truyền có thể hiện thực về vật lí. Hàm truyền $G_C(z)$ có thể hiện thực theo ba cách thảo luận ở trên.

Chương trình số trực tiếp:

Phương trình (9) được viết lại

$$G_C(z) = \frac{E_2(z)}{E_1(z)} = \frac{10(1 + 0{,}5z^{-1})X(z)}{(1 - z^{-1})(1 - 0{,}2z^{-1})X(z)} \quad (10)$$

Mở rộng tử số và mẫu số của phương trình cuối ta có:

$$E_2(z) = (10 + 5z^{-1})X(z) \quad (11)$$

$$X(z) = E_1(z) + 1{,}2z^{-1}X(z) - 0{,}2z^{-2}X(z) \quad (12)$$

Hai phương trình cuối (11) và (12) được hiện thực bởi chương trình số ở hình sau.

Chương trình số nối tiếp

Vế phải của phương trình (9) được chia thành hai thừa số trong moat cách sau:

$$G_C(z) = \frac{E_2(z)}{E_1(z)} = \frac{1 + 0{,}5z^{-1}}{1 - z^{-1}} . \frac{10}{1 - 0{,}2z^{-1}} \quad (13)$$

Hình sau minh họa sơ đồ dòng tín hiệu của chương trình số nối tiếp của bộ điều khiển.

Chương trình số song song:

Vế phải của (9) được mở rộng bằng phân số từng phần thành hai thành phần tách biệt sau:

$$G_C(z) = \frac{E_2(z)}{E_1(z)} = \frac{18{,}75}{1 - z^{-1}} - \frac{8{,}75}{1 - 0{,}2z^{-1}} \quad (14)$$

Hình sau minh họa sơ đồ dòng tín hiệu của chương trình số song song của bộ điều khiển.

7.13. Thiết kế đặt cực với hồi tiếp trạng thái (Pole-placement Design with state feedback)

Giống như ở hệ liên tục, thiết kế đặt cực thông qua hồi tiếp trạng thái có thể áp dụng cho hệ rời rạc. Xét hệ thống điều khiển rời rạc được mô tả bởi phương trình trạng thái là

$$x[(k+1)T] = Ax(kT) + Bu(kT) \quad (7\text{-}161)$$

trong đó x(kT) là vectơ trạng thái nx1, u(kT) là tín hiệu điều khiển. Điều khiển hồi tiếp trạng thái là

$u(kT) = -Kx(kT) + r(kT)$ (7-162)

trong đó K là ma trận hồi tiếp 1xn với các phần tử độ lợi hằng số . Bằng cách thay (7-162) vào (7-161), hệ vòng kín được thể hiện bằng phương trình trạng thái:

$x[(k+1)T] = (A - BK)x(kT)$ (7-163)

Chúng ta chứng minh rằng nếu cặp [A,B] điều khiển được hoàn toàn, ma trận K tồn tại mà cho một tập hợp duy nhất giá trị riêng của (A-BK); nghĩa là n nghiệm của phương trình đặc tính

$|zI - A + BK| = 0$ (7-164)

có thể được tìm. Thí dụ sau minh họa thiết kế hệ thống điều khiển với hồi tiếp trạng thái và đặt cực.

Thí dụ 7.28: Cho hệ thống điều khiển số sau:

$x[(k+1)T] = Ax(kT) + Bu(kT)$

trong đó

$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

x(kT) là vectơ trạng thái nx1, u(kT) là tín hiệu điều khiển. Điều khiển hồi tiếp trạng thái là

$u(kT) = -Kx(kT)$ trong đó $K = [k_1 \quad k_2]$. Tìm giá trị của k1 và k2 để nghiệm của phương trình đặc tính của hệ vòng kín là 0,5 và 0,7.

Giải:

7.14. Thiết kế hệ thống điều khiển rời rạc trong miền tần số và mặt phẳng z.

Biến đổi w được giới thiệu trong phần 7.10 , $z = \frac{(2/T) + w}{(2/T) - w}$,có thể được dùng để thực hiện thiết kế hệ thống điều khiển dữ liệu rời rạc trong miền tần số. Một khi hàm truyền của quá trình bị điều khiển được chuyển sang miền w, thì tất cả các kỹ thuật thiết kế cho hệ thống điều khiển dữ liệu liên tục có thể được áp dụng vào thiết kế hệ thống dữ liệu rời rạc. Chúng ta xét thí dụ sau.

Bộ điều khiển sớm pha và trễ pha trong miền w:

Giống như trong miền s, bộ điều khiển sớm pha và trễ pha đơn tần trong miền w có thể được biểu diễn như sau

$G_C(w) = \frac{1 + atw}{1 + tw}$ (1)

trong đó a>1 tương ứng với sớm pha và a<1 tương ứng với trễ pha. Khi w được thay bởi $j\omega_w$, biểu đồ Bode của (1) được thực hiện giống ở chương 6 với a>1 và a<1. Sauk hi bộ điều khiển được thiết kế trong miền w, bộ điều khiển miền z đạt được bằng cách thay quan hệ chuyển đổi w như sau:

$w = \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}$ (2)

Thí dụ: Xét hệ thống điều khiển rời rạc vòng kín hồi tiếp âm đơn vị , có khâu ZOH ở hàm truyền nhánh thẳng, chu kì lấy mẫu là T=0,01 sec. Hàm truyền hệ là

$$G_p(s)=\frac{2500}{s(s+25)} \quad (3)$$

Hàm truyền z hệ nhánh thẳng (vòng hở(bao gồm khâu ZOH là

$$G_{ZOH}G_p(z)=(1-z^{-1})Z\left(\frac{2500}{s^2(s+25)}\right) \quad (4)$$

Thực hiện biến đổi z phương trình cuối với T=0,01 sec, ta được:

$$G_{ZOH}G_p(z)=\frac{0{,}1152z+0{,}106}{(z-1)(z-0{,}7788)} \qquad (5)$$

Hàm truyền vòng kín của hệ thống rời rạc là:

$$G_k(z)=\frac{\Theta_0(z)}{\Theta_r(z)}=\frac{G_{ZOH}G_p(z)}{1+G_{ZOH}G_p(z)}=\frac{0{,}1152z+0{,}106}{z^2-1{,}6636z+0{,}8848} \quad (6)$$

Chúng ta hãy thực hiện thiết kế trong miền tần số sử dụng biến đổi w:

$$z=\frac{(2/T)+w}{(2/T)-w}$$

thay vào phương trình (5), chúng ta có

$$G_{ZOH}G_p(w)=\frac{100(1-0{,}005w)(1+0{,}000208w)}{w(1+0{,}0402w)} \qquad (7)$$

Biểu đồ Bode của phương trình cuối (7) được minh họa ở hình sau. Độ dự trữ biên và độ dự trữ pha là 6,39dB và 14,77^0 tương ứng.

Thiết kế bộ điều khiển trễ pha trong miền tần số:

Đầu tiên chúng ta thiết kế hệ thống dùng bộ điều khiển sớm pha với hàm truyền được cho bởi phương trình (1) với a<1. Chúng ta yêu cầu rằng độ dự trữ pha của hệ thống ít nhất là 50^0.

Từ biểu đồ Bode, độ dự trữ pha là 50^0 có thể hiện thực nếu tần số cắt biên là $v_w=12{,}8$ và độ lợi của đường cong biên độ $G_{zoh}G_p(j\omega_w)$ là 16,7 dB.

Như vậy chúng ta can -16,7 dB để mang đường cong biên độ xuống để mà nó cắt trục 0 dB tại tần số $v_w=12{,}8$. Chúng ta đặt

$$20\log_{10}a=-16{,}7dB \qquad (8)$$

mà từ đó ta có a=0,1462. Kế tiếp chúng ta cho $1/at$ bằng ít nhất moat decade thấp hơn điểm tần số cắt biên tại $v_w=12{,}8$. Chúng ta đặt

$$\frac{1}{at}=1 \qquad (9)$$

Như vậy,

$$\frac{1}{t}=a=0{,}1462 \qquad (10)$$

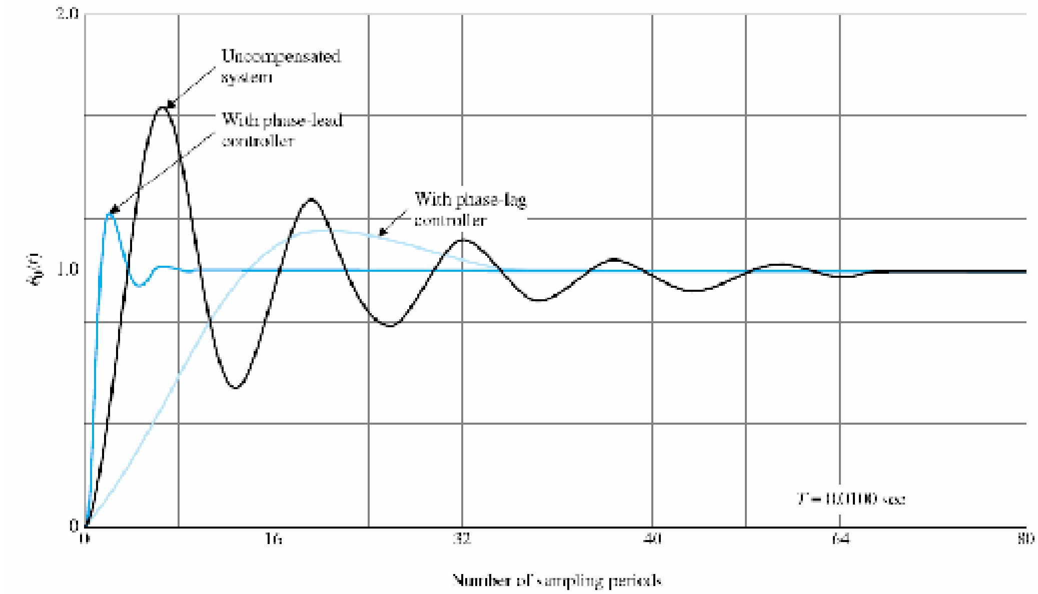
Bộ điều khiển trễ pha trong miền w là:

$$G_C(w)=\frac{1+atw}{1+tw}=\frac{1+w}{1+6{,}84w} \qquad (11)$$

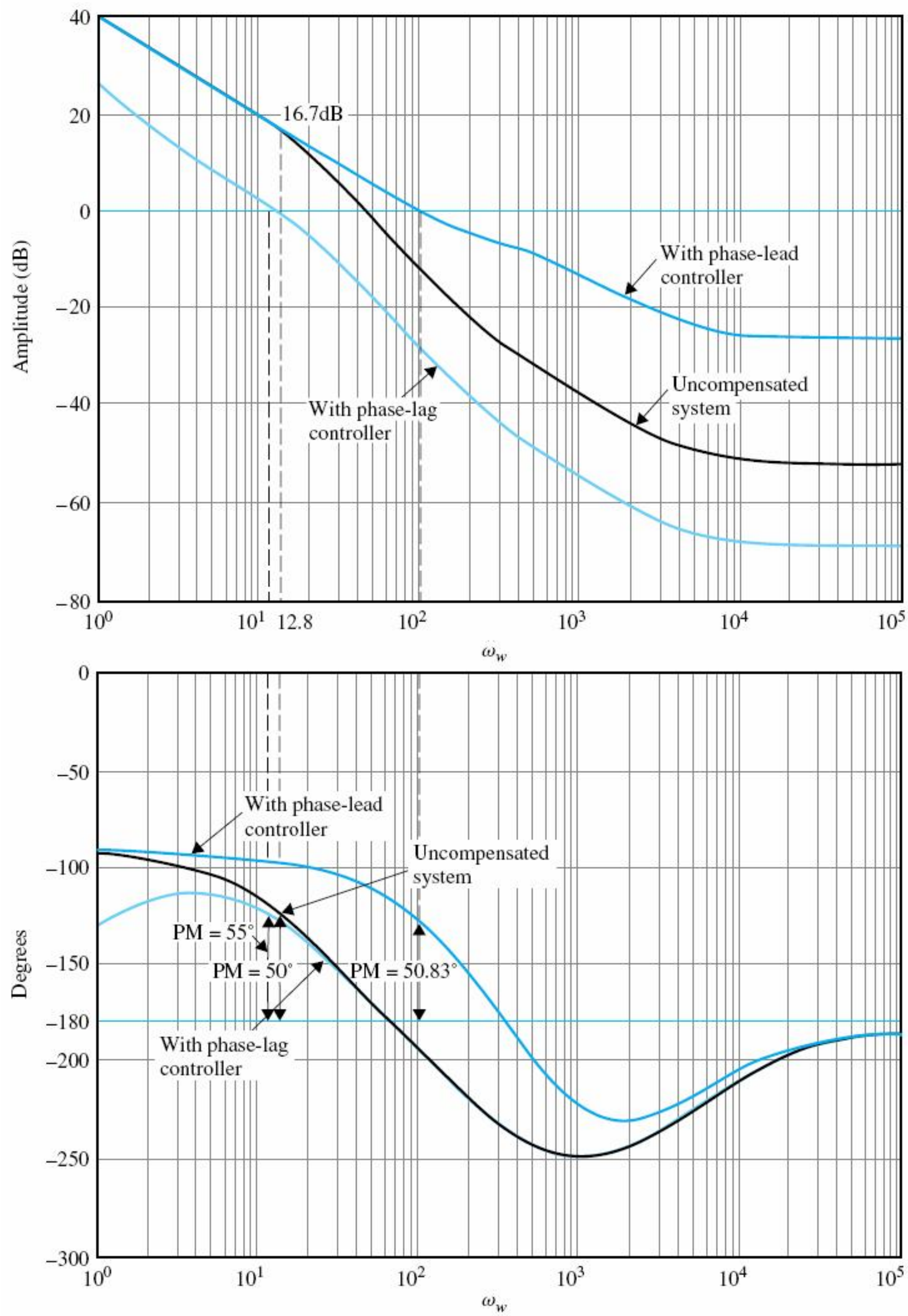
Thay quan hệ biến đổi z-w, $w=\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}$, vào phương trình (11), bộ điều khiển trễ pha trong miền z đạt được là:

$$G_C(z) = 0{,}1468\frac{z - 0{,}99}{z - 0{,}9985}$$

Biểu đồ Bode của hàm truyền nhánh thẳng với bộ điều khiển trễ pha của (11) được minh họa ở hình 1 . Độ dự trữ pha của hệ được bù là cải thiện lean 55^0. Đáp ứng nấc đơn vị của hệ bù trễ pha được minh họa ở hình 2.



Hình 7.14_1: Đáp ứng nấc đơn vị của thí dụ.



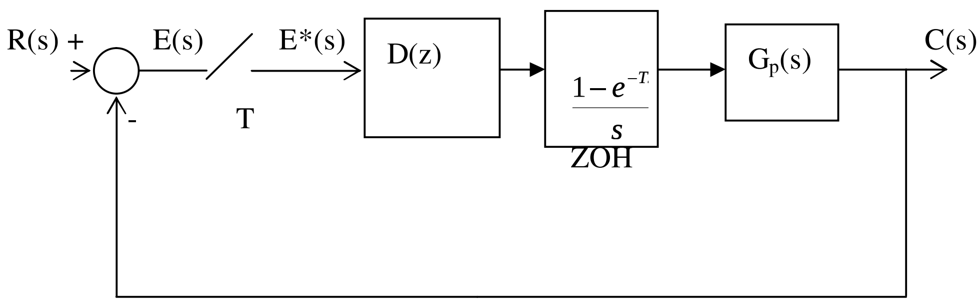
Hình 7.14_2: Biểu đồ Bode của hệ rời rạc thời gian trong thí dụ.

Thiết kế bộ điều khiển sớm pha trong miền tần số:

7.15. Thiết kế hệ rời rạc dùng phương pháp quỹ đạo nghiệm số.

Một kỹ thuật thiết kế khác là phương pháp quỹ đạo nghiệm số. Quỹ đạo nghiệm số cho moat hệ thống là vẽ nghiệm của phương trình đặc tính khi độ lợi thay đổi. Đặc điểm của đáp ứng quá độ hệ thống được nhận thấy rõ từ quỹ đạo nghiệm số. Trình tự thiết kế là thêm nghiệm cực và zero vào bộ lọc số để dịch nghiệm của phương trình đặc trưng nhằm đạt được những nghiệm thích hợp hơn trong mặt phẳng z.

Xét hệ thống hình 7.15-1 sau



Hình 7.15_1

$$G(z) = Z\left(\frac{1-e^{-Ts}}{s}G_p(s)\right)$$

Phương trình đặc trưng là:

$1 + KD(z)G(z) = 0 \quad (1)$

với K là độ lợi thay đổi để sinh ra quỹ đạo nghiệm số. Za là một điểm trên quỹ đạo nghiệm số khi thoả (1) hoặc

$$K = \frac{1}{|D(z_a)G(z_a)|} \qquad (2)$$

$$\angle D(z_a)G(z_a) = \pm 180^0 \qquad (3)$$

Vì K biến đổi từ $0 \to \infty$, luôn tồn tại một giá trị K để thỏa (2). Nên điều kiện để za ở trên quỹ đạo nghiệm số đơn giản chỉ là (3).

Nếu hàm truyền H(s) không bằng 1 thì G(z) ở trên thay bởi GH(z).

Thí dụ: Thiết kế khâu sớm pha. Cho hệ ở hình 7.15-1, hàm truyền hệ là:

$$G_p(s) = \frac{K}{s(s+1)}$$

Vì hằng số thời gian là 1 giây(sec) tại cực s=-1 nên ta chọn T=0,1 giây.

$$G(z) = Z\left(\frac{1-e^{-Ts}}{s}G_p(s)\right) = \frac{z-1}{z}.Z\left(\frac{K}{s^2(s+1)}\right)$$
$$= \frac{0{,}004837K(z+0{,}9672)}{(z-1)(z-0{,}9048)}$$

Quỹ đạo nghiệm số của G(z) được minh họa ở hình 7.15_1.

Chú ý là K bằng 0,244 ứng với trường hợp giới hạn không dao động có hai nghiệm thực bằng nhau tại z=0,952. Chúng ta chọn bộ điều khiển sớm pha với zero tại 0,9048 để khử một nghiệm cực của hệ (đối tượng). Chúng ta sẽ đặt nghiệm cực của bộ điều khiển tại z=0,7 để tăng tốc độ đáp ứng.

$$D(z) = \frac{3{,}15(z-0{,}9048)}{(z-0{,}7)}$$

Quỹ đạo nghiệm số của hệ được bù cũng được chỉ ra ở hình 7.15_1. Giá trị K=0,814 ứng với trường hợp hệ thống chế độ giới hạn không dao động với hai nghiệm thực bằng nhau tại z=0,844. Chúng ta chọn chế độ giới hạn không dao động tắt dần như một tiêu chuẩn thiết kế. Một cực trong mặt phẳng s là s=-a có hằng số thời gian là $t = 1/a$ và tương đương một nghiệm trong mặt phẳng z là $e^{-at} = e^{-T/t}$. Nên trong trường hợp tới hạn tắt dần không bù hoặc $t = 2{,}03$ giây. Trong trường hợp tới hạn tắt dần có bù $e^{-0{,}1/t} = 0{,}844$ hoặc $t = 0{,}59$. Đáp ứng của hệ thống có bù nhanh hơn nhiều. Đáp ứng nấc được vẽ cho cả trường hợp hệ thống không bù và có bù xem hình 7.15_2.

Phụ lục:Mô tả hệ rời rạc dùng Matlab

-Tạo ra hệ thống mô tả bởi hàm truyền: lệnh tf
Cú pháp: G=tf(TS,MS,T)
Thí dụ:
-Đơn giản hàm truyền: lệnh minreal
-Tính hàm truyền hệ thống nối tiếp: lệnh series
-Tính hàm truyền hệ thống song song: lệnh parallel.
-Tính hàm truyền hệ thống hồi tiếp:lệnh feedback
Cú pháp : feedback(G,H) tính hàm truyền hệ thống hồi tiếp âm.
Gk=G/(1+G*H)
Gk=feedback(G,H,+1) tính hàm truyền hệ thống hồi tiếp dương.
Gk=G/(1-G*H).
-Tạo ra hệ thống mô tả bằng phương trình trạng thái: lệnh ss.
Cú pháp: PTTT=ss(A,B,C,D,T)
-Biến đổi mô tả toán học từ phương trình trạng thái về dạng hàm truyền.
G=tf(PTTT)
-Biến đổi mô tả toán học từ dạng hàm truyền về phương trình trạng thái.
PTTT=ss(G)
-Đáp ứng nấc : hàm dstep.
-Đáp ứng xung: hàm dimpulse.
-Biểu đồ bode: dbode.
-Biểu đồ Nyquist: dnyquist.

<u>Dùng Matlab để biến đổi rời rạc :</u>
Biến đổi từ tương tự sang rời rạc và ngược lại :

Thí dụ 1 : Cho hệ : $G_1(s) = \dfrac{1}{s(s+1)}$ Tìm $G_1(z)$

Hàm vd2_14a.m :

```
numc1=[1];
denc1=[1  1  0];
T=1;
[numz,demz]=c2dm(numc1,denc1,T,'ZOH') ;
printsys(numz,denz,'z')
>> vd2_14a

num/den =

   0.36788 z + 0.26424
  ----------------------
  z^2 - 1.368 z + 0.3679
```

$$G(z) = \frac{0,369z + 0,2642}{z^2 - 1,368z + 0,3679}$$

Thí dụ 2: Đổi từ rời rạc sang liên tục ,G(z) sang G(s)
Hàm vd2_14.m :

```
numz=[0.369  0.2642];
denz=[ 1   -1.368    0.3679];
T=1;
[numc1,denc1]=d2cm(numz,denz,T,'zoh');
printsys(numc1,denc1)
>> vd2_14

num/den =

      0.00078371 s + 1.0017
   ----------------------------
   s^2 + 0.99994 s - 0.00015819
```

$$G_1(s)=\frac{1}{s(s+1)}$$

Thí dụ 3: Vẽ đặc tính tần của hệ liên tục và rời rạc

$$W(s)=\frac{45(0{,}79s+1)}{s(10s+1)(0{,}25s+1)}$$

```
num=[ 0   0   35.5    45];
den=[0.25    10.025   1   0];
[numz,denz]=c2dm(num,den,0.1,'zoh') % numz=[0    0.2807   -0.1589   -0.0779],
T=0,1 sec
%denz=[1.0000   -2.0084    1.0265   -0.0181]
w=logspace(1,pi);
[magz,phasez]=dbode(numz,denz,0.1,w);
figure
loglog(magz)
figure
semilogx(w,phasez)
hold
[mag,phase]=bode(num,den,w);
figure
loglog(w,mag)
figure
semilogx(w,phase)
```

Bài tập chương 7

1.Tìm biến đổi z của hàm sau:

a) $f(k) = ke^{-3k}$ b)f(k)=ksin2k

c) $f(k) = e^{-2k}\sin 3k$ d) $f(k) = k^2 e^{-2k}$

2.Thực hiện phân số từng phần của các hàm sau. Nếu có thể áp dụng và tìm biến đồi z dùng bảng biến đổi z.

a) $F(s) = \dfrac{1}{(s+5)^3}$ b) $F(s) = \dfrac{1}{(s+1)s^3}$

c) $F(s) = \dfrac{10}{s(s+5)^2}$ d) $F(s) = \dfrac{5}{s(s^2+2)}$

3.Tìm biến đổi z ngược f(k) của hàm sau. Áp dụng mở rộng phân số từng phần tới F(z) và dùng bảng biến đổi z.

a) $F(z) = \dfrac{10z}{(z-1)(z-0{,}2)}$

b) $F(z) = \dfrac{z}{(z-1)(z^2+z+1)}$

c) $F(z) = \dfrac{z}{(z-1)(z+0{,}85)}$

d) $F(z) = \dfrac{10}{(z-1)(z-0{,}5)}$

4. Cho Z[f(k)]=F(z), tìm giá trị f(k) khi k tiến ra vô cùng mà không dùng biến đổi z ngược của F(z). Sử dụng định lí giá trị cuối của biến đổi z nếu có thể.

a) $F(z) = \dfrac{0{,}368z}{(z-1)(z^2-1{,}364z+0{,}732)}$

b) $F(z) = \dfrac{10z}{(z-1)(z+1)}$

5. Giải phương trình sai phân dùng biến đổi z

a)x(k+2)-x(k+1)+0,1x(k)=u_s(k) x(0)=x(1)=0

b)x(k+2)-x(k)=0 x(0)=1, x(1)=0

6. Thực hiện mở rộng phân số từng phần tới các hàm truyền z sau:

a) $F(z) = \dfrac{5z}{(z-1)(z-0{,}1)}$

b) $F(z) = \dfrac{10z(z-0{,}2)}{(z-1)(z-0{,}5)(z-0{,}8)}$

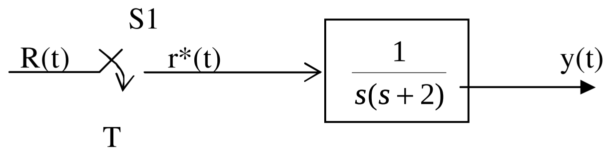
7. Hệ thống điều khiển rời rạc tuyến tính bất biến theo thời gian có ngõ ra được mô tả bởi hàm

$$y(kT)=1-e^{-2kT} \quad k=0,1,2,...$$

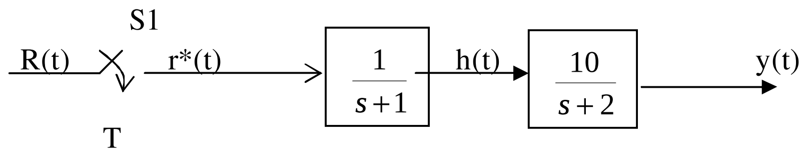
khi ngõ vào hệ là hàm nấc đơn vị r(kT)=1 với tất cả ≥0. Tìm hàm truyền G(z)=Y(z)/R(z).

8.Tìm hàm truyền Y(z)/R(z) của hệ thống điều khiển rời rạc sau. Chu kì lấy mẫu là 0,5 sec.

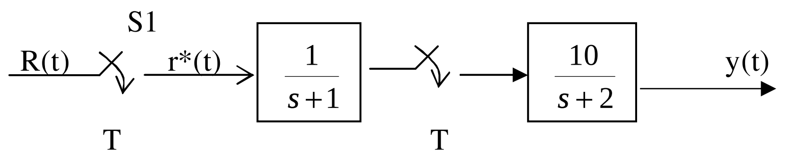
a)



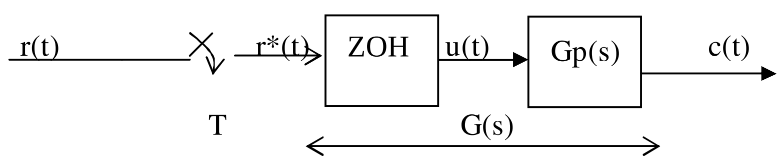
b)



c)



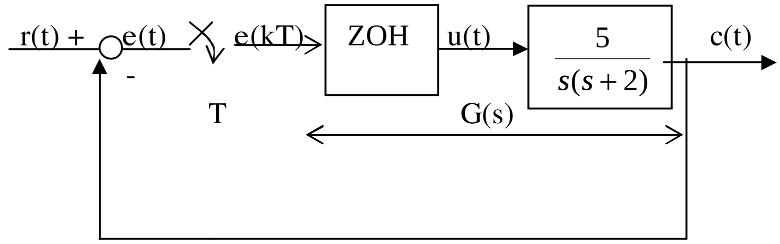
d) Cho hệ thống điều khiển rời rạc có sơ đồ khối như hình vẽ



Chu kì lấy mẫu T=0,5 sec. $G_p(s) = \frac{5}{s(s+2)}; G_{ZOH}(s) = \frac{1-e^{-Ts}}{s}$

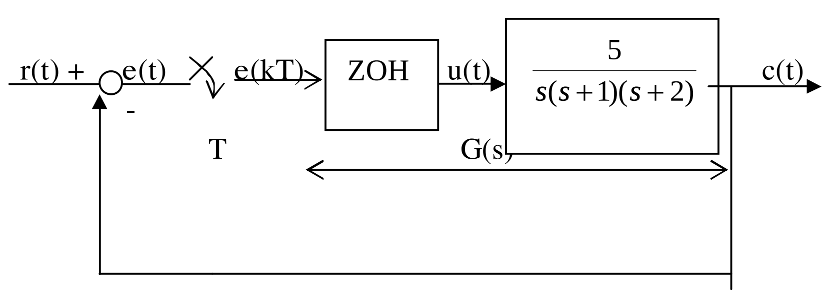
Tìm hàm truyền kín G(z)=C(z)/R(z).

e) Cho hệ thống điều khiển rời rạc có sơ đồ khối như hình vẽ



Tìm hàm truyền kín $G_k(z)$=C(z)/R(z).

f)



Tìm hàm truyền kín $G_k(z)=C(z)/R(z)$.

Hình 7B.8

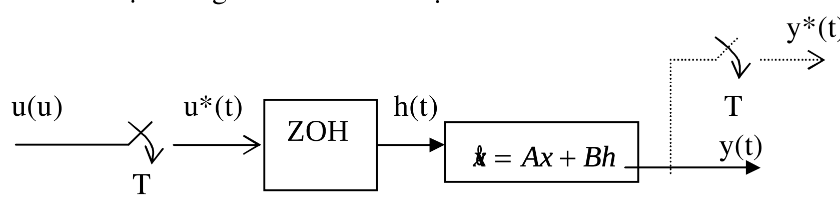
9. Sơ đồ khối hệ thống lấy mẫu dữ liệu được cho ở hình sau. Phương trình trạng thái của đối tượng là :

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = x_2(t)$$

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = -2x_1(t) - 3x_2(t) + u(t)$$

trong đó h(t) là ngõ ra bộ lấy mẫu và giữ, u(t) là hằng số trong suốt chu kì lấy mẫu T.

Cho sơ đồ khối hệ thống điều khiển rời rạc sau:



Hình 7B.9

a)Tìm phương trình trạng thái rời rạc.

$$x[(k+1)T] = f(T)x(kT) + q(T)u(kT)$$

b)Tìm x(NT) như là hàm của x(0) và u(kT) với k=0,1,2,..

10. Lặp lại bài tập 9 với hệ thống lấy mẫu dữ liệu tuyến tính với phương trình trạng thái sau :

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = x_1(t)$$

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = u(t)$$

Chu kì lấy mẫu là 0,001 sec.

11. a)Tìm hàm truyền X(z)/U(z) của hệ mô tả ở bài tập 9.

b)Tìm phương trình đặc tính của hệ mô tả ở bài tập 9.

12.Vẽ sơ đồ trạng thái cho hệ thống điều khiển số được thể hiện bởi phương trình trạng thái rời rạc sau :

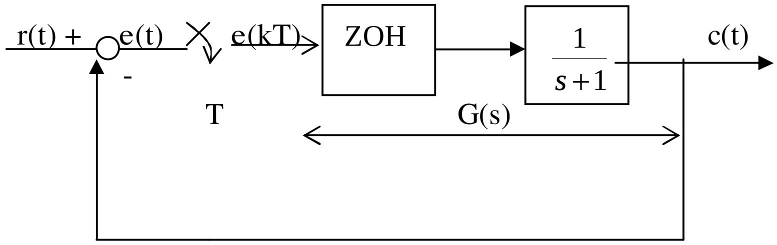
$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

$$y(k) = x_1(k)$$

với $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & -1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

Tìm phương trình đặc tính của hệ thống.

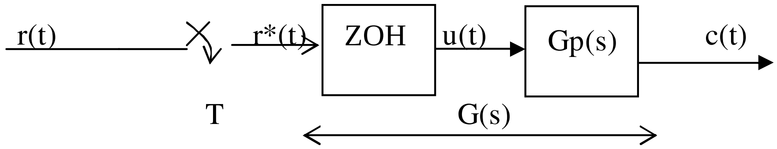
13.Sơ đồ khối của hệ thống lấy mẫu dữ liệu cho ở hình 7B.13. Viết phương trình trạng thái rời rạc của hệ thống. Vẽ sơ đồ trạng thái của hệ.



Chu kì lấy mẫu T=1 sec.

Hình 7B.13

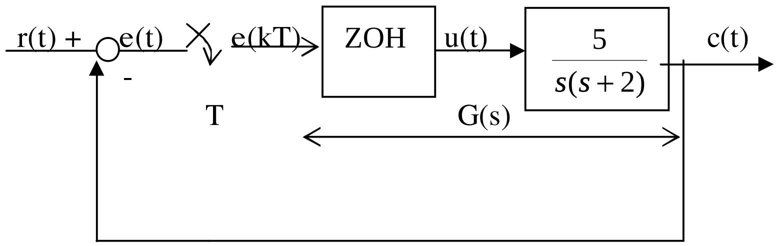
14. b) Cho hệ thống điều khiển rời rạc có sơ đồ khối như hình vẽ



Chu kì lấy mẫu T=0,5 sec. $G_p(s) = \dfrac{5}{s(s+2)}; G_{ZOH}(s) = \dfrac{1-e^{-Ts}}{s}$

Viết phương trình trạng thái rời rạc.

c) Cho hệ thống điều khiển rời rạc có sơ đồ khối như hình vẽ



T=0,5 sec.

Viết phương trình trạng thái rời rạc.

Hình 7B.14

15. Áp dụng biến đổi w tới các phương trình đặc tính của hệ thống điều khiển rời rạc và xác định điều kiện ổn định (ổn định tiệm cận, biên giới ổn định, không ổn định) sử dụng tiêu chuẩn Routh-Hurwitz

a) $z^2 + 1,5z - 1 = 0$

b) $z^3 + z^2 + 3z + 0,2 = 0$

c) $z^3 - 1,2z^2 - 2z + 3 = 0$

d) $z^3 - z^2 - 2z + 0,5 = 0$

Kiểm tra đáp số bằng giải tìm nghiệm củap phương trình sử dụng chương trình máy tính tìm nghiệm.

16. Hệ thống điều khiển số được mô tả bởi phương trình trạng thái sau

x(k+1)=(0,368-0,632K)x(k)+Kr(k)

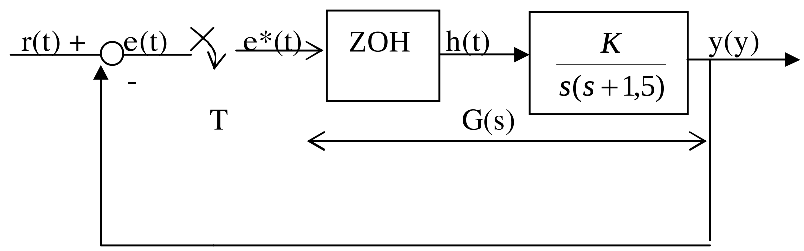
trong đó r(k) là ngõ vào, x(k) là biến trạng thái. Xác định giá trị của K để hệ thống ổn định tiệm cận.

17. Phương trình đặc tính của hệ thống điều khiển số là

$z^3 + z^2 + 1{,}5Kz - (K + 0{,}5) = 0$

Xác định giá trị của K để hệ thống ổn định tiệm cận.

18. Sơ đồ khối hệ thống dữ liệu rời rạc như hình sau :



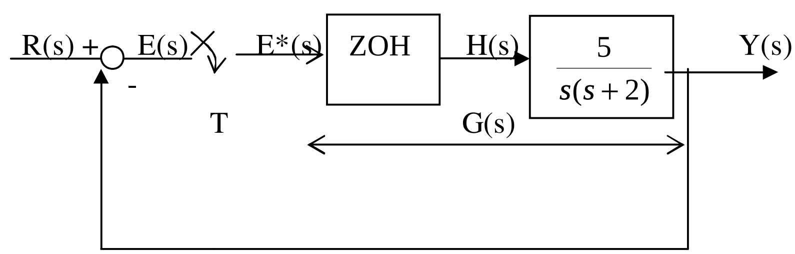
Hình 7B.18

a)Cho T=0,1 sec, tìm giá trị của K để hệ thống ổn định tiệm can tại khỏang lất mẫu.

b)Lặp lại phần a) khi chu kì lấy mẫu là T=0,5 sec.

c)Lặp lại phần a) khi chu kì lấy mẫu là T=1 sec.

19. Sơ đồ khối hệ thống lấy mẫu dữ liệu như hình sau :



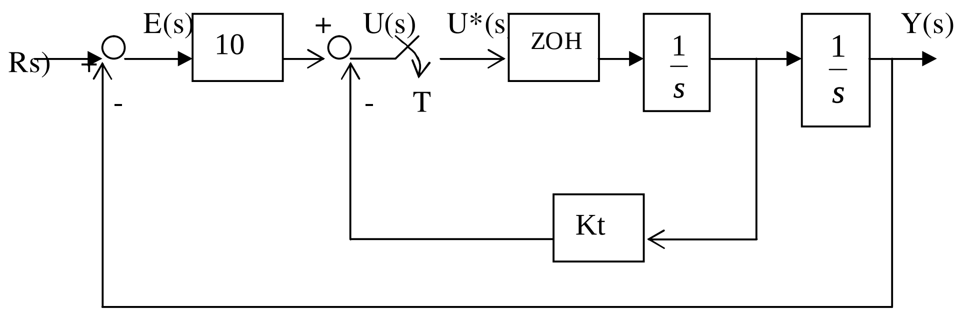
Hình 7B.19

a)Tìm hàm truyền kín vòng hở $G_h(z)=G_{ho}G_p(z)$ và vòng kín $G_k(z)=Y(z)/R(z)$. Chu kì lấy mẫu là 0,1 sec.

b)Tính đáp ứng hàm nấc đơn vị y(kT) với k=0 **à** 100.

c)Lặp lại phần a) và b) với T=0,05 sec.

20.Sơ đồ khối hệ thống điều khiển lấy mẫu dữ liệu được cho ở hình 7B.20



Hình 7B.20

a)Tìm hằng số sai số nấc K_p^*, hệ số vận tốc K_v^* và hệ số gia tốc K_a^*.

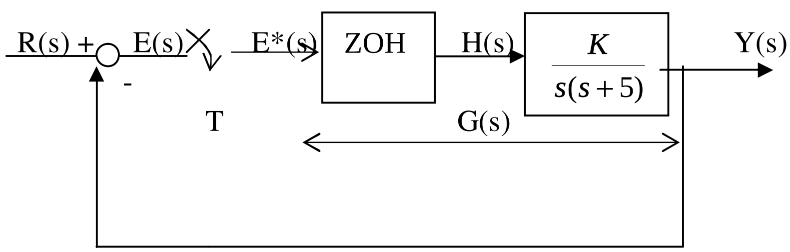
b)Tìm hàm truyền vòng hở $G_h(z)=G_{ho}G_p(z)=Y(z)/E(z)$ và vòng kín $G_k(z)=Y(z)/R(z)$.

c)Cho chu kì lấy mẫu T=0,1 sec, tìm giá trị của K để hệ ổn định.

d)Tính đáp ứng nấc đơn vị (đáp ứng quá độ) y(kT) cởi k=0 **à** 50, cho T=0,1 sec vàKt=5.

e)Lặp lại phần d) với T=0,1 sec và Kt=1.

21. Sơ đồ khối hệ thống điều khiển lấy mẫu dữ liệu như hình 7B.21 :



Hình 7B.21

a)Xây dựng quỹ đạo nghiệm số trong mặt phẳng z cho hệ thống với K≥0, không có bộ lấy mẫu, khi T=0,5 sec và sau đó với T=0,1 sec. Tìm giá trị Kgh để hệ ổn định.

b)Lặp lại phần a) khi hệ có khâu ZOH trong hình 7B.21.

22. Hàm truyền vòng hở của hệ thống điều khiển rời rạc hồi tiếp âm đơn vị với khâu ZOH là

$$G_{zoh}G_p(z)=\frac{0{,}0952z}{(z-1)(z-0{,}905)}$$

Chu kì lấy mẫu T=0,1 sec.

a)Vẽ biểu đồ Bode của hệ $G_{zoh}G_p(z)$ và xác định tính ổn định của hệ.

b)Áp dụng biến đổi w vào $G_{zoh}G_p(z)$ và vẽ biểu đồ Bode của $G_{zoh}G_p(w)$. Tìm GM và PM của hệ.

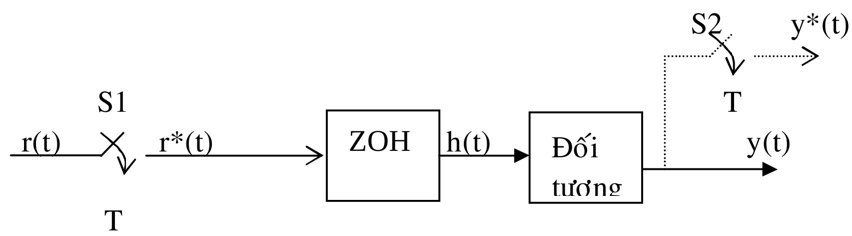
23. Bộ điều khiển liên tục với khâu ZOH như hình vẽ 7B.23. Chu kì lấy mẫu là 0,1 sec. Tìm hàm truyền của bộ điều khiển số tương đương. Vẽ sơ đồ hiện thực chương trình số cho bộ điều khiển số. Tính toán phân tích cho bộ điều khiển liên tục sau.

a) $G_c(s)=\dfrac{10}{s+2}$

b) $G_c(s) = \dfrac{10(s+1{,}5)}{s+10}$

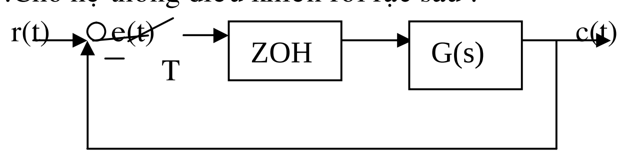
c) $G_c(s) = \dfrac{s}{s+1{,}55}$

d) $G_c(s) = \dfrac{1+0{,}4s}{1+0{,}01s}$



Hình 7B.23

24.Cho hệ thống điều khiển rời rạc sau :



Hình 7B.24

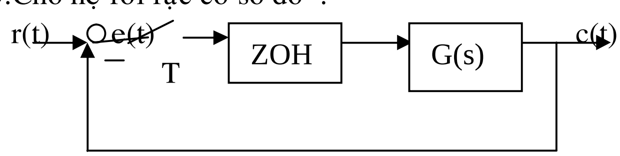
Hàm truyền đối tượng $G(s) = \dfrac{K}{T_1 s+1}$, $G_{ZOH}(s) = \dfrac{1-e^{-sT}}{s}$

a)Ảnh hưởng của khâu ZOH lên sự ổn định hệ thống.

b)Ảnh hưởng của chu kì lấy mẫu T lên sự ổn định của hệ thống.

c)Tìm Kgh của đối tượng liên tục để |z|<1 (hệ ổn định.

25.Cho hệ rời rạc có sơ đồ :



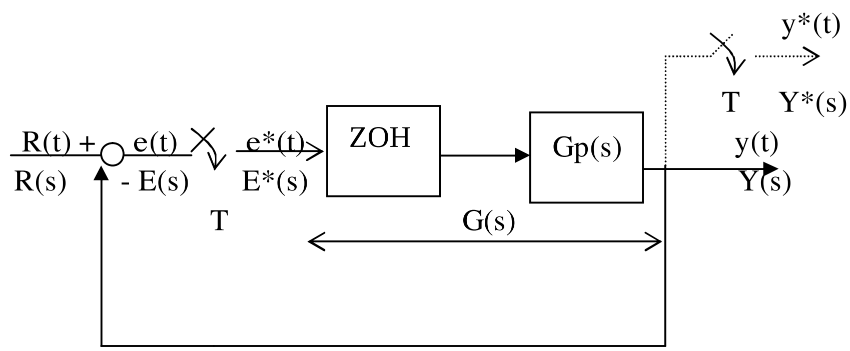
Hình 7B.25

Hàm truyền đối tượng $G(s) = \dfrac{K}{s(T_1 s+1)}$, $G_{ZOH}(s) = \dfrac{1-e^{-sT}}{s}$

a)Cho chu kì lấy mẫu T=0,1 sec và sau đó T=1 sec ,T_1=2. Vẽ quỹ đạo nghiệm số và tính Kgh. Xét ảnh hưởng của T lên tính ổn định.

b)Cho T=0,005 sec, T_1=0,2. Tìm hàm truyền vòng hở $G_h(z)=G_{ho}G(z)$ và vòng kín $G_k(z)=C(z)/R(z)$. Tìm Kgh.

26. Cho hệ thống rời rạc sau :



Hình 7B.26

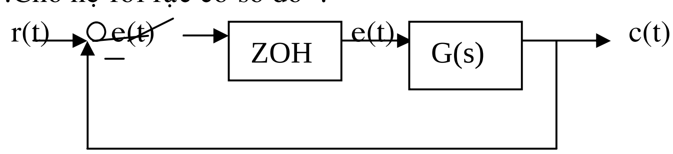
Chu kì lấy mẫu T=0,5 sec. $G_p(s) = \dfrac{5}{s(s+2)}; G_{ZOH}(s) = \dfrac{1-e^{-Ts}}{s}$

Dùng biến đổi w để vẽ biểu đồ Bode hàm truyền vòng hở G(z).

27.Cho ví dụ về hệ thống điều khiển tự động rời rac

28.Khâu giữ dữ liệu ZOH(Zero oder-hold) là gì ? Viết ra hàm truyền của hệ này

29.Cho hệ rời rạc có sơ đồ :



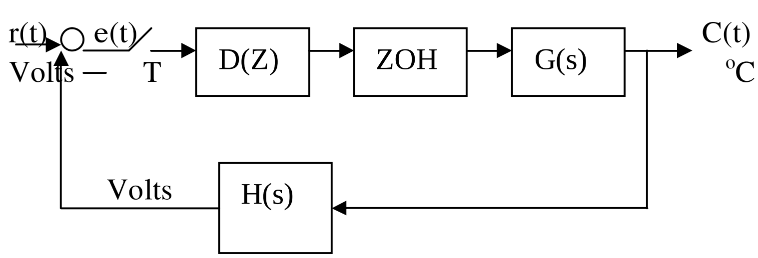
Hình 7B.29

$G(s) = \dfrac{K}{S(s+a)}$

K=40; a=6; T=0,1 sec; e^{-aT}= 0,5488

1. Tính và vẽ đáp ứng ra C(nT); n=0..7 với r(t)=1(t), điều kiện ban đầu bằng không.
2. Xác định độ vọt lố, hệ số tắt, tần số dao động tự nhiên và thời gian quá độ theo tiêu chuẩn 2%.

30.Một hệ thống điều khiển nhiệt độ có sơ đồ như hình vẽ :



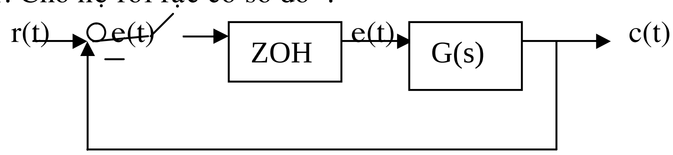
Hình 7B.30

$G(s) = \dfrac{10}{10S+1}$; H(s)=0,05; T=2 sec; tầm đo max 100 °C

1. D(Z)=1. Tính hàm truyền đạt G(z) cho hệ hở.
2. D(z)= K. Tìm K từ điều kiện sai số xác lập là 4%.

3. Tính thông số các khâu hiệu chỉnh D(z) để hệ đạt sai số xác lập bằng không và có $\xi=0,5$ và $\omega_n=2$.

31. Cho hệ rời rạc có sơ đồ :



Hình 7B.31

$G(s)= \dfrac{Ke^{-Ts}}{1 + T_1 s}$; T=0,1 sec

T_1= 1,5 sec

K=10; $e^{-1/15}=0,94$; $e^{-Ts}=Z^{-1}$

1. Xét ổn định và tính ξ và ω_n cho hệ rời rạc
2. r(t)=t.1(t). Vẽ c(nT) và e(t); n=0..10
3. Tính K_{gh} cho hệ liên tục và rời rạc

Biết rằng ở miền tần số thấp $e^{-j\omega T} \cong 1 - j\omega T$

32.Cho khâu hiệu chỉnh PD

$$G_c(s)=\frac{U(s)}{E(s)}=K_P+K_D.s$$

Tìm biến đổi PD rời rạc dùng phương pháp hình chữ nhật lùi.

33.Cho khâu hiệu chỉnh PI

$$G_c(s)=\frac{U(s)}{E(s)}=K_P+\frac{K_I}{s}$$

Tìm biến đổi PI rời rạc dùng phương pháp hình thang (song tuyến tính).

34.Cho khâu hiệu chỉnh PID

$$G_c(s)=\frac{U(s)}{E(s)}=K_P(1+\frac{1}{T_I.s}+T_D.s)=K_P+\frac{K_I}{s}+K_D.s$$

Tìm biến đổi PID rời rạc dùng

-phương pháp hình chữ nhật tới

-phương pháp hình chữ nhật lùi

-phương pháp hình thang.

35. Thiết kế bộ hiệu chỉnh PID số và phương pháp Ziegler-Nichols.

PID liên tục

$$G_c(s)=\frac{U(s)}{E(s)}=K_P(1+\frac{1}{T_I.s}+T_D.s)=K_P+\frac{K_I}{s}+K_D.s$$

Tìm thuật toán PID số?

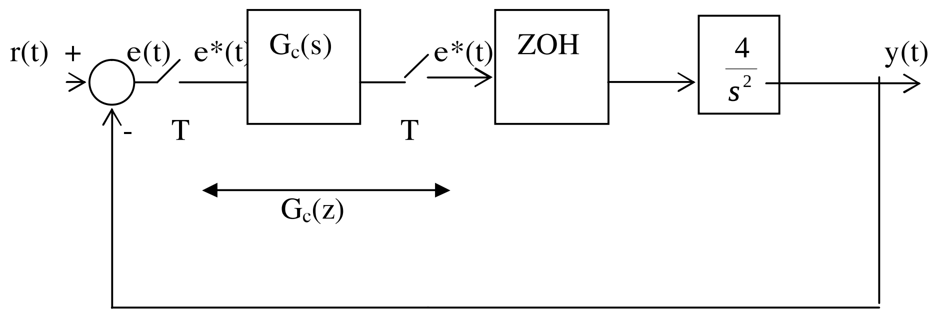
36. Hàm truyền của đối tượng của hệ thống điều khiển kiểm kê được mô tả ở bài tập 6.7 là:

$$G_p(s)=\frac{4}{s^2}$$

Sơ đồ khối hệ thống với bộ điều khiển PD và lấy mẫu và giữ như hình 7B.36

Tìm hàm truyền của bộ điều khiển PD số sử dụng phương trình sau:

$$G_c(z) = \frac{z[K_P + \frac{K_D}{T}] - \frac{K_D}{T}}{z.}$$



Hình 7.36

Chọn chu kì lấy mẫu T để độ vọt lố cực đại của y(kT) nhỏ hơn 1%.

37. Cho hệ thống điều khiển số sau:

$x[(k+1)T] = Ax(kT) + Bu(kT)$

trong đó

$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

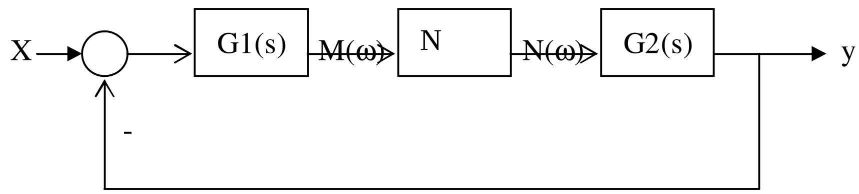
x(kT) là vectơ trạng thái nx1, u(kT) là tín hiệu điều khiển. Điều khiển hồi tiếp trạng thái là

$u(kT) = -Kx(kT)$ trong đó $K = [k_1 \quad k_2]$. Tìm giá trị của k1 và k2 để nghiệm của phương trình đặc tính của hệ vòng kín là 0,5 và 0,7.

CHƯƠNG 8 : HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN PHI TUYẾN
(Nonlinear Control Systems)

8.1. Khái niệm về đối tượng phi tuyến :

Thí dụ : Xét hệ sau



Hình 8.1

G1(s), G2(s) là khâu tuyến tính.

N là khâu phi tuyến.

Hàm truyền hệ kín :

$G_k(s) = \dfrac{G_0(s)}{G_0(s)+1}$, với G0(s)=G1(s).G2(s)

Phương trình đặc trưng: 1+ G0(s)=0

Thường ngõ vào hệ phi tuyến M(ω)=M.sinωt

Ngõ ra hệ phi tuyến N(ω)=N1.sin(ωt+ϕ1)+ N2.sin(2ωt+ϕ2)+ N3.sin(3ωt+ϕ3)+..

Tính chất và đặc điểm riêng của hệ phi tuyến:

-Nguyên lí xếp chồng không áp dụng cho hệ phi tuyến.

-Sự ổn định của hệ phi tuyến lại phụ thuộc điều kiện và bản chất của tín hiệu vào như các thông số hệ.

-Đối với hệ tuyến tính hoán chuyển hai phần tử trong một tầng không ảnh hưởng đến hoạt động. Điều này không đúng nếu một phần tử là phi tuyến.

Các đặc điểm riêng của hệ phi tuyến:

-Các chu trình giới hạn.

-Dao động tự kích.

-Nhảy cộng hưởng.

-Phát sinh hài phụ.

Các phương pháp nghiên cứu hệ phi tuyến :

-Phương pháp mặt phẳng pha.

-Phương pháp cân bằng điều hòa.

-Tiêu chuẩn ổn định Liapunov.

-Tiêu chuẩn ổn định tuyệt đối Popov.

8.2 Các phương pháp nghiên cứu hệ phi tuyến

8.2.1. Phương pháp mặt phẳng pha

Mặt phẳng pha và tính chất của nó

Xét hệ phi tuyến bậc hai (n=2) được mô tả ở dạng hai phương trình vi phân bậc nhất với các biến trạng thái x_1 và x_2 :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{dx_1}{dt} = f_1(x_1, x_2) \\ \dot{x}_2 &= \frac{dx_2}{dt} = f_2(x_1, x_2) \end{aligned} \qquad (8.1)$$

Hoặc được mô tả dưới dạng một phương trình

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{f_2(x_1, x_2)}{f_1(x_1, x_2)} \qquad (8.2)$$

với các điều kiện đầu $x_1(0)$ và $x_2(0)$.

Điểm cân bằng x_c thỏa:

$$\dot{x}_1 = \frac{dx_1}{dt} = f_1(x_1, x_2) = 0$$

$$\dot{x}_2 = \frac{dx_2}{dt} = f_2(x_1, x_2) = 0$$

Phương pháp mặt phẳng pha là phương pháp đồ họa để tìm đáp ứng quá độ của hệ bậc nhất hay bậc 2 tới điều kiện đầu hay ngõ vào đơn giản. Bất chấp các ràng buộc này, nó hữu ích bởi vì tính trực quan phương pháp này cung cấp và bởi vì nhiều hệ thống xấp xỉ đáp ứng bậc 2. Xét phương trình phi tuyến

$$\ddot{x} + g(x, \dot{x})\dot{x} + h(x, \dot{x})x = 0$$

Thay thế vào

$$\dot{x} = y, \ddot{x} = \dot{y} = \frac{dy}{dx}\dot{x} = y\frac{dy}{dx}$$

Sau đó phương trình giảm thành phương trình bậc nhất:

$$y(\frac{dy}{dx}) + g(x, y)y + h(x, y)x = 0$$

Sắp xếp lại ta có phương trình mặt phẳng pha

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-g(x, y)y - h(x, y)x}{y}$$

Mặt phẳng pha là đồ thị của y theo x như hình vẽ. Tại mỗi điểm (x,y), dy/dx là mặt tiếp tuyến của quỹ đạo pha thông qua điểm đó.

Đường Isocline là đường thẳng quỹ đạo hằng số. Phương trình isocline cho dy/dx=m là

$$y = \frac{-h(x, y)x}{g(x, y) + m}$$

Thí dụ: Xét phương trình

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 0$$

Phương trình mặt phẳng pha: $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{-(2\xi\omega_n y + \omega_n^2 x)}{y}$

Phương trình isocline: $y = \dfrac{-\omega_n^2 x}{2\xi\omega_n + m}$

Đường isocline là các đường thẳng qua gốc tọa độ, minh họa ở hình vẽ với nhiều giá trị của m.

8.2.2. Phương pháp tuyến tính hóa điều hòa:

8.2.2.1. Khái niệm

Phương pháp tuyến tính hóa điều hoà hay còn được gọi là phương pháp hàm mô tả đã xuất hiện đồng thời trong vòng một tháng của năm 1948 ở nhiều nước Nga, Mỹ , Anh,..

Việc dùng hàm mô tả là một cố gắng để mở rộng gần đúng hàm truyền đạt rất đắc lực của hệ tuyến tính sang hệ phi tuyến. Phương pháp tuyến tính hóa điều hoà là phương pháp khảo sát trong miền tần số đã được ứng dụng cho các hệ phi tuyến bậc cao (n>2) do dễ thực hiện và tương đối giống tiêu chẩn Nyquist.
Ý tưởng cơ bản : Hàm mô tả hay còn gọi là hệ số khuếch đại phức của khâu phi tuyến được định nghĩa là tỉ số của thành phần cơ bản của đáp ứng đầu ra một dụng cụ phi tuyến đối với biên độ tín hiệu sin của tín hiệu vào. Nói chung hàm mô tả phụ thuộc vào biên độ và tần số của tín hiệu vào và phức tạp bởi vì dịch pha có thể xảy ra giữa đầu vào với thành phần cơ bản ở đầu ra. Ta sẽ nghiên cứu phương pháp phân tích hàm mô tả và so sánh nó với khái niệm hàm truyền đối với hệ tuyến tính.

Nếu đầu vào phần tử phi tuyến là tín hiệu hình sin, phép phân tích hàm mô tả giả sử là đầu ra cũng là tín hiệu tuần hoàn có cùng chu kì cơ bản như của tín hiệu ngõ nhập. Vì vậy việc phân tích chỉ liên quan đến các thành phần cơ bản của dạng sóng ngõ ra. Tất cả các hài phụ và thành phần một chiều đều bỏ qua. Sự thừa nhận trên là có lí, bởi vì các thành phần hài thường rất nhỏ so với thành phần chính. Hơn nữa, hệ hồi tiếp thường làm suy giảm các thành phần hài do tác dụng lọc vốn có của nó. Nhiều phần tử phi tuyến không tạo ra các thành phần một chiều do tính đối xứng và cũng không tạo ra bất kì hài phụ nào. Vì vậy trong nhiều trường hợp(không phải là tất cả) thành phần cơ bản là những thành phần có ý nghĩa ở đầu ra ở dụng cụ phi tuyến.

Nếu một hệ chứa nhiều hơn một phi tuyến, ta phải gộp tất cả lại với nhau và được một hàm mô tả tổ hợp.

Cần kiểm tra sự chính xác của phương pháp hàm mô tả vì đó là một phương pháp gần đúng. Tuy nhiên phương pháp này đưa ra các kết quả hợp lí và có lợi là có thể dùng cho các hệ thống bậc bất kì nào và áp dụng khá đơn giản. Kết quả nhận được phải thẩm tra bằng các kỹ thuật khác hay mô phỏng trên máy tính.

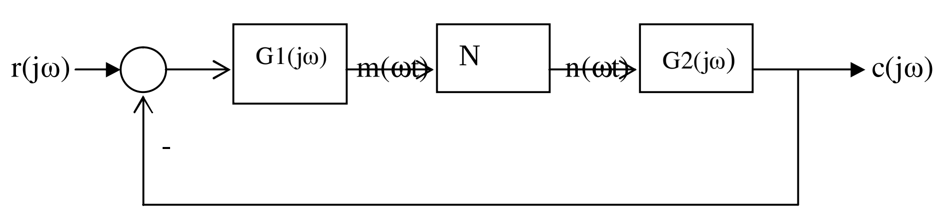
Mặc dù có nhược điểm, kỹ thuật hàm mô tả là công cụ có ích để phân tích và thiết kế các hệ phi tuyến. Hàm mô tả như một dạng hàm truyền tổng quát hóa cho hệ phi tuyến.

Để rút ra biểu thức toán học cho hàm mô tả ta hãy xét một hệ phi tuyến tổng quát mô tả ở hình 8.2 . Theo định nghĩa về hàm mô tả, ta giả sử đầu vào đối với phần tử phi tuyến N(M,ω) được cho bởi:

m(ωt)=Msin ωt (1)

Tổng quát , đầu ra trạng thái xác lập của dụng cụ phi tuyến được biểu diễn bằng chuỗi:

$$n(vt) = N_1 \sin(vt + \Phi_1) + N_2 \sin(2vt + \Phi_2) + N_3 \sin(3vt + \Phi_3) + \ldots \quad (2)$$



Hình 8.2

Bằng định nghĩa, hàm mô tả có dạng

$$N(M,v) = \frac{N_1}{M} e^{j\Phi_1} \quad (3)$$

Chú ý là hàm mô tả phụ thuộc vào biên độ và tần số của tín hiệu vào. Do đó phần tử phi tuyến được đề cập có độ lợi và dịch pha thay đổi theo biên độ và tần số tín hiệu vào.

8.2.2.2.Hàm mô tả của các phi tuyến thông dụng:

Trong phần này , dẫn ra các hàm mô tả đối với các phi tuyến thông dụng. Thủ tục được sử dụng phổ biến nhất là chuỗi Fourier của dạng sóng ngõ ra dụng cụ phi tuyến và chỉ xét thành phần cơ bản. Ta hãy xét thành phần phi tuyến N(M,ω) trong một hệ hồi tiếp tổ hợp trình bày ở hình 8.2. Giả sử đầu vào m(ω,t) được cung cấp bởi tín hiệu sin

m(ωt)=Msin ωt (4)

Ta biểu diễn dạng sóng ngõ ra bằng chuỗi Fourier cho bởi biểu thức

$$n(vt) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos kvt + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \sin kvt \quad (5)$$

trong đó

$$A_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} n(vt) \cos kvt d(vt) \text{ ; k=0,1,2,...} \quad (6)$$

$$B_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} n(vt) \sin kvt d(vt) \text{ ; k=0,1,2,...} \quad (7)$$

Tổng quát, nếu n(ωt)=-n(-ωt), là hàm lẻ à Ak=0. Nếu n(ωt)=n(-ωt), là hàm chẵn à Bk=0.

Vì chúng ta chỉ liên hệ với thành phần ra cơ bản ứng với tần số ω nên chỉ cần xác định A1 và B1. Với m(ωt)=Msin ωt hàm mô tả có thể có được từ biểu thức

$$N(M,v) = \frac{B_1}{M} + j\frac{A_1}{M} = \left[(\frac{B_1}{M})^2 + (\frac{A_1}{M})^2 \right]^{1/2} \angle \tan^{-1} \frac{A_1}{B_1} \quad (8)$$

a)Hàm mô tả của vùng chết (Dead zone)

Hình 8.3 mô tả đặc tính của vùng cheat, mối liên hệ giữa vào và ra được biểu diễn bằng các phương trình:

$n(vt) = 0$ khi –D<m<D (9)

$n(vt) = k_1 M(\sin vt - \sin vt_1)$ khi m>D (10)

$n(vt) = k_1 M(\sin vt + \sin vt_1)$ khi m<-D (11)

Hình 8.4 minh họa dạng sóng vào ra tiêu biểu. Chú ý đầu ra là hàm lẻ và vì vậy Ak=0. Đối xứng qua bốn phần tư chu kì cho phép ta xác định biểu thức của hệ số Fourier B1 bằng cách lấy bốn lần tích phân trên một phần tư chu kì:

$$B_1 = \frac{4}{p} \int_0^{p/2} n(vt) \sin vt d(vt) \quad (12)$$

Thay phương trình (9) và (10) vào (12) ta được

$$B_1 = \frac{4}{p}[\int_0^{vt_1}(0)\sin vtd(vt) + \int_{vt_1}^{p/2} K_1 M(\sin vt - \sin vt_1)\sin vtd(vt)\ (13)$$

trong đó $vt_1 = \sin^{-1}(\frac{D}{M})$ hay $\sin vt_1 = \frac{D}{M}$.

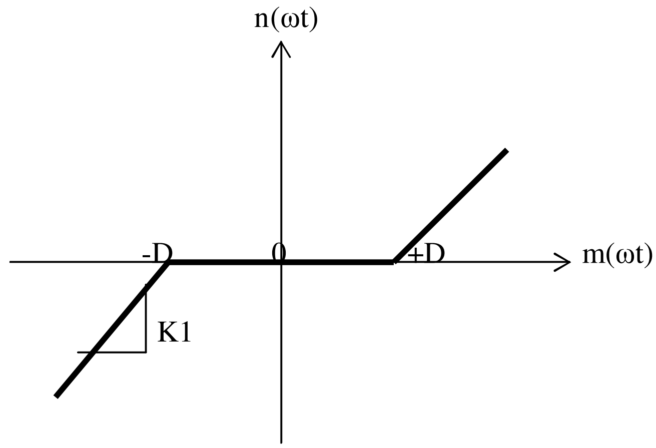
Đánh giá phương trình (13) dẫn ra biểu thức:

$$B_1 = \frac{2K_1M}{p}(\frac{p}{2} - \frac{D}{M}\cos vt_1 - vt_1) \quad (14)$$

Từ (14) vì hàm mô tả là tỉ số của biên độ thành phần cơ bản của đầu vào B1 đối với M, có thể biểu diễn như sau:

$$N_{dz}(M) = \frac{B_1}{M} = \frac{2K_1}{p}(\frac{p}{2} - \frac{D}{M}\cos vt_1 - vt_1)\ (15)$$

hay $N_{dz}(M) = \frac{B_1}{M} = \frac{2K_1}{p}(\frac{p}{2} - \frac{D}{M}\cos(\sin^{-1}\frac{D}{M}) - \sin^{-1}\frac{D}{M})$



Hình 8.3. Đặc tính phi tuyến của vùng chết.

Hình 8.4. Dạng sóng vào và ra từ dụng cụ phi tuyến có đặc tính vùng cheat ở hình 8.3.

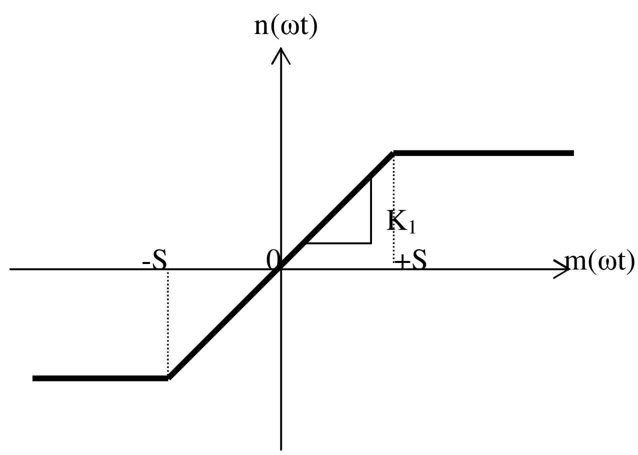
b)Khâu bảo hòa(Saturation)

Hình 8.5 minh họa đặc điểm phi tuyến bảo hòa. Sự liên hệ giữa vào và ra của phi tuyến này có thể biểu diễn bằng các phương trình sau:

$n(vt) = k_1 M \sin vt$ khi –S<+m<S (16)

$n(vt) = k_1 S$ khi m(ω,t)>S (17)

$n(vt) = -k_1 S$ khi m(ω,t)<-S



Hình 8.5. Đặc tính phi tuyến của khâu bão hòa.

Hình 8.6. Đầu vào và dạng tổng quát của dạng sóng ngõ ra từ dụng cụ phi tuyến có đặc tính bão hòa.

Dạng sóng ngõ ra hàm lẻ nên Ak=0. Đối xứng qua bốn phần tư chu kì cho phép ta xác định biểu thức của hệ số Fourier B1 bằng cách lấy bốn lần tích phân trên một phần tư chu kì:

$$B_1 = \frac{4}{p}\int_0^{p/2} n(vt)\sin vt\, d(vt) \qquad (18)$$

Thay phương trình (16) và (17) vào (18) ta được

$$B_1 = \frac{4}{p}[\int_0^{vt_1}(K_1 M\sin vt)\sin vt\, d(vt) + \int_{vt_1}^{p/2}(K_1 M\sin vt_1)\sin vt\, d(vt)\,(19)$$

trong đó $vt_1 = \sin^{-1}(\frac{S}{M})$ hay $\sin vt_1 = \frac{S}{M}$.

Giải (19) dẫn ra biểu thức

$$B_1 = \frac{2K_1 M}{p}(\frac{S}{M}\cos vt_1 + vt_1)\,(20)$$

Từ (20) vì hàm mô tả là tỉ số của biên độ thành phần cơ bản của đầu vào B1 đối với M, có thể biểu diễn như sau:

$$N_{sat}(M) = \frac{B_1}{M} = \frac{2K_1}{p}(\frac{S}{M}\cos vt_1 + vt_1)\,(21)$$

hay $N_{sat}(M) = \frac{B_1}{M} = \frac{2K_1}{p}(\frac{S}{M}\cos(\sin^{-1}\frac{S}{M}) + \sin^{-1}\frac{S}{M})$

c)hàm mô tả của khâu khe hở (Blacklash)

$vt_1 = \sin^{-1}(\frac{2D}{M} - 1)$ hay $\sin vt_1 = \frac{2D}{M} - 1$.

$$A_1 = \frac{2D}{pM}(\frac{2D}{M} - 2)M$$

$$B_1 = \frac{1}{p}(\frac{p}{2} - vt_1 - (\frac{2D}{M} - 1)\cos vt_1)M$$

$$N_{backlash}(M) = \frac{1}{M}\sqrt{A_1^2 + B_1^2}\angle\tan^{-1}(A_1/B_1)$$

d)Hàm mô tả của phần tử on/off có từ trễ.

e)Khâu Rờle 3 vị trí có trễ

$$N = \frac{2K_N}{pA(D+h)}(\cos a_1 + \cos a_2) - j\frac{2K_N}{pA(D+h)}(\sin a_1 - \sin a_2)$$

$$\sin a_1 = 1/A; \sin a_2 = \frac{D}{M}; A = \frac{M}{D+h}$$

x(t)=Msin(ωt), M>D+h.

f)Khâu so sánh có trễ.

Trigger Schmitt không đảo.

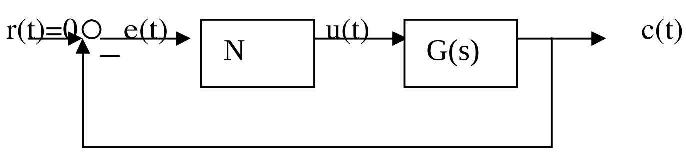
$$N = \frac{4V_{0\max}}{pAV_H}(\cos a - j\sin a)$$

$$\sin a = 1/A; A = \frac{M}{D} = \frac{M}{V_H}$$

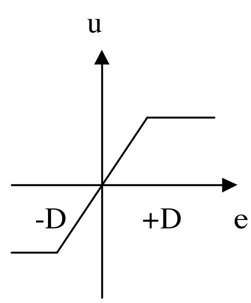
Bài tập

Chương 8 : Hệ thống điều khiển tự động phi tuyến

1. Đặc điểm và tính chất của hệ phi tuyến. Cho thí dụ về hệ phi tuyến.
2. Trình bày phương pháp mặt phẳng pha.
3. Trình bày phương pháp tuyến tính hóa điều hòa (hàm mô tả).
4. Tiêu chuẩn ổn định Liapunov
5. Một hệ ĐKTĐ gồm một khâu phi tuyến bão hòa và một khâu tuyến tính có hàn truyền G(s)



Hình 8B.5



E(t)=Msinωt

$G(s)=\frac{K}{S(T_1s+1)(T_2s+1)}$ T_1=0,1 sec và T_2=10sec

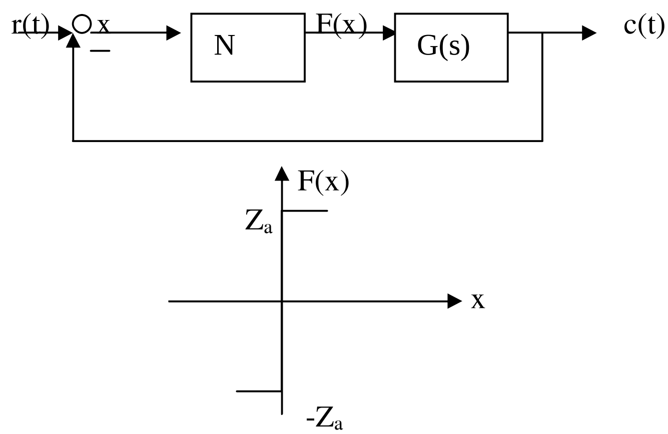
a.Chứng minh rằng hàm mô tả của khâu bão hòa có dạng

$$N = \frac{2K_N}{p}\left(\arcsin(\frac{D}{M}) + \frac{D}{M}\cos(\arcsin(D/M))\right),$$ Điều kiện M >= D.

Với $\sin vt_1 = \frac{D}{M}$

b.Cho D=1, K_N=5. Tìm điều kiện của K để hệ phi tuyến ổn định ở trạng thái cân bằng.

6. Cho hệ thống có sơ đồ khối trên hình 8B.6 $G(s) = \dfrac{K}{s^2}$



Hình 8B.6

Xét ổn định tại trạng thái cân bằng (r(t)=0) theo phương pháp quỹ đạo pha.

PHỤ LỤC A

BẢNG BIẾN ĐỔI LAPLACE

STT	Ảnh laplace F(s)	Hàm thời gian f(t)
1	1	Hàm Dirac $\delta(t)$
2	$\frac{1}{s}$	Hàm nấc đơn vị $u_s(t)=1(t)$
3	$\frac{1}{s^2}$	Hàm dốc (hàm RAMP)= t.1(t)
4	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	t^n(n= số nguyên dương)
5	$\frac{1}{s+a}$	$e^{-\alpha t}$
6	$\frac{1}{(s+a)^2}$	$t.e^{-\alpha t}$
7	$\frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$	$t^n.e^{-\alpha t}$, n= số nguyên dương
8	$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$	$\frac{1}{(b-a)}(e^{-at}-e^{-bt})$ $(\alpha\neq\beta)$
9	$\frac{1}{s(s+a)}$	$\frac{1}{a}(1-e^{-at})$
10	$\frac{1}{s(s+a)^2}$	$\frac{1}{a^2}(1-e^{-at}-ate^{-at})$
11	$\frac{1}{s^2(s+a)}$	$\frac{1}{a^2}(at-1+e^{-at})$
12	$\frac{1}{s^2(s+a)^2}$	$\frac{1}{a^2}[t-\frac{1}{a}+(t+\frac{2}{a})e^{-at}]$
13	$\frac{s}{(s+a)^2}$	$(1-\alpha t)e^{-\alpha t}$
14	$\frac{w_n}{s^2+w_n^2}$	$\sin\omega_n t$
15	$\frac{s}{s^2+w_n^2}$	$\cos\omega_n t$
16	$\frac{w_n^2}{s(s^2+w_n^2)}$	$1-\cos\omega_n t$
17	$\frac{w_n^2(s+a)}{s^2+w_n^2}$	$w\sqrt{a^2+w_n^2}\sin(w_n t+q)$ với $q=\tan^{-1}(w_n/a)$
18	$\frac{w_n}{(s+a)(s^2+w_n^2)}$	$\frac{w_n}{a^2+w_n^2}e^{-at}+\frac{1}{a^2+w_n^2}\sin(w_n t+q)$, với $q=\tan^{-1}(w_n/a)$

19	$\dfrac{w_n^2}{s^2+2xw_ns+w_n^2}$	$\dfrac{w_n}{\sqrt{1-x^2}}e^{-xw_nt}\sin w_n\sqrt{1-x^2}.t$ (ξ<1)
20	$\dfrac{w_n^2}{s(s^2+2xw_ns+w_n^2)}$	$1-\dfrac{w_n}{\sqrt{1-x^2}}e^{-xw_nt}\sin(w_n\sqrt{1-x^2}.t+q)$, với $q=\cos^{-1}x$ (ξ<1)
21	$\dfrac{sw_n^2}{s^2+2xw_ns+w_n^2}$	$\dfrac{-w_n^2}{\sqrt{1-x^2}}e^{-xw_nt}\sin(w_n\sqrt{1-x^2}.t-q)$ với $q=\cos^{-1}x$ (ξ<1)
22	$\dfrac{w_n^2(s+a)}{s^2+2xw_ns+w_n^2}$	$w_n\sqrt{\dfrac{a^2-2axw_n+w_n^2}{1-x^2}}.e^{-xw_nt}\sin(w_n\sqrt{1-x^2}.t+q)$ với $q=\tan^{-1}\dfrac{w_n\sqrt{1-x^2}}{a-xw_n}x$ (ξ<1)
23	$\dfrac{w_n^2}{s^2(s^2+2xw_ns+w_n^2)}$	$t-\dfrac{2x}{w_n}+\dfrac{1}{w_n^2\sqrt{1-x^2}}.e^{-xw_nt}\sin(w_n\sqrt{1-x^2}.t+q)$, với $q=\cos^{-1}(2x^2-1)$ (ξ<1)

Bảng biến đổi z

Biến đổi Laplace	**Hàm thời gian**	**Biến đổi z**
1	Xung dirac δ(t)	1
$\frac{1}{s}$	Hàm nấc đơn vị $u_s(t)$ (hay 1(t))	$\frac{z}{z-1}$
$\frac{1}{1-e^{-Ts}}$	$d_T(t)=\sum_{n=0}^{\infty} d(t-nT)$	$\frac{z}{z-1}$
$\frac{1}{s^2}$	t	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
$\frac{1}{s^3}$	$\frac{t^2}{2}$	$\frac{T^2 z(z+1)}{2(z-1)^3}$
$\frac{1}{s^{n+1}}$	$\frac{t^n}{n!}$	$\lim_{a\to 0}\frac{(-1)^n}{n!}\frac{\partial^n}{\partial a^n}\left[\frac{z}{z-e^{-aT}}\right]$
$\frac{1}{s+a}$	$\mathbf{e^{-at}}$	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$
$\frac{1}{(s+a)^2}$	t $\mathbf{e^{-at}}$	$\frac{Tze^{-aT}}{(z-e^{-aT})^2}$
$\frac{a}{s(s+a)}$	1- $\mathbf{e^{-at}}$	$\frac{(1-e^{-aT})z}{(z-1)(z-e^{-aT})}$
$\frac{w}{s^2+w^2}$	**sinwt**	$\frac{z\sin vT}{z^2-2z\cos vT+1}$
$\frac{w}{(s+a)^2+w^2}$	$\mathbf{e^{-at}}$ **sinwt**	$\frac{ze^{-aT}\sin vT}{z^2-2ze^{-aT}\cos vT+e^{-2aT}}$
$\frac{s}{s^2+w^2}$	**coswt**	$\frac{z(z-\cos vT)}{z^2-2z\cos vT+1}$
$\frac{s+a}{(s+a)^2+w^2}$	$\mathbf{e^{-at}}$ **coswt**	$\frac{z^2-ze^{-aT}\cos vT}{z^2-2ze^{-aT}\cos vT+e^{-2aT}}$

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Nguyễn Thị Phương Hà(chủ biên), Huỳnh Thái Hoàng, Lý thuyết Điều khiển tự động , NXB ĐHQG Tp. HCM, 2003.

[2].Nguyễn Thị Phương Hà, Bài tập Điều khiển tự động , NXB ĐHQG Tp. HCM, 2003.

[3]. Benjamin C.Kuo, Automatic Control Systems, 5th ed. , Prentice Hall, 1988 .

[4]. Benjamin C.Kuo, Automatic Control Systems, 8th ed., John Wiley &Son, 2003.

[5]. Katsuhiko Ogata, Modern Control Engineering, Prentice Hall, 4th ed., 2002.

[6].K.J. Åström,B.J Wittenmark, Computer-Controlled Systems - Theory and Design, Prentice Hall, 3rd ed., 1997.

[7]. John Van De Vegte, Feedback Control Systems, 2nd ed.,Prentice hall, 1990.

[8]. TS. Nguyễn Thị Phương Hà, Điều khiển tự động (tập 1 và tập 2), NXB KHKT , Hànội 1996.

[9].TS. Nguyễn Thị Phương Hà, Bài tập Điều khiển tự động , NXB KHKT , Hànội 1996.

[10].Lương Văn Lăng, Cơ sở tự động ,ĐHBK Tp. HCM ,1996 và 2002 (lần 2).

[11]. Trần Thị Hoàng Oanh, Giáo trình Lý thuyết điều khiển tự động, Đại học Công nghiệp Tp. HCM, Lưu hành nội bộ, 2008.

[12]. Phan Xuân Minh (chủ biên), Lý thuyết điều khiển tự động, NXB GD, 2008.

[13]. Phần mềm Matlab 6.5 và 7.0 và Simulink. Toolbox ACSYS2002 chạy trên Matlab.

[14].Ramakant Gayakwad, Leonard Sokoloff, Analog and Digital control systems, Prentice Hall NJ, 1990.

[15]. Richard C. Dorf, Robert H. Bishop, Modern Control Systems, 10th ed. , Prentice Hall, 2005.