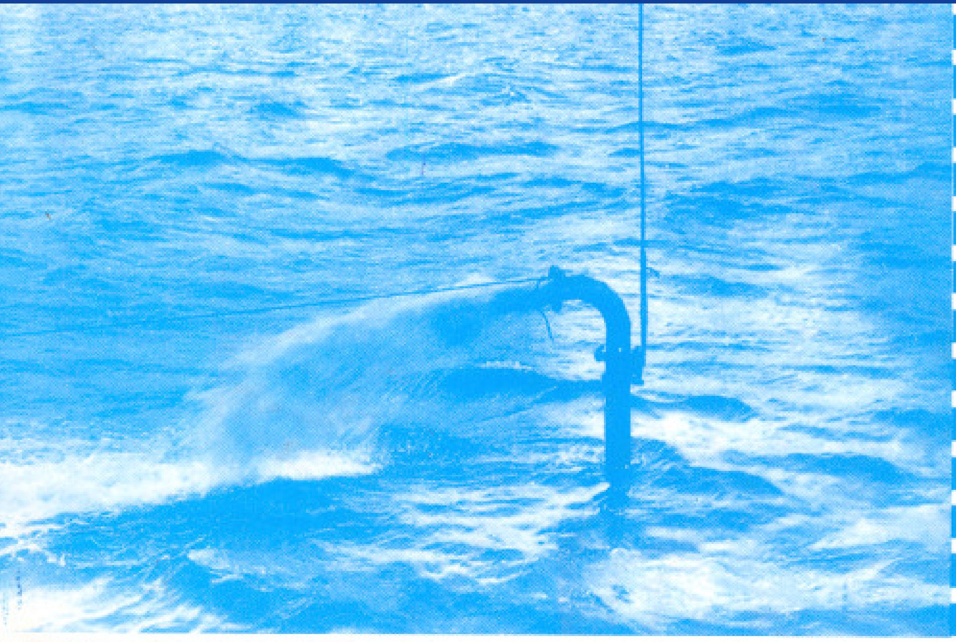
NGUYỄN TÀI
Giáo sư, tiến sĩ KHKT



THỦY LỰC

TẬP I

NHÀ XUẤT BẢN XÂY DỰNG

NGUYỄN TÀI
Giáo sư, tiến sĩ KHKT

THỦY LỰC

TẬP I

SÁCH DÙNG TRONG CÁC TRƯỜNG ĐẠI HỌC KỸ THUẬT, SOẠN THEO CHƯƠNG TRÌNH ĐÃ ĐƯỢC HỘI ĐỒNG MÔN HỌC THỦY LỰC CỦA BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO DUYỆT

HÀ NỘI 1998

LỜI NÓI ĐẦU

Năm học 1995 - 1996 trường Đại học Xây dựng Hà nội bắt đầu thực hiện thí điểm phương thức đào tạo theo tín chỉ. Để có tài liệu kịp thời cho sinh viên đại học chính qui cũng như tại chức của các ngành thủy lợi, cảng, đường thủy, công trình biển, cầu đường, xây dựng, kỹ thuật môi trường..., giáo trình Thủy lực này được biên soạn thành hai tập.

Nội dung giáo trình được biên soạn theo chương trình đã được Hội đồng môn học Thủy lực của Bộ Giáo dục và đào tạo duyệt. Vì vậy giáo trình có nội dung đầy đủ, đáp ứng được yêu cầu giảng dạy, học tập của nhiều ngành, không những chỉ đối với các ngành thuộc khối xây dựng cơ bản mà còn cho nhiều ngành kỹ thuật khác.

Trong giáo trình đã trình bày một cách hợp lý các mô hình và quan điểm hiện đại nhất về thủy lực. Các diễn giải về toán học được thể hiện chặt chẽ, hệ thống. Nội dung các chương không dừng lại ở khía cạnh toán học mà tập trung lý giải các vấn đề về mặt bản chất vật lý, điều này có thể làm cho việc áp dụng lý thuyết vào bài tập và hiểu sâu các hiện tượng thủy lực được thuận lợi hơn rất nhiều.

Trong quá trình biên soạn giáo trình, tác giả đã nhận được nhiều ý kiến quý báu của các cán bộ giảng dạy thuộc bộ môn Thủy lực - Thủy văn trường Đại học Xây dựng. Tác giả xin chân thành cảm tạ các bạn đồng nghiệp, đặc biệt xin cảm ơn sự đóng góp của PGS.PTS. HOÀNG VĂN QUÝ trong lần xuất bản này.

Tác giả mong nhận được ý kiến nhận xét của các bạn đọc.

TÁC GIẢ

Chương I

MỞ ĐẦU

§I-1. ĐỊNH NGHĨA MÔN HỌC

Thủy lực học còn được gọi là Cơ học chất lỏng ứng dụng. Thủy lực học vì vậy là một môn khoa học ứng dụng.

Thủy lực nghiên cứu:

+ Các qui luật cân bằng và chuyển động của chất lỏng;

+ Các biện pháp ứng dụng các qui luật đó vào thực tiễn.

Kiến thức thủy lực học cần cho tất cả các cán bộ kỹ thuật.

Thủy lực học được chia thành hai nội dung lớn:

+ Thủy lực đại cương, hình thành trên cơ sở các qui luật chung. Phần nội dung này của môn học có trong tất cả các chương trình đào tạo của tất cả các chuyên ngành kỹ thuật có liên quan đến chất lỏng.

+ Sau phần Thủy lực đại cương là phần Thủy lực chuyên môn như Thủy lực đường ống; Thủy lực lòng dẫn hở; Thủy lực công trình v.v...

Hệ đo lường được dùng trong Thủy lực là: hệ kỹ thuật MkGS (m,kG, sec) và SI (hệ đo lường quốc tế) - m,kg,sec.

Quan hệ giữa các đơn vị:

+ Lực: đo bằng Niutơn, được ký hiệu bằng N và cũng được đo bằng kilogram lực, được kí hiệu bằng kG, đo bằng đyn.

$$1\ \mathrm{N} = 1\ \mathrm{kg} \cdot 1\ \mathrm{m/s^2} = 1\ \mathrm{mkgs^{-2}};$$

$$1\ \mathrm{kG} = 9{,}807\ \mathrm{N};$$

$$1\ \mathrm{N} = 0{,}102\ \mathrm{kG};$$

$$1\ \text{đyn} = 10^{-5}\ \mathrm{N} = 1{,}02.10^{-6}\ \mathrm{kG}$$

+ Áp suất: đo bằng Pascal (Pa); đyn/cm^2 ; kg/cm^2 (atm) ; atm tuyệt đối; mm Hg.

$$1\ \mathrm{Pa} = 1\ \mathrm{N/m^2} = 10\ \text{đyn/cm}^2 = 1{,}02.10^{-5}\ \mathrm{kG/cm^2} = 9{,}87.10^{-6}$$

$$\text{atm tuyệt đối} = 7{,}50.10^{-3}\mathrm{mmHg}.$$

+ Khối lượng: đo bằng kilogram khối lượng (kg); gram khối lượng (g); kGs^2/m^4.

$$1\ kg = 10^3 g = 0{,}102\ kGs^2/m^4.$$

§I-2. LƯỢC SỬ PHÁT TRIỂN

Cơ học chất lỏng ứng dụng - thủy lực - có một quá trình phát triển lâu đời. Một số nguyên lý về thủy tĩnh (lý thuyết cân bằng của chất lỏng) đã được Asimed xác lập trong tác phẩm nổi tiếng từ năm 250 trước công nguyên và sau đó được Xtevin (1548-1620), Galile (1564-1642) và Pascal (1623-1662) phát triển.

Giữa thế kỷ XV Leonar de Vanhxi (1452-1519) đặt nền móng cho thực nghiệm thủy lực. Ông đã tiến hành nghiên cứu trong phòng thí nghiệm một số vấn đề về chuyển động của nước trong kênh, qua lỗ vòi và đập tràn. Torixeli (1608-1647) đã đề xuất công thức nổi tiếng về vận tốc của chất lỏng chảy qua lỗ, còn Niutơn (1642-1724) đã phát biểu qui luật cơ bản về ma sát trong của chuyển động của chất lỏng.

Trong thế kỷ XVIII Danhin Becnui (1700-1782) và Leona Ơle (1707-1783) đã đề xuất phương trình tổng quát về chuyển động của chất lỏng lý tưởng và có thể coi các ông là những người đã đặt nền móng cho cơ học chất lỏng lý thuyết. Tuy nhiên việc sử dụng các phương trình này (cũng như các phương trình được đề xuất sau này về chuyển động của chất lỏng nhớt) vào các bài toán thực tiễn (mà kỹ thuật với sự phát triển mạnh mẽ của mình đã đề ra) cũng chỉ mới có thể xem là phù hợp cho một số trường hợp nhất định. Vì vậy vào cuối thế kỷ XVIII nhiều bác học và kỹ sư (Sêdi, Đacxi, Badanh, Vâyxbắc và những người khác) bằng thực nghiệm đã nghiên cứu chuyển động của nước trong các trường hợp cụ thể khác nhau và họ đã nhận được một số lượng lớn các công thức kinh nghiệm. Sự hình thành thủy lực "thực dụng" cứ như vậy càng ngày càng rời xa cơ học chất lỏng lý thuyết.

Sự xích lại gần nhau giữa cơ học chất lỏng lý thuyết và thủy lực chỉ được thực hiện vào cuối thế kỷ XIX, khi sự hình thành các quan điểm mới về chuyển động của chất lỏng được dựa trên các kết qủa nghiên cứu về kết cấu dòng chảy. Các kết quả nghiên cứu tinh tế về qui luật ma sát trong của chất lỏng trong chuyển động tầng (công trình của N.P.Pêtrôp; 1836-1920) và sự quá độ từ chuyển động tầng sang rối (công trình của Râynôn; 1848-1912) cho phép đi sâu hơn vào bản chất vật lý của sức cản thủy lực. Các công trình tiếp theo của N.E.Jucôpxki (1847-1921) và Prandtl (1875-1953) đã đưa việc nghiên cứu các vấn đề quan trọng bậc nhất của cơ học chất lỏng lên một bước (cụ thể trong số đó là dòng rối) và được đánh giá là các công trình chỉn chu trong việc xây dựng xong cái gọi là lý thuyết bán thực nghiệm về dòng rối mà hiện nay đang được sử dụng rộng rãi trong thực tiễn.

Thế kỷ XX với sự phát triển mạnh mẽ của kỹ thuật hàng không, thủy lợi, nhiệt năng, máy thủy lực đã dẫn đến sự phát triển như vũ bão của cơ học chất lỏng kỹ thuật được dựa trên các tiền đề lý thuyết và các phương pháp nghiên cứu thực nghiệm.

§I-3. CÁC TÍNH CHẤT VẬT LÝ CHỦ YẾU CỦA CHẤT LỎNG

1- Định nghĩa chất lỏng

Chất lỏng (với ý nghĩa rộng của từ này), khác với vật rắn, là loại vật chất có tính dễ chảy. Để thay đổi được hình dạng của vật rắn, ta cần tác động vào vật đó một lực hữu hạn, đôi khi còn là lực rất lớn, còn đối với chất lỏng sự thay đổi hình dạng có thể xảy ra dưới một lực vô cùng nhỏ (chất lỏng chảy dưới tác động của chính trọng lượng bản thân của nó).

Chất lỏng hạt có thể tích hoàn toàn xác định, thể tích đó không bị thay đổi dưới tác động của lực. Còn chất khí có thể nở ra hoặc co lại dưới tác động của lực. Do vậy, chất lỏng hạt có thể dễ dàng thay đổi hình dạng (khác với chất rắn), nhưng không thay đổi về thể tích, còn chất khí dễ dàng thay đổi cả về hình dạng và thể tích.

Các tính chất cơ bản của chất lỏng, rất đáng kể trong các bài toán về cơ học chất lỏng kỹ thuật là mật độ và độ nhớt. Trong một số trường hợp (khi hình thành hạt, dòng chảy tia, hình thành các sóng mao dẫn v.v...) sức căng mặt ngoài cũng có ý nghĩa trong tính toán.

2- Mật độ và trọng lượng thể tích của chất lỏng.

Mật độ ρ của chất lỏng là khối lượng M của nó trong một đơn vị thể tích W:

$$\rho = \frac{M}{W} \qquad (1)$$

Mật độ của nước dưới nhiệt độ 4°C là $\rho_{nc} = 1000$ kg/m^3.

Nếu chất lỏng không đồng nhất, thì (1) chỉ xác định được mật độ trung bình. Để xác định mật độ tại một điểm ta dùng công thức:

$$\rho = \lim_{\Delta W \to 0} \frac{\Delta M}{\Delta W} \qquad (2)$$

Trọng lượng chất lỏng G, tính cho một đơn vị thể tích W, gọi là trọng lượng thể tích:

$$\gamma = \frac{G}{W} \qquad (3)$$

Trọng lượng thể tích của nước dưới nhiệt độ 4°C là γ_{nc}=9810 N/m³ (1000 kg/m³).

Nếu chất lỏng không đồng nhất, công thức (3) chỉ xác định được trọng lượng thể tích trung bình của chất lỏng. Để xác định trọng lượng thể tích của chất lỏng tại điểm đã định ta dùng công thức:

$$\gamma = \lim_{W \to 0} \frac{\Delta G}{\Delta W} \qquad (4)$$

Mật độ và trọng lượng thể tích có quan hệ với nhau qua biểu thức:

$$\gamma = \rho g, \qquad (5)$$

trong đó g - gia tốc rơi tự do.

Trọng lượng thể tích tương đối của chất lỏng (hoặc trọng lượng tương đối) δ gọi là tỷ số giữa trọng lượng thể tích của chất lỏng đang xét và trọng lượng thể tích của nước dưới nhiệt độ 4°C:

$$\delta = \gamma_{cl}/\gamma_{nc}. \qquad (6)$$

Khác với trọng lượng thể tích, trọng lượng thể tích tương đối là đại lượng không thứ nguyên, trị số thực của nó không phụ thuộc vào hệ đơn vị đo. Ví dụ đối với nước cất dưới nhiệt độ 4°C:

$$\delta_{nc} = 1. \qquad (7)$$

Mật độ, do đó cả trọng lượng thể tích và trọng lượng thể tích tương đối của chất lỏng và chất khí thay đổi khi áp suất và nhiệt độ thay đổi.

3- Tính nén và sự dãn nở do nhiệt độ của chất lỏng.

Tính nén của chất lỏng hạt dưới tác động của áp suất được đặc trưng bằng hệ số nén thể tích β_W, mà đó chính là sự thay đổi tương đối giữa thể tích chất lỏng trong một đơn vị của sự biến đổi áp suất:

$$\beta W = -\frac{1}{W}\frac{\Delta W}{\Delta p} \qquad (8)$$

trong đó: W - thể tích ban đầu của chất lỏng;

ΔW - độ thay đổi thể tích nói trên khi áp suất tăng lên một lượng là Δp.

Hệ số nén thể tích có thứ nguyên là Pa^{-1}. Dấu "trừ" trong (8) chỉ sự biến thiên ngược nhau của áp suất và thể tích.

Đại lượng nghịch đảo của hệ số nén thể tích, gọi là mô đun đàn hồi của chất lỏng E_o (tính bằng Pa):

$$E_o = 1/\beta_W. \qquad (9)$$

Hệ số nén thể tích của chất lỏng hạt ít thay đổi khi nhiệt độ và áp suất thay đổi. Trị số trung bình của nước:

$$\beta_w \approx \frac{1}{2.10^9} Pa^{-1}$$

(khi E_o=2.19[9])

Do đó khi áp suất tăng lên 9,8.10[4]Pa thể tích nước giảm đi 1/20.000 phần đại lượng ban đầu. Hệ số nén thể tích của các chất lỏng hạt khác cũng có cỡ như vậy. Trong nhiều trường hợp thực tiễn kỹ thuật, tính nén của chất lỏng có thể bỏ qua, xem trọng lượng thể tích và mật độ của nó không phụ thuộc vào áp suất.

Tính dãn nở của chất lỏng hạt được đặc trưng bằng hệ số dãn nở do nhiệt độ β_t, đó là lượng tăng tương đối thể tích chất lỏng khi nhiệt độ tăng lên 1 độ, tức là:

$$\beta_t = \frac{1}{w}\frac{\Delta w}{\Delta t} \tag{11}$$

trong đó Δ_w -lượng thay đổi thể tích khi nhiệt độ tăng lên một lượng Δt.

Khi nhiệt độ tăng từ 10 đến 20°C và áp suất là 10^5Pa có thể lấy gần đúng:

$$\beta_t \approx 0{,}0001^{\circ}C^{-1} \tag{12}$$

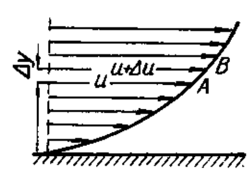
Nếu một cách gần đúng cho rằng mật độ không phụ thuộc vào áp suất mà chỉ được xác định theo nhiệt độ, thì từ các biểu thức (11) và (1) có thể tìm biểu thức gần đúng tính lượng thay đổi mật độ của chất lỏng hạt khi nhiệt độ thay đổi như sau:

$$\rho_t = \rho_o \frac{1}{1+\beta_t(t-t_o)} \tag{13}$$

trong đó t_o - nhiệt độ của chất lỏng trong điều kiện bình thường.

4- Tính nhớt của chất lỏng.

Tính nhớt là tính chất của chất lỏng chống lại sự dịch chuyển. Tất cả các loại chất lỏng thực đều có tính nhớt nhất định, được thể hiện dưới dạng ma sát trong khi có sự di chuyển tương đối giữa các phần tử chất lỏng. Ngoài các loại chất lỏng dễ chảy (ví dụ nước, không khí) còn có những loại chất lỏng rất nhớt, có sức chống lại sự di chuyển rất lớn (glixerin, mỡ nặng và các loại khác).



Sự phân bố vận tốc trong chuyển động của chất lỏng dọc tường phẳng

Do vậy, tính nhớt đặc trưng cho độ chảy của chất lỏng hoặc tính di chuyển của các phần tử.

Giả thiết chất lỏng chảy dọc theo một tường phẳng dưới dạng các lớp song song với tường, đó cũng là hình ảnh quan sát được trong dòng chảy tầng. Do sức cản của tường, các lớp chất lỏng sẽ chuyển động với các vận tốc khác nhau, trị số của vận tốc tăng dần khi khoảng cách đến thành tăng. Ta xét hai lớp chất lỏng chuyển động cách nhau một khoảng y. Lớp A chuyển động với vận tốc là u, còn lớp B - với vận tốc u+Δu (trong một đơn vị thời gian). Đại lượng Δu là do dịch chuyển tuyệt đối của lớp A so với lớp B, còn Δu/Δy là gradien vận tốc (do dịch chuyển tương đối). Trong chuyển động này xuất hiện ứng suất tiếp (lực ma sát trong một đơn vị thời gian) được ký hiệu bằng chữ τ. Vậy tương tự như hiện tượng chuyển vị trong vật rắn, có thể đề xuất biểu thức giữa ứng suất và sự biến dạng dưới dạng:

$$\tau = \mu \Delta u/\Delta y \tag{24}$$

hoặc là, nếu các lớp nằm rất gần nhau thì:

$$\tau = \mu du/dy. \tag{25}$$

Ứng suất τ luôn luôn dương, vì vậy trong biểu thức (25) phải đặt dấu trừ hoặc dấu cộng, tùy thuộc vào dấu của du/dy. Đại lượng μ, đặc trưng cho khả năng chống lại sự dịch chuyển của các phần tử chất lỏng, gọi là hệ số nhớt động lực hoặc là hệ số nhớt tuyệt đối.

Biểu thức (25) do Niutơn đề xuất nên còn gọi biểu thức đó là định luật ma sát Niutơn.

Lực nội ma sát trong chất lỏng là:

$$F = \tau S = \mu S.du/dy$$

tức là tỷ lệ thuận với gradien vận tốc, diện tích các lớp chất lỏng S và độ nhớt động lực (ma sát trong của chất lỏng khác với ma sát trong của vật rắn, khi mà lực ma sát phụ thuộc vào áp suất thẳng góc mà không phụ thuộc vào diện tích tiếp xúc của các lớp).

Để xác định thứ nguyên hệ số nhớt động lực, từ (24) ta được:

$$[\mu] = \left[\frac{\tau}{du/dy}\right] = [FTL^{-2}] = [ML^{-1}T^{-1}]$$

Độ nhớt động lực được đo bằng Pa.s hoặc N.s/m^2.

+ Trong hệ kỹ thuật, độ nhớt động lực được đo bằng kG.s.m^{-2}.

+ Trong hệ CGS, độ nhớt động lực được đo bằng Pauz (P) - để kỷ niệm nhà bác học Paozel:

$$\mu = \frac{0,00179}{1 + 0,0368t + 0,000221t^2}. \tag{26}$$

Khi nhiệt độ tăng từ 0 đến 100°C, độ nhớt của nước giảm đi gần 7 lần.

Khi nhiệt độ là 20°C độ nhớt động lực bằng 0,001 Pa.s = 0,01P.

Cùng với khái niệm độ nhớt tuyệt đối hay động lực trong thủy lực còn sử dụng khái niệm độ nhớt động học ν, là tỷ số giữa độ nhớt động lực và mật độ của chất lỏng :

$$\nu = \mu/\rho. \qquad (27)$$

Độ nhớt đó gọi là độ nhớt động học, vì thứ nguyên của nó không chứa đơn vị lực hoặc khối lượng. Thay thứ nguyên μ và ρ vào công thức (27), ta được:

$$[\nu] = [L^2/T].$$

Độ nhớt động học được đo bằng m^2/s.

Đơn vị của độ nhớt động học trong hệ CGS được đo bằng Stok (kỷ niệm nhà bác học người Anh-Stok):

$$1St = 1cm^2/s = 10^{-4}m^2/s.$$

Trong thực tế độ nhớt của chất lỏng được xác định bằng nhớt kế, kiểu phổ biến nhất là nhớt kế Engler.

Để chuyển từ độ nhớt qui ước tính bằng độ Engler sang độ nhớt động học, m^2/s, có một vài công thức thực nghiệm, ví dụ công thức Ubellot:

$$\nu = (0{,}0732^{o}E - 0{,}0631/^{o}E).10^{-4}, \qquad (28)$$

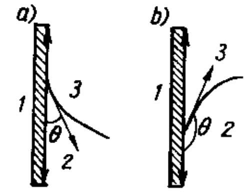
cũng như công thức của A.D.Altsul:

$$^{o}E = 24\left[2{,}3\lg\frac{\sqrt{\nu^2 + 0{,}0294} - \nu}{\sqrt{\nu^2 + 0{,}0166} - \nu} + (\sqrt{\nu^2 + 0{,}0294} - \sqrt{\nu \ + 0{,}0166})\right]\nu, \qquad (29)$$

trong đó ν đo bằng cm^2/s.

5- Sức căng mặt ngoài của chất lỏng. Hiện tượng mao dẫn.

Phân tử chất lỏng nằm trong mặt tiếp xúc với chất lỏng, chất khí hoặc vật rắn, ở trong điều kiện khác với điều kiện của các phân tử nằm trong nội bộ thể tích chất lỏng. Trong nội bộ chất lỏng, các phân tử được bao bọc bởi cùng một loại phân tử, còn gần mặt thoáng chỉ còn một phía, vì vậy năng lượng của các phân tử trên mặt thoáng khác với năng lượng của các phân tử nằm trong nội bộ chất lỏng một đại lượng nào đó. Năng lượng đó được gọi là năng lượng bề mặt, nó tỷ lệ với diện tích bề mặt phân cách S:



Để xác định góc bên

$$E_{bm} = \sigma\ S. \qquad (30)$$

Hệ số tỷ lệ thuận σ hoặc còn gọi là hệ số sức căng mặt ngoài, phụ thuộc vào bản chất thiên nhiên của hai môi trường tiếp xúc. Hệ số đó có thể được viết dưới dạng:

$$\sigma = -R/l , \tag{31}$$

trong đó: R- sức căng mặt ngoài;

l - chiều dài của hai mặt tiếp xúc.

Từ định nghĩa, σ có thứ nguyên là năng lượng trên một đơn vị bề mặt hoặc lực trên một đơn vị chiều dài. Đối với mặt phân cách giữa nước - không khí khi nhiệt độ là t = 20°C, hệ số sức căng mặt ngoài σ = 0,073 N/m; đối với mặt phân cách giữa thủy ngân - không khí σ = 0,48 N/m.

Trên mặt phân cách của ba chất, ví dụ giữa thành rắn 1, chất lỏng 2 và chất khí 3 thì giữa chất lỏng và thành rắn hình thành một góc bên θ (hình vẽ), có trị số phụ thuộc vào bản chất thiên nhiên của các chất (vào sức căng mặt ngoài trên mặt tiếp xúc của chúng) mà không phụ thuộc vào hình dạng bình chứa, mặt chất lỏng lõm xuống và góc bên là nhọn. Trong trường hợp này chất lỏng bám chặt vào thành rắn. Khả năng bám vào thành của chất lỏng càng kém thì góc bên càng lớn. Khi góc $\theta > 90^\circ$ chất lỏng được xem là không có tính bám vào thành rắn. Khi không bám hoàn toàn ($\theta = 180^\circ$) hạt chất lỏng như là bị nén, có xu thế giảm đến tối đa diện tích tiếp xúc với thành rắn.

Trạng thái của chất lỏng trong ống nhỏ (mao dẫn) được ngâm trong nước phụ thuộc vào hiện tượng bám nói trên. Khi chất lỏng bám vào thành rắn thì ở trong ống nhỏ chất lỏng sẽ dâng lên cao hơn mặt thoáng, còn khi không bám - hạ thấp. Chiều cao dâng mao dẫn (hoặc chiều cao hạ) của chất lỏng h_{md} được xác dịnh theo công thức:

$$h_{md} = \frac{2\sigma}{\rho g r} \cos\theta = \frac{4\sigma\cos\theta}{\rho g d}, \tag{32}$$

trong đó r - bán kính ống nhỏ; d - đường kính của ống.

Góc bên θ giữa nước và thành thủy tinh trên thực tế bằng không, nếu mặt thủy tinh rất sạch, vì thế:

$$h_{md} = 4\sigma/(\rho g d). \tag{33}$$

Ảnh hưởng của sức căng mặt ngoài được xét đến khi dùng các dụng cụ có chứa chất lỏng để đo áp suất, khi dòng chất lỏng chảy qua lỗ nhỏ, dòng thấm, mà ở đó các lực khác tác động lên chất lỏng (trọng lượng, áp suất) là nhỏ.

6- Chất lỏng phi Niutơn.

Ma sát trong của chất lỏng ở một số trường hợp không tuân theo định luật nhớt Niutơn. Loại chất lỏng đó được gọi là chất lỏng phi Niutơn. Đó là bê tông chảy, vữa xây dựng, vữa sét được sử dụng khi khoan giếng, các sản phẩm dầu lửa ở nhiệt độ gần với nhiệt độ đông cứng, các loại vữa koloit v.v...

Để tạo nên chuyển động cho các loại chất lỏng này, cần phải tác động một lực nhất định (đôi khi là rất lớn). Chuyển động của chất lỏng phi Niutơn chỉ bắt đầu sau khi ứng suất tiếp trong chúng bắt đầu đạt đến một giá trị giới hạn nào đó (gọi là ứng suất dịch chuyển ban đầu); với ứng suất tiếp nhỏ các chất lỏng này không chuyển động, mà chỉ chịu sự biến dạng đàn hồi như là vật thể rắn.

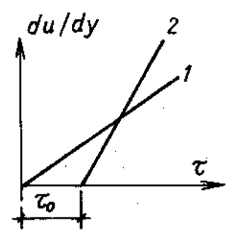
Trong chất lỏng phi Niutơn, ứng suất tiếp được xác định bằng biểu thức:

$$\tau = \tau_o + \mu du/dy, \tag{34}$$

trong đó τ_o - ứng suất dịch chuyển ban đầu (giới hạn). Đối với chất lỏng Niutơn $\tau_o = 0$.

Do vậy, trong các chất lỏng phi Niutơn lực ma sát đã xuất hiện khi chất lỏng còn ở trạng thái tĩnh nhưng đã có xu thế đi vào chuyển động. Trên hình vẽ biểu thị quan hệ giữa ứng suất tiếp và gradien vận tốc.

Độ nhớt của chất lỏng phi Niutơn (gọi là độ nhớt cấu tượng), ở một nhiệt độ và áp suất đã định, có giá trị biến đổi tùy thuộc vào gradien vận tốc du/dy và sự phá hủy cấu tượng của chất lỏng, do đó, độ nhớt không còn là sự tiếp xúc vật lý như đối với độ nhớt của chất lỏng Niutơn.



Quan hệ giữa ứng suất tiếp và gradien vận tốc của chất lỏng Niutơn 1 (bình thường) và phi Niutơn 2.

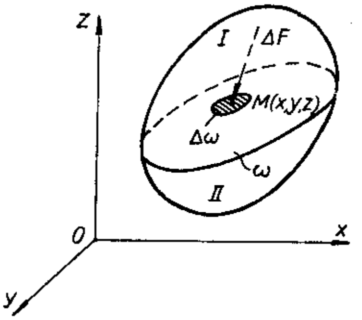
7- Chất lỏng không nhớt.

Trong cơ học chất lỏng để giảm nhẹ việc giải một số bài toán, khái niệm về chất lỏng không nhớt (chất lỏng hoàn thiện hoặc lý tưởng) được sử dụng rộng rãi.

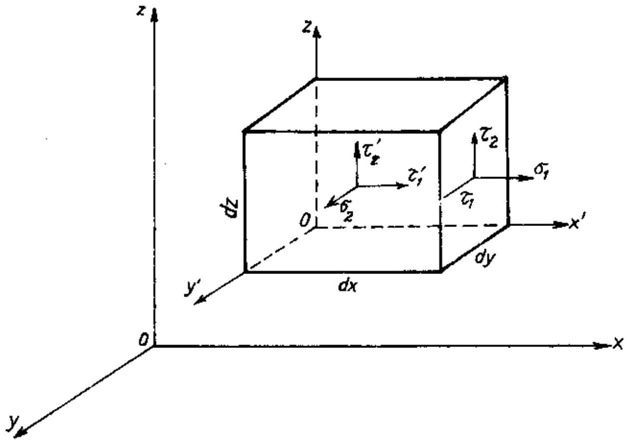
Chất lỏng lý tưởng được hiểu là chất lỏng giả định, có tính dịch chuyển tuyệt đối, tức là hoàn toàn không nhớt, cũng như không nén tuyệt đối, không dãn nở khi nhiệt độ thay đổi và tuyệt đối không có khả năng chống lại lực cắt. Do đó chất lỏng không nhớt là một mô hình của chất lỏng thực. Các kết luận, nhận được từ các tính chất của chất lỏng không nhớt, để dùng được trong thực tế cần có thêm các hệ số điều chỉnh.

8- Trạng thái ứng suất của chất lỏng.

Các định luật chuyển động và tĩnh của chất lỏng được xây dựng trên cơ sở các định luật cơ học môi trường liên tục. Môi trường liên tục là loại vật chất mà các thông số vật lý và cơ học là các hàm số của tọa độ trong hệ đã được chọn. Cấu tạo phân tử của chất lỏng được thay thế bằng môi trường liên tục của cùng một chất. Điều đó cho phép ta xem xét sự cân bằng và chuyển động của chất lỏng một cách tổng thể mà không cần tính đến cơ chế của chuyển động phân tử.



Xác định ứng suất tại một điểm



Các lực tác động lên một thể tích nguyên tố

Trong khối chất lỏng, mà ta đã xem là một môi trường liên tục, dưới tác động của các ngoại lực, xuất hiện các nội lực tương ứng.

Ta dùng một mặt phẳng tưởng tượng chia khối chất lỏng đang xét ra làm hai phần I và II. Ta bỏ phần I; phần II ở trạng thái cân bằng. Điều đó có nghĩa là tại tất cả các điểm trên mặt phân cách cần phải đặt các lực có thể thay thế được cho khối I tác động lên khối II.

Trên một diện tích nguyên tố $\Delta\omega$ của mặt phân cách có một lực ΔF tác động. Diện tích $\Delta\omega$ có thể thu lại thành điểm M có tọa độ là x,y,z. Trong trường hợp này cả diện tích $\Delta\omega$ cũng như lực ΔF đều có xu thế tiến đến không. Tỷ số lực ΔF trên diện tích bề mặt $\Delta\omega$ tiến đến giới hạn:

$$\lim_{\Delta\omega \to 0} \left| \frac{\Delta F}{\Delta\omega} \right| = \sigma$$

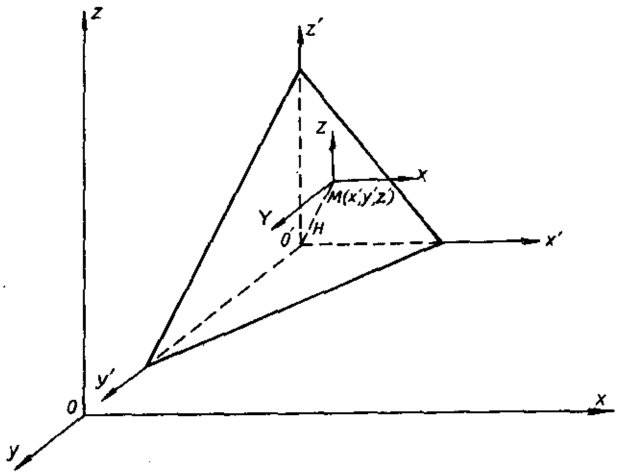
Trị số của giới hạn đó gọi là ứng suất tại điểm có tọa độ x, y, z, xuất hiện trên diện tích $\Delta\omega$. Trị số ứng suất tại cùng một điểm phụ thuộc vào hướng của diện tích đã chọn mà ứng suất đã xuất hiện và có thể có phương lập với diện tích đó một góc nhất định.

Tại hình vẽ 2 ta xác định độ lớn của lực, tác động lên thể tích nguyên tố đã được tách ra khỏi môi trường chất lỏng. Thể tích có hình dạng hình hộp với các cạnh là dx, dy, dz. Toàn bộ khối chất lỏng chuyển động được gắn với các tọa độ x, y, z. Trên các mặt của hình hộp xuất hiện ứng suất. Các ứng suất đó có thể phân ra thành các thành phần: thẳng góc và tiếp tuyến với các mặt và tiếp theo có thể phân thành các thành phần song song với các trục tọa độ. Các thành phần ứng suất có phương thẳng góc với các mặt, gọi là các ứng suất pháp. Các thành phần ứng suất nằm trong các mặt, gọi là ứng suất tiếp. Các thành phần tiếp tuyến cùng hướng với một trục cắt mặt hình hộp tạo thành mô men. Ví dụ: xung quanh trục z mô men bằng $\tau_1$dxdydz - τ'_1dxdydz. Mô men đó phải tạo ra sự quay cho hình hộp với gia tốc góc $d\alpha/dt$ (trong đó α - tốc độ góc). Do đó $(\tau_1 - \tau'_1)$ dxdydz $= I(d\alpha/dt)\rho$. (mô men quán tính quanh trục z').

Mô men lực tỷ lệ bậc ba, còn mô men quán tính - bậc bốn với kích thước chiều dài của thể tích được cách ly. Khi giảm thể tích đến bằng một điểm, hiệu số của các ứng suất đang xem xét sẽ tiến đến bằng không, tức là $\tau_1=\tau'_1$.

Trên bề mặt của hình hộp nguyên tố xuất hiện ba ứng suất tiếp và ba ứng suất pháp khác nhau về trị số: dọc trục x và y - ứng suất τ_1, dọc trục x và z - τ_2 và dọc trục y và z - ứng suất τ_3. Dọc trục x tác động ứng suất thành phần pháp σ_1, dọc trục y - σ_2 và dọc trục z - σ_3.

Trên khối chất lỏng nằm trong thể tích được cách ly, tác động các lực khối (ví dụ, lực trọng trường), trị số của chúng tỷ lệ bậc ba với kích thước của hình hộp. Khi chất lỏng đi qua thể tích nguyên tố sẽ có sự biến đổi động lượng chất lỏng. Sự biến đổi đó tạo nên xung lực tương ứng.



Xác định các điều kiện cân bằng của thể tích nguyên tố trong nội bộ chất lỏng chuyển động

Sự thay đổi động lượng của chất lỏng chảy qua thể tích đang xét tỷ lệ thuận với khối lượng nằm trong hình hộp, và do đó, tỷ lệ bậc ba với kích thước chiều dài.

Lực tác động lên bề mặt hình hộp bằng ứng suất xuất hiện trên bề mặt nhân với diện tích của bề mặt đó. Khi giảm thể tích hình hộp đến một điểm thì chỉ còn các lực có liên quan đến ứng suất xuất hiện tại điểm đó.

Ta chọn trong nội bộ chất lỏng một điểm có tọa độ x, y, z như trên hình vẽ. Qua điểm đó ta vẽ các mặt phẳng thẳng góc có tọa độ x', y', z', là bất kỳ. Ta chọn một mặt phẳng cắt các trục tọa độ dưới các góc α, β và γ. Ta hạ từ gốc tọa độ đến mặt phẳng một đường thẳng góc H. Góc của đường thẳng góc đó được xác định bằng tọa độ x', y', z', mà các trị số của chúng là rất nhỏ.

Có thể cho rằng, khi các tọa độ x', y', z' thay đổi thì hướng của mặt phẳng đang xét cũng thay đổi (mặt phẳng đi qua điểm có tọa độ x, y, z).

Thể tích nguyên tố, hình thành bởi các mặt phẳng tọa độ, ở trạng thái cân bằng dưới tác động của ứng suất xuất hiện trên bề mặt của thể tích đó. Trong các mặt phẳng tọa độ xuất hiện sáu ứng suất thành phần σ_1, σ_2 và σ_3; τ_1, τ_2 và τ_3.

Trên mặt phẳng đang xét xuất hiện ứng suất σ mà thành phần của nó dọc theo các trục x', y', z' sẽ là X, Y, Z. Diện tích của các mặt tạo nên hình tháp ba mặt nguyên tố là:

$$\omega_x = \omega\sin\alpha;\ \omega_y = \omega\sin\beta;\ \omega_z = \omega\sin\gamma,$$

trong đó : ω_x, ω_y, ω_z - diện tích các mặt hình tháp, trùng với các mặt phẳng tọa độ;

ω - diện tích, hình thành do mặt cắt đang xét cắt các mặt phẳng tọa độ.

Các điều kiện cân bằng của hình tháp khi chiếu lên các trục tọa độ sẽ là:

$$X\omega = \sigma_1.\omega_x + \tau_1.\omega_y + \tau_2.\omega_z;$$

$$Y\omega = \sigma_2.\omega_y + \tau_1.\omega_x + \tau_3.\omega_z;$$

$$Z\omega = \sigma_3.\omega_z + \tau_3.\omega_y + \tau_2.\omega_x.$$

Trên hình vẽ, ta có x' = H$\sin\alpha$, y' = H$\sin\beta$ và z' = H$\sin\gamma$.

Khi đó các điều kiện cân bằng của thể tích nguyên tố sẽ là:

$$X = \frac{1}{H}(\sigma_1 x' + \tau_1 y' + \tau_2 z');$$

$$Y = \frac{1}{H}(\sigma_2 y' + \tau_1 x' + \tau_3 z');$$

$$Z = \frac{1}{H}(\sigma_3 z' + \tau_3 y' + \tau_2 x');$$

Các ứng suất thành phần, xuất hiện trên mặt phẳng nghiêng đang xét, là đạo hàm riêng của hàm số:

$$\theta = \frac{1}{2H}(\sigma_1 x'^2 + \sigma_2 y'^2 + \sigma_3 z'^2 + 2\tau_1 x'y' + 2\tau_2 x'z' + 2\tau_3 y'z'). \qquad (35)$$

Điều đó có thể khẳng định khi tích phân trực tiếp.

Hàm số θ là mặt bậc hai. Các ứng suất thành phần, xuất hiện trong chất lỏng trên tất cả các diện tích đi qua điểm đang xét, là đạo hàm riêng của hàm số θ, vì vậy các ứng suất trên các diện tích có các hướng khác nhau khi chúng đi qua một điểm có tọa độ x, y, z sẽ có phương thẳng góc với mặt bậc hai đó.

Các trị số của các ứng suất tác động trên các mặt phẳng tọa độ phụ thuộc vào hướng của chính các mặt phẳng tọa độ. Các mặt phẳng có thể luôn luôn định hướng để sao cho trong phương trình mặt phẳng, các ứng suất tiếp thành phần, sẽ bằng không, tức là $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = 0$. Trong hệ mặt phẳng tọa độ như vậy chỉ xuất hiện ứng suất pháp. Hệ tọa độ này và các ứng suất xuất hiện ở đây được gọi là hệ tọa độ và ứng suất chính. Ta gọi chúng là σ_{o1}, σ_{o2} và σ_{o3}.

Hàm số θ có dạng:

$$\theta_o = \frac{1}{2H}(\sigma_{o1} x'^2 + \sigma_{o2} y'^2 + \sigma_{o3} z'^2). \qquad (40)$$

Khi xét vị trí khác nhau của các diện tích đi qua một điểm có tọa độ x, y, z trong quan hệ với các trục tọa độ chính, có thể biểu thị các ứng suất thành phần, xuất hiện trên từng diện tích, bằng các ứng suất chính.

Nếu một diện tích đã định nghiêng một góc α, β, γ so với trục tọa độ chính, thì do các ứng suất chính thẳng góc với mặt phẳng tọa độ, nên ta có:

$$X = \sigma_{o1}\sin\alpha; \quad Y = \sigma_{o2}\sin\beta; \quad Z = \sigma_{o3}\sin\gamma.$$

Trị số trung bình số học của các ứng suất chính gọi là áp suất:

$$p = (\sigma_{o1} + \sigma_{o2} + \sigma_{o3})/3.$$

Ứng suất thành phần pháp trên diện tích đang xét là:

$$\sigma = x\sin\alpha + y\sin\beta + z\sin\gamma = \sigma_{o1}\sin^2\alpha + \sigma_{o2}\sin^2\beta + \sigma_{o3}\sin^2\gamma.$$

Giả thiết $\sigma_{o1} - p = \Delta\sigma_1$; $\sigma_{02} - p = \Delta\sigma_2$; $\sigma_{o3} - p = \Delta\sigma_3$

và tổng số $\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2 + \Delta\sigma_3 = 0$.

Ta đã biết: $\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma = 1$,

trong đó: $\sin^2\alpha = (1 - \cos 2\alpha)/2$; $\sin^2\beta = (1 - \cos 2\beta)/2$;

$\sin^2\gamma = (1 - \cos 2\gamma)/2$.

Trên cơ sở các đẳng thức nói trên, ta được trị số của ứng suất pháp trên diện tích đang xét:

$$\sigma = p - \frac{(\sigma_{o1} - p)}{2}\cos 2\alpha - \frac{(\sigma_{o2} - p)}{2}\cos 2\beta - \frac{(\sigma_{o3} - p)}{2}\cos 2\gamma.$$

Cần lưu ý rằng áp suất p lớn đáng kể so với tổng số các số hạng còn lại của vế phải của đẳng thức nói trên.

Ứng suất pháp, xuất hiện trên diện tích có hướng bất kỳ, gồm hai phần: áp suất p, mà trị số không phụ thuộc vào hướng đặt của diện tích và ứng suất thành phần bổ sung mà trị số của nó phụ thuộc vào hướng đặt của diện tích mà nó tác dụng.

Khi ứng suất thành phần tiếp tuyến không có, ta được:

$$X = \sigma\sin\alpha = \sigma_{o1}\sin\alpha; \quad Y = \sigma\sin\beta = \sigma_{o2}\sin\beta$$

$$Z = \sigma\sin\gamma = \sigma_{o3}\sin\gamma,$$

hoặc là:

$$\sigma = \sigma_{o1} = \sigma_{o2} = \sigma_{o3} = p.$$

Trong trường hợp đang xét tại một điểm bất kỳ của khối chất lỏng chỉ xuất hiện ứng suất pháp đơn trị - áp suất. Ứng suất tiếp không có, khi chất lỏng ở trạng thái tĩnh. Trong nhiều trường hợp có thể bỏ qua ứng suất tiếp so với ứng suất pháp.Chất lỏng lúc này được gọi là không nhớt và trị số áp suất tại một điểm bất kỳ của dòng chảy được xác định đơn trị.

Khi trong dòng chất lỏng không bỏ qua được ứng suất thành phần tiếp tuyến thì chất lỏng được gọi là nhớt. Trong trường hợp này trong chất lỏng sẽ xuất hiện cả áp suất cả ứng suất nhớt bổ sung.

Chương II

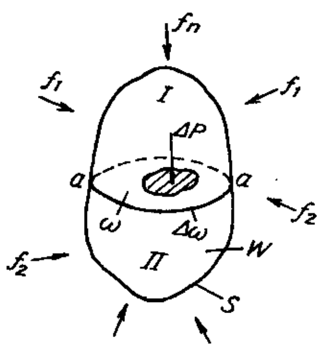
THỦY TĨNH HỌC

§II-1. ÁP SUẤT THỦY TĨNH VÀ CÁC TÍNH CHẤT CỦA NÓ

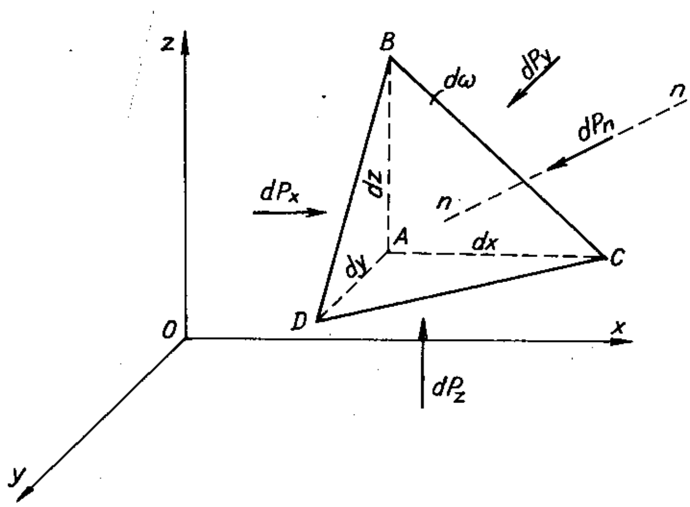
Trong chương trước ta đã biết rằng trong chất lỏng tĩnh, ứng suất tiếp tại điểm bất kỳ bằng không và trạng thái ứng suất được xác định chỉ bằng tác động tổng hợp của ứng suất pháp, bằng nhau theo các trục tọa độ ($\sigma_x=\sigma_y=\sigma_z=\sigma$).

Do đó, các ứng suất σ_x, σ_y, σ_z và σ là ứng suất nén, vì chất lỏng không chống lại được lực kéo. Đại lượng, bằng môđun ứng suất σ, trong cơ học chất lỏng được gọi là áp suất thủy tĩnh tại một điểm và được ký hiệu bằng chữ p:

$$p=[\sigma] \tag{1}$$



1. *Xác định áp suất thủy tĩnh*



2. *Chứng minh đại lượng áp suất thủy tĩnh p không phụ thuộc vào hướng đặt của diện tích chịu lực*

Áp suất thủy tĩnh tại một điểm cũng có thể tìm theo cách sau đây:

Ta xét một thể tích tùy ý trong chất lỏng tĩnh W, được giới hạn bởi mặt S; ảnh hưởng của chất lỏng xung quanh thể tích W được tách ra khỏi môi trường chất lỏng, có thể thay thế bằng lực f_i tác động đều lên mặt S. Các lực đó có phương thẳng góc với mặt S tại mọi điểm (xem hình vẽ 1).

Ta lại dùng một mặt a-a chia thể tích W thành hai phần I và II. Giả thiết bỏ đi phần I, để giữ cho phần II ở trạng thái cân bằng như cũ, ta phải thay thế tác dụng của phần I lên phần II bằng một hệ lực tương đương. Đó là các lực ΔP_i ; một trong số đó là ΔP sẽ tác động lên diện tích $\Delta\omega$. Ứng suất nén σ_c, xuất hiện lúc này được xác định như tỷ số giữa lực ΔP trên diện tích $\Delta\omega$:

$$\sigma_c = p_{tb} = \Delta P/\Delta\omega \ . \qquad (2)$$

Trị số của ứng suất đó được gọi là áp suất thủy tĩnh trung bình, còn trị số giới hạn của biểu thức (2) được gọi là *áp suất thủy tĩnh tại một điểm*:

$$p = \lim_{\Delta\omega \to 0} \frac{\Delta P}{\Delta\omega} \qquad (3)$$

Thứ nguyên của áp suất trùng với thứ nguyên của ứng suất, tức là

$$[p]=[\sigma]=L^{-1}MT^{-2}$$

Áp suất thủy tĩnh có hai tính chất.

1- Tính chất thứ nhất

Áp suất thủy tĩnh hướng *thẳng góc vào* diện tích chịu lực.

Tính chất trên là kết qủa của các tính chất cơ - lý của chất lỏng ở trạng thái tĩnh.

Thực vậy, nếu chất lỏng ở trạng thái tĩnh, thì tại một điểm bất kỳ nào ứng suất tiếp cũng bằng không và sự chuyển vị của phần tử chất lỏng dọc theo diện tích chịu lực đều không thể có, vì nếu có thì chất lỏng không còn ở trạng thái tĩnh nữa.

Tính chất trên cũng được chứng minh bằng bản chất của chất lỏng là không chịu được lực kéo.

2- Tính chất thứ hai

Đại lượng áp suất thủy tĩnh không phụ thuộc vào hướng đặt của diện tích chịu lực (vào góc nghiêng của diện tích).

Để chứng minh tính chất này ta tách trong chất lỏng tĩnh một thể tích nguyên tố dưới dạng hình chóp đáy tam giác (hình 2).

Ta thay phần chất lỏng xung quanh hình chóp bằng áp lực tác động lên các mặt hình chóp và lực khối dR bằng khối lượng hình chóp. Đối với thể tích hình chóp ta viết các điều kiện cân bằng dưới dạng ba phương trình hình chiếu của các lực tác dụng và ba phương trình mô men :

$$\Sigma F_x=0 \ ; \ \Sigma F_y=0 \ ; \ \Sigma F_z=0 \ ; \qquad (4)$$

$$\Sigma M_x=0 \ ; \ \Sigma M_y=0 \ ; \ \Sigma M_z=0. \qquad (5)$$

Điều kiện cuối cùng (đẳng thức mô men bằng không) hoàn toàn được thỏa mãn vì khi thu nhỏ hình chóp bằng một điểm ($\Delta W \to 0$) tổng hợp của tất cả các ngoại lực (đối với thể tích đã được tách ra) sẽ đi qua trọng tâm của thể tích đó.

Ta viết phương trình hình chiếu của các ngoại lực lên trục Ox.

Theo hình vẽ 2 có thể viết:

$$dP_x - dP_n \cos(n,Ox) + dR\cos(dR, Ox) = 0\,, \tag{6}$$

trong đó: dP_x - áp lực thủy tĩnh trên mặt ABD;
dP_n - áp lực thủy tĩnh trên mặt BCD;
dR - lực khối nguyên tố tỷ lệ với khối lượng hình chóp.

Ta xác định từng số hạng trong phương trình (6):

$$dP_x = p_x \frac{1}{2}\, dydz\,, \tag{7}$$

trong đó: p_x - áp suất thủy tĩnh trung bình trên mặt ABD, mà diện tích bằng dydz/2;

$$dP_n \cos(n,ox) = p_n d\omega \cos(n,ox) = p_n \frac{1}{2}\, dydz\,, \tag{8}$$

trong đó: $d\omega\cos(n, ox)$ - hình chiếu của diện tích $d\omega$ (tam giác BDC) trên mặt phẳng tọa độ yoz

$$dR = jdm,$$

trong đó: $dm = \rho dxdydz/6$ - khối lượng hình chóp nguyên tố.

j - gia tốc lực khối.

Sau khi chiếu lực khối lên các trục tọa độ ta viết:

$$\begin{aligned} dR\cos(dR,ox) &= \frac{1}{6}\rho dxdydz\, X\,; \\ dR\cos(dR,oy) &= \frac{1}{6}\rho dxdydz\, Y\,; \\ dR\cos(dR,oz) &= \frac{1}{6}\rho dxdydz\, Z, \end{aligned} \tag{9}$$

trong đó: $X = j_x$; $Y = j_y$; $Z = j_z$ - lần lượt là hình chiếu của gia tốc trên trục tọa độ.

Sau khi thay thế (7), (8) và (9) vào phương trình (6), ta có:

$$p_x \frac{1}{2}\, dydz - p_n \frac{1}{2}\, dydz + \rho \frac{1}{6}\, dxdydz\, X = 0 \tag{10}$$

và sau khi ước lược cho dydz/2, ta được:

$$p_x - p_n + \rho dx\, X/3 = 0 \,. \qquad (11)$$

Bỏ qua đại lượng $\rho dx\, X/3$ vì quá nhỏ so với p_x và p_n , ta có:

$$p_x = p_n$$

Chú ý đến các điều kiện cân bằng (4) trên hình chiếu lên các trục Oy và Oz, tương tự như trên ta được:

$$p_y = p_n \text{ và } p_z = p_n \,.$$

Do đó:

$$p_x = p_y = p_z = p_n \qquad (12)$$

Phương trình (12) chứng tỏ rằng áp suất thủy tĩnh trên các mặt khác nhau của hình chóp đều bằng nhau. Khi thu nhỏ hình chóp đến bằng một điểm các trị số của áp suất thủy tĩnh trung bình p_x, p_y, p_z, p_n có thể thay bằng áp suất thủy tĩnh tại một điểm.

Từ đó phương trình (12) chứng tỏ rằng áp suất thủy tĩnh tại một điểm bằng nhau theo mọi phương, tức là không phụ thuộc vào hướng đặt của diện tích chịu lực.

Vị trí của hình chóp nguyên tố đã được chọn tùy ý, vì vậy có thể kết luận rằng, áp suất thủy tĩnh là hàm số liên tục của tọa độ không gian:

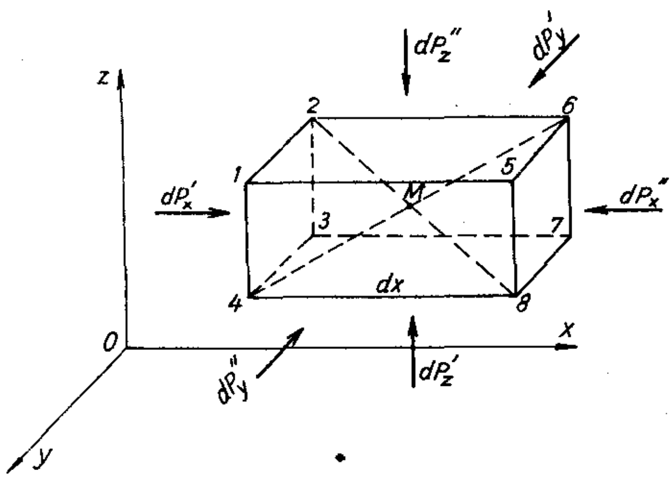
$$p = f\,(x,y,z). \qquad (13)$$

§II-2. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CÂN BẰNG CỦA CHẤT LỎNG (PHƯƠNG TRÌNH OLE)

Tách trong chất lỏng cân bằng một thể tích nguyên tố dưới dạng hình hộp, có các cạnh song song với các trục tọa độ và lần lượt bằng dx, dy, dz.

Từ phía chất lỏng xung quanh hình hộp có các lực mặt (được xác định bằng áp suất thủy tĩnh) và lực khối (tỷ lệ với khối lượng chất lỏng) tác động lên hình hộp.

Ta lập phương trình cân bằng cho hệ lực nói trên theo trục Ox.



Chứng minh phương trình vi phân cân bằng

Ở đây giả thiết là áp suất thủy tĩnh là hàm số liên tục của tọa độ không gian và trị số của nó tại trọng tâm của hình hộp là p. Khi đó phương trình cân bằng thứ nhất chiếu trên trục Ox được viết dưới dạng:

$$dP'_x - dP''_x + dR\cos(dR,Ox) = 0\,, \tag{14}$$

trong đó : $dP'_x = p'_x dydz$ - áp lực thủy tĩnh trên mặt 1-2-3-4;

$dP''_x = p''_x dydz$ - cũng vậy, trên mặt 5-6-7-8;

$dR\cos(dR,Ox) = \rho dxdydzX$ - hình chiếu của lực khối nguyên tố trên trục Ox;

p'_x và p''_x - áp suất thủy tĩnh trung bình trên các mặt 1-2-3-4 và 5-6-7-8.

Vì áp suất thủy tĩnh là hàm số của tọa độ, nên trị số áp suất p'_x và p''_x sẽ là:

$$p'_x = p - \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}dx\,;$$

$$p''_x = p + \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}dx.$$

Khi đó phương trình (14) có dạng:

$$\left[\left(p - \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}dx\right) - \left(p + \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}dx\right)\right]dydz + \rho dxdydzX = 0 \tag{15}$$

hoặc

$$-\frac{\partial p}{\partial x}dxdydz + \rho dxdydzX = 0. \tag{16}$$

Chia phương trình (16) cho khối lượng hình hộp ta có:

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + X = 0.$$

Tiến hành tương tự đối với các trục Oy và Oz, ta có hệ phương trình vi phân cân bằng của chất lỏng:

$$\begin{aligned} X - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} &= 0;\\ Y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} &= 0;\\ Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \tag{17}$$

Hệ phương trình trên do Ơle đề ra năm 1755.

Nhân mỗi phương trình trong hệ (17) lần lượt cho dx, dy, dz và cộng chúng lại ta có:

$$Xdx + Ydy + Zdz - \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p}{\partial x}dx + \frac{\partial p}{\partial y}dy + \frac{\partial p}{\partial z}dz\right) = 0. \tag{18}$$

hoặc $$\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz = \rho (Xdx + Ydy + Zdz). \qquad (19)$$

Áp suất là hàm số chỉ của ba biến số tọa độ độc lập x, y, z, vì vậy vế trái của hàm (19) là hàm vi phân toàn phần $p = f(x,y,z)$.

Do đó: $$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz). \qquad (20)$$

Phương trình (20) gọi là phương trình vi phân cân bằng của chất lỏng. Cần chú ý rằng trong khi chứng minh phương trình này ta không đưa vào bất kỳ một giới hạn nào về lực khối và về mật độ chất lỏng ρ, vì vậy phương trình (20) có tính tổng quát và có thể áp dụng cho cả chất lỏng nén được.

Vế trái của (20) là vi phân toàn phần, do đó vế phải cũng là đạo hàm toàn phần. Nếu ta cho mật độ chất lỏng là không đổi và không phụ thuộc vào x, y, z, thì biểu thức trong ngoặc cũng là vi phân toàn phần của một hàm số $U=f(x,y,z)$ mà đạo hàm riêng của nó lấy theo x, y, z bằng hình chiếu của gia tốc lực khối trên các trục tương ứng:

$$X = \frac{\partial U(x,y,z)}{\partial x};$$
$$Y = \frac{\partial U(x,y,z)}{\partial y}; \qquad (21)$$
$$Z = \frac{\partial U(x,y,z)}{\partial z}.$$

Các đại lượng X,Y,Z có thể xem như là hình chiếu của lực khối, tính cho một đơn vị khối lượng của chất lỏng đã định (xem sự chuyển tiếp từ (16) đến (17)), vì vậy hàm số $U = f(x,y,z)$ gọi là *hàm số thế* hoặc *hàm số lực*, còn các lực thỏa mãn các điều kiện (21) - lực có thế. Do vậy, khi xét phương trình (20) có chú ý đến (21) có thể đi đến kết luận: *sự cân bằng của chất lỏng chỉ có thể xảy ra khi lực khối là lực có thế.*

Một nhận xét tiếp theo là trong phương trình cơ bản của chất lỏng cân bằng chỉ có ẩn là đại lượng ρ và p (các trị số hình chiếu của lực khối đơn vị X,Y,Z và tọa độ của điểm là các đại lượng cho trước).

Do đó để có được lời giải đơn trị cho phương trình (20) cần phải sử dụng cái gọi là phương trình đặc trưng, xác định được mối liên hệ giữa các tính chất và trạng thái của chất lỏng đang xét, ví dụ quan hệ giữa mật độ, nhiệt độ và áp suất của chất lỏng.

Mặt mà tại mỗi điểm của nó trị số của hàm số nói trên là không đổi, được gọi là *bề mặt đồng mức*. Ý nghĩa vật lý của hàm số và trị số của nó có thể rất khác nhau (ví dụ, mặt phẳng cùng nhiệt độ, cùng áp suất v.v...). Trong cơ học chất lỏng kỹ thuật bề mặt cùng áp suất (*mặt đẳng áp*) là đáng quan tâm hơn cả. Đó là một bề mặt mà tại mọi điểm áp suất có trị số không đổi.

Phương trình của mặt đẳng áp có thể đi từ phương trình cân bằng của chất lỏng một cách đơn giản. Vì đối với mặt đẳng áp tại điểm bất kỳ nào cũng có p=const, dp = 0 và do đó vế phải của phương trình cũng bằng không. Vì mật độ của chất lỏng khác không, nên biểu thức trong ngoặc cũng phải bằng không:

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0. \qquad (22)$$

Trên đây là *phương trình mặt đẳng áp*

Mặt đẳng áp có hai tính chất:

+ Mặt đẳng áp không cắt nhau.

Thực vậy: nếu giả thiết ngược lại thì tại một điểm của đường cắt nhau của hai mặt phẳng, ta sẽ có cùng một lúc hai trị số áp suất p_1 và p_2, đó là điều mà về bản chất vật lý không cho phép. Do vậy mà mặt đẳng áp không thể cắt nhau.

+ Lực thể tích tác động lên mặt đẳng áp thẳng góc với mặt đó.

Để chứng minh tính chất này ta xét phương trình của công do lực khối tạo nên dR trên đoạn đường ds:

$$dA = dR_x dx + dR_y dy + dR_z dz\ ,$$

trong đó: dA - công cần tìm.

$dR_x = dmX$; $dR_y = dmY$; $dR_z = dmZ$ - lần lượt là hình chiếu của lực dR trên các trục tọa độ;

dm - khối lượng nguyên tố của chất lỏng.

Sau khi thay thế ta có:

$$dA = dmXdx + dmYdy + dmZdz = dm(Xdx + Ydy + Zdz).$$

Biểu thức trong ngoặc tương ứng với (22) phải bằng không, vì vậy công của lực khối dR phải bằng không.

Công của lực khối có thể viết dưới dạng sau cho mặt đẳng áp:

$$dA = dR\cos(dR, ds)ds = 0$$

Nhưng đẳng thức trên chỉ tồn tại khi cos(dR, ds) = 0, tức là lực khối có phương thẳng góc với mặt đẳng áp.

§II-3. SỰ CÂN BẰNG CỦA CHẤT LỎNG TRONG TRƯỜNG TRỌNG LỰC

1- Mặt đẳng áp

Trong trường hợp đang xét lực khối là lực trọng trường, gia tốc - gia tốc rơi tự do g, vì vậy trong hệ tọa độ đã chọn hình chiếu của lực khối đơn vị trên trục Ox, Oy, Oz sẽ là: $X = 0$, $Y = 0$, $Z = -g$, còn phương trình mặt đẳng áp được viết dưới dạng:

$$-gdz = 0 \tag{23}$$

hoặc vì $g \neq 0$

nên: $$z = const . \tag{24}$$

Do vậy mặt đẳng áp trong chất lỏng tĩnh đồng nhất sẽ là các mặt nằm ngang bất kỳ, trong đó có cả mặt thoáng, không phụ thuộc vào hình dạng bình chứa chất lỏng. Mặt nằm ngang cũng sẽ là mặt phân cách của hai loại chất lỏng cùng chứa trong một bình.

2- Sự phân bố áp suất trong chất lỏng tĩnh

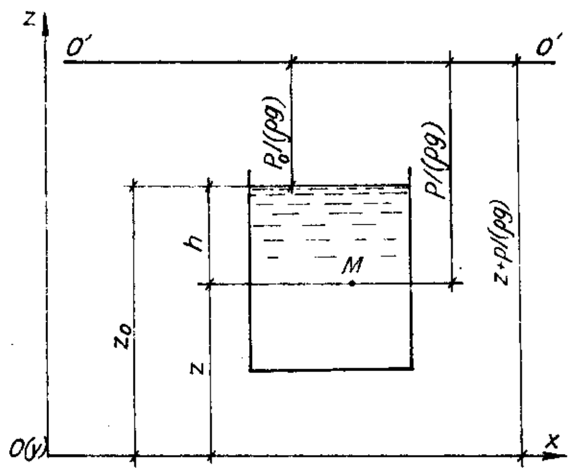
Sử dụng phương trình vi phân cơ bản của chất lỏng cân bằng (20) và sau khi đặt $X = 0$, $Y = 0$ và $Z = 0$ ta có:

$$dp = -\rho\, gdz \tag{25}$$

Sau khi tích phân và chia cho ρg ta có:

$$z + p/(\rho g) = const . \tag{26}$$

Phương trình (26) gọi là *phương trình cơ bản của thủy tĩnh học* nó biểu thị qui luật phân bố áp suất thủy tĩnh trong chất lỏng đứng cân bằng.



Để xác định hằng số tích phân ta xét sự cân bằng của chất lỏng trong bình chứa có hình dạng bất kỳ có mặt thoáng. Áp suất trong từng điểm trên mặt thoáng $p = p_o$. Khoảng cách từ mặt chuẩn tùy ý (trong trường hợp này là mặt xOy) đến mặt thoáng bằng z_o.

Khi đó : $z_o + p_o/(\rho g) = const$ và phương trình cơ bản có dạng:

$$z + p/(\rho g) = z_o + p_o/(\rho g) \tag{27}$$

hoặc $$p = p_o + \rho g\,(z_o - z). \qquad (28)$$

Phương trình (27) biểu thị khoảng cách giữa mặt chuẩn Θx và mặt phẳng O'- O'. Từ hình vẽ ta có hiệu số các cao trình $z_o - z = h$ chính là chiều sâu của điểm M, vì vậy:

$$p = p_o + \rho g h. \qquad (29)$$

Đây cũng là một dạng khác của *phương trình cơ bản của thủy tĩnh học,* rất tiện lợi cho tính toán thực tế.

Trong thủy lực đại lượng p gọi là *áp suất thủy tĩnh toàn phần* hoặc *áp suất thủy tĩnh tuyệt đối.* Số hạng đầu tiên của (29) trong vế phải p_o được gọi là áp suất bên ngoài hoặc *áp suất trên mặt thoáng.* Đại lượng đó là không đổi đối với bất kỳ điểm nào trong nội bộ chất lỏng. Thực vậy ta tính áp suất toàn phần trong hai điểm bất kỳ p_1 và p_2:

$$p_1 = p_o + \rho g h_1 \text{ và } p_2 = p_o + \rho g h_2$$

Rất dễ dàng nhận thấy là hiệu số của các áp suất đó không phụ thuộc vào áp suất bên ngoài, mà chỉ phụ thuộc vào hiệu số cao trình của các điểm đã chọn:

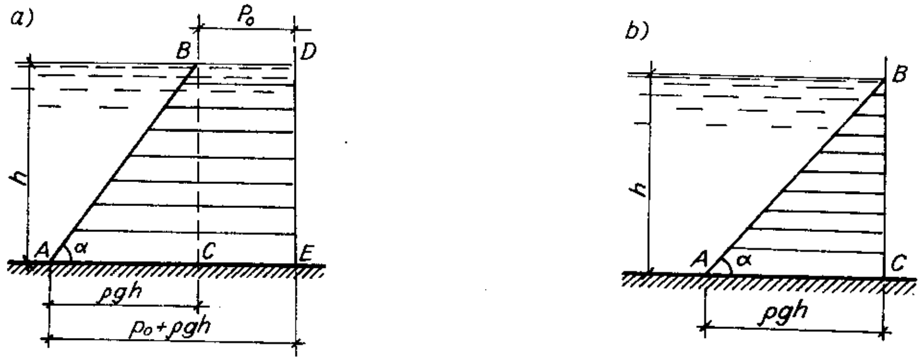
$$p_1 - p_2 = (p_o + \rho g h_1) - (p_o + \rho g h_2) = \rho g\,(h_1 - h_2). \qquad (30)$$

Mặt khác, *áp suất trên mặt phân cách* (mặt thoáng) *đã truyền nguyên vẹn theo mọi phía đến tất cả các điểm của chất lỏng cân bằng.* Trên đây chính là nội dung của *định luật Pascal.*

Từ (29) đại lượng của số hạng thứ hai, khi mật độ chất lỏng không đổi, chỉ phụ thuộc vào chiều sâu h của điểm đang xét. Đại lượng đó trong thủy lực gọi là áp suất do cột chất lỏng có chiều cao là h và đáy là một đơn vị diện tích tạo nên. Khi chất lỏng có mặt thoáng tiếp xúc với khí trời tức là p_o bằng áp suất khí trời p_a thì số hạng thứ hai nói trên được gọi là *áp suất dư.* Do vậy, phương trình (29) có thể viết:

$$p = p_a + p_{dư}\,. \qquad (31)$$

Từ (29) ta được sự phân bố áp suất thủy tĩnh theo chiều đứng phụ thuộc tuyến tính vào chiều sâu của điểm đang xét và có thể biểu diễn bằng đồ thị dưới dạng hình thang đối với áp suất toàn phần và hình tam giác đối với áp suất dư. Cần lưu ý rằng cotang của góc nghiêng của đường biểu thị sự biến đổi áp suất AB tỷ lệ thuận với mật độ chất lỏng.

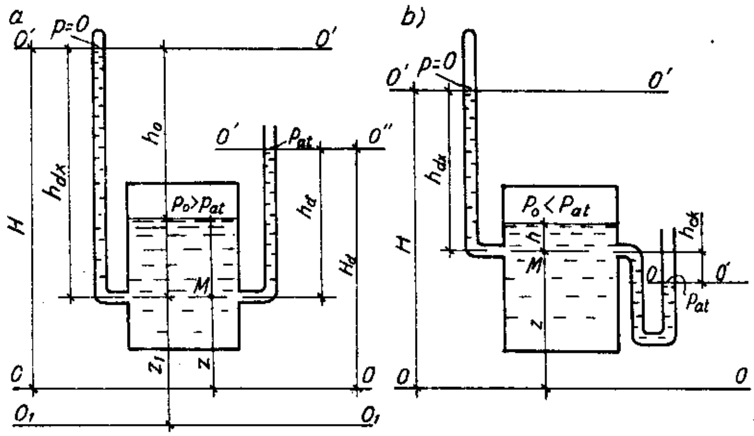


a–Áp suất toàn phần b–Áp suất dư

3- Ý nghĩa hình học và năng lượng của phương trình cơ bản thủy tĩnh học

Các số hạng của phương trình cơ bản thủy tĩnh học đều có thứ nguyên chiều dài. Do vậy phương trình cơ bản viết cho điểm tùy ý, ví dụ điểm M, dễ dàng hình dung là tổng số hai đoạn thẳng z và $p/(\rho g)$.

Đại lượng z trong thủy lực gọi là chiều cao vị trí, là khoảng cách tính từ mặt chuẩn tùy ý O-O và vì thế trong trường hợp tổng quát z - đại lượng tùy ý, ví dụ $z \neq z_1$. Đại lượng $p/(\rho g)$ là ap suất tại điểm M và có thể đo bằng chiều cao h_{dx} của chất lỏng dâng lên trong ống nối với bình mà trong đó đã duối hết khí.



Nếu cuối ống để hở thông với khí trời (loại ống đó gọi là *ống đo áp)*, thì chiều cao chất lỏng dâng lên trong ống sẽ là *áp suất du* hoặc là *áp suất manômét*.

Chiều cao $h_d = p_{du}/(\rho g)$ gọi là chiều cao đo áp.

Chiều cao $h_{dx} = p/(\rho g)$ gọi là chiều cao dẫn xuất.

Tổng số $H_d = z + p_{du}/(\rho g)$ - cột nước đo áp. Tổng số $H = z + \frac{p}{\rho g}$ - cột nước thủy tĩnh;

Từ phương trình (26) ta được : cột nước thủy tĩnh đối với tất cả các điểm của chất lỏng tĩnh là đại lượng cố định:

$$H_d = z + p_{dư}/(\rho g) = \text{const} . \qquad (32)$$

Mặt phẳng nằm ngang có tọa độ H = const gọi là mặt cột nước thủy tĩnh O' - O'; mặt phẳng nằm ngang có tọa độ H_d = const - mặt cột nước đo áp O"-O". Trong trường hợp này, khi áp suất trên mặt thoáng lớn hơn khí quyển (xem hình vẽ), mặt cột nước đo áp nằm cao hơn mặt thoáng một lượng $h_o = p_o/(\rho g)$, khi $p_o < p_a$ - thấp hơn mặt thoáng một lượng là $h_{ck} = (p_a - p)/(\rho g)$- Hiệu số $(p_a - p)$ được gọi là áp suất chân không kí hiệu là p_{ck}

Nhân từng số hạng của phương trình (26) cho mg - trọng lượng của một thể tích hữu hạn của chất lỏng. Ta thấy tích số zmg là thế năng của khối lượng m đối với mặt chuẩn O-O. Vì phương trình (26) là phương trình vật lý, số hạng thứ hai của nó cũng là năng lượng - năng lượng do áp suất thủy tĩnh tạo ra. Thực vậy, nếu ta viết đại lượng này dưới dạng:

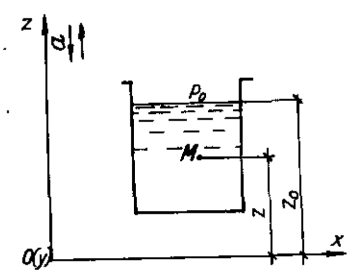
$$\frac{p}{\rho g} mg = \frac{\rho g h_{dx}}{\rho g} mg = h_{dx} mg.$$

Ta dễ dàng nhận thấy rằng tích số $h_{dx}mg$ là thế năng, có khả năng tạo nên sự di chuyển khối lượng m từ điểm M đến mặt phẳng cột nước thủy tĩnh. Chia hai số hạng cho mg, ta được thế năng tĩnh cho một đơn vị trọng lượng chất lỏng, năng lượng đó gọi là tỷ thế năng.

Do đó, từ phương trình cơ bản của thủy tĩnh học (26) ta được tổng số của tỷ thế năng vị trí z và tỷ thế năng áp suất thủy tĩnh $p/(\rho g)$ là đại lượng không đổi đối với tất cả các điểm của chất lỏng cân bằng.

§II-4. TĨNH TƯƠNG ĐỐI CỦA CHẤT LỎNG TRONG TRƯỜNG TRỌNG LỰC

Tĩnh tương đối của chất lỏng là trạng thái mà từng phần tử của nó được giữ nguyên đối với thành của bình chuyển động. Trong tĩnh tương đối ta xét hai bài toán: xác định hình dạng mặt đẳng áp và tính các thông số đặc trưng của sự phân bố áp suất. Các bài toán này có thể giải bằng các phương trình đã biết (20) và (22). Đương nhiên trong trường hợp này phải xét đến lực quán tính, lực bổ sung vào hệ lực khối tác động vào chất lỏng ở trạng thái cân bằng tuyệt đối.



Trong trường hợp tổng quát bất kỳ một sự chuyển động phức tạp nào của bình chứa chất lỏng cũng có thể hình dung dưới dạng tổng hợp của ba trường hợp chuyển động đơn giản: tịnh tiến theo chiều đứng, chuyển động ngang và quay.

1- Chuyển động của bình chứa chất lỏng thẳng đứng với gia tốc không đổi a

Để xác định hình dạng mặt đẳng áp ta dùng phương trình (22).

Hình chiếu của lực khối đơn vị lên các trục tọa độ:

$$X = 0\ ;\ Y = 0\ ;\ Z = -\,g \pm a.$$

Dấu "-" ứng với trường hợp nâng bình chứa với gia tốc đều, dấu "+" ứng với hạ với gia tốc đều. Viết phương trình mặt đẳng áp:

$$(-\,g \pm a)dz = 0. \qquad (33)$$

Nếu $a \neq g$, thì $dz = 0$ và do đó $z = const$. Đẳng thức cuối cùng có nghĩa là trong chuyển động gia tốc đều của bình chứa chất lỏng theo phương thẳng đứng, mặt đẳng áp là một mặt phẳng nằm ngang.

Ta có thể tìm được đặc tính của sự phân bố áp suất trong trường hợp này từ phương trình cơ bản của thủy tĩnh học:

$$dp = \rho(-\,g \pm a)dz. \qquad (34)$$

Sau khi tích phân ta được:

$$p = \rho(-\,g \pm a)z + c, \qquad (35)$$

trong đó : c - hằng số tích phân, xác định từ điều kiện biên trên mặt thoáng $z = z_o$ và $p = p_o$.

Sau khi thay thế các điều kiện biên ta được qui luật phân bố áp suất dọc theo đường thẳng đứng bất kỳ:

$$p = p_o + \rho g(1 \pm a/g)(z_o - z), \qquad (36)$$

Phương trình (36) chứng tỏ rằng khi bình chứa chất lỏng chuyển động theo phương đứng với gia tốc đều sự phân bố áp suất tuân theo qui luật tuyến tính.

2- Bình chứa chất lỏng chuyển động ngang với gia tốc không đổi a

Trong trường hợp này ta có:

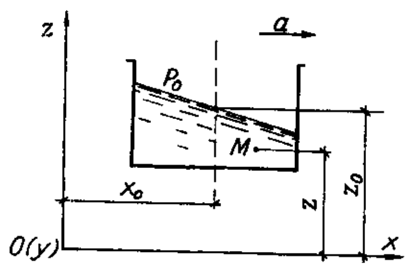
$$X = -\,a;\ Y = 0;\ Z = -\,g.$$

Mặt đẳng áp ở đây được xác định bằng:

$$-\,(adx + gdz) = 0. \qquad (37)$$

Sau khi tích phân ta có: $ax + gz = const$

hoặc: $z = (const - ax)/g = const - ax/g$ (38)



Ta dễ dàng nhận thấy là mặt đẳng áp sẽ là mặt nằm nghiêng có hệ số góc nghiêng bằng $-a/g$.

Qui luật phân bố áp suất được viết dưới dạng sau là kết qủa của việc tích phân phương trình (20) có xét đến $X = -a$, $Y = 0$, $Z = -g$, cũng như các điều kiện biên $x = x_o$, $z = z_o$, $p = p_o$:

$$p = p_o + \rho a(x_o - x) + \rho g(z_o - z) \ . \qquad (39)$$

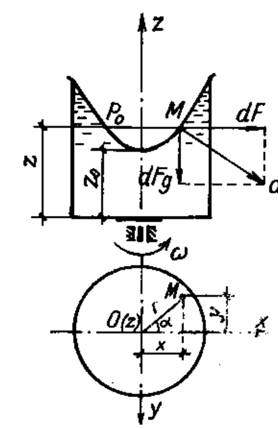
Phương trình (39) chứng tỏ rằng, trong chuyển động của bình chứa chất lỏng dọc theo mặt phẳng nằm ngang với gia tốc không đổi a, sự phân bố áp suất tuân theo qui luật tuyến tính. Phương trình đó cũng có thể viết dưới dạng phương trình cơ bản của thủy tĩnh học :

$$p = p'_o + \rho g(z_o - z),$$

trong đó : $p'_o = p_o + \rho a(x_o - x)$.

3- Bình chứa chất lỏng hình trụ quay với tốc độ góc không đổi

Ta xác định hình dạng mặt thoáng và qui luật phân bố áp suất. Ta chọn một phần tử chất lỏng có khối lượng dm ở gần mặt thoáng; trên phần tử này có sự tác động của lực khối dF, là lực có phương thẳng góc với mặt thoáng. Ta chia lực đó ra làm hai thành phần: nằm ngang (li tâm) - $dF_r = dm\omega^2 r$ và thẳng đứng, được xác định bằng lực trọng trường: $dF_g = -\ dmg$.



Chia các lực tác động đó cho dm ta có:

$$X = \omega^2 r\cos\alpha = \omega^2 x \ ;$$
$$Y = \omega^2 r\cos\alpha = \omega^2 y \ ;$$
$$Z = -g.$$

Phương trình vi phân của mặt đẳng áp trong trường hợp này có dạng:

$$\omega^2 x dx + \omega^2 y dy - g dz = 0.$$

hoặc:

$$\omega^2 r dr - g dz = 0. \qquad (40)$$

Tích phân phương trình (40) ta được phương trình mặt đẳng áp:

$$\omega^2 \ r^2/2 - gz = \text{const} \ . \qquad (41)$$

Do đó, khi bình chứa chất lỏng quay với tốc độ góc cố định, quanh một trục thẳng đứng, mặt đẳng áp sẽ là mặt parabolloit quay đối xứng, trục đối xứng của mặt đó là trục Oz.

Từ phương trình vi phân (20) ta tìm được qui luật phân bố áp suất như sau:

$$dp = \rho(\omega^2 x dx + \omega^2 y dy - g dz)$$

hoặc

$$dp = \rho(\omega^2 r dr - g dz). \qquad (42)$$

Sau khi tích phân, có xét đến các điều kiện biên ($r=0$, $z=z_o$, $p=p_o$) ta được phương trình phân bố áp suất sau đây:

$$p = p_o + \rho\omega^2 r^2/2 + \rho g(z_o - z) . \qquad (43)$$

Cũng như hai trường hợp trước, phương trình có thể viết dưới dạng phương trình cơ bản của thủy tĩnh học:

$$p = p'_o + \rho g(z_o - z), \qquad (44)$$

trong đó :

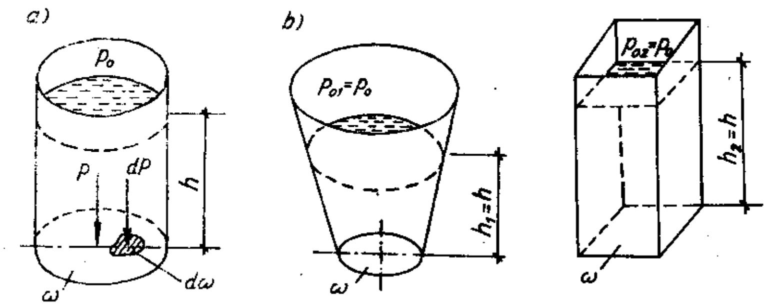
$$p'_o = p_o + \rho\omega^2 r^2/2.$$

Phương trình (44) chứng tỏ rằng trong trường hợp này sự phân bố áp suất tuân theo qui luật tuyến tính.

§II-5. ÁP LỰC CỦA CHẤT LỎNG LÊN MẶT PHẲNG

1- Áp lực của chất lỏng lên mặt phẳng nằm ngang

Tác động của áp lực thủy tĩnh lên bề mặt chịu lực có thể thay bằng tác động của một lực tập trung - lực tổng hợp của các áp lực thủy tĩnh nói trên.



Khi xác định tác động của lực do chất lỏng tạo nên lên thành cũng thường phải giải quyết hai bài toán: xác định trị số áp lực thủy tĩnh tổng hợp và điểm đặt của nó (tâm áp lực).

Ta xét trường hợp đơn giản nhất - áp lực của chất lỏng lên đáy nằm ngang của bình chứa hình trụ. Tách một diện tích nguyên tố $d\omega$ trên đáy bình; ta thấy áp suất tại mọi điểm sẽ cố định. Áp lực dp trên diện tích đó bằng: $dP = p d\omega$ (trong đó $p = p_o + \rho g h$ - áp suất thủy tĩnh toàn phần tại điểm bất kỳ của đáy bình).

Áp lực tổng hợp do đó xác định bằng cách tích phân các lực nguyên tố theo diện tích đáy bình:

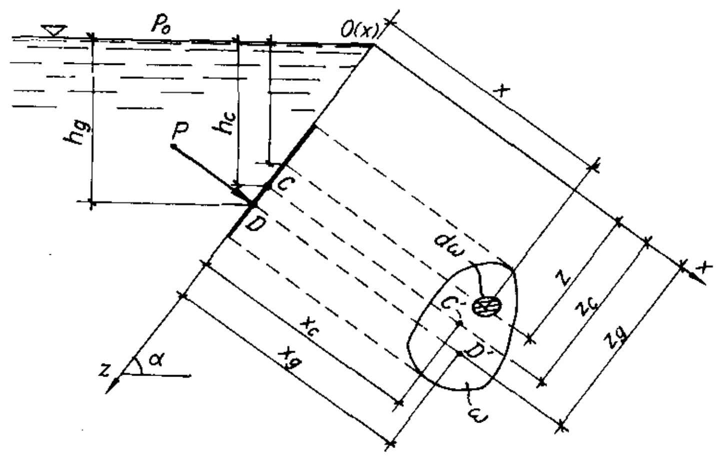
$$P = \int_{\omega} dP = (p_o + \rho gh)\omega \tag{45}$$

vì các đại lượng trong dấu tích phân p_o và ρg - là các đại lượng không đổi.

Phương trình (45) chứng tỏ rằng áp lực thủy tĩnh sẽ giống nhau trong các điều kiện : $p_{o1} = p_{o2} = p_o$ và $h_1 = h_2 = h$, không phụ thuộc vào hình dạng bình chứa chất lỏng, vào hình dạng đáy bình. Trong trường hợp phân bố tải trọng đều trên đáy bình ω, điểm đặt của tổng hợp lực và trọng tâm của đáy bình trùng với nhau.

2- Áp lực của chất lỏng lên mặt phẳng có hướng đặt bất kỳ

Ta xác định áp lực lên diện tích ω, nằm trong mặt thành được đặt nghiêng một góc α; góc α chọn tùy ý.



Trục tọa độ Oz đặt dọc theo thành; trục Ox trùng với đường cắt giữa mặt thoáng và mặt tường và nằm thẳng góc với bản vẽ. Để dễ hình dung ta lật mặt thành có chứa diện tích ω một góc 90° để trùng với mặt phẳng bản vẽ. Do đó trong trường hợp này trục Ox sẽ đi từ trái sang phải và tạo nên một góc vuông đối với đường Oz.

Trong phạm vi của diện tích ω ta lấy một diện tích nguyên tố $d\omega$ nằm cách mặt thoáng một chiều sâu bất kỳ h và ở khoảng cách tùy ý x đối với trục Oz.

Ta dùng các kí hiệu: h_c và h_D - chiều sâu trọng tâm của diện tích và chiều sâu của tâm áp lực trên diện tích ω; x_c và x_D - khoảng cách từ điểm C' và D' đến trục Oz; z_c và z_D - khoảng cách từ các điểm C và D đến mặt thoáng dọc theo mặt phẳng nghiêng.

Ta xác định áp lực thủy tĩnh lên diện tích nguyên tố $d\omega$:

$$dP = pd\omega = (p_o + \rho gh)d\omega$$

Do đó tổng hợp lực sẽ là:

$$P = \int_{\omega} (p_o + \rho gh) d\omega.$$

hoặc

$$P = \int_{\omega} p_o d\omega + \int_{\omega} \rho ghd . \qquad (45)$$

Vì áp suất trên mặt thoáng là không đổi, nên tích phân đầu tiên trong (45) bằng:

$$\int_{\omega} p_o d\omega = p_o \omega$$

Ta xét tích phân thứ hai của phương trình (45). Từ hình vẽ ta được :

$$h = z\sin\alpha,$$

vì vậy
$$\int_{\omega} \omega ghd\omega = \omega g\sin\alpha \int_{\omega} zd\omega.$$

Tuy nhiên $\int zd\omega$ chính là mô men tĩnh của diện tích ω đối với trục Ox, vì vậy:

$$\rho g\sin\alpha \int_{\omega} zd\omega = \rho g\sin\alpha S_{\omega,ox} = \rho g\sin\alpha z_c \omega.$$

hoặc

$$\int_{\omega} \rho ghd\omega = \rho gh_c \omega.$$

Đặt các kết qủa tích phân vào phương trình xuất phát (45), ta được biểu thức cho lực thủy tĩnh tổng hợp:

$$P = p_o \omega + \rho gh_c \omega.$$

hoặc cuối cùng:

$$P = (p_o + \rho gh_c)\omega. \qquad (46)$$

Do đó, áp lực thủy tĩnh tổng hợp của chất lỏng lên một mặt có hướng đặt tùy ý bằng tích số áp lực thủy tĩnh tại trọng tâm diện tích và trị số của chính diện tích đó.

Bây giờ ta xác định vị trí của điểm đặt lực tổng hợp nói trên (tâm áp lực). Áp lực thủy tĩnh tổng hợp là tổng số của hai đại lượng: áp lực bên ngoài (áp lực trên mặt thoáng) $P_o = p_o\omega$ và áp lực dư $P_{dư} = \rho gh_c\omega$. Do đó tâm áp lực sẽ là điểm đặt của tổng hợp các lực đó được xác định theo nguyên tắc chung của cơ học như là tâm của các lực tác động song song.

Vì áp suất p_o phân bố đều trên toàn diện tích ω và đại lượng đó không đổi, nên điểm đặt của lực P_o trùng với trọng tâm của diện tích đang xét. Ta xác định các tọa độ của điểm đặt áp lực dư $P_{dư}$.

Trong kỹ thuật, thông thường đại lượng độc nhất cần tìm là áp suất dư, vì trong nhiều trường hợp áp suất bên ngoài, ví dụ áp suất khí trời, là áp suất có trị số giống nhau từ mọi phía của công trình nên có thể bỏ áp suất đó trong tính toán.

Để xác định khoảng cách từ tâm áp lực đến trục Ox ta lập phương trình mô men đối với trục đó: Varignon'

$$\Sigma m_{Ox} = M_{Ox}$$

hoặc

$$\int_\omega dP.z = P_{dư} \cdot z_D$$

trong đó : dP - áp lực dư cho một diện tích nguyên tố bất kỳ $d\omega$, nằm cách trục Ox một khoảng là z ;

$P_{dư} = \rho g h_c \omega$ - áp lực dư tổng cộng trên diện tích ω.

Từ phương trình trên ta có:

$$z_D = \int_\omega dP \,.\, z/P_{dư} \tag{47}$$

Ta tìm kết qủa tích phân của tử số trong phương trình (47) :

$$\int_\omega dP.z = \int_\omega \rho g h d\omega.z = \rho g \sin\alpha \int_\omega z^2 d\omega.$$

Đại lượng $\int_\omega z^2 d\omega$ là mô men quán tính của diện tích ω đối với trục Ox:

$$\int z^2 d\omega = I_{\omega, Ox} = I_{x-x} + \omega z_c^2 ,$$

trong đó : I_{x-x} - mô men quán tính của diện tích ω đối với trục đi qua trọng tâm của diện tích và song song với trục Ox.

Thay các trị số nói trên vào phương trình (47) và chú ý rằng $h_c = z_c \sin\alpha$, ta có:

$$z_D = \frac{\rho g \sin\alpha (I_{x-x} + z_c^2 \omega)}{\rho g \sin\alpha\, z_c \omega}$$

Sau khi ước lược cho $\rho g \sin\alpha$ và chuyển vế, phương trình có dạng:

$$z_D = z_c + I_{x-x}/(z_c\omega). \tag{48}$$

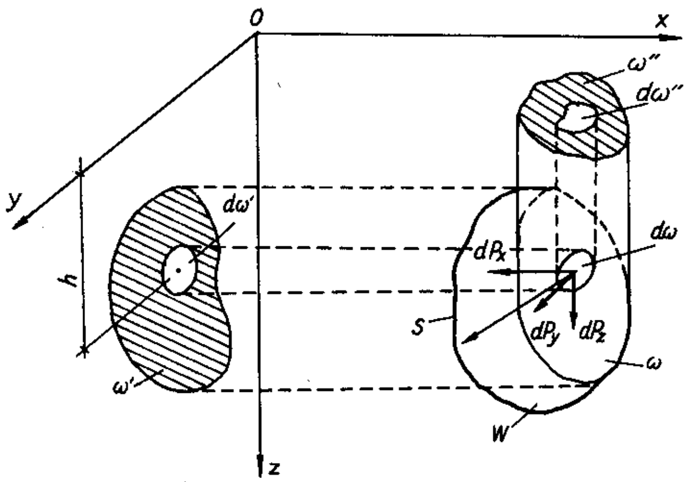
Phương trình (48) chứng tỏ rằng, tâm áp lực nằm thấp hơn trọng tâm, vì đại lương $I_{x-x}/(z_c\omega)$. Khoảng cách z_D đến tâm áp lực được xác định không chỉ bằng chiều sâu trọng tâm của diện tích, mà còn bằng hình dạng của chính diện tích đó.

Tọa độ thứ hai của tâm áp lực x_D được xác định từ phương trình mô men đối với trục Oz:

$$x_D = \int_\omega xhd\omega/(h_c\omega). \tag{49}$$

Ta lưu ý rằng, đối với diện tích có trục đối xứng, trục đó song song với trục Oz, tâm áp lực và trọng tâm cùng nằm trên một đường thẳng, song song với trục Oz.

§II-6. ÁP LỰC CỦA CHẤT LỎNG LÊN MẶT CONG. ĐỊNH LUẬT ASIMED.



Ta chọn trong chất lỏng tĩnh một thể tích bất kỳ, được giới hạn bởi mặt S. Ta thấy rằng, lực mặt (trong trường hợp này chỉ là áp lực thủy tĩnh) sẽ tác dụng thẳng góc với mặt biên S. Ta tách từ mặt biên S một mặt cong ω. Vì mặt cong ω ở trạng thái cân bằng nên hệ lực dP trên toàn mặt cong đó có thể thay thế bằng một lực tổng hợp cân bằng P với các thành phần là P_x, P_y, P_z, song song với các trục tọa độ Ox, Oy, Oz.

Lực dP, tác động lên diện tích $d\omega$ được xác định theo công thức

$$dP = (p_o + \rho gh)d\omega, \tag{50}$$

trong đó: h - chiều sâu trọng tâm của diện tích $d\omega$ đối với mặt thoáng.

Vì lực dP có thể viết dưới dạng:

$$dP = \sqrt{dP_x^2 + dP_y^2 + dP_z^2} ,$$

trong đó : dP_x và dP_y - các lực thành phần ngang của dP, tác động dọc trục tọa độ, song song với Ox và Oy ; dP_z - thành phần đứng của lực dP.

Ta xác định từng thành phần một.

Ta xét trước hết một trong thành phần ngang, ví dụ dP_x:

$$dP_x = dP\cos (dP, Ox) \tag{51}$$

trong đó: cos(dP, Ox) - góc nghiêng giữa phương của véc tơ lực và trục Ox.

Sau khi thay trị số lực dP vào phương trình cuối, ta có:

$$dP_x = (p_o + \rho gh)d\omega \cos (dP, Ox). \tag{52}$$

Tích số $d\omega$ cos(dP, Ox) là hình chiếu của diện tích $d\omega$ lên mặt phẳng thẳng góc với trục Ox. Trong trường hợp này là diện tích $d\omega'$. Do đó:

$$dP_x = (p_o + \rho gh)d\omega'.$$

Lực thành phần ngang P_x bằng tổng số các lực nguyên tố dP_x, tức là:

$$P_x = \int_{\omega'} (p_o + \rho gh)d\omega'. \tag{53}$$

Ta xem $\int_{\omega'} (p_o + \rho gh)d\omega'$ như là tổng số hai tích phân:

$$\int_{\omega'} p_o d\omega' \text{ và } \rho g\int_{\omega'} hd\omega'.$$

Tích phân thứ nhất khi áp suất không đổi trên mặt thoáng:

$$\int_{\omega'} p_o d\omega' = P_o\omega',$$

trong đó : ω' - hình chiếu của diện tích ω lên mặt phẳng yOz.

Tích phân thứ hai, như trên hình vẽ, là mô men tĩnh của diện tích ω' đối với trục Oy, mà như đã biết, bằng tích số giữa diện tích và khoảng cách tính từ trọng tâm đến trục Oy. Khi đó:

$$\rho g\int_{\omega'} hd\omega' = \rho gh'_c\omega' .$$

Để chất lỏng đứng cân bằng trong trường trọng lực, mặt đẳng áp phải là mặt nằm ngang, vì vậy $h'_c = h_c$. Cuối cùng đối với thành phần nằm ngang ta có thể viết:

$$P_x = (p_o + \rho g h_c)\omega'. \qquad (54)$$

Phương trình viết cho thành phần nằm ngang, tác động dọc trục Oy có thể viết tương tự như trên:

$$P_y = (p_o + \rho g h_c)\omega'', \qquad (55)$$

trong đó : ω'' - hình chiếu của ω lên mặt phẳng tọa độ xOz

Do đó thành phần nằm ngang của áp lực thủy tĩnh tổng hợp bằng hình chiếu của lực đó lên mặt phẳng thẳng góc với phương tác dụng của chính thành phần đó.

Ta xác định thành phần đứng của áp lực thủy tĩnh tổng hợp P_z. Lực P_z bằng tổng số tất cả các lực nguyên tố thành phần đứng của áp lực thủy tĩnh, tức là:

$$P_z = \int_\omega dP_z \; ,$$

trong đó : $dP_z = (p_o + \rho g h) d\omega \cos (dP, Oz)$ - thành phần đứng của áp lực thủy tĩnh lên diện tích nguyên tố $d\omega$; $\cos (dP, Oz)$ - cos của góc giữa phương của véc tơ dP và trục Oz.

Vì $d\omega \cos (dP, Oz) = d\omega'''$ - hình chiếu của diện tích nguyên tố $d\omega$ lên mặt nằm ngang, P_z theo cách làm tương tự như trên có thể viết dưới dạng:

$$P_z = \int_{\omega'''} p_o d\omega''' + \rho g \int_{\omega'''} h d\omega''' \; . \qquad (56)$$

Ta xét tích phân thứ hai của phương trình (56).

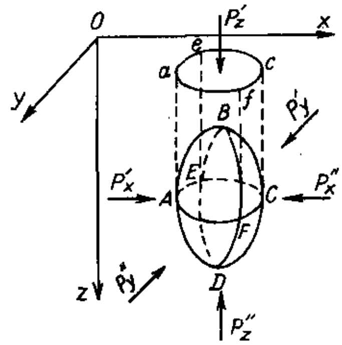
Từ hình vẽ ta có $\int_{\omega'''} h d\omega'''$ là thể tích, được tạo nên bởi hình chiếu của ω lên mặt nằm ngang, trùng với mặt thoáng và các đường sinh thẳng đứng, đi qua các điểm mút của mặt ω. Thể tích này đôi khi gọi là vật áp lực (W_{al}).

Cuối cùng, đối với thành phần đứng có thể viết:

$$P_z = p_o \omega''' + \rho g W_{al} \; . \qquad (57)$$

Do đó, thành phần đứng của áp lực thủy tĩnh tổng hợp lên mặt cong bằng tổng số giữa hình chiếu lên mặt thoáng (hoặc phần kéo dài của mặt thoáng) của áp lực bên ngoài tác động trong phạm vi diện tích chịu lực và bằng trọng lượng của vật áp lực.

Ta xét vật có hình dạng bất kỳ ngập trong nước. Trên vật này có sự tác động của lực mặt là áp lực thủy tĩnh có phương thẳng góc với bề mặt của vật. Các lực mặt trên bề mặt của vật ở trạng thái cân bằng, có thể thay thế bằng một lực tổng hợp P, có các thành phần P_x, P_y, và P_z.



Trong đó:

$$P_x = P'_x - P''_x\ ;\quad P_y = P'_y - P''_y$$

và $P_z = P'_z - P''_z$

Theo định nghĩa về thành phần ngang của áp lực thủy tĩnh, ta có thể dễ dàng chứng minh rằng các thành phần ngang trong trường hợp này P_x và P_y bằng không.

Để làm ví dụ ta xét thành phần ngang tác động dọc trục Ox. Các lực P'_x và P''_x có giá trị bằng nhau, vì bề mặt mà chúng tác động lên, đều là diện tích hình chiếu BFDE lên các mặt đứng. Vì vậy hiệu số của chúng bằng không. Cũng do nguyên nhân đó mà $P_y = 0$. Do đó, chỉ có hai lực: P'_z - áp lực lên mặt AECFB và P''_z - áp lực lên mặt AECFD tác động lên mặt ngập. Các lực đó lần lượt sẽ là:

$$P'_z = \rho g W_{AacCB}$$

$$P''_z = \rho g W_{AacCD}$$

Hiệu số các lực này chính là tổng hợp lực của áp lực thủy tĩnh lên vật ngập:

$$P_z = \rho g(W_{AacCB} - W_{AacCD}) = -\rho g W_{ABCD}. \qquad (58)$$

Phương trình (58) là nội dung của *định luật Asimed*: một vật rắn ngập hoàn toàn trong chất lỏng chịu tác động của một áp lực hướng lên trên, có trị số bằng trọng lượng khối chất lỏng bị vật rắn choán chỗ.

Lực P_z thường gọi là lực đẩy hoặc lực Asimed.

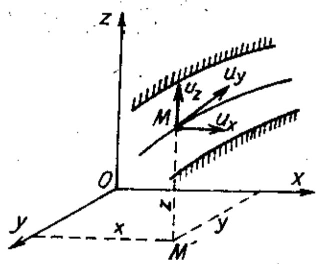
Chương III

CƠ SỞ ĐỘNG HỌC VÀ ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT LỎNG

§III-1. ĐỘNG HỌC CHẤT LỎNG

Để nghiên cứu dòng chất lỏng cần phải chọn được mô hình động học tương ứng. Ta sẽ dùng phương pháp nghiên cứu dòng chất lỏng của Ole.

Ta chọn hệ tọa độ cố định và cho vận tốc gắn với hệ tọa độ đó.



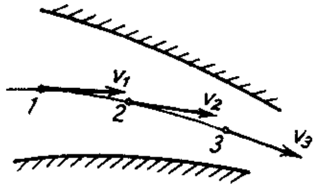
Tại một chất điểm của chất lỏng, trị số thành phần của vận tốc tức thời dọc trục tọa độ sẽ phụ thuộc vào vị trí của chất điểm, tức là vào giá trị tọa độ x, y, z và thời gian t.

Tại một điểm đang xét, vận tốc thành phần của dòng chất lỏng u_x, u_y, u_z có thể được biểu thị dưới dạng:

$$
\begin{aligned}
u_x &= f_1\,(x, y, z, t);\\
u_y &= f_2\,(x, y, z, t); \qquad (1)\\
u_z &= f_3\,(x, y, z, t).
\end{aligned}
$$

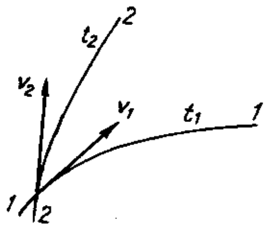
Biết được giá trị của các hàm số này đối với từng trường hợp cụ thể, ta có thể xác định được sự phân bố vận tốc của dòng chất lỏng tại thời điểm bất kỳ.

Tất cả các chuyển động của chất lỏng đều có thể phân thành hai nhóm: *chuyển động ổn định và không ổn định.*



Đường dòng

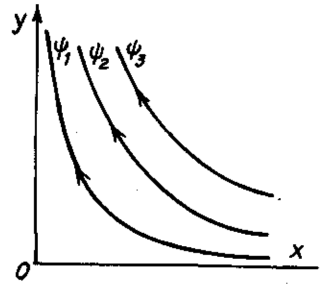
Chuyển động không ổn định được mô tả bằng hệ phương trình (1). Chuyển động đó được đặc trưng bằng sự phụ thuộc của các thông số đặc trưng của bất cứ một chất điểm nào vào cả tọa độ và thời gian.



Sự thay đổi hướng đường dòng trong chuyển động không ổn định

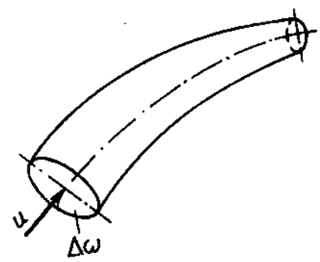
Chuyển động của dòng chất lỏng trong trường hợp tháo cạn bình chứa chính là chuyển động không ổn định. Chuyển động của dòng chất lỏng mà các thông số đặc trưng của dòng chảy đó chỉ phụ thuộc vào tọa độ mà không phụ thuộc vào thời gian, được gọi là *chuyển động ổn định*. Chuyển động đó được biểu thị bằng hệ:

$$u_x = f_1\,(x, y, z,);$$
$$u_y = f_2\,(x, y, z,); \qquad (2)$$
$$u_z = f_3\,(x, y, z,).$$



Ví dụ về họ đường dòng Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3

Chuyển động của dòng chất lỏng cũng có thể phân thành *chuyển động đều* và *không đều*. Trong *chuyển động đều* của chất lỏng, vận tốc dòng chảy của các điểm tương ứng có giá trị không đổi và không phụ thuộc vào tọa độ của điểm đó. Chuyển động trong ống có diện tích mặt cắt không đổi của chất lỏng không nén được là một ví dụ điển hình của *chuyển động đều*. Trong *chuyển động không đều* vận tốc chuyển động tuy không phụ thuộc vào thời gian, nhưng lại là hàm số của tọa độ. Chuyển động của chất lỏng trong ống có mặt cắt thay đổi là *chuyển động không đều*. Tùy thuộc vào diện tích mặt cắt mà vận tốc thay đổi giá trị, nhưng nó lại vẫn giữ nguyên giá trị mà không phụ thuộc vào thời gian.



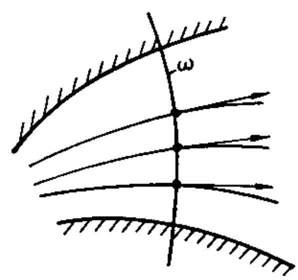
Ống dòng

Đường dòng là đường cong vẽ qua các điểm tiếp tuyến của véc tơ vận tốc dòng chất lỏng. Nếu là chuyển động không ổn định thì tại một điểm đã định hướng của vận tốc sẽ thay đổi theo thời gian. Do đó tại một điểm với thời gian thay đổi ta có các đường dòng khác nhau đi qua. Tại thời điểm t_1- đường dòng 1 đi qua điểm đã định. Tại thời điểm t_2 - đường dòng 2. Trong chuyển động ổn định tại mọi điểm đã định của dòng chảy, trị số và hướng của vận tốc đều không phụ thuộc vào thời gian, vì vậy đường dòng và quỹ đạo của phần tử chất lỏng chỉ là một.

Trong nội bộ dòng chảy với các tọa độ x, y, z các thành phần vận tốc dọc theo trục tọa độ sẽ là u_x, u_y, u_z. Dọc theo đường dòng với khoảng cách ds tại điểm có tọa độ $x + dx$, ta có:

$$u_x/dx = u_y/dy = u_z/dz. \qquad (3)$$

Đẳng thức trên chính là *phương trình của đường dòng*. Khi biết được vận tốc thành phần ta có thể tìm được phương trình đường dòng cho trường hợp cụ thể. Để làm ví dụ ta xét dòng chảy mà vận tốc thành phần là $u_x = -ax$ và $u_y = ay$.



Mặt cắt ướt dòng chảy

Trong trường hợp này phương trình của đường dòng sẽ là:

$u_x/dx = -u_y/dy$, hoặc $dx/x = -dy/y$, Tức là xy = const hoặc là đường dòng là đường hypecbon. Họ đường dòng đó thuộc dòng chảy chảy bao tường thẳng đứng.

Trong dòng chất lỏng ta vẽ một đường khép kín để tạo nên diện tích vô cùng nhỏ và gọi nó là diện tích nguyên tố. Qua từng điểm của đường viền của diện tích nguyên tố đó ta vẽ các đường dòng.

Bề mặt được tạo nên bởi các đường dòng đó được gọi là *ống dòng.*

Vận tốc chuyển động của chất lỏng tiếp tuyến với bề mặt của ống dòng, vì thế giữa chất lỏng chuyển động trong ống dòng và chất lỏng còn lại của dòng chảy sẽ không có sự trao đổi khối lượng. Khối lượng của chất lỏng chảy trong ống dòng được gọi là *dòng nguyên tố.*

Tổ hợp vô số các dòng nguyên tố sẽ tạo thành *dòng chất lỏng* hoặc *toàn dòng.*

Theo phương thẳng góc với vận tốc u ta vẽ một mặt cắt dòng chảy mà diện tích là $\Delta\omega$ thì mặt cắt đó được gọi là mặt cắt ướt *của dòng nguyên tố.*

Tích số giữa diện tích mặt cắt ướt và vận tốc được gọi là *lưu lượng* của dòng nguyên tố của chất lỏng:

$$\Delta Q = u\Delta\omega. \qquad (4)$$

Tích số này là thể tích chất lỏng đi qua diện tích $\Delta\omega$ trong một đơn vị thời gian. Lưu lượng nguyên tố được đo bằng m^3/s hoặc l/s.

Khối lượng chất lỏng đi qua mặt cắt của dòng nguyên tố trong một đơn vị thời gian sẽ là:

$$\Delta m = \rho\Delta\omega v,$$

trong đó ρ - mật độ của chất lỏng chảy trong ống dòng.

Nếu ta vẽ được một mặt cắt dòng chảy mà bất kỳ điểm nào trên bề mặt của mặt cắt đó cũng thẳng góc với véc tơ vận tốc thì diện tích của bề mặt đó ω sẽ bằng tổng số các diện tích mặt cắt ướt của các dòng nguyên tố:

$$\omega = \Sigma\Delta\omega = \int_\omega d\omega.$$

Bề mặt đó được gọi là *mặt cắt ướt của dòng chảy.*

Chu vi ướt χ là phần chu vi mà dọc theo đó chất lỏng tiếp xúc với thành rắn.

Bán kính thủy lực là tỷ số giữa diện tích mặt cắt ướt và chu vi ướt và được ký hiệu là R:

$$R = \frac{\omega}{\chi}$$

Lưu lượng của chất lỏng Q bằng tổng số lưu lượng của từng dòng nguyên tố:

$$Q = \Sigma\ \Delta Q = \Sigma\ u\Delta\omega = \int_u udu\ . \qquad (5)$$

Lưu lượng khối của chất lỏng m bằng tổng số các lưu lượng khối của từng dòng nguyên tố:

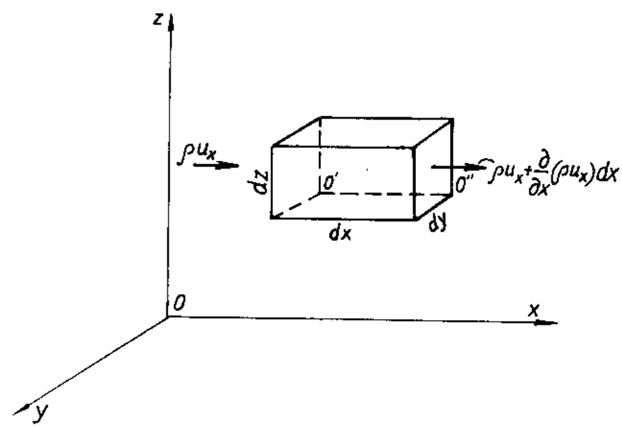
$$m = \Sigma\, \Delta m = \Sigma\, \rho u \Delta\omega = \int_{\omega} \rho u d\omega. \qquad (6)$$

Vận tốc trung bình của dòng chảy là tỷ số giữa lưu lượng và diện tích mặt cắt ướt của dòng chảy, tức là:

$$v = Q/\omega = \int_{\omega} u d\omega/\omega. \qquad (7)$$

§ III-2. PHƯƠNG TRÌNH LIÊN TỤC

Điều kiện cơ bản bảo đảm sự tồn tại của dòng chất lỏng là tính liên tục của sự thay đổi của các thông số dòng chảy theo tọa độ và thời gian. Điều đó có nghĩa là khi chuyển động, chất lỏng phải tuân thủ điều kiện liên tục. Chất lỏng phải chuyển động trong các lòng dẫn tương ứng như là một môi trường liên tục, không có sự gián đoạn.



Ta sẽ biểu thị điều kiện đó bằng phương trình sau:

Đưa dòng chảy gắn với hệ tọa độ x, y, z. Trong dòng chảy ta chọn điểm O có các tọa độ x, y, z.

Tách khỏi môi trường chất lỏng một hình hộp có các cạnh là dx, dy, dz.

Vận tốc thành phần của dòng chảy tại điểm O' là : u_x - dọc trục x ; u_y - dọc trục y và u_z - dọc trục z.

Qua mặt bên của hình hộp dydz có một gốc là điểm O' với thời đoạn dt, một khối lượng chất lỏng là ρu_xdydzdt đi vào hình hộp.

Từ hình hộp trong thời đoạn dt, qua mặt bên của hình hộp có một gốc là điểm O'' với tọa độ là x + dx, y, z một khối lượng chất lỏng đi ra khỏi hình hộp bằng:

$$\rho u_x dydzdt + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u_x)dydzdt.$$

Như vậy trong thời gian dt, khối lượng chất lỏng ra và vào hình hộp theo phương x chênh nhau là:

$$\rho u_x dydzdt - \rho u_x dydzdt - \frac{\partial}{\partial x}(\rho u_x)dydzdt \quad = -\frac{\partial}{\partial x}(\rho u_x)dydzdt$$

Khi chất lỏng đi qua các mặt bên khác của hình hộp, khối lượng chất lỏng trong thể tích dxdydz cũng sẽ thay đổi tương tự:

$$-\frac{\partial}{\partial y}(\rho u_y)dxdzdt\ ;$$

$$-\frac{\partial}{\partial z}(\rho u_z)dxdydt.$$

Tổng số các độ chênh khối lượng theo các phương khi chất lỏng chảy qua hình hộp có thể tích là dxdydz sẽ là:

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x}(\rho u_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho u_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u_z)\right] dxdydzdt.$$

Thể tích dxdydz là hoàn toàn xác định, trị số của nó không phụ thuộc vào thời gian, tọa độ của điểm O cũng được xác định. Vì thế sự thay đổi của khối lượng chất lỏng chỉ có thể xảy ra do mật độ thay đổi theo thời gian. Trong trường hợp tổng quát mật độ của chất lỏng là hàm số của tọa độ x, y, z và thời gian t. Trong trường hợp đang xét x, y, z đã xác định và mật độ có thể thay đổi chỉ theo thời gian.

Mật độ của chất lỏng trong thể tích dxdydz có thể thay đổi một lượng là $(\partial\rho/\partial t)dt$, còn khối lượng chất lỏng trong thể tích này qua thời đoạn dt sẽ thay đổi một lượng là $(\partial\rho/\partial t)dtdxdydz$.

Để bảo đảm tính liên tục của chất lỏng cần thiết phải thỏa mãn điều kiện:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}dtdxdydz = -\left[\frac{\partial}{\partial x}(\rho u_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho u_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u_z)\right]dxdydzdt.$$

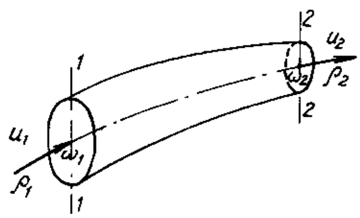
Ước lược cho dxdydzdt ta được điều kiện liên tục:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} = 0. \tag{8}$$

Phương trình (8) trong cơ học chất lỏng gọi là *phương trình liên tục.*

Nếu chuyển động là *ổn định thì* $\partial\rho/\partial t = 0$, và điều kiện liên tục của dòng chảy có thể viết thành:

$$\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} = 0. \tag{9}$$



Ngoài ra khi chất lỏng không nén được, tức là khi ρ = const thì :

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0. \qquad (10)$$

Ta xem xét phương trình liên tục của dòng nguyên tố chuyển động ổn định.

Tại mặt cắt 1-1 ta có: diện tích mặt cắt ướt ω_1; vận tốc chuyển động u_1; mật độ chất lỏng ρ_1.

Tại mặt cắt 2-2 ta có: diện tích mặt cắt ướt ω_2; vận tốc chuyển động u_2; mật độ chất lỏng ρ_2.

Vận tốc chuyển động luôn tiếp tuyến với ống dòng nên không có sự trao đổi khối lượng giữa chất lỏng bên trong ống dòng với chất lỏng bên ngoài qua vách ống.

Trong một đơn vị thời gian khối lượng chất lỏng đi qua mặt cắt 1-1 sẽ bằng $\rho_1 u_1 \omega_1$. Qua mặt cắt 2-2 cũng trong một đơn vị thời gian khối lượng chất lỏng đi qua mặt cắt 2-2 ra khỏi ống dòng sẽ là $\rho_2 u_2 \omega_2$.

Để bảo đảm tính liên tục trong ống dòng, khối lượng chất lỏng phải cố định giữa hai mặt cắt 1-1 và 2-2 nên điều kiện liên tục trong ống dòng sẽ là:

$$\rho_1 u_1 \omega_1 = \rho_2 u_2 \omega_2 = \text{const.}$$

§III-3. GIA TỐC CỦA CHUYỂN ĐỘNG CHẤT LỎNG

Gia tốc thành phần chuyển động của chất lỏng khi chuyển động cũng như vận tốc là hàm số của tọa độ và thời gian.

Gọi gia tốc thành phần là gia tốc trong dòng chất lỏng a_x, a_y và a_z dọc theo trục tọa độ và ta viết dưới dạng hàm số của tọa độ và thời gian:

$$a_x = \varphi_1(x,y,z,t);$$
$$a_y = \varphi_2(x,y,z,t);$$
$$a_z = \varphi_3(x,y,z,t).$$

Nếu biết được giá trị của các hàm số nói trên, thì tại bất cứ điểm nào của dòng chảy cũng như tại bất cứ thời điểm nào cũng có thể xác định được trị số của gia tốc thành phần chuyển động của chất lỏng. Gia tốc thành phần là đạo hàm riêng thứ nhất của vận tốc theo thời gian:

$$a_x = \frac{du_x}{dt} = \frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial u_x}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial u_x}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial u_x}{\partial z}\frac{dz}{dt};$$
$$a_y = \frac{du_y}{dt} = \frac{\partial u_y}{\partial t} + \frac{\partial u_y}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial u_y}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial u_y}{\partial z}\frac{dz}{dt};$$
$$a_z = \frac{du_z}{dt} = \frac{\partial u_z}{\partial t} + \frac{\partial u_z}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial u_z}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\frac{dz}{dt}.$$

Theo định nghĩa $\dfrac{dx}{dt} = u_x$; $\dfrac{dy}{dt} = u_y$; $\dfrac{dz}{dt} = u_z$,

vì vậy:
$$a_x = \frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x\frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_x}{\partial z};$$
$$a_y = \frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x\frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_y}{\partial z}; \qquad (11)$$
$$a_z = \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x\frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_z}{\partial z}.$$

Đối với chuyển động ổn định của chất lỏng, khi gia tốc không phụ thuộc vào thời gian :

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = \frac{\partial u_y}{\partial t} = \frac{\partial u_z}{\partial t} = 0.$$

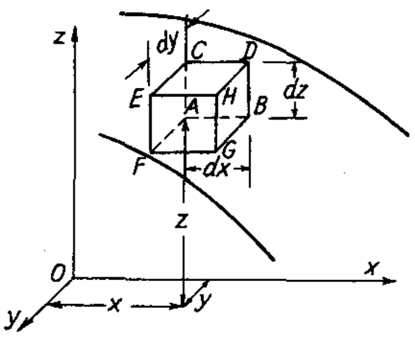
Trong trường hợp này hình chiếu của gia tốc dọc theo trục tọa độ tại điểm có tọa độ là x, y, z sẽ là:

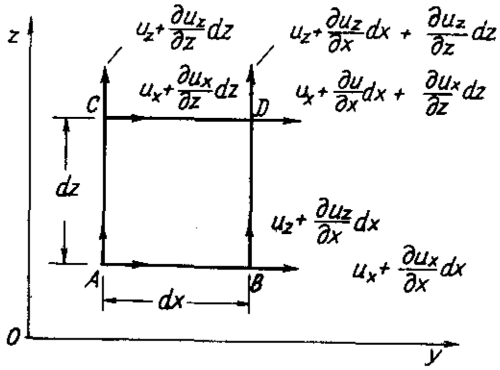
$$a_x = u_x\frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_x}{\partial z};$$
$$a_y = u_x\frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_y}{\partial z}; \qquad (12)$$
$$a_z = u_x\frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_z}{\partial z}.$$

Các số hạng đầu của vế phải phương trình (11) gọi là gia tốc *thành phần định vị cục bộ*, các số hạng còn lại - gia tốc *thành phần khuếch tán chuyển vị.*

§III-4. PHÂN TÍCH CHUYỂN ĐỘNG CỦA MỘT PHẦN TỬ CHẤT LỎNG. CHUYỂN ĐỘNG THẾ VÀ CHUYỂN ĐỘNG XOÁY.

Sự chuyển động của một phần tử chất rắn như đã biết trong cơ học chất rắn có thể phân tích thành chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay. Đối





với phần tử chất lỏng, sự chuyển động phức tạp hơn ở chỗ phần tử chất lỏng trong khi vẫn giữ nguyên thể tích lại có thể biến dạng; vì vậy chuyển động của một phần tử chất lỏng có thể phân tích thành ba dạng: chuyển động tịnh tiến, chuyển động quay và chuyển động biến hình; đó là định luật Hemhôn.

Trong Cơ học chất lỏng ứng dụng, thường đề cập đến chuyển động không quay (còn gọi là chuyển động thế), và chuyển động có quay (còn gọi là chuyển động xoáy) của phần tử chất lỏng, cho nên cần thiết phải tìm cách biểu thị toán học các điều kiện của hai loại chuyển động đó.

Ta nghiên cứu sự chuyển động của một phần tử chất lỏng, coi là một hình hộp vuông nhỏ có cạnh dx, dy, dz. Trong trường hợp tổng quát, vận tốc ở những đỉnh hình hộp không bằng nhau. Để tiện phân tích, trước hết ta xem xét sự chuyển động của một mặt nào đó của hình hộp vuông nói trên, thí dụ mặt ABCD song song với mặt tọa độ zOx. Chưa kể đến sự tịnh tiến của phần tử mà ta rất dễ tính đến, ta chỉ nghiên cứu sự chuyển động của mặt ABCD dưới dạng biến hình và dạng quay.

Gọi vận tốc của điểm A có tọa độ x, z là $u = f(x, z)$, các thành phần theo trục tọa độ là u_x, u_z:

$$u_x = f_1(x,z),$$
$$u_z = f_2(x,z).$$

Vận tốc u của điểm D có tọa độ x +dx, z +dz, sẽ có các thành phần u_{Dx} và u_{Dz} là:

$$u_{Dx} = f_1(x + dx,\ z + dz),$$
$$u_{Dz} = f_2(x + dx,\ z + dz).$$

Khai triển theo cấp số Taylo hai hàm số trên và bỏ đi những số hạng có bậc vô cùng nhỏ lớn hơn bậc nhất, ta viết được biểu thức cho u_{Dx}, u_{Dz} như sau:

$$u_{Dx} = u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} dx + \frac{\partial u_x}{\partial z} dz ,$$
$$u_{Dz} = u_z + \frac{\partial u_z}{\partial x} dx + \frac{\partial u_z}{\partial z} dz .$$

Cũng làm như vậy cho điểm B có tọa độ x + dx, z và cho điểm C có tọa độ x, z + dz ta viết ra:

- Đối với điểm B: $$u_{Bx} = u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} dx ,$$
$$u_{Bz} = u_z + \frac{\partial u_z}{\partial x} dx .$$

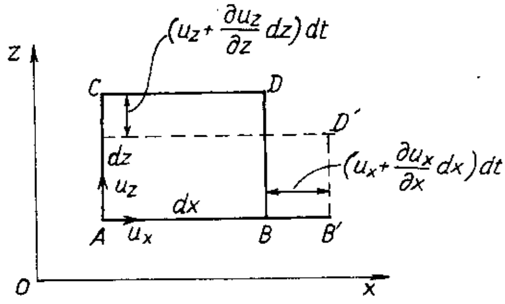
- Đối với điểm C: $$u_{Cx} = u_x + \frac{\partial u_x}{\partial z} dz ,$$
$$u_{Cx} = u_z + \frac{\partial u_z}{\partial z} dz .$$

Những trị số các thành phần vận tốc của các điểm A, B, C, D đều ghi lại trên hình vẽ. Do sự khác nhau về vận tốc ở các đỉnh, các cạnh và các góc của ABCD sẽ bị biến dạng.

a- Ta xét sự *biến dạng về độ dài* của các cạnh. Mặt ABCD ở thời điểm t có dạng AB'C'D' ở thời điểm t + dt. Như vậy cạnh AB song song với Ox chịu một sự biến hình về độ dài là:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x}\,dxdt$$

theo phương Oz.



Do đó vận tốc biến hình dài của hai cạnh trên là:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x}\,dx \text{ và } \frac{\partial u_z}{\partial z}\,dz.$$

Như vậy những biểu thức:

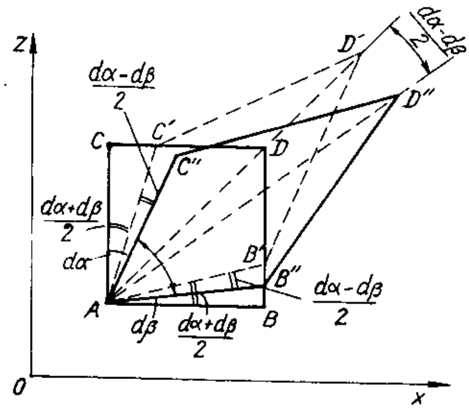
$$\frac{\partial u_x}{\partial x}\,dx,\ \frac{\partial u_y}{\partial y}\,dy,\ \frac{\partial u_z}{\partial z}\,dz.$$

cho ta *vận tốc biến hình dài.*

Chia những vận tốc đó tương ứng với dx, dy, dz thì ta được những vận tốc biến hình tương đối về chiều dài hoặc vận tốc dãn nở:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x},\ \frac{\partial u_y}{\partial y},\ \frac{\partial u_z}{\partial z}\,dz.$$

b- Ta xét *sự biến dạng về góc*. Hình ABCDở thời điểm t biến thành hình AB"C"D" ở thời điểm t + dt.



Ta gọi $d\alpha$ là góc lập bởi AC và AC", gọi $d\beta$ là góc lập bởi AB và AB". Ta có thể hoàn thành sự biến hình trên lần lượt theo hai bước:

+ Biến từ ABCD sang AB'C'D' bằng cách quay cạnh AC theo chiều kim đồng hồ tới vị trí AC', sao cho góc CAC' $= \frac{d\alpha + d\beta}{2}$ và bằng cách quay cạnh AB ngược chiều kim đồng hồ tới vị trí AB', sao cho góc BAB' $= \frac{d\alpha + d\beta}{2}$, bước biến hình này có đặc điểm là đường phân giác

AD' không di động và AC', AB' đều đối xứng với AD, gọi là sự biến hình đơn thuần về góc, tức là không quay;

+Biến từ AB'C'D' sang AB"C"D" bằng cách quay AB'C'D' xung quanh điểm A; khi đó góc quay là:

$$\widehat{C'AC''} = \widehat{BAB''} = \frac{d\alpha - d\beta}{2}$$

hình dạng của AB'C'D' không thay đổi trong quá trình quay này, đường phân giác ADcũng quay đi một góc bằng $\frac{d\alpha - d\beta}{2}$, bước biến hình này gọi là *sự quay đơn thuần*.

Ta tìm biểu thức toán học cho sự biến hình đơn thuần về góc, cụ thể là tốc độ biến hình đơn thuần về góc. Theo qui ước vừa nêu ở trên, thì góc $d\alpha$ do sự quay của cạnh AC sang AC" trong thời gian dt, tính được theo:

$$tg(d\alpha) = \frac{CC''}{CA} = \frac{\frac{\partial u_x}{\partial z}dzdt}{dz} = \frac{\partial u_x}{\partial z}dt.$$

Vì $d\alpha$ là góc nhỏ nên có thể coi $tg(d\alpha) \approx d\alpha$, do đó:

$$d\alpha = \frac{\partial u_x}{\partial z}dt.$$

Cũng suy luận như trên đối với góc $d\beta$ ta viết được:

$$tg(d\beta) = \frac{BB''}{BA} = \frac{\frac{\partial u_z}{\partial x}dxdt}{dx} = \frac{\partial u_z}{\partial x}dt.$$

hoặc $$d\beta = \frac{\partial u_z}{\partial x}dt.$$

Theo lập luận trên, sự biến hình đơn thuần về góc thể hiện bởi góc $\frac{d\alpha + d\beta}{2}$ tốc độ θ_y của sự biến thiên đơn thuần quay xung quanh trục song song với Oy là:

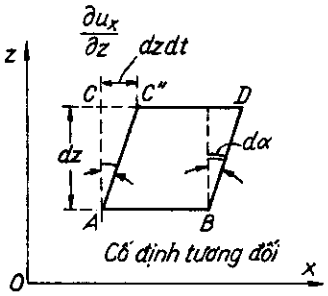
$$\theta_y = \frac{1}{dt}.\frac{d\alpha + d\beta}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}\right).$$

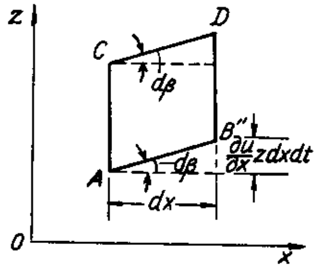
Tốc độ θ_y gọi là tốc độ biến hình đơn thuần về góc.

Cũng suy luận như trên, ta có thể viết tốc độ biến hình đơn thuần về góc xung quanh các trục Ox và Oz. Vậy những thành phần θ_x, θ_y, θ_z của tốc độ biến hình đơn thuần về góc θ là:

$$\theta_x = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z}\right),$$
$$\theta_y = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}\right), \qquad (13)$$
$$\theta_z = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y}\right).$$

Sự biến hình nói ở đây là sự biến hình về góc, nên θ còn gọi là *tốc độ biến hình góc* hoặc *tốc độ trượt.*





c- Ta tìm hệ thức toán học cho sự quay đơn thuần, cụ thể là cho tốc độ quay đơn thuần. Theo lập luận trên, sự quay đơn thuần thể hiện bởi góc $\frac{d\alpha - d\beta}{2}$, tốc độ ω_y của sự quay đơn thuần xung quanh trục song song với Oy tính được như sau:

Tốc độ quay ω_y từ hình AB'C'D' sang AB"C"D" bằng:

$$\omega_y = \frac{1}{dt} \cdot \frac{d\alpha - d\beta}{2} = \frac{1}{2} \frac{\frac{\partial u_x}{\partial z} dt - \frac{\partial u_z}{\partial x} dt}{dt}$$

hoặc: $$\omega_y = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x}\right).$$

Cũng suy luận tương tự, ta có thể viết toàn bộ các thành phần của tốc độ quay ω như sau:

$$\left.\begin{aligned} \omega_x &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z}\right),\\ \omega_y &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x}\right),\\ \omega_z &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y}\right). \end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

Góc quay đơn thuần ω của phần tử chất lỏng bằng:

$$\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2} \qquad (15)$$

Trong cơ học chất lỏng, hai lần véc tơ tốc độ quay đơn thuần được gọi là véc tơ xoáy hoặc cái xoáy; nếu ta gọi véc tơ xoáy bằng $\vec{\Omega}$ thì:

$$\vec{\Omega} = 2\omega \tag{16}$$

Trong toán học người ta biểu thị hệ phương trình (14) bằng biểu thức:

$$\vec{\omega} = \frac{1}{2}\ \mathrm{rot}\,\vec{u}$$

hoặc

$$\vec{\Omega} = \mathrm{rot}\,\vec{u}.$$

Ta mới nghiên cứu sự chuyển động của một mặt của hình hộp chất lỏng và tìm ra biểu thức toán học của tốc độ biến hình đơn thuần và tốc độ quay đơn thuần của mặt đó.

Tiếp theo ta nghiên cứu biểu thức tốc độ của một đỉnh bất kỳ của hình hộp, coi rằng tốc độ $u = f(x, y, z)$ của điểm $A(x, y, z)$ là đã biết. Để có biểu thức tổng quát, ta sẽ tìm vận tốc u của điểm $H(x + dx, y + dy, z + dz)$, vận tốc u_H có những thành phần sau đây:

$$\begin{aligned} u_{xH} &= f_1(x + dx\,,\ y + dy\,,\ z + dz),\\ u_{yH} &= f_2(x + dx\,,\ y + dy\,,\ z + dz),\\ u_{zH} &= f_3(x + dx\,,\ y + dy\,,\ z + dz). \end{aligned}$$

Khai triển những hàm số trên theo cấp số Taylo, viết cho những đại lượng vô cùng nhỏ dx, dy, dz và bỏ đi những số hạng vô cùng nhỏ có bậc cao hơn bậc nhất, ta có:

$$\left.\begin{aligned} u_{xH} &= u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x}dx + \frac{\partial u_x}{\partial y}dy + \frac{\partial u_x}{\partial z}dz\,,\\ u_{yH} &= u_y + \frac{\partial u_y}{\partial x}dx + \frac{\partial u_y}{\partial y}dy + \frac{\partial u_y}{\partial z}dz,\\ u_{zH} &= u_z + \frac{\partial u_z}{\partial x}dx + \frac{\partial u_z}{\partial y}dy + \frac{\partial u_z}{\partial z}dz. \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Để thể hiện tốc độ biến hình đơn thuần và tốc độ quay đơn thuần trong vế phải của (17), ta biến đổi biểu thức đó bằng cách cộng vào và trừ đi ở từng phương trình những đại lượng tương ứng sau đây:

+ Đối với phương trình thứ nhất: $\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_z}{\partial x}dz + \frac{\partial u_y}{\partial x}dy\right)$;

+ Đối với phương trình thứ hai: $\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial y}dx + \frac{\partial u_z}{\partial y}dz\right)$;

+ Đối với phương trình thứ ba: $\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial z}dy + \frac{\partial u_x}{\partial z}dx\right)$.

Sau khi biến đổi đại số, ta có:

$$\begin{aligned} u_{xH} = u_x &+ \frac{\partial u_x}{\partial x}dx + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}\right)dz + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y}\right)dy +\\ &+ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x}\right)dz - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y}\right)dy, \end{aligned}$$

$$
\left.
\begin{aligned}
u_{yH} &= u_y + \frac{\partial u_y}{\partial y} dy + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y}\right)dx + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z}\right)dz + \\
&\quad + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y}\right)dx - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z}\right)dz, \\
u_{zH} &= u_z + \frac{\partial u_z}{\partial z} dz + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z}\right)dy + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}\right)dx + \\
&\quad + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z}\right)dy - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x}\right)dx .
\end{aligned}
\right\} \quad (18)
$$

Ta đưa các biểu thức (13) và (14) về tốc độ biến hình đơn thuần và tốc độ quay đơn thuần vào biểu thức (18) thì có:

$$
\begin{aligned}
u_{xH} &= u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} dx + (\theta_y\, dz + \theta_z\, dy) + (\omega_y\, dz - \omega_z\, dy), \\
u_{yH} &= u_y + \frac{\partial u_y}{\partial u_y} dy + (\theta_z dx + \theta_x\, dz) + (\omega_z\, dz - \omega_x\, dz), \quad (19) \\
u_{zH} &= u_z + \frac{\partial u_z}{\partial z} dz + (\theta_x dy + \theta_y\, dx) + (\omega_x\, dy - \omega_y\, dx).
\end{aligned}
$$

Như vậy ta đã chứng minh xong định luật Hemhôn.

§III-5. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CHUYỂN ĐỘNG CỦA CHẤT LỎNG KHÔNG NÉN ĐƯỢC (PHƯƠNG TRÌNH OLE)

Tách trong dòng chảy một phần tử vô cùng nhỏ có dạng hình hộp với các cạnh là dx, dy, dz. Phần tử chất lỏng hình hộp được tách ra đó chịu tác động của áp lực thủy động, lực khối và lực quán tính.

Cũng như trong thủy tĩnh, áp lực thủy động tác động lên các mặt bên của hình hộp; còn lực khối như đã biết tỷ lệ thuận với khối lượng phần tử; lực quán tính được xác định bằng tích số giữa khối lượng của phần tử và trị số gia tốc tức thời của chuyển động.

Tổng số của các lực tác động nếu đem chiếu lên các trục tọa độ đã chọn sẽ là:

$$
\begin{aligned}
\rho a_x dxdydz &= \left(-\frac{\partial p}{\partial x} + \rho X\right) dxdydz; \\
\rho a_y dxdydz &= \left(-\frac{\partial p}{\partial y} + \rho Y\right) dxdydz; \quad (20) \\
\rho a_z dxdydz &= \left(-\frac{\partial p}{\partial z} + \rho Z\right) dxdydz,
\end{aligned}
$$

trong đó a_x, a_y, a_z - lần lượt là hình chiếu của trị số gia tốc tức thời của phần tử chất lỏng trên các trục tọa độ tương ứng.

Trong cả hai vế của (20) đều có đại lượng thể tích của phần tử chất lỏng dxdydz, do đó nếu ước lược đại lượng thể tích đó thì ta có kết quả là phương trình (20) không phụ thuộc vào việc chọn hình dạng của phần tử chất lỏng. Ta cũng đã chứng minh là hình chiếu của gia tốc là hàm số của tọa độ và thời gian. Nếu lại đem cả hai vế (20) chia cho mật độ chất lỏng thì ta được phương trình được gọi là *phương trình Ole*:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + X\,;\\
&\frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + Y;\\
&\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + Z.
\end{aligned} \qquad (21)$$

Đẳng thức trên đúng cho dòng chất lỏng không nhớt. Trong đó chuyển động có thể là ổn định, không ổn định, thế hoặc xoáy; mật độ môi trường có thể là không đổi cũng có thể phụ thuộc vào áp suất.

Dòng chất lỏng phải thỏa mãn điều kiện liên tục

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} = 0\,.$$

Ngoài ra, nếu quan hệ giữa mật độ và áp suất $\rho = f(p)$ được biết thì hệ phương trình Ole trở nên khép kín.

Tích phân phương trình Ole có thể thực hiện được cho nhiều trường hợp riêng của dòng chất lỏng. Để tiến hành tích phân ta biến phương trình thành dạng khác.

Ta cộng và trừ từ vế trái của đẳng thức thứ nhất tổng số:

$u_y\, \partial u_y/\partial x + u_z\, \partial u_z/\partial x$; đẳng thức thứ hai và thứ ba các tổng số:

$u_x\, \partial u_x/\partial y + u_z\, \partial u_z/\partial y$; $u_x\, \partial u_x/\partial z + u_y\, \partial u_y/\partial z$.

Tại một thời điểm đã định và tại một vị trí xác định, bình phương vận tốc dòng chất lỏng sẽ là: $u^2 = u_x^2 + u_y^2 + u_z^2$.

Thành phần xoáy được xác định bằng các đẳng thức:

$$\omega_x = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z}\right);\ \omega_y = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x}\right);\ \omega_z = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y}\right).$$

Khi đó hệ phương trình Ole có thể viết dưới dạng:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\frac{u^2}{2} + 2u_z\omega_y - 2u_y\omega_z = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + X;\\
&\frac{\partial u_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y}\frac{u^2}{2} + 2u_{\underset{x}{z}}\omega_{\underset{z}{y}} - 2u_{\underset{z}{y}}\omega_{\underset{x}{z}} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + Y;\\
&\frac{\partial u_z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\frac{u^2}{2} + 2u_y\omega_x - 2u_x\omega_y = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + Z.
\end{aligned} \qquad (22)$$

Phương trình trên được gọi là *phương trình Gromêco- Lamb.*

Trong chương Thủy tĩnh ta đã biết lực khối là đạo hàm riêng của hàm thế theo tọa độ:

$$X = -\frac{\partial U}{\partial x}\ ; \quad Y = -\frac{\partial U}{\partial y}; \quad Z = -\frac{\partial U}{\partial z}\,.$$

Mật độ của môi trường chuyển động trong trường hợp tổng quát là hàm số của áp suất. Ta dùng hàm số liên tục của tọa độ P(x, y, z) để sao cho:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}; \qquad \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}; \qquad \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}.$$

Bây giờ *phương trình Gromêco-Lamb* có thể viết dưới dạng:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u^2}{2} + P + U\right) + 2(u_z\omega_y - u_y\omega_z) = 0;\\
&\frac{\partial u_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{u^2}{2} + P + U\right) + 2(u_x\omega_z - u_z\omega_x) = 0; \qquad (23)\\
&\frac{\partial u_z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{u^2}{2} + P + U\right) + 2(u_y\omega_x - u_x\omega_y) = 0.
\end{aligned}$$

§III-6. TÍCH PHÂN PHƯƠNG TRÌNH OLE. TÍCH PHÂN LAGRĂNG VÀ BECNUI

Ta xét trường hợp mà phương trình nói trên có thể tích phân được.

Trong dòng không xoáy các thành phần xoáy bằng không; các vận tốc thành phần là đạo hàm riêng của thế vận tốc $\varphi(x,y,z,t)$

Vận tốc thành phần cục bộ là:

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial \varphi}{\partial t};$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial \varphi}{\partial t};$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial \varphi}{\partial t};$$

Phương trình Gromêco-Lamb trong trường hợp này có dạng:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{u^2}{2} + P + U\right) = 0;$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{u^2}{2} + P + U\right) = 0;$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{u^2}{2} + P + U\right) = 0.$$

hoặc: $\partial\varphi/\partial t + u^2/2 + P + U = \text{const} + f(t).$ (25)

Đẳng thức (25) được gọi là *tích phân Lagrăng.*

Trong dòng thế tại tất cả các điểm của dòng chảy, tổng số của bốn số hạng của đẳng thức được giữ nguyên trị số. Trong dòng thế ổn định $\partial\varphi/\partial t = 0$ và phương trình Lagrăng có dạng sau:

$$u^2/2 + P + U = \text{const}. \qquad (26)$$

Hằng số trong đẳng thức này cũng giữ nguyên trị số đối với bất kỳ đường dòng nào của dòng thế.

Như vậy, các phương trình (25) và (26) dùng cho toàn bộ dòng thế.

Trong thủy lực thường xét dòng ổn định của chất lỏng dọc theo đường dòng.

Từ phương trình (3) ta có:

$$u_z dx - u_x dz = 0 ; \qquad u_x dy - u_y dx = 0; \qquad u_y dz - u_z dy = 0.$$

Ta nhân lần lượt phương trình thứ nhất, thứ hai, thứ ba của hệ Gromêco-Lamb cho dx, dy, dz. Sự dịch chuyển tọa độ đó làm thay đổi điểm đang xét trong nội bộ dòng chảy dọc theo đường dòng cụ thể.

Khi cộng các đẳng thức nói trên và lưu ý đến quan hệ phụ thuộc giữa vận tốc thành phần và tọa độ khi điểm đang xét dịch chuyển dọc theo đường dòng, ta có:

$$2(u_z\omega_y - u_y\omega_z)dx + 2u_x\omega_z - u_z\omega_x)dy + 2(u_y\omega_x - u_x\omega_y)dz =$$

$$2(u_z dx - u_x dz)\omega_y + 2(u_x dy - u_y dx)\omega_z + 2(u_y dz - u_z dy)\omega_x = 0. \qquad (27)$$

Do đó, trong chuyển động ổn định, dọc theo đường dòng cụ thể ta có điều kiện:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u^2}{2} + P + U\right)dx + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{u^2}{2} + P + U\right)dy + \frac{\partial}{\partial z}\ \frac{u^2}{2} + P + U)dz$$

$$= d\left(\frac{u^2}{2} + P + U\right) = 0. \qquad (28)$$

Vì vậy, dọc theo đường dòng khi chuyển động ổn định, ta có:

$$u^2/2 + P + U = \text{const}. \qquad (29)$$

Đẳng thức này được gọi là *tích phân Becnui.*

Nếu phương trình (26) viết cho toàn dòng thế chuyển động ổn định, thì phương trình (29) - chỉ cho chuyển động của chất lỏng dọc theo đường dòng cụ thể.

Như vậy là, tích phân Becnui là trường hợp riêng của tích phân Lagrăng khi xét chuyển động không xoáy dọc theo đường dòng đã định.

§III- 7. TÍCH PHÂN BECNUI TRONG TRƯỜNG TRỌNG LỰC. PHƯƠNG TRÌNH BECNUI

Giá trị của hằng số đối với các đường dòng khác nhau của toàn dòng chất lỏng có thể khác nhau. Nếu chất lỏng không nén được và lực khối chỉ là trọng lực, thì:

$$P = \int \frac{dp}{\rho} = \frac{p}{\rho}; \qquad U = gz,$$

trong đó z - khoảng cách thẳng đứng từ một điểm của đường dòng đến mặt chuẩn.

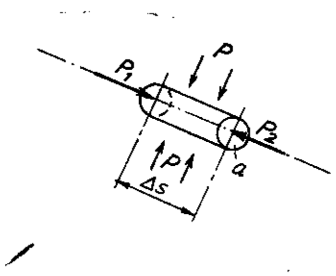
Khi đó dọc đường dòng tổng số được giữ nguyên:

$$u^2/2 + p/\rho + gz = \text{const}. \qquad (30)$$

Đẳng thức trên được gọi là *phương trình Becnui.*

Trong chuyển động ổn định dọc theo dòng nguyên tố, hàm số $P = \int dp/\rho$, khi đó phương trình Becnui sẽ có dạng:

$$u^2/2 + \int \frac{dp}{\rho} + gz = \text{const.} \qquad (31)$$



Sự di chuyển của phần tử nguyên tố của chất lỏng không nhớt dọc đường dòng

Do đó trong chuyển động của chất lỏng không nhớt dọc đường dòng để xác định đơn trị các thông số dòng chảy cần phải biết thêm mối liên hệ giữa mật độ và áp suất.

Ta nghiên cứu ý nghĩa năng lượng của phương trình Becnui.

+Dọc theo đường dòng khi chuyển từ điểm này sang điểm kia, sự thay đổi động năng của một đơn vị khối lượng sẽ bằng $u_1^2/2 - u_2^2/2$ (trong đó u_1 và u_2 - vận tốc dòng chảy tại các điểm tương ứng của đường dòng). Nếu tính động năng cho một đơn vị trọng lượng thì sự biến đổi động năng là $u_1/(2g) - u_2/(2g)$, còn cho một đơn vị thể tích: $\rho u_1^2/2 - \rho u_2^2/2$.

+ Cũng vậy dọc theo đường dòng khi chuyển từ điểm này sang điểm khác sự biến đổi thế năng vị trí bằng $gz_1 - gz_2$. Nếu tính thế năng cho một đơn vị trọng lượng thì sự biến đổi thế năng đó sẽ là $z_1 - z_2$, còn tính cho một đơn vị thể tích: $\rho g z_1 - \rho g z_2$.

Ta nghiên cứu chuyển động của một phần tử nguyên tố chất lỏng không nhớt dọc theo dòng nguyên tố. Diện tích mặt cắt của phần tử nguyên tố a thẳng góc với véc tơ vận tốc u của dòng chảy.

Thành bên của phần tử song song với véc tơ này. Áp lực trên thành bên thẳng góc với phương chuyển động của phần tử nên công do áp lực đó sẽ bằng không.

Áp lực trên mặt cắt của phần tử thẳng góc với vận tốc dòng chảy là:

$$\Delta F = pa - \left(p + \frac{\partial p}{\partial s}\Delta s\right)a = -\frac{\partial p}{\partial s} a\Delta s,$$

trong đó Δs - chiều dài của phần tử dọc theo đường dòng; p - áp suất thay đổi dọc đường dòng; s - chiều dài đoạn đường dòng; $a\Delta s = \Delta W$ - thể tích chất lỏng được giới hạn trong phạm vi của phần tử.

Khi phần tử chất lỏng di chuyển dọc theo đường dòng một đoạn là ds, công nguyên tố tạo nên bởi áp lực sẽ là:

$$dE = \Delta W \frac{\partial p}{\partial s} ds = \Delta W\, dp, \qquad (32)$$

trong đó dp - biến đổi áp suất dọc theo đường dòng.

Khi phần tử chất lỏng di chuyển dọc theo đường dòng từ vị trí này sang vị trí khác, công tạo nên bởi áp lực sẽ là:

$$E = \int \Delta W\, dp = \Delta W\,(p_2 - p_1),$$

trong đó p_1 và p_2 - áp suất tại các điểm tương ứng của đường dòng.

Tính cho một đơn vị khối lượng, công tạo nên bởi áp lực ta có:

$$E/(\rho\Delta W = (p_2 - p_1)/\rho.$$

Cũng vậy tính cho một đơn vị trọng lượng: $(p_2-p_1)/(\rho g)$ và cho một đơn vị thể tích: p_2-p_1.

Khi có sự di chuyển của một đơn vị khối lượng, trọng lượng hoặc thể tích thì công tạo ra là do áp lực. Khi chất lỏng chuyển động dọc theo đường dòng từ vị trí này đến vị trí kia, định luật bảo toàn năng lượng có thể phát biểu như sau:

Sự biến đổi của động năng và thế năng vị trí bằng công tương ứng do áp lực tạo nên trên quãng đường xảy ra sự biến đổi đó.

Do đó, nếu tính năng lượng dự trữ cho một đơn vị khối lượng, ta có:

$$u_1^2/2 - u_2^2/2 + gz_1 - gz_2 = (p_2 - p_1)/\rho,$$

hoặc dọc theo đường dòng ta viết được đẳng thức:

$$p_1/\rho + u_2^2/2 + gz_1 = p_2/\rho + u_2^2/2 + gz_2 = p/\rho + u_2^2/2 + gz = \text{const}, \qquad (33)$$

trong đó p, u và z - lần lượt là áp suất, vận tốc dòng chảy và khoảng cách đến mặt chuẩn của bất kỳ điểm nào của đường dòng.

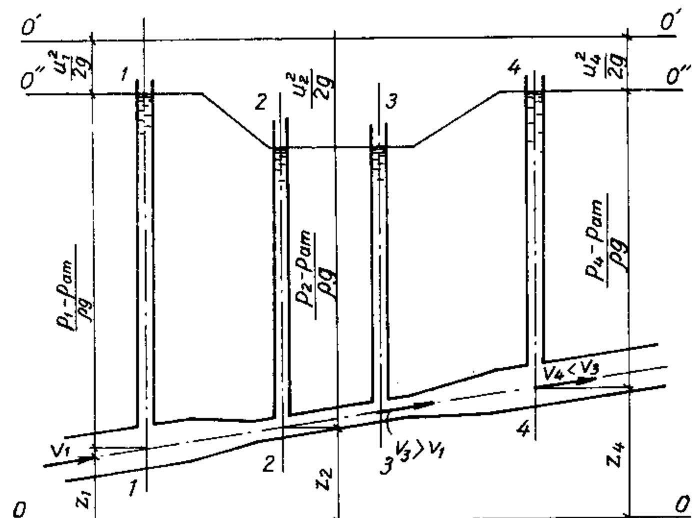
Nếu tính năng lượng dự trữ cho một đơn vị trọng lượng hoặc thể tích thì phương trình Becnui có dạng:

$$\frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} + z = \text{const}; \qquad (34)$$

$$p + \rho u^2/2 + \rho gz = \text{const}. \qquad (35)$$

Cả ba số hạng của phương trình Becnui là cơ năng nên có thể phát biểu như sau: *dọc theo đường dòng của chất lỏng không nén và không nhớt, dự trữ cơ năng tính cho một đơn vị khối lượng, trọng lượng hoặc thể tích có giá trị không đổi.*

Cơ năng của chất lỏng tính cho một đơn vị trọng lượng gọi là *cột nước toàn phần*; động năng - *cột nước vận tốc*; tổng số năng lượng do áp suất tạo ra và thế năng vị trí tính cho một đơn vị trọng lượng - *cột nước tĩnh*. Dọc theo đường dòng đã định, tổng số cột nước vận tốc và cột nước tĩnh là đại lượng không đổi.



Ý nghĩa hình học của phương trình Becnui đối với dòng chảy của chất lỏng không nhớt

Cơ năng tính cho một đơn vị trọng lượng (tỷ cơ năng) từ phương trình (34) có kích thước chiều dài. Vì thế phương trình Becnui có thể biểu diễn bằng đồ thị như trên hình vẽ.

Ta xét một dòng chất lỏng chảy trong một lòng dẫn có mặt cắt thay đổi. Tổng số ba số hạng của phương trình, cũng như của từng số hạng, có kích thước chiều dài và có giá trị không đổi, nên được gọi là cột nước toàn phần hoặc chiều cao tổng cộng.

Trên hình vẽ biểu thị các đoạn thẳng ứng với từng số hạng của phương trình Becnui của bốn mặt cắt đã chọn. Trong đó z - khoảng cách từ trọng tâm mặt cắt đến mặt chuẩn (gọi là *chiều cao vị trí*) $p/(\rho g)$ - *chiều cao đo áp* (cột nước đo áp); $u^2/(2g)$ - *chiều cao vận tốc* (cột nước vận tốc).

Đường nối các điểm ứng với cột nước toàn phần được gọi là *đường cột nước toàn phần* (*đường năng*); đường nối các điểm của cột nước đo áp được gọi là *đường đo áp*. Trong chuyển động của chất lỏng không nhớt đường cột nước toàn phần (đường O' - O') là một đường thẳng nằm ngang.

Dòng chảy bị thu hẹp dẫn đến việc tăng vận tốc, do đó, tăng cột nước vận tốc và giảm chiều cao đo áp. Trên đoạn thu hẹp (đường O"- O") đường đo áp hạ thấp. Dòng chảy mở rộng dẫn đến hiệu ứng ngược lại - chiều cao đo áp tăng, còn đường đo áp dâng cao.

§III-8. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CHUYỂN ĐỘNG CỦA CHẤT LỎNG NHỚT (PHƯƠNG TRÌNH NAVIE-STOK)

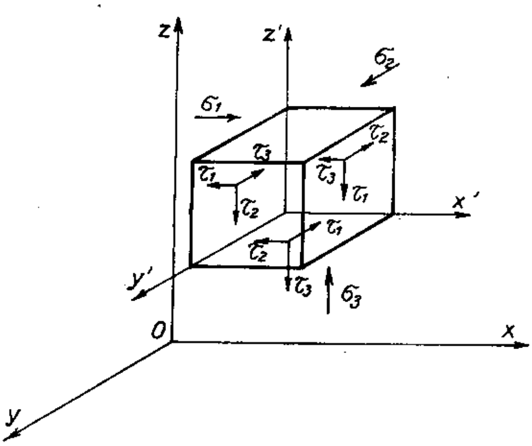
Trong chuyển động của chất lỏng thực trong dòng chảy xuất hiện ứng suất. Ứng suất đó trên các mặt mà nó tác động được phân ra thành ứng suất pháp và ứng suất tiếp. Như đã chứng minh, trong dòng chảy như thế có thể xem xét hai hệ ứng suất:

+ Ứng suất pháp - áp suất đơn trị có thể được xác định tại điểm bất kỳ nào của dòng chảy;

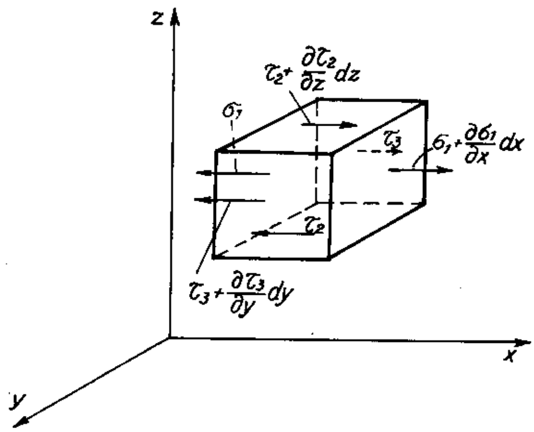
+ Ứng suất bổ sung - bao gồm ba thành phần pháp và ba thành phần tiếp tuyến; hệ ứng suất này phụ thuộc vào từng điểm và vào hướng của diện tích chịu lực mà trên đó xuất hiện ứng suất.

Ta chọn hệ tọa độ vuông góc x', y', z' tại một điểm trong nội bộ dòng chảy, điểm đó được xác định bằng các tọa độ x, y, z. Trong các mặt phẳng tọa độ, ngoài áp suất còn xuất hiện ba thành phần pháp σ_1, σ_2, σ_3 và ba thành phần tiếp τ_1, τ_2, τ_3 của ứng suất bổ sung.

Các ứng suất bổ sung phụ thuộc vào các tính chất vật lý và các đặc tính chuyển động của dòng chất lỏng.



Hệ các ứng suất thành phần bổ sung trên các mặt của hình hộp nguyên tố



Hình vẽ để chứng minh hệ phương trình vi phân của chất lỏng nhớt

Ta xét một khối nguyên tố đã được cách ly của chất lỏng tại thời điểm t và tại điểm O, điểm được xác định bằng tọa độ x, y, z. Khối nguyên tố có dạng hình hộp và có các mặt song song với các mặt phẳng tọa độ. Các cạnh của hình hộp là dx, dy, dz. Ta tìm hình chiếu của lực xuất hiện trên các mặt của hình hộp dưới tác dụng của các ứng suất bổ sung trên trục ox. Tại thời điểm, khi hình hộp cùng với dòng chảy đi qua điểm O, trên các mặt thẳng góc với trục Ox, có các lực sau đây tác động:

$$\sigma_1 dydz \text{ và } [\sigma_1 + (\partial\sigma_1/\partial x)dx]\, dydx.$$

Hình chiếu tổng cộng của lực do các thành phần pháp của ứng suất tạo nên là:

$$(\sigma_1 + \frac{\partial\sigma_1}{\partial x}dx)dydz - \sigma_1 dydz = \frac{\partial\sigma_1}{\partial x} dxdydz.$$

Trên các mặt, song song với mặt tọa độ xOz, tác động các ứng suất, tức là các lực dọc theo trục Ox:

$$\tau_3 dxdz \text{ và } [\tau_3 + (\partial\tau_3/\partial y)dy]\, dxdz.$$

Các ứng suất này tạo nên lực thành phần dọc theo trục Ox, bằng:

$$(\partial\tau_3/\partial y)\, dydxdz.$$

Trên các mặt, song song với mặt phẳng tọa độ xOy, trên trục Ox ta có hình chiếu của các lực: $\tau_2 dxdy$ và $[\tau_2 + (\partial\tau_2/\partial z)dz]\, dxdy$.

Dọc theo trục Ox các ứng suất này tạo nên thành phần:

$$(\partial\tau_2/\partial z)dzdxdy.$$

Do ứng suất bổ sung trên hình chiếu của Ox, lực thành phần tổng cộng xuất hiện trên các mặt của khối nguyên tố hình hộp bằng:

$$(\partial\sigma_1/\partial x + \partial\tau_3/\partial y + \partial\tau_2/\partial z)\;\; dxdydz.$$

Cũng tương tự, ứng suất bổ sung thành phần tác động lên các mặt còn lại, khi chiếu lên các trục Oy và Oz cho ta các lực thành phần

$$(\partial\sigma_2/\partial y + \partial\tau_3/\partial x + \partial\tau_1/\partial z)\;\; dxdydz$$

$$\text{và } (\partial\sigma_3/\partial z + \partial\tau_1/\partial y + \partial\tau_2/\partial x)\;\; dxdydz.$$

Ta cộng thêm vào vế phải của hệ phương trình Ole (21) các lực này tính cho một đơn vị khối lượng, ta được điều kiện cân bằng tại chất điểm của dòng chảy trong chuyển động của chất lỏng thực:

$$\frac{\partial u_x}{\partial t}+u_x\frac{\partial u_x}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_x}{\partial y}+u_z\frac{\partial u_x}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+X+\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \sigma_1}{\partial x}+\frac{\partial \tau_3}{\partial y}+\frac{\partial \tau_2}{\partial z}\right);$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial t}+u_x\frac{\partial u_y}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_y}{\partial y}+u_z\frac{\partial u_y}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+Y+\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \sigma_2}{\partial x}+\frac{\partial \tau_3}{\partial y}+\frac{\partial \tau_1}{\partial z}\right); \quad (36)$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial t}+u_x\frac{\partial u_z}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_z}{\partial y}+u_z\frac{\partial u_z}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}+Z+\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \sigma_3}{\partial x}+\frac{\partial \tau_1}{\partial y}+\frac{\partial \tau_2}{\partial z}\right).$$

Hệ phương trình này thể hiện các điều kiện cân bằng động lực học tại chất điểm của dòng chảy dưới điều kiện thay chất lỏng thực bằng môi trường liên tục, mà trong đó các ứng suất không tác động theo phương thẳng góc với diện tích - nơi chúng xuất hiện.

Trị số các đạo hàm, đặc trưng cho sự tồn tại các ứng suất bổ sung, ngoài độ lớn của chính các ứng suất, còn phụ thuộc vào đặc tính của dòng chảy và vào các tính chất vật lý của môi trường.

Như đã nói trên, trong dòng chảy của môi trường liên tục tại gần sát ngay chất điểm bất kỳ của dòng chảy có thể dùng một mặt bậc hai, mà tất cả các ứng suất trên các mặt có các hướng khác nhau đều thẳng góc với mặt bậc hai đó.

Nếu các trục tọa độ x', y', z' tại một chất điểm đã định có định hướng như thế nào đó để cho $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = 0$, thì hàm số nói trên được xác định theo (36) và trong các mặt phẳng tọa độ không có thành phần tiếp tuyến. Dọc theo trục tọa độ ngoài áp suất chỉ có ứng suất bổ sung nén hoặc kéo.

Tốc độ biến dạng của phần tử chất lỏng tại thời điểm khi nó đi qua điểm O với các tọa độ x, y, z, sẽ thẳng góc với mặt phẳng bậc hai, (xem công thức 13).

Nếu hệ tọa độ x', y', z' tại điểm O có định hướng thế nào đó để cho $\theta_1=\theta_2=\theta_3=0$, thì trong các mặt phẳng tọa độ không có các trục biến dạng, phương trình của mặt đang xét sẽ có dạng:

$$F_o=\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial u_x}{\partial x_o}\right)x'^2+\left(\frac{\partial u_y}{\partial y_o}\right)y'^2+\left(\frac{\partial u_z}{\partial z_o}\right)z'^2\right].$$

Trong hệ tọa độ này tốc độ biến dạng của phần tử có cùng phương với trục tọa độ. Nếu ta ký hiệu $(\partial u_x/\partial x)_o=e_1$, $(\partial u_y/\partial y)_o=e_2$ và $(\partial u_z/\partial z)_o=e_3$, ta sẽ được công thức (14).

Chất lỏng Niutơn như đã nói trên có các tính chất vật lý sau: ứng suất, được xác định bằng tính nhớt, phụ thuộc tuyến tính vào đạo hàm riêng của các thành phần theo tọa độ; chất lỏng đó cũng có tính đẳng hướng.

Các mặt phẳng tọa độ mà trên đó không có ứng suất tiếp, và các mặt phẳng tọa độ mà trên đó không có sự di chuyển trục, phải trùng nhau, vì vậy trong hệ các trục chính của tọa độ, tốc độ biến dạng của phần tử và các thành phần ứng suất pháp mới xuất hiện cũng có cùng một phương.

Ta giả thiết là quan hệ giữa các ứng suất σ_{o1}, σ_{o2}, σ_{o3} và các đạo hàm riêng e_1, e_2, e_3 - tuyến tính.

Đạo hàm riêng theo một hướng ảnh hưởng đến ứng suất qua hệ số tỷ lệ λ, còn theo hai hướng kia thì ảnh hưởng là đồng nhất qua hệ số tỷ lệ θ.

Với việc công nhận chất lỏng Niutơn có các tính chất vật lý như trên, chúng ta được:

$$\begin{aligned} \sigma_{o1} &= \lambda e_1 + \theta(e_2 + e_3); \\ \sigma_{o2} &= \lambda e_2 + \theta(e_1 + e_3); \\ \sigma_{o3} &= \lambda e_3 + \theta(e_1 + e_3). \end{aligned} \tag{37}$$

Điều kiện thỏa mãn tính không nén của chất lỏng là:

$$\left(\frac{\partial u_x}{\partial x_o}\right) + \left(\frac{\partial u_y}{\partial y_o}\right) + \left(\frac{\partial u_z}{\partial z_o}\right) = e_1 + e_2 + e_3 = 0.$$

Sử dụng các điều kiện này ta được:

$$\sigma_{o1} = (\lambda - \theta)e_1; \quad \sigma_{o2} = (\lambda - \theta)e_2; \quad \sigma_{o3} = (\lambda - \theta)e_3. \tag{38}$$

Cộng ba ứng suất chính bổ sung, ta có:

$$\sigma_{o1} + \sigma_{o2} + \sigma_{o3} = (\lambda - \theta)(e_1 + e_2 + e_3) = 0.$$

Kết quả trên phù hợp với kết luận chung về trạng thái ứng suất của chất lỏng chuyển động.

Ta kí hiệu $\mu = (\lambda - \theta)/2$. Thay vào (38), ta được:

$$\begin{aligned} &\sigma_1 = 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x}; \quad \sigma_2 = 2\mu \frac{\partial u_y}{\partial y}; \quad \sigma_3 = 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z}; \\ &\tau_1 = 2\mu\theta_1 = \mu\left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}\right); \\ &\tau_2 = 2\mu\theta_2 = \mu\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}\right); \\ &\tau_3 = 2\mu\theta_3 = \mu\left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y}\right), \end{aligned} \tag{39}$$

trong đó μ - độ nhớt động lực của chất lỏng chuyển động.

Ta xác định các lực xuất hiện tại chất điểm của dòng chảy do độ nhớt của chất lỏng Niutơn. Hình chiếu trên trục Ox của lực nhớt, tính cho một đơn vị thể tích và tác động tại điểm có tọa độ là x, y, z sẽ là:

$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial x} + \frac{\partial \tau_3}{\partial y} + \frac{\partial \tau_2}{\partial z} = \mu\left[2\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} \; \frac{\partial u_z}{\partial y}\right)\right].$$

Tích phân phương trình liên tục theo x, ta có:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right) = 0,$$

hoặc
$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u_x}{\partial x}\right) = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right).$$

Khi đó hình chiếu của lực xuất hiện do tính nhớt của chất lỏng bằng:

$$\mu\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}\right).$$

Cũng tương tự, trên các trục Oy, Oz hình chiếu bổ sung của lực cần phải xét khi chất lỏng chuyển động là nhớt sẽ là:

$$\mu\left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}\right);$$

và
$$\mu\left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}\right).$$

Phương trình Ole có xét đến lực bổ sung có dạng:

$$\frac{\partial u_x}{\partial t}+u_x\frac{\partial u_x}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_x}{\partial y}+u_z\frac{\partial u_x}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+X+\frac{\mu}{\rho}\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}\right);$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial t}+u_x\frac{\partial u_y}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_y}{\partial y}+u_z\frac{\partial u_y}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+Y+\frac{\mu}{\rho}\left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2}\right);$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial t}+u_x\frac{\partial u_z}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_z}{\partial y}+u_z\frac{\partial u_z}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}+Z+\frac{\mu}{\rho}\left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}\right).$$

Phương trình nhận được nói trên được gọi là *phương trình Navie- Stok.*

Để làm ví dụ, ta xác định ứng suất trong ống tròn mà ở đó lực tác động chủ yếu là lực nhớt. Đường dòng trong ống là những đường thẳng song song với thành ống, vì vậy các vận tốc thành phần $u_y = u_z = 0$. Chuyển động là đều và $\partial u_x/\partial t = 0$. Chỉ còn lại một vận tốc thành phần - ứng suất tiếp song song với thành ống:

$$\tau = \mu \partial u_x/\partial y.$$

Phương trình Navie - Stok cũng như phương trình Ole, chỉ tích phân được cho một số trường hợp riêng. Các phương trình này sử dụng có kết qủa đối với các trường hợp nghiên cứu chuyển động của chất lỏng nhớt trong lớp biên; trong nghiên cứu qui luật đồng dạng và mô hình vật lý các hiện tượng thủy lực và khí động học.

§III-9. PHƯƠNG TRÌNH BECNUI VIẾT CHO DÒNG NGUYÊN TỐ CHẤT LỎNG NHỚT (KHI VẬN TỐC TRÊN TẤT CẢ CÁC ĐIỂM CỦA MẶT CẮT ĐỀU BẰNG NHAU)

Trong chuyển động của chất lỏng thực, các lực sinh ra do ứng suất nhớt đã tạo nên một công mà toàn bộ đã biến thành nhiệt năng và không được hoàn lại.

Ta xét sự cân bằng năng lượng của khối chất lỏng trong kênh bất kỳ giữa hai mặt cắt. Ta giới hạn đặc tính chuyển động bằng các điều kiện sau đây:

+Chuyển động chất lỏng là ổn định;

+ Phân bố áp suất trong mặt cắt 1-1 và 2-2 tuân theo qui luật thủy tĩnh, vận tốc tại mọi điểm đều như nhau;

+ Sự trao đổi nhiệt và cơ năng với môi trường bên ngoài không tồn tại.

Năng lượng tính cho một đơn vị khối lượng, thể tích hoặc trọng lượng của chất lỏng bằng tổng số năng lượng cơ học của bản thân chất lỏng. Theo định luật bảo toàn năng lượng, ở trường hợp đang xét tổng số năng lượng giữ nguyên trị số. Dọc dòng chảy từ mặt cắt này đến mặt cắt kia sẽ xảy ra qúa trình biến đổi không hoàn lại cơ năng thành nhiệt năng. Do đó trong chuyển động, khi không có sự bổ sung từ bên ngoài về nhiệt hoặc cơ năng, cơ năng của dòng chảy giảm và tương ứng năng lượng nội tại (nhiệt năng) tăng lên.

Công do lực nhớt tạo nên giữa hai mặt cắt tính cho một đơn vị khối lượng, trọng lượng và thể tích của chất lỏng chuyển động được gọi là *tổn thất thủy lực* hoặc *tổn thất cơ năng*. Nếu công đó tính cho một đơn vị trọng lượng thì tổn thất thủy lực được gọi là *tổn thất cột nước* h_w.

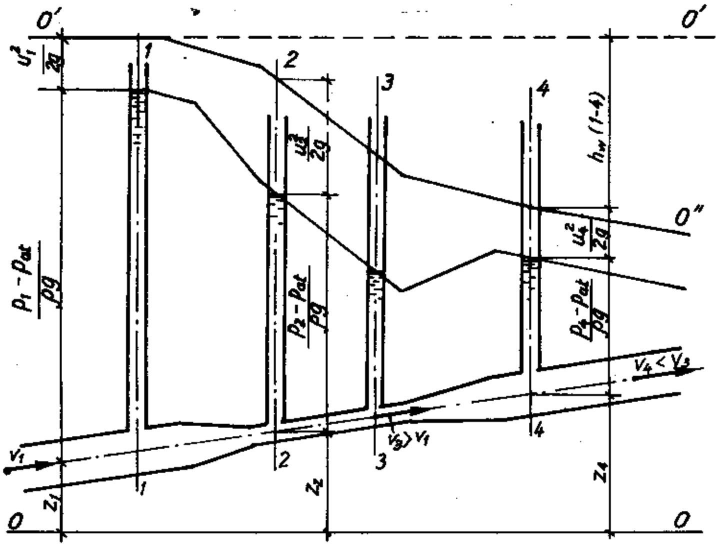
Ta kí hiệu áp suất tại các mặt cắt đã chọn của dòng chảy là p_1 và p_2, khoảng cách từ trọng tâm các mặt cắt đó đến mặt chuẩn là z_1 và z_2, vận tốc của mặt cắt là u_1 và u_2.

Cơ năng của dòng chảy tại mặt cắt đầu, tính cho một đơn vị trọng lượng

$$z_1 + p_1/(\rho g) + u_1^2/(2g),$$

còn ở mặt cắt cuối là:

$$z_2 + p_2/(\rho g) + u_2^2/(2g).$$



Ý nghĩa hình học của phương trình Becnui cho dòng nguyên tố chất lỏng thục

Vì vậy phương trình cân bằng cơ năng giữa hai mặt cắt (phương trình Becnui) được viết dưới dạng:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + h_w. \qquad (41)$$

Tính cơ năng và tổn thất của nó cho một đơn vị khối lượng và thể tích, lần lượt ta có:

$$gz_1 + p_1/\rho + u_1^2/2 = gz_2 + p_2/\rho + u_2^2/2 + \Delta p_w/\rho; \qquad (42)$$

$$\rho gz_1 + p_1 + \rho u_1^2/2 = \rho z_2 + p_2 + \rho u_2^2/2 + \Delta p_w, \qquad (43)$$

trong đó $\Delta p_w/\rho$ và Δp_w - công của lực nhớt tính cho một đơn vị khối lượng và thể tích.

Cũng như trong trường hợp dòng không nhớt, phương trình (47) có thể thể hiện bằng đồ thị. Tổn thất năng lượng h_w trong phương trình này là đại lượng đường thẳng, nó là hiệu số tung độ: $H = z + p/(\rho g) + u^2/(2g)$, tính cho hai mặt cắt chọn bất kỳ.

Đường cột nước toàn phần trong trường hợp này không còn là đường nằm ngang, cứ mỗi một tung độ sau của nó đều nhỏ hơn tung độ trước một lượng chính bằng tổn thất cột nước h_w. Tổn thất cột nước tính cho một đơn vị chiều dài giữa các mặt cắt đang xét, gọi là độ dốc thủy lực:

$$J = \Delta[(z + p/(\rho g) + u^2/(2g)]/\Delta l, \qquad (44)$$

trong đó Δl - khoảng cách giữa các mặt cắt đang xét.

Độ dốc đo áp là tỷ số:

$$J_{da} = \Delta[z + p/(\rho g)]/\Delta l. \qquad (45)$$

Độ dốc thủy lực luôn luôn nhỏ hơn không; độ dốc đo áp có thể là dương cũng có thể là âm.

§III-10. PHƯƠNG TRÌNH BECNUI CHO TOÀN DÒNG CHẤT LỎNG NHỚT

Để viết phương trình Becnui cho toàn dòng chất lỏng nhớt ta buộc phải dùng điều kiện sau: dòng chất lỏng tại các mặt cắt đang xét phải là thay đổi dần. Trong chuyển động thay đổi dần, thành phần pháp của gia tốc (đối với véc tơ vận tốc) của phần tử chất lỏng bất kỳ có giá trị rất bé so với thành phần dọc của chính nó. Trong dòng đổi dần các mặt cắt dòng chảy phải hoặc là phẳng, hoặc là cong dạng mặt trụ, còn sự phân bố áp suất thì tuân theo qui luật thủy tĩnh.

Cơ năng toàn phần của dòng chảy tại mặt cắt đã chọn được xác định bằng tổng cơ năng của tất cả các dòng nguyên tố. Đối với một dòng nguyên tố bất kỳ ta có thể viết:

$$dE = (gz + p/\rho + u^2/2)\cdot \rho u d\omega, \qquad (46)$$

trong đó : $d\omega$ - diện tích mặt cắt ướt của dòng nguyên tố.

Tích phân (46) trên toàn diện tích mặt cắt ướt ω, ta được năng lượng toàn phần của dòng chảy tại mặt cắt đó:

$$E = \int_\omega dE = \int_\omega (gz + p/\rho + u^2/2)\, \rho u d\omega. \qquad (47)$$

Ta xét riêng thế năng và động năng của dòng chảy.

+ Thế năng:

$$E_{tn} = \int_{\omega} (gz + p/\rho)\, \rho u d\omega, \tag{48}$$

vì trong dòng chảy thay đổi dần, tổng số $gz + p/\rho$ không đổi đối với tất cả các điểm của mặt cắt nên:

$$E_{tn} = (gz + p/\rho) \int_{\omega} \rho u d\omega = (gz + p/\rho)\, \rho Q, \tag{49}$$

trong đó: Q - lưu lượng chất lỏng.

Thế năng E_{tn} tính cho một đơn vị khối lượng sẽ là $gz + p/\rho$.

+ Động năng dòng chảy tại mặt cắt đang xét là:

$$E_{dn} = \int_{\omega} \frac{u^2}{2} \rho u d\omega = \int_{\omega} \frac{\rho u^3}{2} d\omega, \tag{50}$$

và tính cho một đơn vị khối lượng

$$\int_{\omega} \frac{\rho u^3}{2} d\omega \Big/ \int_{\omega} \rho u d\omega. \tag{51}$$

Vận tốc trung bình của dòng chảy tại mặt cắt:

$$v = \frac{\int_{\omega} ud}{\omega}$$

Động năng của dòng chảy tính theo vận tốc trung bình của dòng chảy và tính cho một đơn vị khối lượng chất lỏng, bằng $v^2/2$.

Tỷ số giữa động năng thực của dòng chảy và động năng tính theo vận tốc trung bình

$$\alpha = \int_{\omega} u^3 d\omega/(v^3\omega) \tag{52}$$

được gọi là hệ số động năng hoặc là hệ số Koriolic.

Khi tính tỷ động năng của dòng chảy theo vận tốc trung bình mặt cắt, cần phải đưa hệ số Koriolic vào để xét đến sự phân bố vận tốc dòng chảy trong các mặt cắt.

Động năng tính cho một đơn vị khối lượng, trọng lượng và thể tích của chất lỏng lần lượt là: $\alpha v^2/2$; $\alpha v^2/(2g)$; $\alpha v^2/2$.

Hệ số Koriolic thay đổi trong một phạm vi khá rộng: khi vận tốc tại tất cả các điểm của mặt cắt dòng chảy không đổi, $\alpha = 1$; khi qui luật phân bố vận tốc là parabon thì $\alpha = 2$.

Bây giờ ta có thể viết phương trình Becnui cho dòng chảy của chất lỏng nhớt:

$$gz_1 + p_1/\rho + \alpha_1 v_1^2 = gz_2 + p_2/\rho + \alpha_2 v_2^2/2 + \Delta p_w/\rho, \tag{53}$$

nếu năng lượng dòng chảy tính cho một đơn vị khối lượng ;

$$z_1+\frac{p_1}{\rho g}+\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{\alpha_2 v_2^2}{2g}+h_w \qquad (54)$$

nếu tính cho một đơn vị trọng lượng;

$$\rho g z_1+p_1+\frac{\rho\alpha_1 v_1^2}{2}=\rho g z_2+p_2+\frac{\rho\alpha_2 v_2^2}{2}+\Delta p_w \qquad (55)$$

nếu tính cho một đơn vị thể tích.

§III-11. PHƯƠNG TRÌNH BIẾN ĐỔI ĐỘNG LƯỢNG

Trong cơ học người ta phân ra hai loại định luật không phụ thuộc: bảo toàn năng lượng (trong thủy lực - phương trình Becnui) và bảo toàn xung của ngoại lực và động lượng.

Trong việc áp dụng định luật bảo toàn xung lực và động lượng vào các bài toán thủy lực cần có một số điều kiện.

Xét một dòng chảy thuộc chuyển động ổn định. Dòng chảy đó được giới hạn bởi các thành bên và hai mặt cắt. Sự phân bố vận tốc trong các mặt cắt đó tuân theo qui luật thủy tĩnh. Các mặt cắt nói trên thẳng góc với phương dòng chảy (thường gọi là các mặt cắt kiểm tra).

Tách khối chất lỏng nằm giữa hai mặt cắt. Tại mặt cắt 1-1, áp lực tác động vào phía trong khối chất lỏng là $p_1\omega_1$, còn tại mặt cắt 2-2 là $p_2\omega_2$ (trong đó p_1 và p_2 - áp suất tại trọng tâm mặt cắt; ω_1 và ω_2 - diện tích mặt cắt).

Trên diện tích nguyên tố của thành bên tác động áp lực pds và lực nhớt τds (trong đó p và τ - áp suất cục bộ và ứng suất ma sát trên thành bên). Hình chiếu của các lực đó trên trục chuyển động bằng:

$$p\,ds\cos\alpha - \tau\,ds\sin\alpha,$$

trong đó α - góc nghiêng của thành bên đối với trục dòng chảy.

Hình chiếu tổng cộng của ngoại lực, tác động trên khối chất lỏng đang xét bằng:

$$\int_\omega p\cos\alpha ds - \int_\omega \tau\sin\alpha ds + p_1\omega_1 - p_2\omega_2.$$

Giả thiết là trục dòng chảy nghiêng một góc θ so với đường nằm ngang. Hình chiếu của trọng lượng của khối chất lỏng nằm giữa các mặt cắt đã chọn, bằng $g\rho$ wsin θ (trong đó W- thể tích của khối chất lỏng). Hình chiếu của tất cả các lực tác động lên khối chất lỏng bằng:

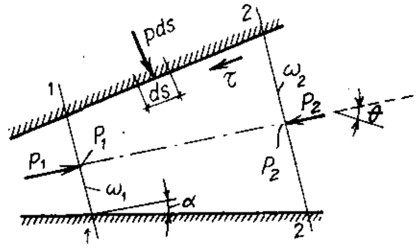
$$\int_\omega p\cos\alpha ds - \int_\omega \tau\sin\alpha ds + p_1\omega_1 - p_2\omega_2 - \rho g W\sin\theta.$$

Sự phân bố vận tốc trong các mặt kiểm tra có thể là không đều.

Qua diện tích nguyên tố $d\omega$ của mặt kiểm tra trong một đơn vị thời gian có một động lượng đi qua bằng $\rho u^2 d\omega$ (trong đó u - vận tốc cục bộ của dòng chảy). Tổng số động lượng bằng $\int_\omega \rho u^2 d\omega$; vận tốc trung bình trong mặt cắt kiểm tra là $v = \int_\omega u d\omega/\omega$.

Động lượng tính theo vận tốc trung bình bằng $\rho v^2\omega$.

Tỷ số giữa động lượng thực của dòng chảy (tính theo vận tốc cục bộ) và động lượng tính theo vận tốc trung bình mặt cắt của dòng chảy được kí hiệu là α_o và gọi là *hệ số sửa chữa động lượng* hoặc *hệ số Butxinhetxkơ:*



Chứng minh phương trình động lượng

$$\alpha_o = \int_\omega u^2\, \omega/(v^2\omega). \tag{56}$$

Trong một đơn vị thời gian trong chuyển động ổn định sự biến đổi động lượng bằng:

$$\rho\,(\alpha_{o2}v_2^{\,2}\omega_2 - \alpha_{o1}v_1^{\,2}\omega_1) = \rho Q(\alpha_{o2}v_2 - \alpha_{o1}v_1),$$

trong đó v_1 và v_2 - vận tốc trung bình tại các mặt cắt 1-1 và 2-2; Q - lưu lượng dòng chảy; α_{o1} và α_{o2} - hệ số Butxinhetxkơ.

Xung của các lực tác động phải bằng sự biến đổi động lượng của khối chất lỏng mà trên đó có xung tác động. Do đó trong chuyển động của chất lỏng khi có xét đến các điều kiện đã dùng, ta có đẳng thức:

$$\int_\omega p\cos\alpha ds - \int_\omega \tau\sin\alpha ds + p_1\omega_1 - p_2\omega_2 - \rho g W\sin\theta = \alpha_{o2}\rho Q v_2 - \alpha_{o1}\rho Q v_1$$

Cần lưu ý rằng, tổn thất thủy lực được xác định bằng tác động của ứng suất nhớt xảy ra trên thành rắn cũng như trong nội bộ chất lỏng. Độ lớn của các giá trị của các ứng suất đó cũng tương tự như độ lớn của vận tốc và của cột nước thủy tĩnh. Trong khi đó lực ma sát ở trong phương trình biến đổi động lượng được xác định chỉ bằng ứng suất nhớt trên thành bên. Vì vậy trong việc cùng một lúc dùng phương trình Becnui và phương trình biến đổi động lượng thì trong phương trình thứ nhất phải luôn luôn xét đến tổn thất thủy lực, còn trong phương trình thứ hai lại phải bỏ qua tác động của lực ma sát.

Chương IV

CHUYỂN ĐỘNG THẾ VÀ CHUYỂN ĐỘNG XOÁY CỦA CHẤT LỎNG

§IV-1. CÁC TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA CHUYỂN ĐỘNG THẾ

Trong chuyển động của chất lỏng, ảnh hưởng của tính nhớt đến sự phân bố vận tốc được thể hiện trực tiếp gần thành rắn hoặc ngay tại bề mặt các vật được chảy bao. Còn trong phần còn lại của chất lỏng trong dòng chảy, vận tốc được phân bố, trong nhiều trường hợp như là chất lỏng hoàn toàn không nhớt. Trong các dòng chảy đó, do các điều kiện liên tục, sự phân bố vận tốc được hình thành bằng chính hình dạng của thành lòng dẫn hoặc bề mặt của vật được chảy bao.

Áp dụng các qui luật dòng thế không xoáy - một trong các nội dung được nghiên cứu sâu trong cơ học chất lỏng, ta có thể tìm được qui luật phân bố vận tốc của dòng chất lỏng tùy thuộc vào hình dạng hình học của các mặt biên. Trong chương này chỉ trình bày nội dung cơ bản của lý thuyết dòng thế, cần thiết cho một số bài toán kỹ thuật. Chất lỏng được đề cập đến ở đây là chất lỏng không nén.

Trong các chương trước ta đã có định nghĩa về dòng thế của chất lỏng. Trong dòng chảy không xoáy, khi các phần tử chất lỏng không bị xoáy, chính là điều kiện cơ bản để tồn tại dòng chảy thế.

Động lực học của dòng chảy thế được đặc trưng bằng phương trình Lagrăng.

Ta nghiên cứu hình ảnh của dòng chảy thế của chất lỏng. Chỉ giới hạn trong chuyển động phẳng. Điều đó có nghĩa là trong không gian các thông số dòng chảy ở tất cả các mặt phẳng song song với các mặt phẳng tọa độ đã chọn (xOy), đều như nhau. Trong trường hợp này các vận tốc thành phần u_x và u_y và thế vận tốc là những hàm số chỉ của tọa độ x và y.

Điều kiện tồn tại của thế vận tốc cho chuyển động này, như đã được chứng minh trong chương III, là đẳng thức:

$$\frac{\partial u_x}{\partial y} = \frac{\partial u_y}{\partial x} . \qquad (1)$$

Khi đó thế vận tốc sẽ là $\varphi(x,y)$, còn vận tốc thành phần của dòng chảy là:

$$u_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad \text{và } u_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y} .$$

Từ định nghĩa về thế vận tốc ta có:

$$u_x = \frac{\partial\varphi}{\partial x}; \quad u_y = \frac{\partial\varphi}{\partial y}; \quad d\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}dx + \frac{\partial\varphi}{\partial y}dy$$

hoặc

$$d\varphi = u_x dx + u_y dy, \tag{2}$$

trong đó : dx và dy - hình chiếu của chuyển vị dọc theo đường $\varphi(x,y) = C$.

Do đó, tại điểm bất kỳ của đường này

$$u_x/u_y = - dy/dy. \tag{3}$$

Nói cách khác, véc tơ vận tốc của dòng chất lỏng có phương thẳng góc với đường $\varphi(x,y) = C$. Điều đó có nghĩa là, họ các đường cong $\varphi(x,y) = C$ trong các điều kiện bài toán phẳng là các mặt cắt ướt.

Ta viết phương trình đường dòng dưới dạng:

$$u_x dy - u_y dx = 0. \tag{4}$$

Có thể giải phương trình (4) trong các điều kiện:

$$u_x = \partial\Psi/\partial y \text{ và } u_y = -\partial\Psi/\partial x.$$

Hàm số $\Psi(x,y)$ gọi là hàm số dòng, hàm số tương ứng là:

$$d\Psi = \frac{\partial\Psi}{\partial y}dy + \frac{\partial\Psi}{\partial x}dx$$

hoặc

$$d\Psi = u_x dy - u_y dx. \tag{5}$$

Trong chương III ta đã biết, thế vận tốc thỏa mãn phương trình Laplac (phương trình liên tục). Hàm số dòng cũng thỏa mãn phương trình Laplac. Thực vậy, từ các điều kiện (1), ta có:

$$\frac{\partial u_x}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial x} = \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} = 0.$$

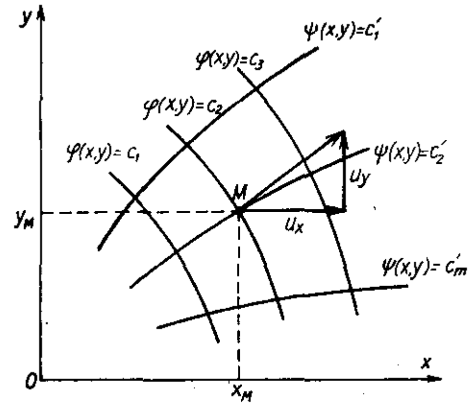
So sánh các biểu thức của vận tốc thành phần, ta có:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{\partial\Psi}{\partial y}; \quad \frac{\partial\varphi}{\partial y} = -\frac{\partial\Psi}{\partial x}. \tag{6}$$

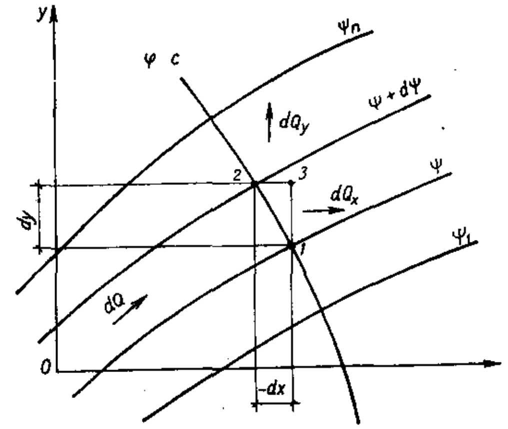
Hệ (6) là điều kiện giải tích trực giao của thế vận tốc và hàm số dòng. Quan hệ đồ thị giữa thế vận tốc và hàm số dòng là một họ đường cong, cắt nhau với các góc vuông:

$$\varphi(x,y) = C_1, C_2, \ldots, C_n \text{ và } \varphi(x,y) = C'_1, C'_2, \ldots, C'_m$$

Nếu trong việc xây dựng các đường cong φ =const và φ =const ta lấy $a_i = b_i$, tương ứng là $\Delta\varphi_i = \Delta\varphi_i$, thì ta được các đường cong tạo nên một lưới thủy động của dòng chất lỏng.



Lưới thủy động của dòng chất lỏng



Xác định ý nghĩa vật lý của hàm số dòng

Trị số độ chênh của hàm số dòng đặc trưng cho sự thay đổi tỷ lưu lượng giữa các đường dòng lân cận. Thực vậy, vì lưu lượng đi qua giữa các điểm 1-2, bằng tổng số lưu lượng đi qua các điểm 2-3 và 1-3 nên ta có thể viết:

$$dQ = dQx + dQ_y = u_x dy - u_y dx = d\psi. \tag{7}$$

Khi chọn hàm số dòng và thế vận tốc cần phải tuân thủ các điều kiện biên của dòng chảy (tức là hàm số dòng phải ứng với các đường dòng, trùng với mặt biên), ngoài ra cũng cần phải tuân thủ điều kiện liên tục.

Ta cho thế vận tốc $\varphi = ax^2 - ay^2$ và hàm số dòng $\psi = 2axy$. Ta thử lại tính trực giao của các hàm số này, tức là tìm hình ảnh hình học của lưới thủy động có đúng như đã nói trên không. Với các điều kiện đã cho như trên, ta được:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = 2ax = \frac{\partial\psi}{\partial y} \quad \text{và} \quad \frac{\partial\varphi}{\partial y} = -2ay = -\frac{\partial\psi}{\partial x}.$$

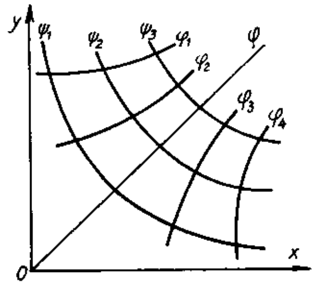
Như vậy, điều kiện trực giao của họ đường dòng và thế vận tốc đã được bảo đảm.

Các đường thẳng x = 0 và y = 0, ứng với $\Psi = 0$, là các trục tọa độ. Đường dòng ứng với trị số $\Psi = 0$, lúc đầu đi dọc theo trục x, sau đó dọc theo trục y. Cho các trị số $\Psi = 1, 2, 3,...$, ta được một loạt đường hybecbon, có các trục đối xứng:

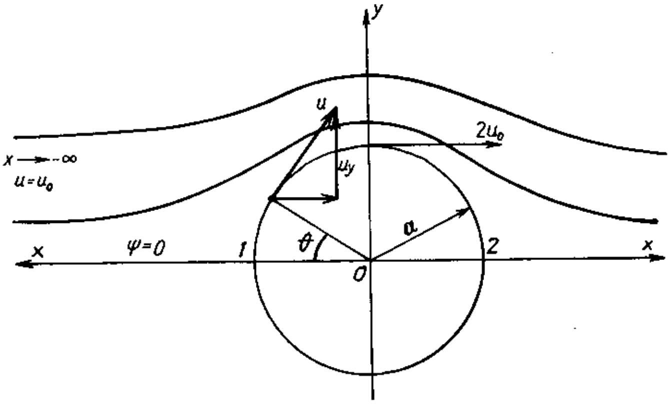
$$xy = 1/a,\ 2/a, ...,\ n/a.$$

Thế vận tốc $\varphi = 0$ là đường thẳng với góc 45° (x=y). Cho các trị số φ khác nhau, ta được các đường parabon, là các mặt cắt ướt của dòng đang xét. Việc mô tả trên đây bằng các hàm số dòng và thế vận tốc của dòng ứng với trường hợp chảy bao bằng dòng thế phẳng vuông góc.

Để làm ví dụ, ta xét dòng chất lỏng chảy bao vật cứng. Chọn thế vận tốc $\varphi = -u_o x + u_o a^2 x/(x^2 + y^2)$ và hàm số dòng $\Psi = -u_o y + u_o a^2 y/(x^2 + y^2)$. Trong mặt phẳng tọa độ, hai hàm số này tạo thành một lưới thủy động. Điều đó có thể khẳng định bằng cách lấy đạo hàm riêng của chúng. Đường dòng, được xác định bằng trị số $\Psi = 0$, là một đường thẳng, trùng với trục Ox khi y = 0 và trở thành đường tròn khi $a^2/(x^2 + y^2) - 1 = 0$.



Chảy bao vuông góc bằng dòng thế phẳng



Chảy bao hình trụ bằng dòng phẳng song song

Trên hình 2 vẽ đường dòng $\Psi = 0$, đi từ ∞ đến điểm 1, tại đây nó được chia làm hai và chuyển động của chất lỏng được tiếp tục theo đường tròn đến điểm 2, ở đây đường dòng lại trở thành đường thẳng. Dòng chảy được xem xét trên đây là dòng chảy bao liên tục hình trụ. Các vận tốc thành phần của dòng chảy, chảy bao hình trụ là:

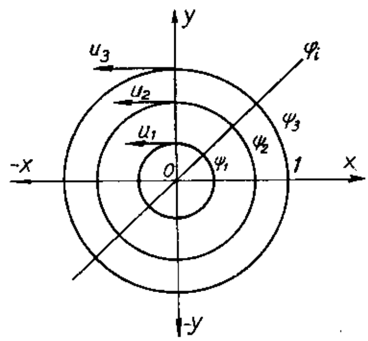
$$u_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = - u_o + \frac{u_o a^2}{x^2 + y^2} - \frac{2u_o a^2 x^2}{(x^2 + y^2)^2};$$

$$u_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y} = - \frac{2u_o a^2 xy}{(x^2 + y^2)^2}.$$

Dọc theo đường dòng $\Psi = 0$ khi $y = 0$, $u_x = -u_o - u_o a^2/x^2$, và $u_y = 0$; khi $x \to \infty$, $u_x = -u_o$ và tại các điểm 1 và 2, khi $x = \pm a$, $u_x = 0$.

Khi chảy dọc theo bề mặt hình trụ $x = a\cos\theta$ và $y = a \sin \theta$; vận tốc thành phần $u_y = - 2u_o \sin\theta\cos\theta$. Vận tốc dọc đường dòng y của bề mặt hình trụ $u = u/\cos\theta = -2u_o \sin\theta$.

Tại các điểm 1 và 2 vận tốc bằng không. Vận tốc lớn nhất khi chảy bao hình trụ sẽ bằng $2u_o$ khi $\theta = 90^o$. Vận tốc trên bề mặt hình trụ là đối xứng, vì vậy áp suất, tác động lên các điểm đối xứng của hình trụ đó cũng bằng nhau. Vì vậy áp lực thành phần trên bề mặt của hình trụ khi nó được chảy bao bằng dòng thế được cân bằng. Thế vận tốc trên đường viền của mặt cắt hình trụ thay đổi tương ứng với phương trình $\varphi = -2u_o a\sin\theta$, tức là tại từng điểm của đường viền của hình trụ thế vận tốc là đơn trị.



Chảy bao hình trụ bằng chuyển động quay

Bây giờ ta xem xét một dòng thế, ứng với hàm số dòng $\Psi = k\ln r$ và thế vận tốc $\varphi = k\theta$. Đường dòng của dòng chất lỏng chảy thế là các đường tròn đồng tâm. Trị số cố định của thế vận tốc không đổi, tức là mặt cắt ướt của dòng chảy - các bán kính, được vẽ từ gốc tọa độ với các góc khác nhau. Đường dòng của dòng đang xét chính là các đường tròn, còn vận tốc dòng chảy thì tiếp tuyến với chúng. Vậy vận tốc dòng chảy là:

$$u = \frac{\partial\varphi}{\partial s} = \frac{d\varphi}{ds} = k\frac{d\theta}{ds},$$

trong đó ds - đoạn dài của đường tròn; $d\theta/ds = 1/r$ (ở đây r - bán kính đường tròn của đường đang xét).

Do đó, $u = k/r$, hoặc qui luật phân bố vận tốc dòng chảy trong trường hợp này là $ur = k$.

Giả thiết là tại điểm 1 góc $\theta = 0$. Khi đó tại điểm này thế vận tốc $\varphi_1 = 0$. Đi qua đường tròn, đường dòng lại trở về chính điểm 1. Bây giờ góc $\theta = 2\pi$ và trị số thế vận tốc $\varphi_2 = 2\pi k$. Hiệu số thế vận tốc $\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi k$. Hiệu số đó trở nên cố định, dù cho ta có thực hiện việc đi quanh đường tròn bao nhiêu lần, và không phụ thuộc vào bán kính đường dòng, vì $k = ur = const$.

Trên đây là hình ảnh của một hình trụ có bán kính là r_o được chảy bao bằng một dòng chất lỏng quay. Vận tốc và do đó áp suất trên thành hình trụ là không đổi, vì vậy chất lỏng không có một tác động nào lên hình trụ.

§IV-2. LƯU SỐ. LỰC NÂNG. LÝ THUYẾT JUCÔPXKI

Lưu số vận tốc là đại lượng được xác định bằng tích phân

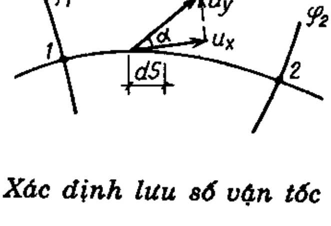
$$\Gamma = \int_S u\cos\alpha ds, \tag{8}$$

trong đó $u\cos\alpha$ - hình chiếu của vận tốc cục bộ của dòng chảy lên một đoạn ngắn của chiều dài ds.

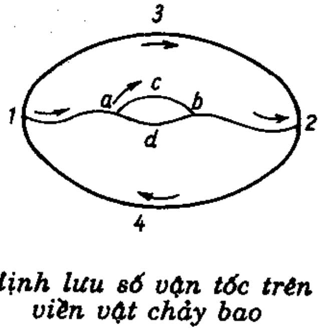
Hình chiếu vận tốc lên đoạn chiều dài ds bằng hình chiếu của vận tốc thành phần u_x và u_y, tức là $u\cos\alpha ds = u_x dx + u_y dy$.

Trong dòng thế, vận tốc thành phần là đạo hàm riêng của thế vận tốc φ, vì vậy:

$$u\cos\alpha ds = \frac{\partial\varphi}{\partial x}dx + \frac{\partial\varphi}{\partial y}dy = d\varphi.$$



Xác định lưu số vận tốc



Xác định lưu số vận tốc trên đường viền vật chảy bao

Do đó, lưu số vận tốc trên đường bất kỳ, được vẽ trong dòng chảy,

$$\Gamma = \int_S u\cos\alpha ds = \int_S d\varphi = \varphi_2 - \varphi_1, \tag{9}$$

trong đó φ_1 và φ_2 - thế vận tốc trong các điểm cuối và đầu của đường được vẽ trong dòng chảy.

Trên đường khép kín, được vẽ trong dòng chảy, nếu đường đó không phải là đường bao của một vật thể nào cả thì lưu số vận tốc bằng không.

Khi dòng chảy bao quanh vật, thì trên đường viền của vật có thể xuất hiện lưu số vận tốc. Trong trường hợp đang xét vật hình trụ quay được bao bằng dòng thế, lưu số vận tốc quanh vật bằng tích số chiều dài của đường tròn có bán kính r và vận tốc u:

$$\Gamma = 2\pi ru = 2\pi k. \tag{10}$$

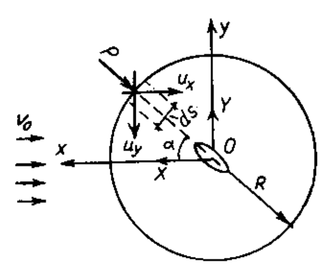
Trường hợp, khi chảy bao vật bằng dòng chảy chất lỏng mà xuất hiện lưu số vận tốc, thì trên đường khép kín chảy bao vật bất kỳ nào, cũng sẽ có lưu số cùng cường độ.

Trên đường khép kín 1-a-b-2-3-1 lưu số vận tốc bằng không. Lưu số vận tốc trên đường 1-3-2 bằng tổng số lưu số vận tốc trên đường 1-a-c-b-2; trên đường 2-4-1 - tổng số lưu số trên đường 1-a-d-b-2. Lưu số vận tốc trên đường cong khép kín được cộng lại theo một hướng, vì vậy lưu số vận tốc trên đường 1-3-2-4 và trên đường viền chảy bao vật acbd là như nhau.

Đem cộng dòng phẳng song song, nằm cách khá xa vật chảy bao có vận tốc là v_o, với dòng quay xung quanh hình trụ, ta sẽ có dòng thế với lưu số vận tốc quanh hình trụ. Dòng thứ nhất tạo thành một lưới thủy động và vận tốc trên bề mặt hình trụ sẽ được phân bố đối xứng. Dòng thứ hai chảy bao bề mặt hình trụ với vận tốc không đổi, tiếp tuyến với bề mặt hình trụ. Sự phân bố vận tốc trên bề mặt hình trụ lần lượt tại phần trên và dưới sẽ là:

$$u_1 = 2\,v_o \sin\theta - u_r; \qquad u_2 = 2\,v_o \sin\theta + u_r.$$

Trên bề mặt hình trụ sự phân bố áp suất là đối xứng, vì vậy dòng thế, bao quanh hình trụ, sẽ tạo nên một lực tác động lên bề mặt đó. Sự cộng dòng chảy này lên dòng chảy kia sẽ thực sự xảy ra, nếu hình trụ tự quay trong dòng chảy và từ đó tạo nên lưu số vận tốc quanh hình trụ. Khi đó áp lực thủy động sẽ tác động lên hình trụ chảy bao.



Sự xuất hiện lực nâng khi vật được chảy bao bằng dòng chảy thế

Trong trường hợp tổng quát, ta nghiên cứu sự xuất hiện lực nâng tính cho một đơn vị chiều rộng, khi vật rắn được chảy bao bằng một dòng thế phẳng song song. Đó chính là lý thuyết nổi tiếng của N.E.Jucôpxki. Tại một khoảng cách tương đối xa tính từ khu vực chảy bao, vận tốc dòng chảy là bằng nhau và song song với nhau, do đó cả áp suất cũng trở nên cân bằng. Đặc tính của dòng chảy đó là trên bề mặt của vật được chảy bao, tích phân $\int uds$ có trị số xác định (u - vận tốc dòng chảy trên bề mặt vật được chảy bao), tức là $\int uds = \Gamma$.

Do dòng chảy là dòng thế, trên bất kỳ một đường viền khép kín nào quanh vật được chảy bao, lưu số vận tốc đều giữ nguyên giá trị.

Ta gắn dòng chảy vào hệ tọa độ có gốc là O. Từ O ta vẽ một đường tròn có bán kính là R. Ta tách khối chất lỏng giữa đường tròn có bán kính Rvà đường viền của vật được chảy bao. Dòng chất lỏng là ổn định, vì vậy có thể viết là hình chiếu của tổng số của lượng biến đổi động lượng chất lỏng, chảy vào phạm vi của đường tròn có bán kính R và chảy ra khỏi phạm vi đó, và xung của áp lực trên trục tọa độ bằng hình chiếu của phản lực (X và Y) lên bề mặt của vật được chảy bao. Vận tốc chảy bao của chất lỏng có phương tiếp tuyến với bề mặt của vật, vì vậy không có sự trao đổi động lượng nào xảy ra trên bề mặt kiểm tra cả. Ta ký hiệu vận tốc thành phần của dòng chảy : u_x và u_y. Lưu lượng chất lỏng đi qua một diện tích nguyên tố ds, bằng $(u_x\cos\alpha + u_y\sin\alpha).1.ds$. Khi đó trên hình chiếu của trục Ox, ta có:

$$\int_o^{2\pi} u_x\,\rho(u_x\cos\alpha + u_y\sin\alpha).1.ds + \int_o^{2\pi} p\cos\alpha.1.ds = X;$$

trên trục Oy:

$$\int_o^{2\pi} u_y\rho(u_x\cos\alpha + u_y\sin\alpha).1.ds + \int_o^{2\pi} p\cos\alpha.1.ds = Y;$$

Áp suất toàn phần:

$$p = p_o + \rho v_o^2/2 - (u_x^2 - u_y^2)\rho/2.$$

Ta tìm các trị số tích phân:

$$\int_o^{2\pi} (\rho v_o^2/2 + p_o)\cos\alpha.1.ds = (\rho v_o^2/2 + p_o)\int_o^{2\pi} \cos\alpha.1.dR.d\alpha = 0;$$

$$\int_o^{2\pi} (\rho v_o^2/2 + p_o)\sin\alpha.1.ds = (\rho v_o^2/2 + p_o)\int_o^{2\pi} \sin\alpha.1.dR.d\alpha = 0.$$

Lúc đó:

$$X = \rho\int_o^{2\pi} (\frac{u_x^2}{2}\cos\alpha + u_xu_y\sin\alpha - \frac{u_y^2}{2}\cos\alpha)\,Rd\alpha;$$

$$Y = \rho\int_o^{2\pi} (u_yu_x\cos\alpha + \frac{u_y^2}{2}\sin\alpha - u_x^2\sin\alpha + \frac{u_x^2}{2}\sin\alpha)\,Rd\alpha =$$

$$= \rho\int_o^{2\pi} [(u_x(u_y\cos\alpha - u_x\sin\alpha) + \frac{u_y^2}{2}\sin\alpha + \frac{u_x^2}{2}\sin\alpha]\,Rd\alpha.$$

Vận tốc thành phần của dòng chất lỏng, tiếp tuyến với đường tròn có bán kính R là:

$$u_y\cos\alpha - u_x\sin\alpha = u_t.$$

Do đó:

$$\int_0^{2\pi} u_t ds = \int_0^{2\pi} (u_y\cos\alpha - u_x\sin\alpha)\, ds$$

là lưu số vận tốc trên đường tròn có bán kính R. Đại lượng lưu số vận tốc bằng Γ (lưu số vận tốc theo đường viền của vật chảy bao) và không phụ thuộc vào bán kính R. Khi tăng bán kính đường tròn R, các vận tốc thành phần có xu thế: u_x - hướng đến vận tốc v_o, còn vận tốc thành phần v_y - đến không.

Thành phần ngang của áp lực thủy động khi chảy bao một hình cụ thể:

$$X = \rho \int_o^{2\pi} \frac{v_o^2}{2} \cos\alpha R d\alpha = \frac{v_o^2}{2} R \int_o^{2\pi} \cos\alpha\, d\alpha = 0, \qquad (11)$$

còn thành phần đứng:

$$Y = \rho \int_0^{2\pi} v_o(u_y\cos\alpha - u_x\sin\alpha) R d\alpha = \rho v_o \Gamma. \qquad (12)$$

Sự chảy bao vật bằng dòng thế phẳng song song, do sự phân bố không đều về áp suất thủy động, đã sinh ra một lực tác động lên bề mặt của vật. Điều kiện để xuất hiện tác động của lực lên vật là sự hình thành lưu số vận tốc. Áp lực thủy động tổng cộng xuất hiện trên bề mặt đường viền của vật chảy bao có phương thẳng góc với vận tốc v_o của dòng phẳng song song và được gọi là lực nâng.

Do lực nâng thẳng góc với vận tốc dòng chảy v_o và quá trình chảy bao được xảy ra không có tổn thất năng lượng nên sơ đồ chảy bao đường viền của vật bằng dòng thế nói trên được xem là không có tổn thất thủy lực trong dòng chảy.

§IV-3. ĐIỂM NGUỒN VÀ ĐIỂM TỤ

Nhiều bài toán về chảy bao vật, có thể giải được bằng việc sử dụng khái niệm về điểm nguồn và điểm tụ.

Như đã định nghĩa, dòng phẳng được gọi là dòng có sự phân bố vận tốc như nhau trong các mặt phẳng song song. Các mặt cắt ướt của các dòng chảy như thế là các mặt hình trụ. Vết của các mặt đó tạo nên trên các mặt đang xét những đường đẳng thế giống nhau. Lưu lượng chất lỏng q trên một đơn vị khoảng cách giữa các mặt phẳng gọi là tỷ lưu lượng. Nếu xem vận tốc trên các đường tròn đồng tâm là giống nhau, ta sẽ có: $q = 2\pi r.1.w$, trong đó w - vận tốc xuyên tâm. Nếu vận tốc đi từ tâm của các đường tròn đồng tâm, *dòng chảy được gọi là nguồn;* và tâm đường tròn khi đó được gọi là *điểm nguồn;* nếu vận tốc hướng vào tâm - *dòng chảy được gọi là tụ* và tâm đường tròn khi đó - *điểm tụ.*

Thế vận tốc của nguồn và tụ là:

$$\varphi_{ng} = -\frac{q}{2\pi}\ln r\,; \qquad \varphi_{tu} = \frac{q}{2\pi}\ln r\,;$$

Đạo hàm riêng của thế vận tốc theo r bằng vận tốc theo phương bán kính của dòng chất lỏng:

$$w = \frac{\partial\varphi}{\partial r} = \frac{q}{2\pi r}\,.$$

Khi cộng thế vận tốc của các nguồn và tụ ở các vị trí khác nhau, sẽ nhận được đường dòng của các dòng chảy khác nhau. Ta nghiên cứu hai dòng chảy, hình thành bởi các tụ có lưu lượng như nhau q. Chọn trục nối hai tâm của tụ O_1 và O_2 làm trục x. Khoảng cách giữa các tâm lấy bằng 2a. Từ giữa khoảng cách đó, vẽ trục y. Khoảng cách đến điểm bất kỳ M, có các tọa độ x và y, tính từ O_1 và O_2 sẽ bằng:

$$r_1 = \sqrt{(x-a)^2 + y^2}\,; \quad r_2 = \sqrt{(x+a)^2 + y^2}.$$

Thế vận tốc của tụ thứ nhất:

$$\varphi_1 = \frac{q}{2\pi}\ln r_1\,,$$

của tụ thứ hai:

$$\varphi_2 = \frac{q}{2\pi}\ln r_2\,.$$

Thế vận tốc của dòng chảy tạo nên các tụ này là:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{q}{2\pi}\ln r_1 + \frac{q}{2\pi}\ln r_2.$$

Vận tốc thành phần của dòng chảy:

$$u_x = \frac{q}{2\pi}\left(\frac{x+a}{r_1^2} + \frac{x-a}{r_2^2}\right);$$

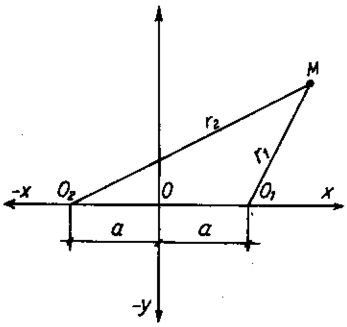
$$u_y = \frac{q}{2\pi}\left(\frac{y}{r_1^2} + \frac{y}{r_2^2}\right).$$

Đường dòng của dòng đó là:

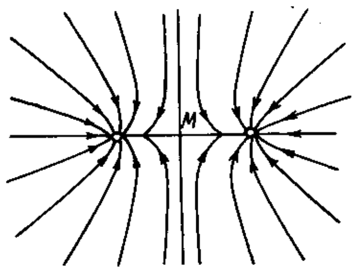
$$\Psi = \frac{q}{2\pi}\left(\mathrm{arctg}\frac{x+a}{y} + \mathrm{arctg}\frac{x-a}{y}\right).$$

Thực vậy, đạo hàm riêng của phương trình này là:

$$-\frac{\partial\varphi}{\partial y} = \frac{\partial\Psi}{\partial x}\,; \qquad \frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{\partial\Psi}{\partial y}\,.$$



Vị trí của hai tụ có cùng lưu lượng

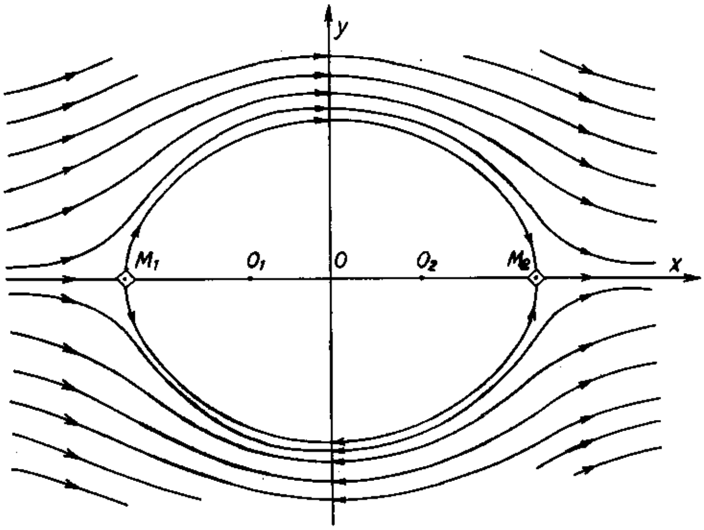


Đường dòng của dòng thế, hình thành với hai tụ có cùng lưu lượng

Trên hình vẽ 2 vẽ các đường dòng của hai nguồn hoặc tụ phẳng. Nghiên cứu một nửa hình ta thấy rằng, hình ảnh của dòng chảy là một trường đường dòng, được hình thành gần thành phẳng.

Dòng chảy được hình thành bởi nguồn và tụ nằm cách nhau một khoảng là 2a, được đặc trưng bằng thế vận tốc:

$$\varphi = \frac{q}{2\pi}\ln r_1 - \frac{q}{2\pi}\ln r_2.$$



Đường dòng của dòng thế, hình thành bởi nguồn và tụ có cùng lưu lượng

Sự phân bố vận tốc dòng chảy trong dòng này được xác định bằng các thành phần của chúng:

$$u_x = \frac{q}{2\pi}\left(\frac{x+a}{r_1^2} + \frac{x-a}{r_2^2}\right);$$

$$u_y = \frac{q}{2\pi}\left(\frac{y}{r_1^2} + \frac{y}{r_2^2}\right).$$

Đem cộng các kết quả nhận được nói trên với dòng chảy, chuyển động dọc trục với vận tốc không đổi v_o, ta có thế vận tốc:

$$\varphi = \frac{q}{2}\ln r_1 - \frac{q}{2}\ln r_2 - v_o x .$$

Trường vận tốc của dòng chảy như thế được xác định bằng các thành phần của chúng:

$$u_x = \frac{q}{2\pi}\left(\frac{x+a}{r_1^2} + \frac{x-a}{r_2^2}\right) - v_o;$$

$$u_y = \frac{q}{2\pi}\left(\frac{y}{r_1^2} + \frac{y}{r_2^2}\right).$$

Gần vị trí của nguồn và tụ vận tốc dòng chảy có trị số lớn và đường dòng được khép kín trên đoạn từ tụ tới nguồn (hình vẽ 3). Càng xa các điểm O_1 và O_2 ảnh hưởng của dòng chảy của nguồn, cũng như của tụ giảm đi đáng kể. Trong khi đó vận tốc dòng chảy, chuyển động song song với trục Ox, vẫn giữ nguyên giá trị. Trên một khoảng cách nào đó tính từ nguồn và tụ, đường dòng không còn gặp nhau nữa và dần dần trở thành song song với trục Ox. Giữa các đường dòng khép kín và không khép kín hình thành một đường phân cách với hai điểm M_1 và M_2, tại đó vận tốc chảy bằng không. Đường phân cách đó là đường viền của vật được chảy bao bởi dòng chảy có vận tốc dọc trục Ox. Các tổ hợp khác nhau của nguồn và tụ với chất lỏng chuyển động có vận tốc cố định, cho phép giải nhiều bài toán thường gặp trong thực tiễn.

§IV-4. HÀM THẾ PHỨC

Chỉ cần cho một hàm số có chứa biến số phức z, là đại lượng bao gồm phần thực x và phần ảo iy là có thể nhận được thế vận tốc và hàm số dòng φ tương ứng:

$$z = x + iy.$$

Hàm thế phức F(z) cũng gồm phần thực $\varphi(x,y)$ và phần ảo $i\varphi(x,y)$:

$$F(z) = \varphi(x,y) + i\Psi(x,y).$$

Sử dụng nguyên tắc tích phân hàm số,ta có:

$$F'(z)\frac{dz}{dx} = F'(z)i = \frac{\partial\varphi}{\partial x} + i\frac{\partial\Psi}{\partial x};$$

$$F'(x)\frac{dz}{dy} = F'(z)i = \frac{\partial\varphi}{\partial y} + i\frac{\partial\Psi}{\partial y}.$$

Nhận đẳng thức thứ hai cho i, ta có:

$$F'(z) = i\frac{\partial\varphi}{\partial y} - \frac{\partial\Psi}{\partial y}.$$

Nếu xét đến việc các phần thực và phần ảo của hai phương trình phải bằng nhau, ta tìm được:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{\partial\Psi}{\partial y} \quad \text{và} \quad \frac{\partial\varphi}{\partial y} = -\frac{\partial\Psi}{\partial x}. \tag{13}$$

Các tỷ số này chứng tỏ rằng, nếu phần thực của hàm biến phức là thế vận tốc của một dòng nào đấy, thì hàm thực của phần ảo là hàm dòng cũng của dòng chảy đó.

Ta nghiên cứu một ví dụ áp dụng hàm thế phức. Ta có một hàm biến phức F (z) = m lnz. Biến số phức có thể viết dưới dạng:

$$z = x + iy = r(\cos\theta + i\sin\theta) = re^{\theta i},$$

trong đó r - bán kính, nối điểm thể hiện biến phức với gốc tọa độ; θ - góc được hình thành bởi bán kính r và trục Ox.

Do đó $\quad F(z) = m\ln re^{\theta i} = m\ln r + m\theta i.$

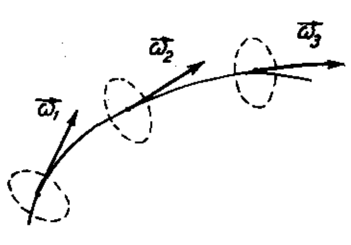
Ta dễ dàng nhận thấy dòng chảy được biểu thị bằng thế phức đã chọn là nguồn, trong đó $m\ln r = \varphi(r)$ - thế vận tốc, còn $m\theta = \Psi(r)$ - hàm số dòng.

§IV-5. DÒNG XOÁY. CÁC ĐỊNH LUẬT CƠ BẢN

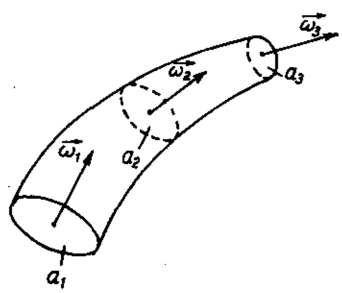
Dòng xoáy là dòng chất lỏng mà các phần tử ngoài chuyển động tịnh tiến và biến dạng còn có chuyển động quay.

Đường xoáy - đường được vẽ trong dòng chảy, tiếp tuyến tại tất cả các điểm với véc tơ vận tốc góc của phần tử chất lỏng. Đường xoáy tương tự như đường dòng.

Ống xoáy là mặt bên lập bởi tập hợp các đường xoáy, được vẽ qua các điểm trên chu vi của một vi phân diện tích a, là diện tích có phương thẳng góc với véc tơ vận tốc. Ống xoáy tương tự như ống dòng. Tích số giữa diện tích a và véc tơ vận tốc góc quay của phần tử chất lỏng ω được gọi là ứng suất của ống xoáy.



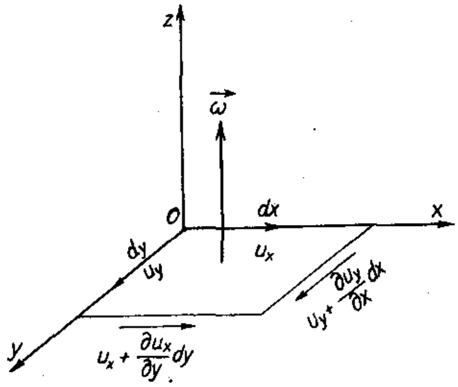
Đường xoáy



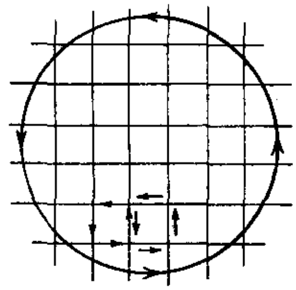
Ống xoáy

- Ta xác định trị số của lưu số vận tốc, xuất hiện dọc theo đường viền nguyên tố trong mặt phẳng tọa độ xOy, là mặt có phương thẳng góc với véc tơ vận tốc góc tức thời của phần tử. Vận tốc góc được giới hạn bởi các cạnh dx và dy,

$$\omega_z = \frac{1}{2}\left(\frac{u_y}{x} - \frac{u_x}{y}\right).$$



Xác định lưu số vận tốc dọc theo đường viền nguyên tố



Lưu số vận tốc dọc theo đường viền khép kín có chiều dài hữu hạn

Khi đi theo vòng của đường viền nguyên tố theo chiều kim đồng hồ, ta được trị số của lưu số vận tốc:

$$d\Gamma = u_x dx + (u_y + \frac{\partial u_y}{\partial x}dx)dy - (u_x + \frac{\partial u_x}{\partial y}dy)dx - u_y dy =$$

$$= (\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y})dxdy = 2\omega_z dxdy. \qquad (14)$$

Lưu số vận tốc, hình thành trên đường viền nguyên tố, bằng hai lần trị số vận tốc góc của phần tử, nhân với diện tích được giới hạn bởi chính đường viền. Lưu số vận tốc, hình thành trên đường viền khép kín có chiều dài hữu hạn, sẽ bằng tổng số các giá trị của lưu số trên các đường viền nguyên tố:

$$\Gamma = \int_\Omega 2\omega dxdy = 2\omega\Omega, \qquad (15)$$

trong đó Ω - diện tích được giới hạn bởi đường viền.

Biểu thức trên được gọi là tích phân Stoks.

Bây giờ ta xác định biểu thức của lưu số vận tốc trên đường viền khép kín theo thời gian, nếu trong dòng chảy, đường viền đó luôn luôn đi qua cùng một phần tử chất lỏng. Hình chiếu của một mẩu đường viền ds trên trục tọa độ bằng dx,dy và dz. Hình chiếu của các vận tốc thành phần - u_x,u_y và u_z. Lưu số vận tốc trên đường viền đang xét s là:

$$\Gamma = \int_s u_x dx + u_y dy + u_z dz.$$

Sự thay đổi lưu số vận tốc theo thời gian, tức là khi đường viền dịch chuyển cùng với dòng chảy:

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \int_s \frac{d}{dt}(u_x dx) + \frac{d}{dt}(u_y dy) + \frac{d}{dt}(u_z dz).$$

Trong công thức này:

$$\frac{d}{dt}(u_x dx) = \frac{du_x}{dt}dx + u_x dx = \frac{du_x}{dt}dx + d(\frac{u_x^2}{2});$$

$$\frac{d}{dt}(u_y dy) = \frac{du_y}{dt}dy + d(\frac{u_y^2}{2});$$

$$\frac{d}{dt}(u_z dz) = \frac{du_z}{dt}dz + d(\frac{u_z^2}{2}).$$

Phương trình Ơle có thể viết:

$$a_x = \frac{du_x}{dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + X = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial x};$$

$$a_y = \frac{du_y}{dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + Y = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial y};$$

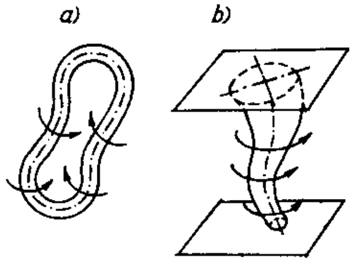
$$a_z = \frac{du_z}{dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + Z = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial U}{\partial z}.$$

Giả thiết là gia tốc của lực khối được xác định bằng thế U. Đem nhân vế trái và vế phải của đẳng thức lần lượt với dx, dy và dz và cộng chúng lại, ta có:

$$\frac{du_x}{dt}dx + \frac{du_y}{dt}dy + \frac{du_z}{dt}dz = -\frac{dp}{\rho} + dU. \qquad (16)$$

Theo định nghĩa:

$u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 = u^2$ - bình phương vận tốc trên đoạn đường viền ds.



Các dạng ống xoáy

Sự biến đổi của lưu số vận tốc trên đường viền đang xét khi đường viền đó di chuyển cùng với dòng chảy:

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \int_s (-\frac{dp}{\rho}) + dU + d(\frac{u^2}{2}) = \int_s d(U - \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2}). \qquad (17)$$

Lực khối, tác động trong chất lỏng, là lực có thế. Chất lỏng là không nhớt. Tích phân xác định, được lấy dọc theo đường viền khép kín, bằng không. Do đó, dọc theo đường viền khép kín đi qua cùng một phần tử chất lỏng, lưu số vận tốc giữ nguyên trị số. Điều đó có nghĩa là, xoáy không biến mất, và nếu dòng chảy ở thời điểm ban đầu là có thế, thì dòng đó cũng vẫn là có thế ở bất kỳ thời điểm nào.

Các định lý (16) và (17) được gọi là các định lý Tomson.

Trong nhiều trường hợp, chuyển động chất lỏng xảy ra cùng với sự hình thành các xoáy hữu hạn. Trong tự nhiên - đó là hiện tượng vòi rồng, xuất hiện khi có gió xoáy. Mô hình của các xoáy như vậy là các ống xoáy. Lý thuyết về xoáy được xây dựng trên cơ sở của các định lý Hemhon.

Chuyển động được xem xét trong định lý (16) là chuyển động của phần tử nguyên tố của chất lỏng. Chuyển động của phần tử ở đây được xem xét dưới dạng tổng cộng của chuyển động tịnh tiến, quay và biến dạng.

Định lý (17) đã chứng tỏ rằng, trên ống xoáy ứng suất của nó cũng có giá trị không đổi, tức là trên đó tích số giữa véc tơ vận tốc quay của các phần tử và diện tích mặt cắt ống xoáy giữ nguyên trị số. Ống xoáy không thể có đầu cuối là nhọn, vì tại vị trí này vận tốc góc của phần tử chất lỏng sẽ có xu thế trở nên bằng vô cùng, vì vậy ống dòng hoặc là tự kết thúc và tạo thành một hình vành khăn, hoặc là phải dựa trên thành cứng.

Định lý thứ ba khẳng định rằng, trên bề mặt của ống xoáy lưu số vận tốc dọc đường khép kín bất kỳ bằng không. Điều đó có nghĩa là véc tơ vận tốc góc không cắt bề mặt này. Đẳng thức bằng không của lưu số vận tốc được giữ nguyên, tức là ống xoáy cũng được giữ nguyên.

Định lý thứ tư của Hemhon nói rằng, ứng suất của ống xoáy cố định theo thời gian. Dọc ống xoáy, như đã nêu trong định lý thứ hai, ứng suất có giá trị không đổi. Trên cơ sở định lý Tomson có thể nói rằng, lưu số vận tốc dọc theo đường viền mặt cắt của ống xoáy không phụ thuộc vào thời gian. Do đó, ứng suất của ống xoáy cũng không phụ thuộc vào thời gian.

Chương V

SỨC CẢN THỦY LỰC

§V-1. NHỮNG KHÁI NIỆM CHUNG VỀ SỨC CẢN THỦY LỰC

1. Các dạng sức cản thủy lực

Để xác định áp suất và vận tốc trung bình tại các mặt cắt khác nhau, ta đã có hai phương trình: bảo toàn năng lượng hoặc cột nước toàn phần (phương trình Becnui) và phương trình bảo toàn khối lượng (phương trình lưu lượng không đổi), mà đối với chất lỏng nén được các phương trình đó được viết dưới dạng:

$$z + p/\rho g + \alpha v^2/2g + h_w = H = \text{const},$$

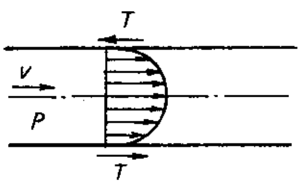
$$v\omega = Q = \text{const}.$$

Thường thì trong khi giải các bài toán thực tế, cột nước toàn phần H và lưu lượng Q được cho trước hoặc có thể được xác định từ các đại lượng đã biết thuộc một trong số các mặt cắt của dòng chảy. Chiều cao trọng tâm của mặt cắt z, cũng như diện tích mặt cắt ω, về nguyên tắc, là các đại lượng biết trước. Do đó, trong các phương trình này còn lại ba ẩn: v, p, h_w. Để giải chúng cần lập phương trình thứ ba là phương trình biểu thị mối liên hệ giữa các ẩn số đó với nhau. Phương trình đó có thể chứng minh bằng lý thuyết, ví dụ dùng định luật động lượng

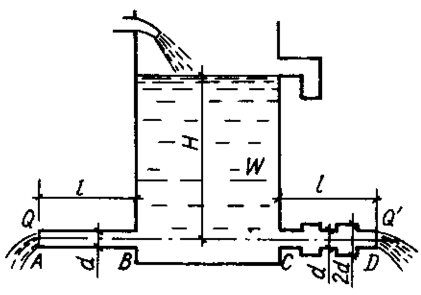
$$Q\rho v + \omega p = \text{const}$$

cũng như tìm bằng thực nghiệm.

Với hai phương trình thủy lực chỉ có thể giải được một số bài toán thực tế, khi bỏ qua tổn thất cột nước (tức là xem $h_w = 0$).



Về khái niệm tổn thất cột nước do ma sát



Về khái niệm tổn thất cục bộ

Ta nghiên cứu một đoạn ống nằm ngang, chứa đầy nước. Nếu chất lỏng trong ống không chuyển động, thì lực tổng hợp chỉ còn là một lực hướng xuống dưới (trọng lượng chất lỏng). Nếu chất lỏng chuyển động thì giữa chúng và thành sẽ xuất hiện các lực cản bổ sung và kết qủa là các phần tử chất lỏng ở sát thành bị cản trở. Do tính nhớt của chất lỏng, sự cản trở đó được truyền sang lớp chất lỏng tiếp theo, vì thế càng cách xa trục ống, vận tốc chuyển động của các phần tử chất lỏng càng giảm dần. Lực cản tổng hợp T có phương ngược chiều với phương chuyển động, và song song với chuyển động. Đây chính là lực ma sát thủy lực (sức cản thủy lực do ma sát).

Để thắng sức cản do ma sát và giữ được chuyển động tịnh tiến đều cần phải có một lực có phương cùng phương chuyển động của chất lỏng và bằng lực cản tác động lên chất lỏng, tức là cần có sự tiêu hao năng lượng. Năng lượng cần thiết để thắng lực cản được gọi là tổn thất năng lượng, còn cột nước cần thiết - tổn thất cột nước.

Tổn thất cột nước cần để thắng sức cản do ma sát được gọi là *tổn thất cột nước theo chiều dài* hoặc *tổn thất cột nước dọc đường* (tổn thất cột nước chiều dài) và ký hiệu là h_{ms}. Tuy nhiên tổn thất cột nước, xuất hiện trong chuyển động của chất lỏng không chỉ phụ thuộc vào ma sát thành cứng.

Ta nghiên cứu trường hợp sau đây: một bình chứa có thể tích W chứa đầy nước với mực nước H không đổi, cung cấp nước cho một đường ống AB nằm ngang có chiều dài l, đường kính d không đổi trên cả chiều dài. Giả thiết lưu lượng nước bằng Q. Nếu đường ống AB được thay bằng đường CD có cùng chiều dài l, nhưng bao gồm những ống nối liên tiếp có các đường kính d và 2d, thì lưu lượng sẽ thay đổi. Lưu lượng mới Q' < Q (đôi khi Q' = 0,5Q và còn nhỏ hơn nữa).

Do đó ma sát không phải là nguyên nhân duy nhất có thể đã gây nên tổn thất cột nước; sự thay đổi đột ngột mặt cắt của ống cũng tạo nên sức cản đối với chuyển động của chất lỏng và gây nên tổn thất năng lượng. Còn có những nguyên nhân đáng kể khác cũng tạo nên tổn thất cột nước, ví dụ sự thay đổi đột ngột hướng chuyển động của chất lỏng.

Vậy tổn thất cột nước được tạo ra bởi sự thay đổi hình dạng mặt biên của dòng chảy (để khắc phục sức cản hình dạng), được gọi là *tổn thất cột nước cục bộ* hoặc là tổn thất cột nước do sức cản cục bộ và được ký hiệu là h_c.

Do đó, tổn thất cột nước trong chuyển động của chất lỏng được cộng từ tổn thất cột nước do ma sát và tổn thất cột nước do ma sát cục bộ, tức là:

$$h_w = h_{ms} + h_c \, . \qquad (1)$$

Việc xác định tổn thất cột nước trong chuyển động của chất lỏng là một trong những bài toán quan trọng nhất của thủy lực.

2. Các biểu thức tổng quát để xác định tổn thất cột nước trong chuyển động của chất lỏng trong ống

Kết qủa thí nghiệm chứng tỏ rằng, tổn thất cột nước do ma sát h_{ms} trong chuyển động của chất lỏng trong ống có thể phụ thuộc vào các yếu tố sau đây:

+ Đường kính ống d và chiều dài l ;

+ Các tính chất vật lý của chất lỏng (mật độ ρ và độ nhớt μ) ;

+ Vận tốc trung bình của chất lỏng trong ống v ;

+ Chiều cao trung bình của độ nhám k trên thành ống.

Công thức để xác định tổn thất do ma sát được tìm ra từ thế kỷ thứ XIX bằng thực nghiệm và gọi là công thức Đácxi - Vâyxbắc:

$$h_{ms} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}, \tag{2}$$

Từ công thức (2) ta được tổn thất cột nước do ma sát theo chiều dài trong chuyển động của chất lỏng trong ống tăng lên cùng với sự tăng lên của vận tốc trung bình của dòng chảy và chiều dài của đoạn ống và tỷ lệ nghịch với đường kính. Ngoài ra, trong công thức có hệ số không thứ nguyên chưa biết λ (gọi là hệ số ma sát thủy lực).

Công thức để xác định tổn thất cột nước do ma sát cục bộ có dạng

$$h_o = \zeta \frac{v_2^2}{2g}, \tag{3}$$

trong đó: ζ - hệ số không thứ nguyên, hoặc là hệ số tổn thất cục bộ;
v_2 - vận tốc của dòng chảy sau khi đi qua chỗ có sức cản cục bộ.

Công thức (3) cũng được tìm ra từ thế kỷ thứ XIX bằng con đường thực nghiệm và gọi là công thức Vâyxbắc.

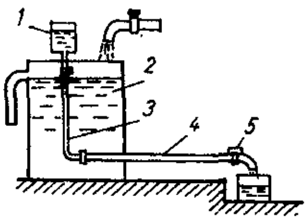
Ngoài ra cả hai công thức nói trên (2 và 3) cũng có thể tìm được theo phương pháp cân bằng thứ nguyên.

3. Chuyển động tầng và chuyển động rối của chất lỏng

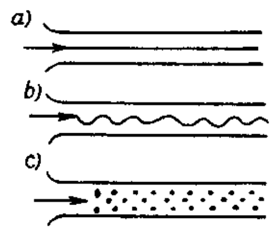
Quan sát thực tế cho thấy rằng trong thiên nhiên tồn tại hai trạng thái chuyển động khác nhau của chất lỏng: thứ nhất, chuyển động theo lớp hoặc là *chuyển động tầng*, là chuyển động mà trong đó các lớp chất lỏng trượt lên nhau, không xáo trộn với nhau, và thứ hai là dạng chuyển động hỗn loạn, vô trật tự, hoặc là *chuyển động rối,* là chuyển động mà trong đó các phần tử chất lỏng chuyển động phức tạp, luôn thay đổi theo thời gian và trong chất lỏng xảy ra sự xáo trộn với cường độ cao. Từ lâu người ta đã biết rằng, chất lỏng nhớt (dầu nhờn) phần lớn là chuyển động không xáo trộn, còn chất lỏng ít nhớt (nước, không khí) - hầu như luôn luôn có sự xáo trộn hỗn loạn. Năm 1883, nhà bác học người Anh Râynôn là người đầu tiên phát biểu rõ ràng về vấn đề này.

Trong thiết bị thí nghiệm của Râynôn có các bộ phận như sau:

Một bình chứa chất lỏng được nối với một ống thủy tinh. Khi mở một phần khóa, nước có thể chảy vào ống với các vận tốc khác nhau. Nước mầu



Thiết bị thí nghiệm Râynôn



Trạng thái chuyển động tầng và chuyển động rối của các chất lỏng

đi từ lọ đựng mầu qua ống dẫn vào ống thí nghiệm 4. Dưới vận tốc nhỏ, dòng màu trong ống không bị hòa tan với nước xung quanh và có dạng một đường chỉ thẳng - dòng chảy trong trường hợp này là dòng chảy tầng.

Khi tăng vận tốc trong ống, dòng nước màu lúc đầu có dạng sóng, sau đó hầu như biến mất, hòa tan trên toàn bộ mặt cắt và nhuộm đều khắp chất lỏng xung quanh. Chuyển động của chất lỏng trở nên hỗn loạn, các phần tử chất lỏng được nhuộm màu "bay" đi mọi phía, và chạm với các phần tử khác và với thành ống v.v...; chuyển động đó được gọi là chuyển động rối. Đặc trưng cơ bản của dòng rối là: tồn tại thành phần vận tốc ngang so với phương chuyển động của dòng chảy.

Kết qủa thí nghiệm của Râynôn chứng tỏ rằng, qúa độ từ tầng sang rối xảy ra dưới một trị số vận tốc nhất định (được gọi là vận tốc phân giới), tuy nhiên trị số này thay đổi khi đường kính ống và chất lỏng thay đổi, trị số tăng khi độ nhớt tăng và giảm khi đường kính giảm.

4. Số Râynôn

Trên cơ sở các kết qủa nghiên cứu lý thuyết và thực nghiệm, Râynôn đã xác lập được các điều kiện chung cho sự tồn tại trạng thái chảy tầng và chảy rối của chất lỏng và cho sự chuyển tiếp từ tầng sang rối. Kết qủa nghiên cứu của Râynôn cho thấy rằng trạng thái chuyển động của chất lỏng trong ống phụ thuộc vào số không thứ nguyên, số đó xét đến các yếu tố cơ bản của chuyển động: vận tốc trung bình v, đường kính d, mật độ của chất lỏng ρ và hệ số nhớt động lực μ của nó. Số không thứ nguyên đó, sau này được gọi là *số Râynôn*, có dạng:

$$R_e = v\, d\mu/\rho = vd/\nu. \qquad (4)$$

Đường kính d trong số Râynôn có thể thay bằng bất kỳ đại lượng có kích thước chiều dài nào (đường kính, đường kính của hạt trong chuyển động thấm, trong chuyển động rơi của hạt trong chất lỏng, chiều dài tấm được chảy bao v.v...)

Số Râynôn ứng với trạng thái quá độ từ tầng sang rối được gọi là *số Râynôn phân giới* và được ký hiệu là Re_{pg}. Khi $Re > Re_{pg}$ - trạng thái chảy là rối, khi $R_e < Re_{pg}$ - tầng.

Số Râynôn phân giới phụ thuộc vào các điều kiện đầu vào của ống, vào độ nhám của thành, vào sự tồn tại hay không các nhiễu động ban đầu trong chất lỏng, vào các dòng đối lưu và các điều kiện khác.

Vấn đề về tính không ổn định của chuyển động tầng và về trạng thái qúa độ từ tầng sang rối, cũng như về trị số của số Râynôn đã được nghiên cứu về mặt lý thuyết cũng như thực nghiệm rất nghiêm túc, nhưng cho đến nay vẫn chưa có lời giải đầy đủ. Thường trong tính toán người ta lấy trị số của số Râynôn phân giới cho dòng chất lỏng chảy trong ống là:

$$Re_{pg} \approx 2.000 \qquad (5)$$

ứng với trạng thái quá độ từ rối sang tầng; còn ứng với trạng thái quá độ từ tầng sang rối, số Râynôn phân giới có giá trị rất lớn (đối với đầu vào được làm rất thuận, số Re_{pg} có thể đạt đến bằng gần 20.000).

Các kết qủa thí nghiệm cũng chứng tỏ rằng, số Râynôn phân giới tăng trong ống thu hẹp dần (hội tụ) và giảm khi ống mở rộng dần (khuyếch tán). Điều đó được giải thích bằng hiện tượng: với chuyển động nhanh dần các phần tử chất lỏng có xu thế giảm dần chuyển động ngang, còn với chuyển động chậm dần (ống mở rộng dần) - tăng dần chuyển động ngang.

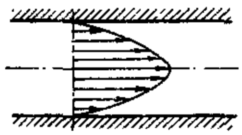
Ta cũng có thể tính vận tốc phân giới ứng với trạng thái qúa độ từ rối sang tầng, tức là nếu số Râynôn nhỏ hơn sẽ luôn luôn có trạng thái chảy tầng:

$$v_{pg} = Re_{pg}\, \nu/d = 2000\nu/d. \qquad (6)$$

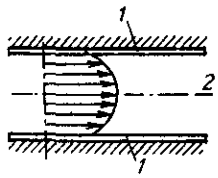
Trong các ống dẫn nước, khí, hơi vì độ nhớt của các loại chất lỏng này nhỏ nên trạng thái chảy phần lớn là chảy rối. Trạng thái chảy tầng chỉ xảy ra với trường hợp đường kính nhỏ. Các loại chất lỏng có độ nhớt lớn, ví dụ dầu máy, có thể chuyển động với trạng thái chảy tầng ngay cả khi đường kính ống dẫn là lớn. Ngoài ra trong đất ta cũng thường xuyên gặp trạng thái chảy tầng, đó là chuyển động của dòng nước ngầm.

5. Các đặc điểm của chuyển động tầng và rối của chất lỏng trong ống

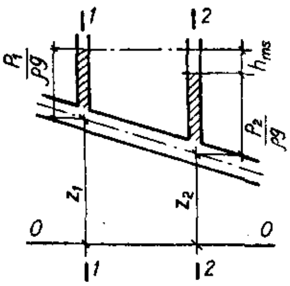
Thí nghiệm chứng tỏ rằng, đồng thời với việc quá độ từ chảy tầng sang chảy rối, đặc trưng phân bố vận tốc trên mặt cắt ống cũng như đặc tính tổn thất thủy lực cũng thay đổi.



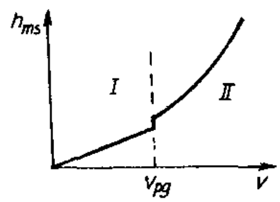
Phân bố vận tốc trong chuyển động tầng của chất lỏng trong ống



Phân bố vận tốc trong chuyển động rối của chất lỏng trong ống



Tổn thất do ma sát trong ống đặt nghiêng



Quan hệ giữa tổn thất cột nước do ma sát và vận tốc trong chuyển động của chất lỏng

Trong chuyển động tầng, sự phân bố vận tốc trên mặt cắt tuân theo qui luật parabon: tại sát thành vận tốc bằng không, càng xa thành vận tốc tăng dần và liên tục, đạt đến trị số lớn nhất tại trục ống.

Trong chuyển động rối, qui luật phân bố vận tốc phức tạp hơn: tại phần lớn mặt cắt ướt vận tốc không khác với trị số vận tốc lớn nhất ở trục ống là mấy, nhưng ở gần thành cứng vận tốc giảm đột ngột, hình thành một lớp rất mỏng, được gọi là lớp nhớt hoặc là lớp biên chảy tầng.

Sự phân bố tương đối đều của vận tốc trong trạng thái chảy rối được giải thích bằng sự tồn tại sự xáo trộn rối, bằng sự tồn tại thành phần ngang của vận tốc. Do có sự xáo trộn rối và thành phần ngang của vận tốc nói trên mà có sự va dập giữa các phần tử có vận tốc lớn ở khu vực giữa với các phần tử có vận tốc nhỏ hơn ở phía ngoài. Sự va dập đó dẫn đến sự trao đổi vận tốc giữa các phần tử làm cho vận tốc trở nên đều hơn. Sát thành rắn sự xáo trộn rối giảm đi và vận tốc ở đây giảm đột ngột.

Do độ chênh mực nước trong hai ống đo áp ở mặt cắt 1-1 và 2-2 của một ống có đường kính không đổi, ta có thể xác định được tổn thất cột nước giữa hai mặt cắt đó từ phương trình Becnui viết cho hai mặt cắt đó:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + h_{ms}$$

do đó

$$h_{ms} = (z_1 + \frac{p_1}{\rho g}) - (z_2 + \frac{p_2}{\rho g})$$

Trong chuyển động đều, do đó tổn thất cột nước được xác định bằng hiệu số các chiều cao đo áp tính từ cùng một mặt phẳng nằm ngang, tức là không phụ thuộc vào vị trí của chính đường ống trên mặt đứng.

Nếu trong ống chuyển động với vận tốc khác nhau thì tổn thất cột nước cũng sẽ khác nhau. Ta xây dựng quan hệ đồ thị giữa các giá trị tổn thất cột nước và vận tốc dòng chảy, tức là $h_{ms} = f(v)$ thì ta sẽ có đồ thị như trên hình vẽ 4 (trang 88). Vận tốc đạt đến một trị số nào đó thì quan hệ giữa vận tốc và tổn thất vẫn là quan hệ bậc nhất - khu vực I, còn sau đó nếu vận tốc tăng lên thì quan hệ giữa vận tốc và tổn thất cột nước là quan hệ bậc cao hơn (ví dụ bậc 2) - khu vực II. Trị số vận tốc mà quan hệ giữa vận tốc và tổn thất cột nước chuyển từ bậc nhất sang bậc cao hơn chính là trị số vận tốc phân giới.

Tuy nhiên trị số vận tốc phân giới ứng với trạng thái qúa độ từ rối sang tầng (v_1) nhỏ hơn trị số phân giới ứng với trạng thái qúa độ từ tầng sang rối (v_2). Ta gọi v_1 là vận tốc phân giới dưới (v_d) và v_2 - vận tốc phân giới trên (v_t) thì:

$$v_t > v_d .$$

Như vậy là trạng thái chảy tầng và trạng thái chảy rối không chỉ khác nhau về đặc tính chuyển động của phần tử chất lỏng (tồn tại hay không vận tốc ngang và sự xáo trộn các phần tử) mà còn khác nhau ở quan hệ giữa vận tốc và tổn thất cột nước.

6. Phương trình cơ bản của chuyển động đều (biểu thức tổng quát để xác định tổn thất cột nước do ma sát trong chuyển động đều của chất lỏng trong ống)

Ta xét chuyển động đều, thẳng của chất lỏng. Các mặt cắt ướt trong trường hợp này có thể có hình dạng bất kỳ, nhưng không biến đổi trên toàn bộ chiều dài dòng chảy. Trong dòng chảy như vậy tổn thất cột nước chỉ là tổn thất theo chiều dài.

Ta lấy một đoạn dòng chảy có chiều dài l và viết phương trình Bécnui cho mặt cắt 1 và 2:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{ms(1-2)}\,, \quad (7)$$

trong đó :

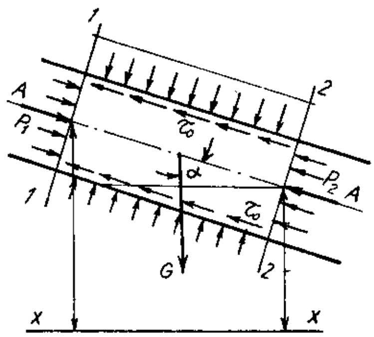
z_1, z_2 - tọa độ của trọng tâm các mặt cắt 1 và 2

p_1, p_2 - áp suất tại trọng tâm các mặt cắt ấy;

v_1, v_2 - vận tốc trung bình tại các mặt cắt ;

$h_{ms(1-2)}$ - tổn thất cột nước theo chiều dài.

Vì là chuyển động đều nên $v_1 = v_2$ và phương trình (7) có thể viết lại là:



Chứng minh phương trình cơ bản của chuyển động đều

$$\left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g}\right) = h_{ms(1-2)} \qquad (8)$$

tức là trong trường hợp chuyển động đều hiệu số của các tỷ thế năng bằng tổn thất cột nước theo chiều dài.

Để tính hiệu số đó, ta viết tổng số hình chiếu trên trục dòng chảy A-A cho tất cả các lực tác dụng lên đoạn 1-2. Tổng số đó phải bằng không, vì dưới chuyển động đều tất cả các lực đều cân bằng. Các lực ấy là:

1- Lực trọng trường $G = \rho g \omega l$, trong đó $\omega = \omega_1 = \omega_2$ - diện tích các mặt cắt ướt, l - chiều dài đoạn ống ;

2- Áp lực lên các mặt phẳng ω_1 và ω_2, bằng : $P_1 = p_1\omega$ và $P_2 = p_2\omega$;

3- Lực ma sát $T = \tau_o \chi l$, trong đó τ_o - lực ma sát trên một đơn vị diện tích mặt tiếp xúc với chất lỏng của lòng dẫn, còn χ - chu vi ướt ;

4- Áp lực thành lòng dẫn. Các lực này được bỏ qua vì chúng thẳng góc với trục A-A và do đó, hình chiếu của chúng lên trục A-A bằng không.

Ta chiếu tất cả các lực này lên trục A-A:

$$G\cos\alpha + P_1 - P_2 - T = 0\,. \qquad (9)$$

Từ hình vẽ ta thấy: $\cos\alpha = \dfrac{z_1 - z_2}{l}$.

Thay trị số lực và cos α vào (9), ta có:

$$\frac{z_1 - z_2}{l} + \rho g\omega l + p_1\omega - p_2\omega - \tau_o\chi l = 0 .$$

Chia cả 2 vế của đẳng thức trên cho $\rho g\omega$, ta sẽ có:

$$(z_1 + \frac{p_1}{\rho g}) - (z_2 + \frac{p_2}{\rho g}) = \frac{\tau_o\chi l}{\rho g\omega} . \qquad (10)$$

Cân bằng hai biểu thức (8) và (10) ta được:

$$\frac{\tau_o\chi l}{\rho g\omega} = h_{ms(1-2)}$$

do đó

$$\frac{\tau_o}{\rho g} = \frac{\omega}{\chi} \frac{h_{ms(1-2)}}{l} \qquad (11)$$

Theo định nghĩa ta có $\omega/\chi = R$ và $h_{ms}/l = J_{ABC}$, từ (11) ta có:

$$\frac{\tau_o}{\rho g} = RJ . \qquad (12)$$

Phương trình (12) gọi là phương trình cơ bản của chuyển động đều. Chuyển vế cho g, ta được:

$$\frac{\tau_o}{\rho} = gRJ \qquad (13)$$

Vế phải của (13) có thứ nguyên bình phương vận tốc. Đại lượng $\sqrt{gRJ}$ gọi là vận tốc động lực và được ký hiệu là u_*, tức là:

$$u_* = \sqrt{gRJ} = \sqrt{\tau_o/\rho}. \qquad (14)$$

§V-2. CHUYỂN ĐỘNG TẦNG ĐỀU CỦA CHẤT LỎNG TRONG ỐNG

1. Sự phân bố vận tốc trên mặt cắt của ống tròn

Ta xét một chuyển động ổn định đều tầng của chất lỏng trong ống tròn khi dòng chảy đã hình thành một cách đầy đủ, tức là "mặt cắt đầu" của dòng chảy cách miệng vào của ống một đoạn khá lớn đủ để đảm bảo cho sự phân bố vận tốc trên mặt cắt được ổn định.

Ta tìm qui luật phân bố vận tốc trên mặt cắt ngang của ống.

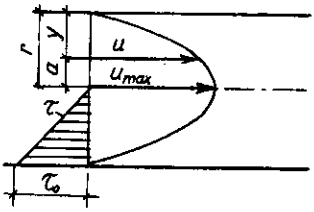
Như đã biết, chuyển động tầng có đặc tính chuyển động theo lớp, các phần tử chất lỏng khi chuyển động không có sự xáo trộn. Giữa các lớp chất lỏng chuyển động có lực ma sát tác động và ứng suất ma sát được xác định bằng công thức của Niutơn:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy},$$

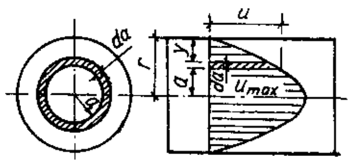
trong đó u - vận tốc cục bộ của chuyển động (vận tốc chất điểm)

Mặt khác, đối với lớp chất lỏng ở cách thành ống một khoảng y, ứng suất tiếp được xác định theo công thức:

$$\tau = \rho g J\,(r-y)/2.$$



Phân bố vận tốc trong dòng chảy tầng của chất lỏng trong ống



Xác định lưu lượng trong dòng chảy tầng của chất lỏng trong ống

Cân bằng hai biểu thức trên, ta tìm được:

$$du = \frac{\tau}{\mu}\,dy = \frac{\rho g J(r-y)}{2\mu}\,dy$$

và sau khi tích phân ta được:

$$u = \frac{\rho g J}{2\mu}\left(ry - \frac{y^2}{2}\right) + C \qquad (15)$$

Ta dễ dàng giả thiết được rằng tại bề mặt thành cứng khi chất lỏng tiếp xúc với thành (y = 0), tức là u = 0 thì tương ứng có C = 0. Vì vậy biểu thức (15) có dạng:

$$u = \frac{\rho g J}{4\mu}(2ry - y^2). \qquad (16)$$

Kí hiệu a là khoảng cách từ trục ống đến lớp chất lỏng đang xét (a = r - y), phương trình (16) có dạng:

$$u = \frac{\rho g J}{4\mu}(r^2 - a^2). \qquad (17)$$

Công thức (17) có tên gọi là định luật Stoks. Đó là nội dung của định luật về sự thay đổi vận tốc trên mặt cắt ống theo khoảng cách từ điểm đang xét đến trục ống. Đó cũng chính là định luật parabon bậc hai.

Tại thành ống (y = 0) vận tốc bằng không; trên trục ống (y =r) vận tốc có giá trị lớn nhất:

$$u_{max} = \frac{\rho gJ}{4\mu} r^2.$$

Tỷ số giữa vận tốc tại điểm đang xét (vận tốc cục bộ) và vận tốc lớn nhất là:

$$\frac{u}{u_{max}} = \frac{2ry - y^2}{r^2} = \frac{y}{r}(2 - \frac{y}{r}). \qquad (18)$$

Tỷ số đó phụ thuộc vào vị trí của điểm đang xét và không phụ thuộc vào lưu lượng, vào loại chất lỏng và vào vật liệu thành ống.

Lưu lượng của chất lỏng trong ống có thể tìm bằng cách tích phân lưu lượng đi qua hình vành khăn có bán kính là a và chiều rộng của hình vành khăn da, tức là từ biểu thức:

$$Q = \int_0^r u.2\pi a \, da$$

Thay u tính theo (17), ta được :

$$Q = \frac{\rho gJ\pi}{2\mu} \int_0^r (r^2 - a^2) \, ada = \frac{\rho gJ\pi}{2\mu} [\int_0^r r^2 ada - \int_0^r a^3 da].$$

Sau khi tích phân ta được:

$$Q = \frac{\pi}{8} \rho g \frac{J}{\mu} r^4$$

Vận tốc trung bình

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{\pi \rho gJr^4}{8\mu\pi r^2} = \frac{\rho gJ}{8\mu} r^2 \qquad (19)$$

So sánh (18) và (19) ta đi đến:

$$v = \frac{u_{max}}{2} .$$

Do đó vận tốc trung bình trong chảy tầng của chất lỏng trong ống bằng một nửa vận tốc lớn nhất.

Hệ số Koriôlic được tính theo biểu thức:

$$\alpha = \frac{\int_{\omega} u^3 d\omega}{v^3 \omega}$$

Thay vào tử số $d\omega = 2\pi a da$ và u từ (17), còn vào mẫu số đại lượng v theo (19), sau khi biến đổi ta được:

$$\alpha = \frac{16}{r^2}\int_0^r (r^2 - a^2) r dr = \frac{8}{r^8}\int_0^r (r^2 - a^2)^3 \, d(r^2 - a^2)$$

và ta có:

$$\alpha = 2. \qquad (20)$$

Do đó, động năng của dòng chảy tầng tính theo vận tốc thực hai lần lớn hơn động năng tính theo vận tốc trung bình.

2. Tổn thất cột nước do ma sát trong ống tròn

Ta tìm tổn thất cột nước do ma sát trong dòng chảy tầng của chất lỏng trong ống tròn. Từ phương trình (18) có thể viết công thức tính độ dốc thủy lực J như sau:

$$J = \frac{8\mu v_{tb}}{\rho g r^2} = \frac{32\mu}{\rho g d^2} v$$

hoặc

$$h_{ms} = J\, l = \frac{32\mu l v}{\rho g d^2}. \qquad (21)$$

Thay hệ số nhớt động lực bằng hệ số nhớt động học, ta được biểu thức gọi là công thức Paozel - Gagen để xác định tổn thất cột nước của chuyển động tầng:

$$h_{ms} = \frac{32\nu l v}{g d^2}. \qquad (22)$$

Từ công thức trên ta thấy tổn thất cột nước do ma sát trong chuyển động tầng tỷ lệ bậc nhất với vận tốc trung bình và không phụ thuộc vào trạng thái bề mặt trong của ống, vì đặc tính của bề mặt đó không có trong công thức (22). Điều đó có thể được giải thích bằng việc chất lỏng khi bám vào thành tạo nên một lớp mỏng để chất lỏng trong ống lúc chuyển động không ma sát trực tiếp với thành ống mà là ma sát giữ chất lỏng với chất lỏng.

So sánh công thức (22) với biểu thức tổng quát xác định tổn thất cột nước (2) ta được:

$$\lambda = \frac{64\nu}{vd} = \frac{64}{Re} \, . \tag{23}$$

Do đó, trong chảy tầng hệ số ma sát thủy lực tỷ lệ ngược với số Râynôn.

Công thức (22) là công thức được chứng minh bằng lý thuyết. Kết qủa này cũng đã được nhiều thí nghiệm kiểm chứng với nhiều chất lỏng khác nhau.

Công thức (22) được dùng để xác định giá trị cụ thể của độ nhớt của chất lỏng trong các dụng cụ được gọi là nhớt kế.

§V-3. CHUYỂN ĐỘNG RỐI ĐỀU CỦA CHẤT LỎNG

1. Khái niệm chung về chuyển động rối

Chuyển động rối của chất lỏng trong ống và trong lòng dẫn hở từ lâu đã là đối tượng nghiên cứu của nhiều người, vì đa phần các trường hợp chuyển động của chất lỏng đều ở trạng thái chảy rối. Mặc dù vậy, cho đến nay vẫn chưa có một lý thuyết thỏa đáng về chuyển động rối được xây dựng trên các phương trình cơ bản của thủy động lực học và được kiểm chứng bằng thực nghiệm như là đối với chuyển động tầng. Điều đó được giải thích bằng kết cấu phức tạp của dòng rối, bằng cơ chế nội tại của nó mà cho đến nay vẫn chưa được nghiên cứu một cách đầy đủ.

Khi số Râynôn đạt đến giá trị phân giới, trên mặt tiếp xúc giữa chất lỏng và thành rắn luôn luôn phát sinh các nhiễu rối dưới dạng các xoáy có các kích thước và các tần số khác nhau. Các xoáy này tách khỏi thành rắn và đi sâu vào dòng chảy, phá hủy cơ chế chuyển động theo lớp đã tồn tại trước đó (đặc trưng cho chuyển động tầng) và tạo nên sự xáo trộn rối với cường độ cao.

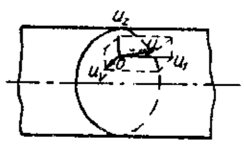
Các xoáy hình thành ở sát thành rắn được khuyếch tán kèm theo sự giảm động năng của dòng rối, một phần cơ năng lúc này chuyển thành nhiệt năng. Sự chuyển hóa này rất phức tạp.

Về tổng thể có thể hình dung như sau:ban đầu cơ năng của dòng chủ (chuyển động dọc) chuyển hóa thành cơ năng làm xáo trộn các khối tương đối lớn (mol - phân tử gam); tiếp theo cơ năng này lại chuyển thành cơ năng làm xáo trộn các "mol" có kích thước nhỏ hơn v.v... Chỉ có năng lượng làm xáo trộn các "mol" có kích thước nhỏ nhất mới chuyển thành nhiệt. Như vậy các xoáy rối có các kích thước khác nhau ở trong dòng chảy dần dần mất đi tính độc lập, bị phân ra thành các xoáy nhỏ hơn và được khuyếch tán vào nội bộ dòng chảy.

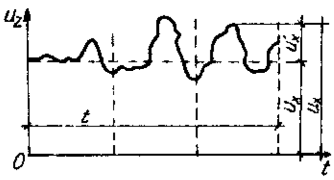
Do cường độ hình thành các xoáy cao, các phần tử chất lỏng trong dòng rối tạo nên các qũi đạo rất phức tạp, còn vận tốc cục bộ không thể giữ nguyên được giá trị ngay cả trong trường hợp, khi lưu lượng của dòng chảy không thay đổi theo thời gian. Do đó chuyển động ổn định trong dòng rối, thực chất là không tồn tại.

Kết qủa đó đã chứng tỏ rằng, ngược lại, tại mỗi điểm vận tốc thay đổi liên tục cả về đại lượng, cả về phương, vì vậy vận tốc tại một điểm của dòng rối được gọi là vận tốc tức thời cục bộ.

Khi chiếu vận tốc tức thời lên ba phương thẳng góc với nhau, ta sẽ có thành phần dọc u_x, có phương thẳng góc với mặt cắt ướt của dòng chảy, và hai thành phần ngang u_y và u_z nằm trong mặt phẳng của mặt cắt ướt. Thành phần dọc cũng như thành phần ngang của vận tốc tức thời đều thay đổi theo thời gian. Sự thay đổi theo thời gian của hình chiếu của vận tốc cục bộ tức thời theo một phương bất kỳ nào được gọi là vận tốc mạch động.



Vận tốc mạch động thành phần trong dòng rối



Mạch động vận tốc tức thời trong dòng rối

Bằng các dụng cụ có độ nhậy cao, ta có thể ghi được mạch động của vận tốc dưới dạng đồ thị.

Trên hình vẽ 2 là đường cong điển hình của sự thay đổi thành phần dọc của vận tốc tức thời u_x theo thời gian (gọi là đồ thị mạch động). Sự thay đổi vận tốc là không qui luật, tuy nhiên nếu ta xem xét sự thay đổi đó trong một thời đoạn đủ dài t thì sự thay đổi vận tốc tức thời xảy ra liên tục xung quanh một giá trị trung bình u_x (mạch động - có nghĩa là sự thay đổi dấu đối với một đại lượng trung bình nào đó). Trị số của u_x trên đồ thị có thể xác định bằng diện tích của hình được giới hạn bởi: phía trên là đường cong mạch động, phía dưới là trục hoành Ot, hai bên là hai giá trị tung độ vẽ từ thời điểm đầu và từ thời điểm cuối của thời đoạn được xem xét t.

Hiệu số giữa các giá trị thực và trung bình của vận tốc cục bộ được gọi là vận tốc mạch động thành phần. Ví dụ, theo phương dọc chiều chảy, thành phần mạch động được viết dưới dạng:

$$u'_x = u_x - u_x .$$

Như vậy trong dòng rối có thể thay việc xem xét trường vận tốc tức thời bằng trường vận tốc trung bình thời gian. Tuy nhiên cần lưu ý là vận tốc trung bình thời gian chỉ có thể có khi chuyển động là rối ổn định. Xuất phát từ quan điểm đó, ta có thể nắm bắt được qui luật tổng quát nào đó của dòng rối, mặc dù chuyển động của các phần tử chất lỏng vẫn là chuyển động không qui luật.

Quan hệ giữa vận tốc trung bình thời gian và vận tốc tức thời có thể biểu thị bằng công thức xuất phát từ chính định nghĩa về mạch động vận tốc:

$$u_x = \frac{1}{t}\int_0^{\tau} u_x \, dt \qquad (24)$$

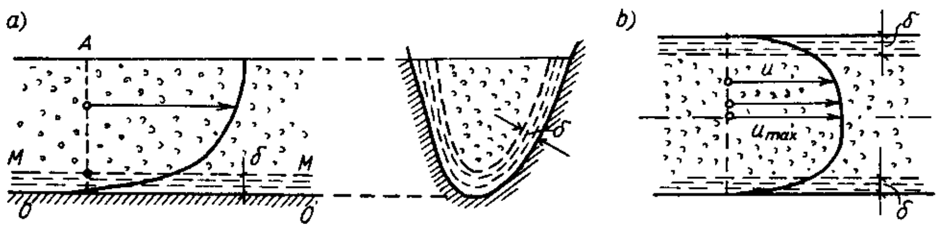
trong đó t - thời đoạn để trung bình hóa

Như vậy là bằng con đường trung bình hóa ta có thể xử lý với cả các thành phần khác (u_y và u_z), cũng như cho bất kỳ một thông số nào thay đổi nhanh theo thời gian như tích số giữa các vận tốc u_x và u_y, như áp suất p.v.v...

Thông thường trong các bài toán kỹ thuật vận tốc được xem xét không phải là vận tốc thực, mà chỉ là vận tốc trung bình thời gian cũng như trường vận tốc trung bình thời gian.

2. Khái niệm về lớp mỏng chảy tầng và lõi rối

Kết qủa nghiên cứu dòng rối cho thấy là sát thành lòng dẫn (hoặc ống) có một lớp chất lỏng rất mỏng, có xu thế chảy thành tầng lớp, không xáo trộn với nhau, gọi là lớp mỏng chảy tầng.



Ranh giới của lớp mỏng chảy tầng chưa được xác định thực rõ ràng. Như vậy, trong dòng chảy rối, không phải toàn bộ chất lỏng là chuyển động rối, mà ở sát thành bao giờ cũng có lớp mỏng chảy tầng. Khu vực chảy rối được gọi là lõi rối. Độ dầy δ_t của lớp mỏng chảy tầng có thể tính như sau:

- Trong lớp mỏng chảy tầng có độ dày δ_t, ta giả thiết vận tốc phân bố theo đường thẳng, tức là:

$$\frac{u_t}{\delta_t} = \frac{du}{dy}$$

trong đó y - khoảng cách kể từ thành ống, theo phương thẳng góc với thành ống
u_t - vận tốc tại $y = \delta_t$.

Từ công thức về phân bố về ứng suất tiếp và các kết qủa thí nghiệm của Nicuarad, ta có:

$$\delta_t = \frac{11,6}{u_*} . \qquad (25)$$

- Cũng có thể tìm δ_t từ phương trình cơ bản của dòng chảy đều và công thức Đácxi:

$$\delta_t = \frac{32,8d}{Re\sqrt{\lambda}} . \qquad (26)$$

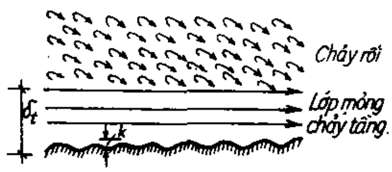
Để có khái niệm về độ lớn của δ_t, ta xác định trị số của δ_t trong trường hợp dòng chảy đều trong ống với vận tốc trung bình v = 1m/s, λ=0,02. Dòng chất lỏng có ν = 0,0101 cm²/s:

$$\delta_t = \frac{32,8.0,0101}{100.\ v\ .\ 0,02} = 0,023 \text{ cm}.$$

Như vậy độ dầy của lớp mỏng chảy tầng rất nhỏ. Việc xác định bề dày của lớp mỏng chảy tầng cần thiết cho sự phân loại các thành rắn ra thành nhám thủy lực và thành trơn thủy lực.

Theo (26), chiều dày lớp mỏng chảy tầng δ_t càng bé, nếu mức độ chảy rối càng lớn, nghĩa là chiều dày lớp mỏng giảm đồng thời với sự tăng số Râynôn. Vì thế có thể có những sự tương quan dưới đây giữa lớp mỏng chảy tầng và độ nhám tuyệt đối k:

a- Lớp mỏng chảy tầng che kín hoàn toàn những chỗ lồi của mố gồ ghề (δ_t > k); dòng chảy rối không có tác dụng qua lại trực tiếp với mặt nhám của thành rắn, dòng chất lỏng chảy dọc theo lớp mỏng chảy tầng. Tổn thất cột nước theo chiều dài (do ma sát) không phụ thuộc vào độ nhám của thành. Thành rắn trong trường hợp này được gọi là thành trơn thủy lực.



b- Nếu chiều dày lớp mỏng chảy tầng bé hơn độ nhám tuyệt đối ($\delta_t < k$) và do đó những mố gồ ghề nhô ra từ dưới lớp mỏng chảy tầng thì thành rắn gọi là thành nhám thủy lực. Trong trường hợp này, ở sát thành các lớp chất lỏng phải uốn khúc để vượt qua những đỉnh gồ ghề, do đó tạo ra khả năng hình thành những xoáy nước bứt khỏi các lớp chất lỏng gần thành rắn, di chuyển vào lõi rối. Càng nhiều xoáy nước như vậy sinh ra và đi vào lõi rối thì sức cản càng lớn, tổn thất cột nước càng nhiều; vì vậy ở dòng chảy có thành nhám thủy lực, sức cản lớn hơn ở dòng chảy có thành trơn thủy lực.

Chú ý rằng do độ nhám của thành rắn làm tăng ma sát dòng chảy theo cách nói trên chứ không giống sự ma sát ngoài giữa hai mặt nhám của vật rắn.

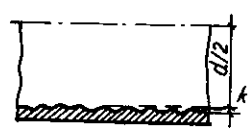
Rõ ràng là qui luật tổn thất cột nước dọc đường trong dòng chảy rối phụ thuộc vào tính chất thành rắn là trơn hay nhám. Cần nhấn mạnh rằng khái niệm thành trơn, thành nhám là khái niệm thủy lực chứ không phải là khái niệm thuần túy hình học. Khái niệm đó là tương đối: cũng cùng một độ nhám tuyệt đối, trong trường hợp này, thành rắn là trơn (thường khi số Re khá nhỏ), trong trường hợp khác, thành lại là nhám (thường khi số Re lớn).

3. Các kết quả thí nghiệm về phân bố vận tốc và tổn thất cột nước

Hai vấn đề cơ bản được quan tâm trong nghiên cứu dòng rối của chất lỏng trong ống là: tổn thất cột nước và phân bố vận tốc trên mặt cắt ướt của ống.

Kết qủa thí nghiệm chứng tỏ rằng, qui luật phân bố vận tốc cũng như tổn thất cột nước có thể phụ thuộc rất nhiều vào đường kính ống, vào vận tốc chuyển động và vào độ nhớt của chất lỏng, cũng như vào độ nhám thành ống.

Độ nhám của thành, về phần mình, được xác định bằng nhiều yếu tố: vật liệu thành ống; đặc tính gia công cơ học mặt trong của ống (tức là chiều cao mố nhám, hình dạng, mật độ và cách phân bố các mố nhám đó trên bề mặt thành ống); có hay không trên bề mặt thành ống các chỗ bị dỉ, bị ăn mòn, các lớp bảo vệ và các lớp cặn v.v...



Khái niệm về độ nhám tuyệt đối

Để đánh giá gần đúng độ nhám ta có khái niệm "chiều cao trung bình" của mố nhám. Chiều cao đó được đo bằng đơn vị chiều dài được gọi là *độ nhám tuyệt đối* và được ký hiệu bằng chữ k.

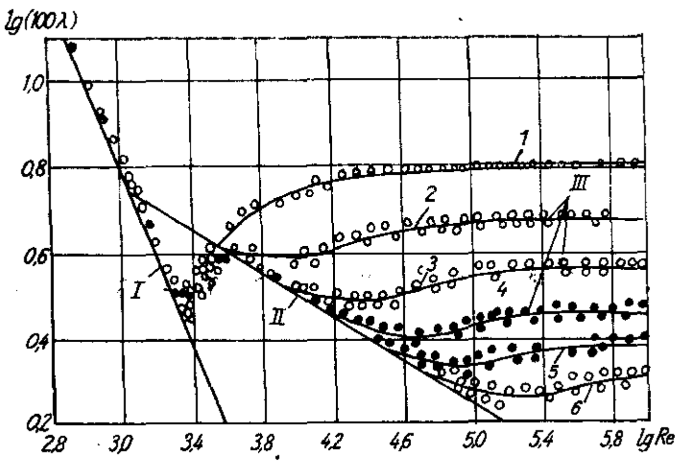
Kết quả thí nghiệm chứng tỏ rằng, dưới cùng một độ nhám tuyệt đối, ảnh hưởng của nó đến tổn thất cột nước và phân bố vận tốc là khác nhau, tùy thuộc vào đường kính của ống, vì vậy cần đưa vào khái niệm *độ nhám tương đối,* là tỷ số giữa độ nhám tuyệt đối và đường kính ống k/d.

Hệ số ma sát thủy lực λ trong công thức Đácxi-Vâyxbăc (2) có thể phụ thuộc vào hai thông số không thứ nguyên : $vd\mu/\rho$ và k/d. Thông số thứ nhất chính là số Râynôn, còn thông số thứ hai - độ nhám tương đối, do đó:

$$\lambda = f\ (Re;\ k/d). \qquad (27)$$

Năm 1933, Nicuarad là người đầu tiên đã đưa ra đồ thị quan hệ giữa λ và số Râynôn, độ nhám tương đối cho ống tròn bằng đồng thau và ống nhám nhân tạo được tạo nên bởi các hạt cát thạch anh. Các hạt cát thạch anh với các kích thước khác nhau được dán lên thành ống có các đường kính khác nhau để tạo nên các độ nhám tương đối khác nhau (từ k/d = 0,00197 đến k/d =0,066). Khi cho lưu lượng khác nhau đi qua ống có các độ nhám tương đối khác nhau, ta sẽ đo được các tổn thất cột nước tương ứng, để từ đó tính được hệ số λ theo công thức Đácxi - Vâyxbắc.

Kết quả thí nghiệm của Nicuarad được trình bày dưới dạng đó là quan hệ giữa λ và Re,k/d.



Quan hệ giữa lg(100λ) và lgRe (theo Nicuarad)
I- đường chuyển động tầng;
II- đường chuyển động rối trong ống tròn thủy lực
III- cũng vậy trong ống nhám hoàn toàn
(1 - r/k = 15 ; 2 - r/k = 30
3 - r/k = 60 ; 4 - r/k = 126
5 - r/k = 252 ; 6 - r/k = 507)

Trên cơ sở đồ thị này ta có thể đi đến các kết luận sau đây:

+ Trong dòng chảy tầng ($Re < 2000$ hoặc $lgRe < 3,3$), tất cả các điểm thí nghiệm, không phụ thuộc vào độ nhám thành, đều nằm trên đường thẳng I - đó là đường biểu thị quan hệ (23) cho trạng thái chảy tầng.

+ Trong dòng chảy rối ($Re > 2000$; $lgRe > 3,3$) các điểm thí nghiệm đến một trị số Râynôn nào đó thì bám theo đường II, là đường cho ống tròn không có nhám nhân tạo, còn sau đó tách khỏi đường này về phía trị số λ lớn (độ nhám càng nhỏ thì điểm bắt đầu tách khỏi đường II xảy ra với trị số Râynôn càng lớn); do đó, dưới một số điều kiện (số Râynôn nhỏ, trị số k/d nhỏ hoặc r/k lớn) độ nhám không ảnh hưởng đến sức cản trong dòng chảy rối.

+ Khi số Râynôn lớn, hệ số ma sát thủy lực cho một giá trị k/d nhất định sẽ có trị số không đổi. Ống mà trong đó hệ số ma sát thủy lực hoàn toàn không phụ thuộc vào tính nhớt của chất lỏng, nhưng lại phụ thuộc vào độ nhám tương đối, được gọi là *ống nhám hoàn toàn* và khu vực III trên đồ thị Nicuarad ứng với qui luật này được gọi là *khu bình phương sức cản* (vì ở khu vực này tổn thất cột nước tỷ lệ với bình phương vận tốc). Từ đồ thị Nicuarad ta thấy rằng cùng một ống trong các điều kiện này thì có thể là trơn thủy lực, còn trong điều kiện khác - nhám hoàn toàn. Khu vực chuyển động mà trong đó λ phụ thuộc vào Re và vào k/d, gọi là khu vực *quá độ từ trơn sang nhám* (khác với khu qúa độ từ tầng sang rối).

Các kết qủa nhận được nói trên cho phép đi đến các kết luận về mặt bản chất vật lý sau đây: khi số Râynôn nhỏ, chất lỏng chảy bao các mố nhám mà không kéo theo sự hình thành và tách xoáy do ảnh hưởng đáng kể của độ nhớt của chất lỏng; tính chất của mặt thành của ống không ảnh hưởng đến sức cản và đường cong $\lambda = f(Re)$ trùng với đường thẳng II (cho ống tròn). Khi vận tốc tăng lên (tức là số Râynôn tăng), bắt đầu có sự tách xoáy từ các mố nhám, thì tính chất của bề mặt đã có ảnh hưởng đến sức cản và đường $\lambda = f(Re)$ lệch khỏi đường trơn thủy lực (II).

Trên cơ sở các kết qủa thí nghiệm của Nicuarad và của các nhà nghiên cứu khác về sức cản của đường ống, đã có rất nhiều công thức thực nghiệm để xác định hệ số ma sát thủy lực.

Đối với ống trơn thủy lực, công thức của Bladiut được dùng phổ biến:

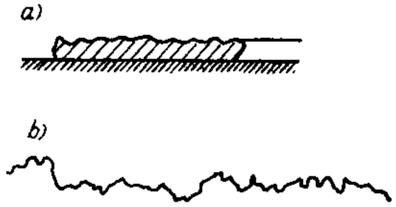
$$\lambda = 0,3164/Re^{0,25}. \qquad (28)$$

Đối với ống nhám hoàn toàn (khu bình phương sức cản) - công thức Sifrinson:

$$\lambda = 0,11\ (k/d)^{0,25}. \qquad (29)$$

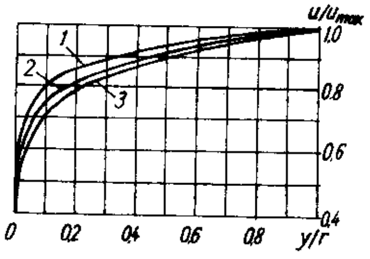
Trong khi sử dụng các kết qủa của Nicuarad để tính toán thực tế, ta cũng gặp rất nhiều khó khăn. Đó là vì vật liệu được dùng trong thực tế để làm đường ống (kim loại, gỗ, đá) không chỉ khác nhau về chiều cao trung bình của mố nhám. Thí nghiệm chứng tỏ rằng dưới cùng một độ nhám tuyệt đối (cùng một chiều cao mố nhám trung bình), các đường ống được làm bằng các vật liệu khác nhau có thể có hệ số ma sát thủy lực hoàn toàn khác nhau tùy thuộc vào hình dạng của mố nhám, mật độ và cách phân bố các mố nhám đó trên bề mặt ống v.v... Trên thực tế không thể dùng cách đo trực tiếp các mố nhám để xét đến tất cả các yếu tố kể trên. Để giải quyết vấn đề này, trong thực tế tính toán người ta đưa vào một khái niệm mới về độ nhám: *độ nhám tương đương hạt đều* k_{td}.

Độ nhám tương đương được hiểu là chiều cao của mô nhám, hình thành bởi các hạt có cùng một độ lớn (nhám nhân tạo của Nicuarad), mà trong tính toán cho ta cùng một giá trị hệ số ma sát thủy lực λ như đối với thành ống có nhám tự nhiên. Do đó, độ nhám tương đương của đường ống làm từ các loại vật liệu khác nhau không phải được xác định bằng cách đo trực tiếp chiều cao mô nhám, mà được xác định bằng thí nghiệm thủy lực các đường ống.

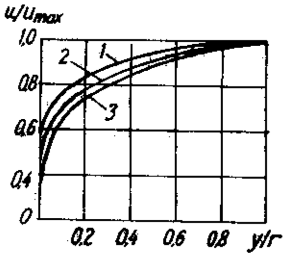


Các loại mố nhám

a– Hạt đều ; b– Nhám của đường ống kỹ thuật (được phóng đại lên theo chiều đứng 500 lần, chiều ngang – 25 lần)



Biểu đồ vận tốc trong ống trơn thuỷ lực
1 – Khi số Re = $3,2.10^6$
2 – Khi số Re = 1.10^5
3 – Khi số Re = 4.10^3



Phân bố vận tốc trong ống nhám hoàn toàn (Thí nghiệm Nicurad) Khi Re = 10^6
1 – ống tròn thủy lực
2 – r/k = 126 ; 3 – r/k = 30,6

Nhiều kết quả thí nghiệm được tiến hành để xác định qui luật phân bố vận tốc trung bình cục bộ trên mặt cắt của dòng chảy rối đã chứng tỏ rằng, trong chuyển động rối vận tốc trung bình ít thay đổi trên mặt cắt ống, nếu loại trừ khu vực không lớn ở sát thành, nơi mà ma sát giữ vai trò rất đáng kể. Sự phân bố đều vận tốc trong lõi rối được lý giải bằng sự trao đổi rối với cường độ cao, đó cũng là đặc tính cơ bản của dòng rối.

Kết quả nghiên cứu về phân bố vận tốc trong dòng chảy rối đã đưa đến một số công thức thực nghiệm.

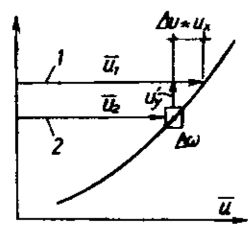
Công thức số mũ là công thức được dùng phổ biến nhất:

$$u/u_{max} = (y/r)^n \, , \tag{30}$$

trong đó u - vận tốc tại điểm cách thành cứng một khoảng y; u_{max} - vận tốc lớn nhất tại trục ống; n - chỉ số mũ, phụ thuộc vào số Râynôn cho khu thành trơn thủy lực và vào độ nhám tương đối cho khu thành nhám hoàn toàn.

4. Ứng suất tiếp trong dòng chảy rối

Khi nghiên cứu qui luật dòng chảy rối trong ống, hợp lý nhất vẫn là như đối với dòng chảy tầng, phải xuất phát từ việc nghiên cứu ứng suất tiếp. Bản chất của ứng suất tiếp, xuất hiện trong dòng chảy rối, phức tạp hơn trong chảy tầng. Trong quá trình xáo trộn rối, chất lỏng ở khu giữa của ống rơi vào khu vực bên sát thành ống, và ngược lại từ khu vực bên - vào khu giữa. Khối chất lỏng chuyển từ khu giữa đến khu bên có vận tốc dọc lớn hơn là khối chất lỏng từ khu bên vào khu giữa, vì vận tốc cục bộ trung bình của khu giữa lớn hơn. Khối chất lỏng chuyển động với vận tốc nhỏ, rơi vào khu có vận tốc lớn, sẽ làm chậm chuyển động của chất lỏng ở khu đó. Do đó, sự trao đổi của khối chất lỏng trong dòng chảy theo phương ngang dẫn đến sự trao đổi động lượng tương ứng.



Tính ứng suất tiếp trong dòng chảy rối

Giả thiết là hai lớp chất lỏng trượt lên nhau với vận tốc là u'_x, trong đó $u_1 > u_2$. Ta ký hiệu u'_y là vận tốc chuyển động ngang, là chuyển động tạo nên sự trao đổi khối lượng giữa các lớp chất lỏng. Qua diện tích $\Delta\omega$ trong một đơn vị thời gian từ lớp 1 đến lớp 2 khối chất lỏng được di chuyển là $\rho u'_y \Delta\omega$. Khối chất lỏng đó truyền đến lớp 2 một động lượng là $\rho u'_y \Delta\omega u'_x$, kết qủa là lớp 2 chuyển động nhanh hơn. Điều đó tương đương với việc có một lực ngược với chiều chảy từ lớp 1 tác động lên lớp 2:

$$-\tau'_{ux}\Delta\omega = \rho u'_y \Delta\omega u'_x \, .$$

Từ đó đối với ứng suất tiếp ta có:

$$\tau'_{yx} = -\rho u'_x u'_y . \tag{31}$$

Biểu thức (31) xác định trị số tức thời của ứng suất tiếp tại vị trí có xáo trộn rối. Trị số trung bình của ứng suất ma sát rối được tính bằng (theo Râynôn, năm 1883):

$$\tau_r = \overline{\rho u'_x u'_y} \, . \qquad (32)$$

(gạch trên để chỉ trị số trung bình).

Ứng suất tiếp tạo nên xáo trộn rối, được cộng thêm vào ứng suất nhớt, để ứng suất toàn phần được viết dưới dạng:

$$t = \tau_{nh} + \tau_r = \mu \frac{du}{dy} + \overline{\rho u'_x u'_y} \, , \qquad (33)$$

trong đó : τ - ứng suất tiếp tổng cộng: τ_{nh} - ứng suất tạo nên bởi tác động của lực nhớt.

Trong chuyển động tầng sự xáo trộn của chất lỏng không xảy ra, và biểu thức (33) trở lại định luật Niutơn. Do đó công thức (33) là công thức tổng quát tính ứng suất tiếp trong chuyển động của chất lỏng.

Đại lượng τ_r trong (32) xuất hiện do mạch động bổ sung của vận tốc, vì vậy muốn xác định đại lượng đó cần tìm quan hệ giữa mạch động bổ sung từ đặc trưng trung bình của dòng chảy. Biểu thức này rất phức tạp và chưa được nghiên cứu triệt để. Do tính ngẫu nhiên của dòng rối, nên hợp lý hơn cả là khi nghiên cứu dòng rối cần dùng phương pháp thống kê; chính vì thế mà lý thuyết cơ bản được sử dụng ở đây cần là lý thuyết rối thống kê. Tuy nhiên, dù đã có nhiều kết qủa nghiên cứu lý thuyết về dòng rối, nhưng cho đến nay việc áp dụng các kết qủa lý thuyết đó vào các vấn đề kỹ thuật để giải các bài toán về tìm sự phân bố vận tốc và tổn thất cột nước của dòng chảy rối trong ống vẫn chưa đạt được kết quả mỹ mãn.

5. Lý thuyết bán thực nghiệm về dòng chảy rối

Để mô tả định lượng về dòng chảy rối, trong số các lý thuyết đã được công bố, lý thuyết bán thực nghiệm được đánh giá là có hiệu qủa hơn cả.

Lý thuyết bán thực nghiệm dựa trên đề xuất của Butxinhetxk về cách viết ứng suất tiếp dưới dạng giống như định luật Niutơn:

$$\tau_r = A \, du_x/dy \, , \qquad (34)$$

trong đó A - độ nhớt rối (hệ số trao đổi rối), có thứ nguyên như hệ số nhớt động lực μ; tuy nhiên khác với tính nhớt μ của chất lỏng ở chỗ độ nhớt rối A không phải là một tính chất vật lý, mà phụ thuộc vào cường độ trao đổi rối; độ nhớt này không giống nhau dưới các vận tốc khác nhau và tại các khoảng cách khác nhau đến thành ống.

Từ (33) và (34) ta có thể viết:

$$\tau = \tau_{nh} + \tau_r = \mu \frac{du_x}{dy} + A\frac{du_x}{dy} = (\mu + A)\frac{du_x}{dy}. \quad (35)$$

Cho đến nay đã có một số lý thuyết bán thực nghiệm, dựa trên các biểu thức khác nhau về độ nhớt rối A. Dưới đây trình bày lý thuyết bán thực nghiệm của A.D.Altsul (năm 1953).

Đem chia τ theo (35) cho mật độ của chất lỏng ta có:

$$\frac{\tau}{\rho} = (\nu + \psi)\frac{du}{dy}, \quad (36)$$

trong đó: $\psi = A/\rho$ - độ nhớt rối động học;

ν - độ nhớt động phân tử.

Tại vùng gần thành ta có thể xem:

$$\tau = \tau_o. \quad (37)$$

Do đó (36) được viết thành

$$u_*^2 = (\nu + \psi)du/dy. \quad (38)$$

Để tiếp tục chứng minh, ta phải xác định được qui luật biến đổi của độ nhớt rối ψ theo khoảng cách xa thành. Trên cơ sở các kết quả thí nghiệm, để tính gần đúng, tại khu vực gần thành có thể lấy:

$$\psi = \chi u_* y, \quad (39)$$

trong đó : χ - hằng số rối thứ nhất.

Biểu thức (39) cũng có thể tìm được bằng phương pháp cân bằng thứ nguyên và lý thuyết truyền động lượng của Prandtl.

Thay (39) vào (38) ta được:

$$\frac{du}{dy} = \frac{u_*^2}{\nu(1 + \chi u_* y/\nu)} \quad (40)$$

còn sau khi tích phân

$$\frac{u}{u^*} = \frac{1}{\chi}\ln\left(1 + \frac{\chi u_* y}{n}\right) + \chi \quad (41)$$

tức là ta được qui luật logarit cho sự phân bố vận tốc trong dòng rối.

Phân tích (40) ta thấy khi $\chi u_* y/\nu >> 1$ hoặc $(\chi u_* r/\nu)(y/r) >> 1$ tức là khi số Râynôn lớn và cách ra thành rắn, ta có:

$$\frac{du}{dy} = \frac{u_*^2}{\chi u_* y} = \frac{u_*}{\chi y}$$

Trong trường hợp khi $\chi u_* y/\nu << 1$ tức là với số Râynôn nhỏ và gần thành rắn, ta có:

$$\frac{du}{dy} = \frac{u_*^2}{\nu}$$

tức là đi đến công thức viết cho gradien vận tốc của dòng chảy tầng.

Vận tốc u_k ở vị trí chiều cao trung bình của mố nhám k được xác định từ biểu thức:

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\chi} \ln\left(\frac{1 + \chi u_* k}{1 + \chi u_* k/\nu}\right) + \beta , \tag{43}$$

trong đó: β - hằng số thứ hai của dòng rối. Theo Prandtl, vận tốc u_k chỉ phụ thuộc vào ứng suất tiếp trên thành rắn τ_o và được đưa vào biểu thức $u_k/u_* = \beta$.

Sau khi thay thế các giá trị $\chi = 0{,}4$ và $\beta = 7{,}8$ theo các kết qủa thí nghiệm, công thức (43) có dạng:

$$\frac{u}{u_*} = 7{,}8 - 5{,}75 \lg \frac{1 + 0{,}4\ u_* y/\nu}{1 + 0{,}4\ u_* k/\nu} . \tag{44}$$

Với số Râynôn lớn $0{,}4\ u_* y/\nu >> 1$, và phương trình (44) được đơn giản thành:

$$\frac{u}{u_*} = 7{,}8 - 5{,}75 \lg \left(\frac{2{,}5\nu}{u_* y} + \frac{k}{y}\right). \tag{45}$$

Công thức (45) đã xét đồng thời ảnh hưởng của tính nhớt và độ nhám đến sự phân bố vận tốc trong dòng rối. Như các kết qủa thí nghiệm đã chứng tỏ công thức (45) dùng cho tất cả các khu vực của dòng rối trong ống, tức là cả cho ống trơn thủy lực, cả cho ống nhám hoàn toàn cũng như cho khu qúa độ từ trơn sang nhám.

Từ (45) có thể viết được biểu thức cho vận tốc trung bình:

$$\frac{v}{u_*} = 7{,}8 - 5{,}75 \lg\left(\frac{2{,}5\nu}{u_* y_{tb}} + \frac{k}{y_{tb}}\right), \tag{46}$$

trong đó: y_{tb} - tọa độ của điểm có vận tốc trung bình, tức là khoảng cách từ thành ống đến lớp chất lỏng chuyển động với vận tốc trung bình.

Tỷ số giữa y_{tb} và bán kính ống r đã được xác định bằng lý thuyết và thực nghiệm như sau:

$$y_{tb}/r = 0{,}223. \tag{47}$$

Biểu thức (47) có thể dùng để xác định lưu lượng của chất lỏng trong ống, bằng cách đặt dụng cụ đo tại vị trí có vận tốc trung bình để đo giá trị của vận tốc đó và đem nhân nó với diện tích mặt cắt của ống. Sai số không quá ± 2%.

Từ các biểu thức (14), (46) và (47), ta được:

$$\frac{u}{u_*} = 2{,}83\left(\frac{1}{\sqrt{\lambda}} - 2\lg\frac{r}{4{,}5y}\right). \qquad (48)$$

Khi y = r, vận tốc lớn nhất sẽ là:

$$\frac{u_{max}}{u_*} = 2{,}83\left(\frac{1}{\sqrt{\lambda}} - 2\lg\frac{1}{4{,}5}\right). \qquad (49)$$

Từ (48) và (49) ta có:

$$\frac{u}{u_{max}} = 1 - \frac{2\lg(r/y)}{0{,}975/\sqrt{\lambda} + 1{,}35}. \qquad (50)$$

Từ (50) ta thấy sự phân bố vận tốc trong dòng rối trong ống hoàn toàn phụ thuộc vào vị trí của lớp chất lỏng và vào hệ số ma sát thủy lực của đường ống. Đó là những đại lượng có thể xác định trực tiếp từ thí nghiệm hoặc qua tính toán.

Thay (47) vào (46) ta có:

$$\frac{v}{u_*} = 7{,}8 - 5{,}35\lg\left(\frac{11{,}2}{u_* r} + \frac{4{,}48k}{r}\right).$$

Ta có từ (14):

$$u_* = v\sqrt{\lambda/8},$$

ta được công thức xác định hệ số ma sát thủy lực:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\lg\left(\frac{2{,}5}{Re\sqrt{\lambda}} + \frac{k}{2{,}8d}\right),$$

hoặc dùng ký hiệu:

$$k = 0{,}76\,k_{td},$$

ta được:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\lg\left(\frac{2{,}5}{Re\sqrt{\lambda}} + \frac{k_{td}}{d.3{,}7}\right). \qquad (51)$$

Công thức (49) xét đến sức cản của dòng chảy dưới ảnh hưởng cả của độ nhớt và cả của độ nhám thành rắn nên có thể dùng cho tất cả các khu vực dòng rối trong ống. Công thức này đã được Colbruk đề xuất năm 1939 với tính chất là công thức thực nghiệm, mãi về sau này công thức trên mới được chứng minh bằng lý thuyết.

Nếu trong các công thức (45) và (51) số hạng thứ nhất lớn hơn nhiều số hạng thứ hai (dưới số Râynôn và k_{td}/d nhỏ), thì các công thức này có các dạng tương ứng:

$$\frac{u}{u_*} = 5{,}75 \lg\frac{u_* y}{\nu} + 5{,}5 \quad ; \qquad (52)$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2\lg Re \sqrt{\lambda} - 0{,}8 \; , \qquad (53)$$

đó là công thức đối với ống trơn thủy lực .

Nếu số hạng thứ hai lớn hơn nhiều số hạng thứ nhất (với số Re và K_{td}/d lớn). Các công thức có dạng :

$$\frac{u}{u^*} = 5{,}75\lg\frac{k_{td}}{\nu} + 7{,}8 \qquad (54)$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2\lg\frac{3{,}7d}{k_{td}} \; ,$$

đó là công thức ứng với ống nhám hoàn toàn.

6. Các công thức để tính tổn thất cột nước và phân bố vận tốc trong ống

Tuy dùng lý thuyết bán thực nghiệm ta đã đi đến các công thức tính tổn thất cột nước và phân bố vận tốc của dòng rối trong ống như trên, nhưng công thức (51) vẫn không tiện lợi cho tính toán vì phải tính đúng dần và phải dùng đồ thị.

A.D.Altsul đã đề xuất công thức sau đây, biểu thị quan hệ phụ thuộc

$$\lambda = 0{,}11(k_{td}/d + 68/Re)^{0{,}25}. \qquad (55)$$

Công thức trên tiện cho sử dụng, vì chỉ là các phép tính số học đơn giản; phù hợp với các kết qủa thực nghiệm đã được công bố về hệ số ma sát thủy lực.

Thực vậy, khi:

$$Re(k_{td}/d) < 10. \qquad (56)$$

công thức trở thành công thức của Bladiut viết cho ống trơn thủy lực (28).
Khi:

$$Re(k_{td}/d) > 500 \qquad (57)$$

công thức trở thành công thức của Sifrinson viết cho ống nhám hoàn toàn (29).

Từ phương trình (50) có thể viết gần đúng công thức về phân bố vận tốc như sau:

$$\frac{u}{u_{max}} = \left(\frac{y}{r}\right)^{0,9\sqrt{\lambda}}. \tag{58}$$

Công thức (58) được gọi là công thức số mũ hoặc là vận tốc trong dòng chảy rối được phân bố theo qui luật số mũ. Công thức (58) dùng cho tất cả các khu vực chảy rối.

Cũng có thể viết số mũ của (58) bằng quan hệ đơn giản sau:

$$n = 0,9\sqrt{\lambda}\ . \tag{59}$$

Từ (58), (59) ta được các biểu thức viết cho tỷ số giữa vận tốc lớn nhất và vận tốc trung bình và cho hệ số Koriolic như sau:

$$\frac{u_{max}}{v} = 1 + 1,3\sqrt{\lambda}\ ; \tag{60}$$

$$\alpha = 1 + 2,65\lambda\ . \tag{61}$$

Như vậy là tỷ số u_{max}/v cũng như α chỉ phụ thuộc vào hệ số ma sát thủy lực.

7. Công thức Sêdi để xác định vận tốc trung bình của dòng chảy đều

Trong dòng chảy đều, việc xác định vận tốc trung bình mặt cắt v là rất quan trọng. Từ công thức Đácxi-Vâyxbấc (2):

$$h_{ms} = \lambda\frac{l}{4R}\frac{v^2}{2g}$$

ta rút ra:

$$v = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}}\sqrt{R}\sqrt{\frac{h_{ms}}{l}}$$

hoặc:

$$v = C\sqrt{RJ}\ , \tag{62}$$

trong đó : C - hệ số Sêdi :

$$C = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}}\ . \tag{63}$$

Công thức (62) gọi là công thức Sêdi, một công thức quan trọng trong thủy lực học. Hệ số Sêdi có thứ nguyên căn số bậc hai của gia tốc ($\sqrt{m/s^2}$); hệ số này được xác định bằng thực nghiệm hoặc bằng các công thức thực nghiệm.

a- Công thức Maninh (1890), dạng số mũ:

$$C = \frac{1}{n}R^{1/6}\ , \tag{64}$$

trong đó: n - hệ số nhám, n < 0,020 ; R - bán kính thủy lực, R < 0,5m.

Công thức này cho những kết qủa tốt đối với ống và kênh hở. Có thể tìm giá trị của hệ số C theo bảng lập sẵn.

b- Công thức Phoocgâyme (1923), cũng có dạng số mũ

$$C = \frac{1}{n} R^{1/5} . \tag{65}$$

Công thức này thích hợp đối với các kênh đất trong trạng thái tốt với $n > 0{,}020$ (không cỏ, bờ không bị sạt lở, không có đá to).

c- Công thức Pavlôpxki (1925):

$$C = \frac{1}{n} R^{y} , \tag{66}$$

trong đó $y = f\,(n,R)$ là số mũ, phụ thuộc vào độ nhám và bán kính thủy lực.

Công thức này được đề ra trên cơ sở nghiên cứu tổng hợp các công thức trước. Nó đúng cho cả ống và kênh hở với $R < 3 - 5$m.

Trong tất cả các công thức trên đây, hệ số nhám n có thể tìm ở các bảng tra, phụ thuộc vào tình trạng bề mặt của đường ống hoặc của lòng dẫn.

Số mũ y được xác định theo công thức chính xác sau:

$$y = 2{,}5\sqrt{n} - 0{,}13 - 0{,}75\sqrt{R}(\sqrt{n} - 0{,}1). \tag{66}$$

Trong thực tế Pavlôpxki thấy rằng có thể áp dụng công thức đơn giản sau:

$$\begin{aligned} y &= 1{,}5\sqrt{n} \text{ khi } R < 1\text{m}; \\ y &= 1{,}3\sqrt{n} \text{ khi } R > 1\text{m}. \end{aligned} \tag{67}$$

Các trị số tìm được của y thường nằm trong giới hạn 1/4 - 1/6, nhưng cũng có thể lấy các trị số 1/3 và 1/7.

Ta cũng có thể thấy công thức Maninh và công thức Phoocgâyme là những trường hợp riêng của công thức Pavlôpxki.

Ngoài ra cũng còn các công thức được viết dưới dạng không phải là số mũ sau đây:

+ Công thức Gangile-Cute rút gọn:

$$C = \frac{23 + \frac{1}{n}}{1 + \frac{23n}{\sqrt{R}}} , \tag{68}$$

trong đó : n - hệ số nhám xác định theo bảng.

Công thức này dùng cho sông và kênh đào với $R > 3$m cho kết quả tốt hơn là công thức Pavlôpxki.

+ Công thức I.I.Agrôtskin (1949):

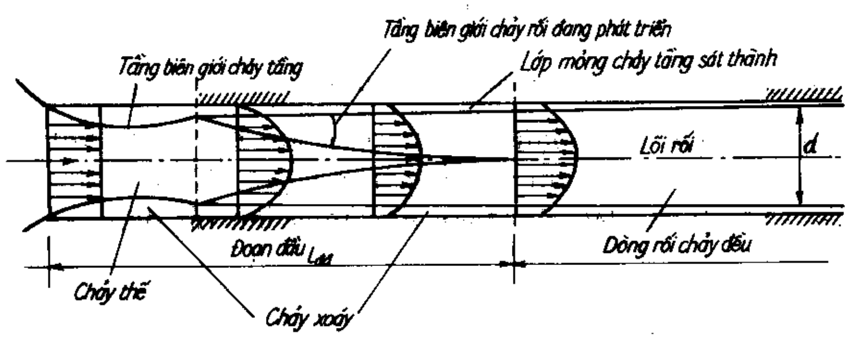
$$C = 17{,}72\,(k + \lg R), \tag{69}$$

trong đó : k - thông số về độ nhám của kênh, k có quan hệ với n như sau:

$$k = \frac{1}{17{,}72n} = \frac{0{,}05643}{n}. \tag{70}$$

Hệ số C cũng có thể tìm trực tiếp trong các tài liệu tính toán thủy lực.

8. Khái niệm về đoạn đầu dòng chảy



Giả thiết có một bể chứa khá lớn, ta đặt một ống dẫn nước dài, mặt cắt tròn được nối với bể đó, đường vào ống được lượn tròn, rất thuận cho dòng chảy. Ngay tại mặt cắt đầu tiên của ống, các phần tử chất lỏng có vận tốc trung bình thời gian bằng nhau, biểu đồ phân bố vận tốc là hình chữ nhật. Càng đi sau vào ống các phần tử ở gần trục ống càng chuyển động nhanh, các phần tử ở gần thành rắn càng chuyển động chậm, do đó biểu đồ phân bố vận tốc thay đổi từ mặt cắt nọ sang mặt cắt kia. Từ một mặt cắt nhất định, biểu đồ phân bố vận tốc mới trở thành không đổi dọc theo dòng chảy. Đoạn dài, trên đó xảy ra sự qúa độ của biểu đồ phân bố vận tốc từ hình chữ nhật sang dạng ổn định gọi là *đoạn đầu của dòng chảy.*

Thí nghiệm chứng tỏ rằng, trong ống có dòng chảy rối, đoạn đầu dòng chảy có độ dài l_{dd} bằng:

$$l_{dd} = (25 \div 50)d,$$

trong đó: d - đường kính ống.

Trong đoạn l_{dd} này, ta có thể chia biểu đồ phân bố vận tốc làm hai khu vực, một khu ở phần giữa ống có vận tốc bằng nhau và một khu ở gần thành ống có vận tốc thay đổi; dọc theo dòng chảy thì khu có vận tốc bằng nhau bé dần và kết thúc tại mặt cắt cuối cùng của đoạn đầu; còn khu có vận tốc thay đổi thì phát triển lên, đến hết đoạn đầu; thì phát triển hoàn toàn, miền này gọi là tầng biên giới, dòng chảy ở miền này là dòng có xoáy. Vậy trong tầng biên giới có hai vùng có trạng thái chảy khác nhau: một vùng rất mỏng sát thành bao giờ cũng chảy tầng, gọi là tầng biên giới chảy tầng, vùng còn lại gọi là tầng biên giới chảy rối.

Theo A.D.Altsul chiều dài của đoạn đầu vào phụ thuộc vào hệ số ma sát thủy lực λ của dòng chảy ổn định, tức là:

$$\frac{l_{đđ}}{d} = f(\lambda). \tag{72}$$

B.V.Xerepbo phát triển kết quả nghiên cứu nói trên, đã nhận được công thức:

$$\frac{l_{đđ}}{d} = \frac{1{,}45}{\sqrt{\lambda} + 3{,}78} \tag{73}$$

dùng cho cả ba khu vực của dòng rối trong ống.

Hệ số ma sát thủy lực của đoạn đầu của ống lớn hơn của đoạn mà dòng chảy đã là ổn định. Tuy nhiên đối với ống tròn và số Râynôn lớn, khi hệ số ma sát thuỷ lực nhỏ, chiều dài của đoạn đầu tăng lên rất đáng kể.

§V-4 SỨC CẢN THỦY LỰC CỤC BỘ

1. Các khái niệm cơ bản

Sức cản cục bộ gây nên bởi các bộ phận, phụ kiện và các thiết bị trên mạng lưới đường ống, trên lòng dẫn hở. Các trở ngại kể trên làm thay đổi trị số và phương của vận tốc chuyển động trên từng đoạn của dòng chảy (khi dòng chảy mở rộng hoặc thu hẹp, khi dòng chảy bị ngoặt, khi chảy qua màng chắn, qua khóa v.v...). Các trở ngại này luôn luôn tạo nên những sức cản bổ sung.

Tổn thất cột nước xảy ra do bất kỳ một sức cản cục bộ nào tạo nên đều được đánh giá bằng một phần của cột nước vận tốc. Cột nước vận tốc đó được tính bằng vận tốc tại sau chỗ sinh ra sức cản cục bộ, tức là chúng được xác định bằng công thức Vâyxbắc (công thức 3).

Các hệ số sức cản, về nguyên lý được xác định bằng thực nghiệm, bằng các bảng tra các hệ số đó (hoặc các công thức để xác định chúng) đều được ghi đầy đủ trong các tài liệu tra cứu và hướng dẫn tính toán về thủy lực. Đối với một vài dạng sức cản cục bộ hay gặp trong thực tiễn, cũng được chứng minh bằng lý thuyết.

Đôi khi tổn thất cột nước cục bộ cũng được biểu thị dưới dạng tỷ lệ với chiều dài l_{td} của đoạn dòng chảy thẳng, mà sức cản do ma sát của đoạn đó bằng sức cản cục bộ, tức là:

$$\lambda \frac{l_{td}}{d} \frac{v^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} \zeta$$

hoặc

$$\frac{l_{td}}{d} = \frac{\zeta}{\lambda}.$$

Các dạng cơ bản của tổn thất cột nước cục bộ có thể chia thành các nhóm sau:

+ Tổn thất có liên quan đến sự thay đổi mặt cắt ướt của dòng chảy (hoặc cũng như thế đến vận tốc trung bình); thuộc loại này là các trường hợp dòng mở rộng hoặc thu hẹp (đột ngột hay dần dần);

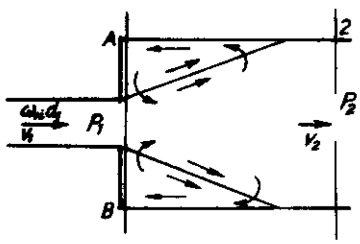
+ Tổn thất được tạo nên bởi sự đổi hướng của dòng chảy (chuyển động của chất lỏng trong các khuỷu, ống ngoặt, rẽ nhánh);

+ Tổn thất có liên quan đến dòng chất lỏng chảy qua các phụ kiện khác nhau (khóa, van, các van ngược, thiết bị tiết lưu, lưới, phễu thu nước v.v...);

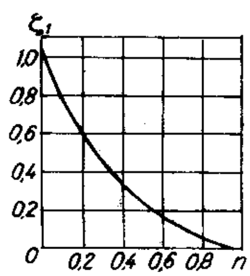
+ Tổn thất xuất hiện do có sự chia dòng, nhập dòng (chuyển động của chất lỏng trong chạc ba, chạc tư và trong lỗ trên thành bình).

2. Tổn thất cột nước khi dòng chảy thay đổi mặt cắt

a- Đường ống mở rộng đột ngột



Chứng minh định lý Boocda



Quan hệ giữa ζ_1 và hệ số mở rộng n khi dòng mở rộng đột ngột

Ta nghiên cứu trường hợp thường gặp trong thực tế kỹ thuật, khi đường ống được mở rộng đột ngột từ đường kính d_1 đến đường kính d_2. Kết qủa quan sát cho thấy, dòng chảy trong ống nhỏ không chảy đầy ngay mặt cắt ống lớn; chất lỏng tại chỗ mở rộng bị tách khỏi thành ống và tiếp tục chuyển động dưới dạng dòng tia tách khỏi phần chất lỏng còn lại bằng một mặt phân cách. Mặt phân cách không ổn định, trên đó xuất hiện các xoáy và do đó dòng chủ được xáo trộn với chất lỏng xung quanh. Dòng chủ được mở rộng dần, cuối cùng tại một khoảng cách nhất định tính từ mặt cắt bắt đầu mở rộng, dòng chảy mới làm đầy mặt cắt của ống lớn.

Trong không gian hình vành khăn giữa dòng chủ và thành ống chất lỏng ở trạng thái chuyển động xoáy: chất lỏng từ khu vực này bị cuốn vào dòng chủ; mặt khác chất lỏng từ dòng chủ cũng bị rơi vào khu vực xoáy. Do dòng chảy bị tách khỏi thành rắn và sự hình thành xoáy, trên đoạn ống giữa mặt cắt 1-1 và 2-2 tổn thất cột nước là rất lớn.

Ta tìm đại lượng tổn thất đó. Ta ký hiệu v_1 và v_2 là vận tốc trung bình tại các mặt cắt 1-1 và 2-2, còn áp suất - p_1 và p_2. Áp suất trên mặt hình vành khăn AB, như kết quả thí nghiệm cho thấy thực chất là bằng áp suất của miệng ra của ống nhỏ, tức là p_1.

Theo phương trình Becnui tổn thất cột nước giữa 1-1 và 2-2 bằng (với giả thiết là $\alpha_1 = \alpha_2 \approx 1$):

$$h_{dm} = \left(\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g}\right) - \left(\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}\right) = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} \qquad (74)$$

Từ định lý về xung cho chính các mặt cắt đó có thể viết:

$$(p_1 - p_2)\omega_2 = Q\rho(v_2 - v_1) \qquad (75)$$

(với giả thiết là khoảng cách giữa mặt cắt 1-1 và 2-2 là nhỏ, có thể bỏ qua lực ma sát, tức là tổn thất cột nước theo chiều dài trong các biểu thức (74) và (75)).

Chia hai vế (75) cho ρg:

$$\omega_2 \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{v_2 \omega_2}{g}(v_2 - v_1)\ ;$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{v_2^2}{g} - \frac{v_1 v_2}{g}\ . \qquad (76)$$

Thay (76) vào (74) ta được:

$$h_{dm} = \frac{v_2^2}{g} - \frac{v_1 v_2}{g} + \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}$$

hoặc

$$h_{dm} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}\ , \qquad (77)$$

tức là tổn thất cột nước khi mở rộng đột ngột bằng cột nước vận tốc của độ hụt vận tốc. Đó chính là nội dung của định lý Boocđa.

Công thức (77) có thể viết dưới dạng:

$$h_{dm} = (1- \frac{v_2}{v_1})^2 \;;\; \frac{v_1^2}{2g} = \zeta_1 \frac{v_1^2}{2g} \;.$$

Do đó trong trường hợp này:

$$\zeta_1 = \left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2. \qquad (78)$$

Trên hình 2 trang 113 trình bày đường cong quan hệ ζ_1 và tỷ số ω_1/ω_2.

Nếu hệ số cản cục bộ với vận tốc trong ống lớn thì :

$$h_{dm} = \zeta_2 \frac{v_2^2}{2g} \,,$$

trong đó:

$$\zeta_2 = (\omega_2/\omega_1 - 1)^2 \,.$$

Cần chú ý là mặt cắt 2-2 phải cách đủ xa chỗ ống mở rộng, tức là ở chỗ đã có sự phân bố vận tốc ổn định trên mặt cắt.

Các trường hợp sức cản cục bộ khác:

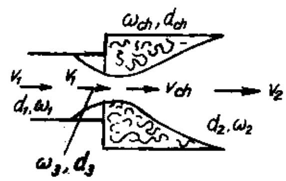
+ *Thu hẹp đột ngột.*

$\omega = \omega_{dt}/\omega_3$;

$$h_{dt} = (\frac{\omega_2}{\omega_3 \varepsilon} - 1)\frac{v_2^2}{2g} = \zeta_2 \frac{v_2^2}{2g} \;;$$

$$\zeta_2 = (\frac{\omega_2}{\omega_3 \varepsilon} - 1)^2 = (\frac{1}{\omega m} - 1)^2 \;;$$

$m = \omega_3/\omega_2$.



Xác định tổn thất cột nước khi thu hẹp đột ngột

+ ***Màng chắn trong ống có đường kính cố định***

Khi $\omega_1 = \omega_2$, hệ số sức cản ζ có dạng:

$$\zeta = (\frac{\omega_1}{\omega_3 \varepsilon} - 1)^2 = (\frac{1}{n\varepsilon} - 1)^2$$

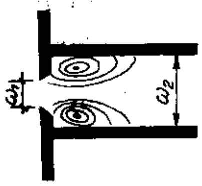
Màng chắn trong ống có đường kính cố định

+ *Miệng vào ống qua màng chắn.*

Với $\omega_3/\omega_1 = 0$ và hệ số

$\varepsilon = 0{,}611$, ta được

$$\zeta = \left(\frac{\omega_2}{0{,}611\omega_3} - 1\right)^2.$$



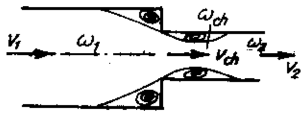
Miệng vào ống qua màng chắn

+ *Đường kính ống giảm đột ngột,* hệ số sức cản cục bộ có dạng:

$$\zeta = \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right)^2 = \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)^2 ,$$

trong đó ε có thể xác định:

$$\varepsilon = \omega_{th}/\omega_2 .$$



Đường kính ống giảm đột ngột,

Theo A.D.Altsul: (với $n = \dfrac{\omega_2}{\omega_1}$)

$$\varepsilon = 0{,}57 + 0{,}043/(1{,}1-n)$$

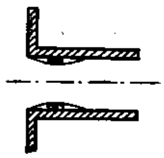
+ *Vào ống từ bình chứa,* hệ số sức cản có dạng:

$$\zeta = (1/0{,}611-1)^2 \approx 0{,}41.$$

Ở đây ta có:

$$\omega_2/\omega_1 = 0$$

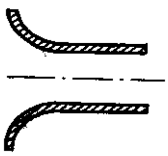
và $$\omega_3 = \omega_2.$$



Vào ống từ bình chứa

+ *Miệng vào thuận,* hệ số sức cản có trị số nhỏ hơn trường hợp trên. Với sơ đồ như hình vẽ, hệ số sức cản bằng:

$$\zeta \approx 0{,}2.$$



Miệng vào ống thuận

+ *Ống mở rộng dần* (ống khuyếch tán)

Từ công thức Boocda, ta viết được:

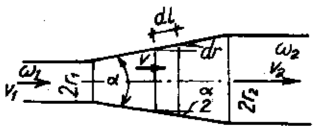
$$h_{md} = K_{md}\frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}$$

Hệ số sức cản của ống khuyếch tán là:

$$\zeta_{kt} = \frac{\lambda}{8\sin(\alpha/2)}\cdot\left(1-\frac{1}{n^2}\right) + K_{md}\left(1-\frac{1}{n}\right)^2 ;$$

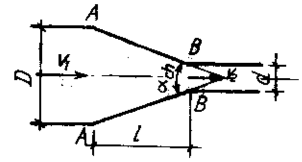
trong đó: $n = \omega_2/\omega_1$

$K_{md} \approx \sin\alpha$ (khi $\alpha < 20^o$)



Để tính toán cột nước cho ống khuếch tán

+ Ống thu hẹp dần (ống hội tụ).



Để tính tổn thất cột nước cho ống hội tụ

Tổn thất cột nước trong ống hội tụ được xác định theo:

$$h_c = \frac{\lambda}{8\sin(\alpha/2)}\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)\frac{v_2^2}{2g},$$

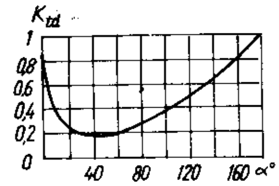
trong đó $n = \omega_1/\omega_2$ - độ thu hẹp,

hoặc: $h_{td} = \zeta_{td}\dfrac{v_2^2}{2g}$,

trong đó $\zeta_{td} = K_{td} \cdot \zeta_{dt}$

ở đây ζ_{td} - hệ số sức cản cục bộ khi ống thu hẹp đột ngột;

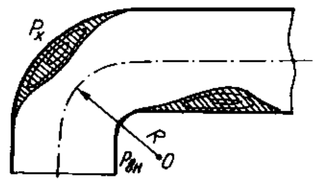
K_{dt} - hệ số giảm nhẹ, phụ thuộc vào góc α.



Quan hệ $K_{td} = f(\alpha)$

+ Tổn thất cột nước khi dòng chảy đổi hướng

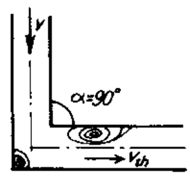
Do dòng chảy bị cong nên áp suất ở mặt lõm lớn hơn là ở mặt lồi. Vì vậy mà chất lỏng đã chuyển động với các vận tốc khác nhau, và tạo nên sự tách dòng khỏi thành rắn để ban đầu thì hình thành dòng thu hẹp, sau đó là dòng mở rộng. Hiện tượng này đã gây ra tổn thất cột nước rất lớn.



Chuyển động của chất lỏng khi ống bị ngoặt

Khi dòng chảy ngoặt đột ngột (được gọi là ống ngoặt đơn giản hoặc khuỷu không tròn), tổn thất cột nước đặc biệt lớn. Tổn thất đó có thể được đánh giá bằng công thức Boocđa:

$$h = \frac{(v_{th} - v)^2}{2g} = \frac{(v/\varepsilon - v)^2}{2g} = \frac{v^2}{2g}\left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right)^2$$



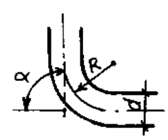
Ống ngoặt đột ngột

Do đó, hệ số sức cản cục bộ của khuỷu bằng:

$$\zeta_{kh} = (1/\varepsilon - 1)^2.$$

Hệ số thu hẹp dòng ε phụ thuộc vào góc ngoặt α. Khi $\varepsilon = 1$ thì $\alpha = 0°$, $\varepsilon \approx 0{,}5$ thì $\alpha = 90°$. Thay vào ta có :

$$\zeta_{90°} = (1/0{,}5 - 1)^2 = 1.$$



Ống ngoặt tròn

Khi ống ngoặt dần (êm) sự hình thành xoáy bị giảm và tổn thất cột nước sẽ giảm đi nhiều. Hệ số sức cản phụ thuộc vào góc ngoặt và vào tỷ số R/d - tỷ số giữa bán kính ngoặt và đường kính ống và hệ số ma sát thủy lực λ, tức là:

$$\zeta_{ng.e.} = f(\alpha, R/d, \lambda).$$

Khi góc ngoặt bằng 90°, hệ số ζ được xác định bằng:

$$\zeta_{90^o}^{ng.e} = [0{,}2 + 0{,}001\ (100\lambda)^8]\ \sqrt{d}/R$$

Chương VI

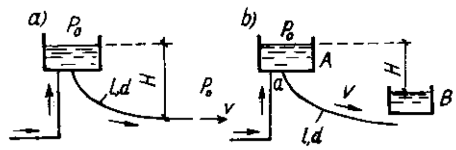
TÍNH TOÁN THỦY LỰC ĐƯỜNG ỐNG

§VI-1. CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN. ĐƯỜNG ỐNG ĐƠN GIẢN

Trong tính toán thủy lực, đường ống được chia ra thành đường ống đơn giản và đường ống phức tạp.

Đường ống đơn giản là đường chỉ có một đường ống có lưu lượng không đổi trên cả chiều dài và có nhiệm vụ dẫn chất lỏng từ bình chứa vào không khí hoặc vào một bình chứa khác.

Đường ống phức tạp bao gồm một hệ (mạng lưới) ống, có nhiệm vụ cùng một lúc dẫn nước đến nhiều điểm. Mạng lưới có thể là hở (hoặc cụt) hoặc là khép kín (vòng) và có nhiệm vụ chuyển tải (không phân phối chất lỏng trên đường đi), cũng như cung cấp nước đến các điểm.



Tính toán đường ống đơn giản

Ta nghiên cứu đường ống đơn giản, là một đường ống có đường kính không đổi. Khi đường ống chảy ra khí quyển, phương trình Becnui, viết cho 2 mặt cắt: trên mặt thoáng bình chứa và tại cuối ống, sẽ có dạng:

$$z_o + \frac{p_o}{\rho g} + \frac{v_o^2}{2g} = z + \frac{p_o}{\rho g} + \frac{v_o^2}{2g} + \lambda\frac{l}{d}\ \frac{v^2}{2g} + \Sigma\zeta\frac{v^2}{2g}\ .$$

Bỏ qua đại lượng $v_o^2/(2g)$ vì rất nhỏ so với các số hạng khác và kí hiệu $z_o - z = H$, ta có phương trình Becnui ở dạng:

$$H = \frac{v^2}{2g}\left(1 + \lambda\frac{l}{d} + \Sigma\zeta\right)\ . \qquad (1)$$

Khi chảy dưới mực nước (vào bình chứa thứ hai), tương tự ta có:

$$z_A + \frac{p_o}{\rho g} + \frac{v_A^2}{2g} = z_B + \frac{p_o}{\rho g} + \frac{v_B^2}{2g} + \lambda\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} + \Sigma\zeta\frac{v^2}{2g} + \frac{(v-v_B)^2}{2g}\ .$$

Trong phương trình này, khác với phương trình trước là sức cản cục bộ được đánh giá bằng 2 số hạng $\Sigma\zeta v^2/(2g)$ và $(v-v_B)^2/(2g)$. Số hạng thứ nhất cũng như trường hợp trước, xét đến tổn thất cột nước cục bộ trên cả chiều dài đường ống, bắt đầu từ miệng vào ống đến cuối ống, trừ tổn thất cột nước tại miệng ra khỏi ống vào bình chứa B được xét đến bằng số hạng thứ 2.

Tương tự như trường hợp trước, bỏ qua các đại lượng v_A và v_B có thể viết phương trình dưới dạng:

$$z_A - z_B = H = \frac{v^2}{2g}\left(\lambda\frac{l}{d} + \Sigma\zeta + 1\right) \qquad (2)$$

Hai công thức (1) và (2) giống nhau, và tính toán thủy lực cho cả 2 sơ đồ của đường ống là như nhau.

Do đó, cột nước H khi chảy dưới cột nước bằng tổng số tất cả các sức cản: $H = \Sigma h_w$, khi chảy vào không khí nó được chia ra 2 phần: động năng của dòng chảy và tổng số tổn thất cột nước:

$$H = \frac{v^2}{2g} + \Sigma h_w.$$

Tính toán thủy lực của đường ống đơn giản dẫn đến cách giải 3 bài toán cơ bản (khi đã cho hình dạng đường ống, kích thước và chiều dài của nó).

1. Bài toán thứ nhất

Yêu cầu xác định cột nước H, cần để tháo lưu lượng chất lỏng đã cho Q với đường kính và chiều dài đã định d và l.

Bài toán được giải bằng cách sử dụng trực tiếp công thức (1) với việc tính sơ bộ vận tốc trung bình $v = 4Q/(\pi d^2)$. Khi đó cột nước cần tìm:

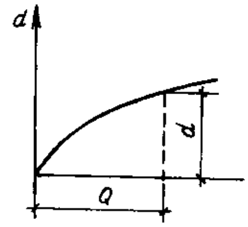
$$H = \frac{8Q^2}{g\pi^2 d^4}\left(1 + \lambda\frac{l}{d} + \Sigma\zeta\right). \qquad (3)$$

Việc xác định trị số các hệ số λ và ζ trong bài toán này không có gì là khó khăn vì số Re đã biết trước.

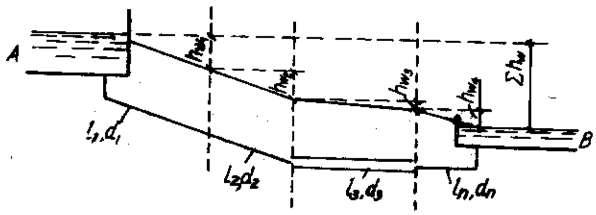
2- Bài toán thứ hai

Yêu cầu xác định lưu lượng đường ống Q trong điều kiện : cột nước h, chiều dài l và đường kính d đều biết trước. Bài toán được giải bằng công thức (3), cụ thể là:

$$Q = \frac{\pi d^2}{4}\sqrt{\frac{2gH}{1 + \lambda l/d + \Sigma\zeta}}. \qquad (4)$$



Tính toán đường kính ống khi lưu lượng cho trước



Đường ống nối liên tiếp

Vì các hệ số λ và ζ là những hàm số của số Râynôn, là đại lượng có liên quan đến số hạng cần tìm là lưu lượng Q, vì thế bài toán phải giải bằng thử dần, với giả thiết ban đầu là đường ống làm việc ở khu vực bình phương sức cản, mà trong đó các hệ số λ và ζ không phụ thuộc vào số Râynôn.

3. Bài toán thứ ba

Yêu cầu xác định đường kính ống d khi cho trước lưu lượng, chiều dài l và cột nước H. Ở đây cũng sử dụng công thức (4), nhưng một khó khăn ta gặp phải trong tính toán là ở chỗ không chỉ số Re là đại lượng chưa biết, mà đối với đường kính cần tìm ta gặp phải phương trình bậc cao hoặc là khi giải bằng công thức Côlbruk ta còn gặp phải hàm siêu việt. Do đó bài toán lúc này phải giải bằng phương pháp thử dần, với giả thiết là dòng chảy ban đầu là ở khu vực bình phương sức cản, mà trong đó hệ số λ chỉ là hàm số của đường kính (khi độ nhám thành đã cho).

Khi đó phương trình (4) dẫn đến dạng:

$$Q = \frac{\pi d^2}{4}\sqrt{\frac{2gH}{1 + f_1(d)l/d + \Sigma\zeta}} = F(d).$$

Cho một số các giá trị đường kính $d_1, d_2, \ldots, d_n$ và tính đường kính theo công thức ứng với các lưu lượng $Q_1, Q_2, \ldots, Q_n$. Xây dựng đồ thị và từ đó xác định đường kính ứng với lưu lượng đó.

Bây giờ ta nghiên cứu ống nối liên tiếp bao gồm các ống có đường kính khác nhau được nối liền liên tiếp với nhau. Phương trình Becnui viết cho trường hợp này có dạng:

$$z_A - z_B = H = h_{w1} + h_{w2} + \ldots + h_{w,n},$$

trong đó $h_{w1}, h_{w2}, \ldots, h_{w,n}$ - tổn thất cột nước tại đoạn thứ nhất, thứ hai v.v... của đường ống.

Tổn thất cột nước trên đoạn thứ nhất có đường kính d_1

$$h_{w1} = \lambda_1 \frac{l_1}{d_1}\frac{v_1^2}{2g} + \Sigma\zeta\frac{v_1^2}{2g} = \lambda_1\frac{16 l_1 Q^2}{2g\pi^2 d_1^5} + \Sigma\zeta\frac{16Q^2}{2g\pi^2 d_1^4} =$$

$$= \frac{8Q^2}{g\pi^2}\left(\lambda_1\frac{l_1}{d_1^5} + \frac{\Sigma\zeta}{d_1^4}\right) = \frac{8Q^2}{g\pi^2}\frac{1}{d_1^4}\left(\frac{\lambda_1 l_1}{d_1} + \Sigma\zeta\right).$$

Tương tự như trên, đối với các đoạn ống tiếp theo ta có:

$$h_{w2} = \frac{8Q^2}{g\pi^2}\frac{1}{d_2^4}\left(\frac{\lambda_2 l_2}{d_2} + \Sigma\zeta\right),$$

$$h_{w,n}=\frac{8Q^2}{g\pi^2}\frac{1}{d_n^4}\left(\frac{\lambda_n l_n}{d_n}+\Sigma\zeta+1\right).$$

Trong phương trình cuối ta có thêm số hạng thứ ba - số 1, để xét đến tổn thất tại miệng ra. Do đó, phương trình tính toán có dạng:

$$H=\frac{8Q^2}{g\pi^2}\left[\frac{1}{d_1^4}\left(\frac{\lambda_1 l_1}{d_1}+\Sigma\zeta\right)+\frac{1}{d_2^4}\left(\frac{\lambda_2 l_2}{d_2}+\Sigma\zeta\right)+\right.$$

$$\left.+\ldots+\frac{1}{d_n^4}\left(\frac{\lambda_n l_n}{d_n}+\Sigma\zeta+1\right)\right] \qquad (5)$$

Từ phương trình (5) ta thấy rằng cách giải bài toán thứ nhất và thứ hai đều giống như đối với bài toán của đường ống không đổi.

Còn bài toán thứ ba, nếu ở đây yêu cầu xác định tất cả các đường kính của các đoạn ống thì bài toán trở nên không xác định vì trong phương trình (5)chứa đến n ẩn. Do đó để có lời giải xác định, cần phải cho trước tất cả các đường kính ống của tất cả các đoạn, chỉ trừ một ống.

§VI-2. TÍNH TOÁN ĐƯỜNG ỐNG DÀI TRONG KHU BÌNH PHƯƠNG SỨC CẢN

Tùy thuộc vào tỷ lệ giữa tổn thất cột nước cục bộ và tổn thất do ma sát mà đường ống được chia ra thành đường ống ngắn và đường ống dài.

Trong đường ống dài tổn thất cột nước do ma sát nhiều lần lớn hơn tổn thất cục bộ ($\lambda l/d >> \Sigma\zeta$) và cột nước vận tốc tại chỗ ra ($\lambda l/d >> 1$).

Thí dụ về đường ống dài là các đường ống dẫn chính, khi tổn thất cục bộ ở đây chỉ chiếm từ 2-3% tổn thất do ma sát và do đó có thể bỏ qua tổn thất cục bộ.

Trong đường ống ngắn(ống hút của máy bơm, ống xi phông, cống luồn v.v..) tổn thất cột nước cục bộ không thua kém gì tổn thất cột nước do ma sát.

Đối với đường ống dài phương trình (1) và (2) có dạng:

$$H=\lambda\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g}=h_{ms}. \qquad (6)$$

Từ (6) ta thấy trong đường ống dài toàn bộ tổn thất cột nước được dùng để thắng sức cản do ma sát.

Vì thế (3) được dẫn về dạng:

$$H=\frac{8\lambda}{g\pi^2 d^5}Q^2 l\ ;$$

$$H = AQ^2l = SQ^2 ; \quad (7)$$

còn phương trình (4) có dạng:

$$Q = \frac{\pi d^2}{4}\sqrt{\frac{2gHd}{\lambda l}}$$

hoặc

$$Q = \sqrt{\frac{H}{Al}}\sqrt{\frac{H}{S}} , \quad (8)$$

trong đó A - sức cản đơn vị của đường ống:

$$A = \frac{8\lambda}{g\pi^2 d^5} ; \quad (9)$$

S - sức cản của đường ống:

$$S = Al = \frac{8\lambda l}{g\pi^2 d^5} . \quad (10)$$

Nếu ký hiệu

$$K^2 = \frac{g\pi^2 d^5}{8\lambda} = \frac{1}{A} \quad (11)$$

thì phương trình (7) có dạng:

$$H = Q^2 l/K^2. \quad (12)$$

Thông số K có thứ nguyên lưu lượng, được gọi là môđun hoặc đặc trưng lưu lượng của đường ống.

Các đại lượng A, S, K là các thông số thủy lực tổng hợp của đường ống, được sử dụng để đơn giản trong tính toán.

Ta nghiên cứu trường hợp khi chuyển động của chất lỏng ở khu vực bình phương sức cản, tức là khi hệ số ma sát thủy lực không phụ thuộc vào số Râynôn mà chỉ là hàm số của độ nhám tương đối của đường ống.

Thực vậy, đối với khu bình phương sức cản các thông số A_{bp} và K_{bp} chỉ phụ thuộc vào đường kính ống (khi cho trước độ nhám), còn thông số S_{bp} - vào đường kính và chiều dài đường ống. Do đó các giá trị của các thông số thủy lực tổng hợp đều có thể tính trước cho từng đường kính của ống d, là đại lượng đã được chuẩn hóa khi sản xuất, và lập thành bảng tra.

Các bảng về các thông số A, S, K đã giúp cho việc tính toán được nhanh hơn.

Ba bài toán cơ bản trong tính toán đường ống có sử dụng các thông số thủy lực tổng hợp là:

1- Xác định cột nước H, cần thiết để dẫn một lưu lượng Q bằng một đường ống có đường kính d đã cho trước. Bài toán được thực hiện bằng công thức (7) hoặc (2) một cách trực tiếp;

2- Xác định lưu lượng của đường ống Q khi cho trước d, l, H. Dùng các bảng tra sơ bộ tìm các giá trị A_{bp} và K_{bp}, sau đó dùng các công thức (8) hoặc (12);

3- Xác định đường kính cần thiết d khi cho trước Q, l, H. Sơ bộ từ công thức (7) hoặc (12) tìm giá trị A_{bp} (hoặc K_{bp}) và sau đó tìm d theo bảng.

Khi đường ống được nối bằng các ống có các đường kính và chiều dài khác nhau thì tổn thất cột nước tổng cộng trong đường ống là:

$$H = h_1 + h_2 + ... + h_n = \sum_1^n h_i.$$

Thay từng tổn thất bằng biểu thức (7), ta sẽ có:

$$H = S_{bp1}Q^2 + S_{bp2}Q^2 + ... + S_{bpn}Q^2 = Q^2 \sum_1^n S_{bpi} = Q^2 S_{bpo}, \qquad (13)$$

trong đó

$$S_{bpo} = \sum_1^n S_{bp,i} = S_{bp,1} + S_{bp,2} + ... + S_{bp,n}. \qquad (14)$$

Do đó, trong đường ống nối tiếp sức cản được cộng từ sức cản của từng đoạn ống.

Từ phương trình (13) ta tìm biểu thức cho lưu lượng:

$$Q = \sqrt{\frac{H}{S_{bp,o}}} = \sqrt{\frac{H}{S_{bp1} + S_{bp2} + ... + S_{bp,n}}}. \qquad (15)$$

Theo lưu lượng tìm được ta có thể tính tổn thất cột nước cho từng đoạn ống (ví dụ, $h_1 = S_1Q^2$ v.v...) và vẽ đường cong áp suất (đường đo áp). Đó là đường gẫy khúc.

§VI-3. TÍNH TOÁN THỦY LỰC ĐƯỜNG ỐNG Ở KHU VỰC KHÔNG PHẢI LÀ BÌNH PHƯƠNG SỨC CẢN

Trên thực tế có thể gặp trường hợp dòng chảy trong các hệ thống đường ống không ở khu vực bình phương sức cản. Lúc này các thông số A (hoặc K) không chỉ phụ thuộc vào đường kính ống mà còn phụ thuộc vào vận tốc chuyển động, do đó việc tính toán thủy lực trong trường hợp này phức tạp lên nhiều.

Công thức (7) có thể viết theo dạng:

$$H = \frac{8\lambda Q^2 l}{g\pi^2 d^5} = \frac{\lambda}{\lambda_{bp}} \frac{8\lambda_{bp}}{g\pi^2 d^5} . Q^2 l = \frac{\lambda}{\lambda_{bp}} A_{bp} Q^2 l . \qquad (16)$$

Ta đưa vào ký hiệu

$$\psi = \lambda/\lambda_{bp} , \qquad (17)$$

trong đó ψ - hệ số hiệu chỉnh do không phải là khu vực bình phương sức cản.

Bây giờ (16) có dạng:

$$H = \psi A_{bp} Q^2 l = \psi S_{bp} Q^2 . \qquad (18)$$

Nếu xác định λ theo công thức của A.D.Altsul:

$$\lambda_{bp} = 0{,}11\ (k_{td/d})^{0,25}$$

thì hệ số hiệu chỉnh ψ sẽ có dạng:

$$\psi = \frac{\lambda}{\lambda_{bp}} = (1 + \frac{68\nu}{vk_{td}})^{0,25} . \qquad (19)$$

Trị số của ψ có thể lấy theo bảng sau:

Vận tốc dòng nước v,m/s	Trị số ψ khi k_{td} tính bằng mm	
	0,1	1
0,01	2,88	1,67
0,1	1,67	1,14
0,2	1,45	1,08
0,3	1,35	1,05
0,4	1,28	1,04
0,5	1,24	1,03
1	1,14	1,015
1,5	1,1	1,01
2	1,08	1
3	1,05	1
4	1,04	1
5	1,03	1

§VI-4. TÍNH TOÁN ĐƯỜNG ỐNG PHỨC TẠP

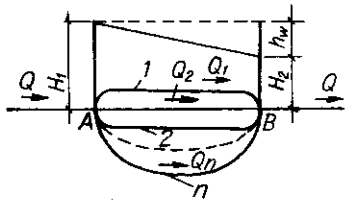
Tính toán thủy lực mạng lưới đường ống có xét đến sự thay đổi lưu lượng theo thời gian ứng với nhu cầu dùng nước của các hộ có sử dụng nước là một bài toán rất phức tạp. Các tính toán như vậy sẽ được nghiên cứu trong các nội dung của các môn học chuyên ngành (cấp nước, cấp nhiệt v.v...)

Ở đây ta nghiên cứu các sơ đồ cơ bản của đường ống phức tạp: nối song song, đường ống phân phối đều dọc đường, mạng lưới hở và mạng lưới khép kín. Các sơ đồ này có thể xem như các thành phần của một mạng lưới phức tạp hơn. Trong tất cả các trường hợp đều được giả thiết là đường ống đều có chiều dài lớn và đều làm việc ở khu bình phương sức cản.

1- Đường ống nối song song

Đường ống tại điểm A được chia thành một số nhánh, sau đó lại nhập lại ở điểm B; lưu lượng Q của ống chính trước khi chia và sau khi nhập là không đổi.

Nội dung của bài toán là: xác định lưu lượng trong từng nhánh $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$, cũng như tổn thất cột nước h_w giữa các điểm A và B. Lưu lượng chung Q, đường kính và chiều dài của ống song song ($d_1, d_2, \dots, d_n$; $l_1, l_2, \dots, l_n$) được giả thiết là cho trước.



Đường ống nối song song

Tổn thất cột nước trong mỗi ống nhánh đều bằng nhau, vì ở cả hai điểm chung (đầu và cuối) của các nhánh đều có chung cột nước đầu là H_1 và cột nước cuối là H_2, tức là:

$$h_w = H_1 - H_2 = h_{w1} = h_{w2} = h_{w3} . \tag{20}$$

Đối với nhánh thứ nhất có thể viết $h_w = {}_1Q_1^2$. Cũng tương tự đối với các nhánh khác ta có:

$$h_w = S_2Q_2^2 ; \quad h_w = S_3Q_3^2; \quad \dots ; \quad h_w = S_nQ_n^2 \tag{21}$$

hoặc

$$Q_1 = \sqrt{h_w}/S_1; \quad Q_2 = \sqrt{h_w}/S_2 ; \dots ; \quad Q_n = \sqrt{h_w}/S_n . \tag{22}$$

Ta có điều kiện

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n \tag{23}$$

ta tìm được:

$$Q = \sqrt{h_w}\left(\frac{1}{\sqrt{S_1}} + \frac{1}{\sqrt{S_2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{S_n}}\right) =$$

$$= \sqrt{h_w}\sum_1^n \frac{1}{\sqrt{S_i}} = \sqrt{h_w}\,\Sigma T_i \tag{24}$$

trong đó $T_i = 1/\sqrt{S_i}$ - độ thoát của đường ống.

Phương trình (6-24) có thể viết dưới dạng:

$$Q = T_o\sqrt{h_w}\,, \tag{25}$$

trong đó $$T_o = \Sigma T_i$$

Do đó, trong đường ống nối song song, độ thoát của các nhánh được cộng lại.

Từ phương trình (25) ta xác định được cột nước cần thiết:

$$h_w = (Q/T_o)^2 \tag{26}$$

Lưu lượng của các nhánh lẻ được xác định bằng công thức (22). Ví dụ, đối với nhánh thứ nhất ta có:

$$Q_1 = \sqrt{\frac{h_w}{S_1}} = T_1\sqrt{h_w} = \frac{T_1}{T_o}Q. \tag{27}$$

Cách giải trên là dựa trên giả thiết dòng chảy ở khu vực bình phương sức cản. Để tính đường ống nối song song ở khu vực không phải bình phương sức cản ta phải dùng hệ số hiệu chỉnh ψ.

Đối với một trong n các nhánh song song, ta có:

$$S_i = \frac{8}{g\pi^2}\psi_i\frac{\lambda_{bp,i}l_i}{d_i} = \omega_i A_{bp,i}l_i\,,$$

trong đó: i - số thứ tự của nhánh;

ψ_i - hệ số hiệu chỉnh cho nhánh thứ i;

$A_{bp,i}$ - sức cản đơn vị cho nhánh thứ i trong khu bình phương sức cản. Hệ số hiệu chỉnh ψ_i được tính theo công thức (19) hoặc là tra bảng. Khi biết hệ số ψ_i, ta tính lại lưu lượng trong các nhánh của ống. Ví dụ đối với nhánh thứ nhất:

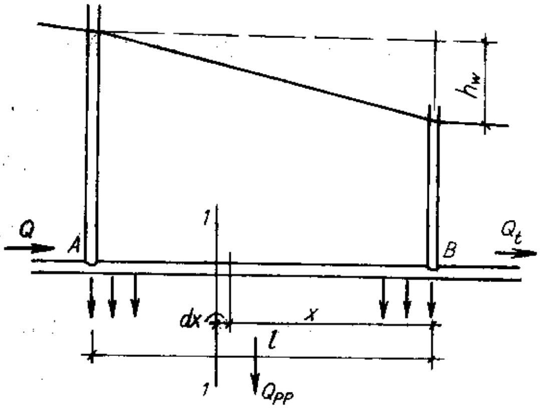
$$Q'_1 = \frac{Q}{1+\sum_{i=2}^{n}\left(\frac{S_1}{S_i}\frac{\psi_i}{\psi_1}\right)^{1/2}}$$

còn tổn thất cột nước được xác định theo công thức

$$h_w = S_1\psi_1 Q'^2_1.$$

2- Lưu lượng phân phối đều, liên tục dọc đường (tính đường ống khoét lỗ)

Ta tìm tổn thất cột nước do ma sát của đường ống có đường kính không đổi, trên đó lưu lượng được phân phối đều, liên tục. Điểm lấy nước được bố trí rất gần nhau, nên trên thực tế có thể xem sự phân phối nước là liên tục. Trong đó lưu lượng chất lỏng dọc đường giảm liên tục, tức là chuyển động của chất lỏng xảy ra với lưu lượng thay đổi và $Q = v.\omega \neq$ const.



Lưu lượng phân phối đều liên tục dọc đường

Giả thiết là lưu lượng chất lỏng dọc đoạn ống AB giảm đều và dần dần, tức là trên từng đơn vị chiều dài đường ống mất một lượng nước là Q_{pp}/l (trong đó Q_{pp} - lưu lượng phân phối trên đoạn ống có chiều dài là l).

Lưu lượng ở đầu đoạn ống:

$$Q = Q_t + Q_{pp}, \tag{28}$$

trong đó Q_t - lưu lượng, còn lại trong ống sau đoạn ống đã có phân phối đều (lưu lượng tại cuối ống).

Ta xác định tổn thất cột nước trên đoạn AB. Tổn thất cột nước dh_{ms} trên một đoạn nguyên tố của đường ống có chiều dài là dx, nằm cách cuối ống có phân phối đều một đoạn là x (mặt cắt 1-1),

$$dh_{ms} = AQ_1^2dx, \tag{29}$$

trong đó Q_1 - lưu lượng, đi qua mặt cắt 1-1

$$Q_1 = Q_t + Q_{pp}x/l. \tag{30}$$

Thay (30) vào (29) ta có:

$$dh_{ms} = A(Q_t + Q_{pp}x/l)^2dx. \tag{31}$$

Tích phân trong giới hạn từ 0 đến l, ta tìm được:

$$h_{ms} = \int_0^l (Q_t^2 + 2Q_tQ_{pp}\frac{x}{l} + \frac{Q_{pp}^2x^2}{l^2})Adx.$$

Lấy $A = A_{bp}$ và cho cố định đối với đường ống có đường kính đã định (là điều hợp lý cho khu bình phương sức cản), ta có:

$$h_{ms} = Q_t^2A_{bp}l + \frac{2Q_tQ_{pp}l^2}{2l}A_{bp} + \frac{Q_{pp}^2\,l^3}{3l^2}A_{bp};$$

$$h_{ms} = A_{bp}l\,(Q_t^2 + Q_tQ_{pp} + Q_{pp}^2/3) \tag{32}$$

Khi $Q_t = 0$ (tức là khi không có lưu lượng tải) thì:

$$h_{ms} = A_{bp}l\,Q_{pp}^2/3. \tag{33}$$

Do đó, tổn thất cột nước trong phân phối đều dọc đường 3 lần nhỏ hơn tổn thất cột nước khi có cả lưu lượng tải trong ống.

Nếu dòng chảy không phải ở khu bình phương sức cản thì $\lambda = f(Re)$ hoặc $\lambda = f(v)$ đối với một chất lỏng và một đường kính đã định. Vận tốc giảm dần theo chiều dài của đoạn ống, số Râynôn giảm và do đó λ tăng lên, tức là λ thay đổi theo chiều dài đường ống. Cả thông số $A = f(x)$ cũng tăng. Trong trường hợp này thay cho (32) ta có :

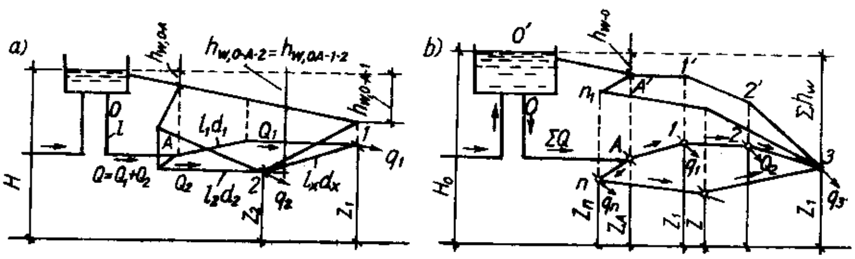
$$h_{ms} = A_{bp}\psi B(Q_t^2 + Q_tQ_{pp} + Q_{pp}^2/3)l, \qquad (34)$$

trong đó : B - hệ số hiệu chỉnh cho λ do có sự thay đổi vận tốc trung bình của dòng chất lỏng; thông số B thay đổi từ 1 (cho ống nhám hoàn toàn) đến 1,1 (cho ống trơn thủy lực).

3- Mạng lưới đường ống khép kín

Nội dung tính toán cơ bản của bài toán là xác định cột nước H trong các điều kiện, khi cho trước các trị số lưu lượng tại các điểm dùng nước (gọi là lưu lượng nút) Q_1, Q_2,..., Q_n, sơ đồ bố trí đường ống, chiều dài các đoạn ống và đường kính của toàn bộ đường ống.

Ta nghiên cứu một trường hợp đơn giản nhất, khi đường ống có: khi lưu lượng nút: Q_1 (điểm 1) và Q_2 (điểm 2).



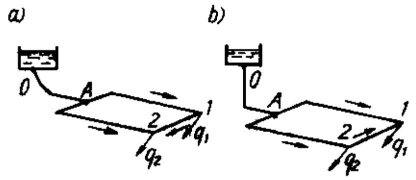
Tính mạng lưới đường ống khép kín
a– Sơ đồ mạng lưới 2 lưu lượng nút
b– Sơ đồ mạng lưới n lưu lượng nút

Xác định cột nước tại mặt cắt đầu của đường ống chính rất khó vì ta không biết cả lưu lượng, cả hướng chảy của chất lỏng trong mạng lưới giữa nút 1 và nút 2 và cả lưu lượng của các đoạn khác của đường ống. Nếu dòng chất lỏng đi từ nút 1 đến nút 2, thì lưu lượng của đường ống trên đoạn A-1 sẽ là $Q_1 = q_1 + q_x$, còn nếu dòng chất lỏng đi từ nút 2 đến nút 1, thì lưu lượng trên đoạn A-1 sẽ là $Q_2 = q_2 - q_x$. Vì vậy trước hết cần phải giải quyết về hướng dòng chảy trên mạng lưới.

Ta gọi điểm gặp nhau là điểm dòng chảy từ cả hai phía chảy đến. Ví dụ trên hình a điểm gặp nhau là điểm 2, còn trên hình b, điểm gặp nhau là điểm 1. Vị trí của điểm gặp nhau xác định hướng chảy của toàn mạng lưới. tổn thất cột nước từ điểm nút A của đường ống chính đến điểm gặp nhau theo cả hai hướng của mạng lưới là như nhau.

Ví dụ, nếu điểm gặp nhau là nút 2 thì:

$$\sum_{A-2} h_w = \sum_{A-1} h_w + \sum_{1-2} h_w . \qquad (35)$$



Xác định hướng chảy trên mạng đường ống khép kín

Trong trường hợp này, nếu bỏ qua sức cản cục bộ, ta có thể viết bất đẳng thức

$$\lambda_2 \frac{l_2}{d_2} \frac{(q_2 - q_x)^2}{2g\omega_2{}^2} > \lambda_1 \frac{l_1}{d_1} \frac{(q_1 + q_x)^2}{2g\omega_1{}^2}$$

và (nếu bỏ qua q_x)

$$\lambda_2 \frac{l_2}{d_2} \frac{q_2{}^2}{2g\omega_2{}^2} > \lambda_1 \frac{l_1}{d_1} \frac{q_1{}^2}{2g\omega_1{}^2}$$

hoặc

$$A_2 q_2{}^2 l_2 > A_1 q_1{}^2 l_1 .$$

Trong trường hợp, khi $A_2 q_2{}^2 l_2 < A_1 q_1{}^2 l_1$ thì điểm gặp nhau là nút 1.

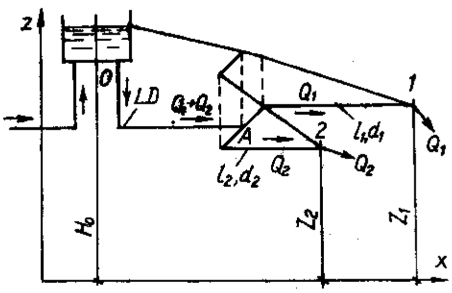
Do đó, vị trí của điểm gặp nhau được xác định bằng tổn thất cột nước từ nút của đường ống chính A đến nút 1 và 2.

Sau khi đã giải quyết xong việc xác định điểm gặp nhau, cột nước ban đầu cần thiết được xác định bằng cách tính theo một hướng chảy tổn thất cột nước tính từ mặt cắt ban đầu đến điểm gặp nhau. Ví dụ, nếu đối với sơ đồ trên hình vẽ trang 129, điểm gặp nhau là điểm 2, thì

$$H = z_2 + \sum_{O-A-2} h_w .$$

4- Mạng lưới đường ống hở (đơn giản)

Các bài toán cơ bản có thể xem là: xác định các lưu lượng cuối Q_1 và Q_2 dưới cột nước cho trước tại mặt cắt đầu và xác định cột nước khi cho trước các lưu lượng cuối Q_1 và Q_2.



Mạng lưới đường ống hở

Ta nghiên cứu bài toán thứ nhất. Viết phương trình Becnui cho dòng chảy theo tuyến từ mặt cắt đầu của đường ống chính đến mặt cắt ra của nhánh thứ nhất (dọc đường O-A-1), còn sau đó theo nhánh thứ hai (dọc đường O-A-2).

Trong trường hợp thứ nhất:

$$H_o = z_1 + h_{w(O-A)} + h_{w(A-1)}, \tag{36}$$

còn trong trường hợp thứ hai :

$$H_o = z_2 + h_{w(O-A)} + h_{w(A-2)}, \tag{37}$$

trong đó $h_{w(O-A)}$, - tổn thất cột nước trên đoạn O-A (trên đường ống chính); $h_{w(O-A)}$ và $h_{w(A-2)}$ - tổn thất cột nước trên nhánh thứ nhất và thứ hai.

Ta kí hiệu lưu lượng trong nhánh thứ nhất là Q_1, còn trong nhánh thứ hai Q_2. Lưu lượng trong đường ống chính là tổng số của $(Q_1 + Q_2)$. Trên cơ sở đó ta có thể viết (36) và (37) dưới dạng khác (bỏ qua cột nước vận tốc tại miệng ra). Tổn thất cột nước trên đường ống chính:

$$h_{w(O-A)} = \lambda\frac{L}{D}\frac{v^2}{2g} + \Sigma\zeta\frac{v^2}{2g} = \frac{v^2}{2g}\left(\lambda\frac{L}{D} + \Sigma\zeta\right) =$$

$$\frac{(Q_1 + Q_2)^2}{2g(\pi D^2/4)^2}\left(\lambda\frac{L}{D} + \Sigma\zeta\right) = \frac{8(Q_1 + Q_2)^2}{g\pi^2D^4}\left(\lambda\frac{L}{D} + \Sigma\zeta\right),$$

hoặc kí hiệu :

$$B = \frac{8}{g\pi^2D^4}\left(\lambda\frac{L}{D} + \Sigma\zeta\right),$$

$$h_{w(O-A)} = B(Q_1 + Q_2)^2.$$

Tương tự:

$$h_{w(A-1)} = \frac{8Q_1^2}{g\pi^2d_1^4}\left(\lambda_1\frac{l_1}{d_1} + \Sigma\zeta\right) = B_1Q_1^2,$$

$$h_{w(A-2)} = \frac{8Q_2^2}{g\pi^2d^4}\left(\lambda_2\frac{l_2}{d_2} + \Sigma\zeta\right) = B_2Q_2^2.$$

Các hệ số B, B_1 và B_2, có liên quan đến sức cản đơn vị của đường ống. Thực vậy:

$$B = \frac{8}{g\pi^2D^4}\left(\lambda\frac{L}{D} + \Sigma\zeta\right) = \frac{8\lambda}{g\pi^2D^5}L + \frac{8}{g\pi^2D^4}\Sigma\zeta$$

nhưng $8\lambda/(g\pi^2D^5) = A$, vì vậy:

$$B = AL + \frac{16}{2g\pi^2D^4}\Sigma\zeta,$$

và tương ứng:

$$B_1 = A_1 l_1 + \frac{16}{2g\pi^2 d_1^4}\Sigma\zeta ;$$

$$B_2 = A_2 l_2 + \frac{16}{2g\pi^2 d_2^4}\Sigma\zeta .$$

Khi không có sức cản cục bộ hoặc là có thể bỏ qua chúng so với sức cản do ma sát, tức là đối với đường ống dài:

$$B = AL = S ;\ B_1 = A_1 l_1 = S_1 ;\ B_2 = A_2 l_2 = S_2 .$$

Trong các điều kiện của khu bình phương sức cản, các hệ số λ và ζ và do đó B, B_1 và B_2 đều được xem là đã biết. Trên cơ sở đó (36) và (37) được viết lại là:

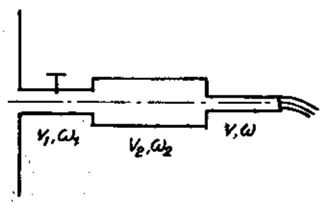
$$H_o = z_1 + B(Q_1 + Q_2)^2 + B_1 Q_1^2 ; \quad (38)$$

$$H_o = z_2 + B(Q_1 + Q_2)^2 + B_2 Q_2^2 . \quad (39)$$

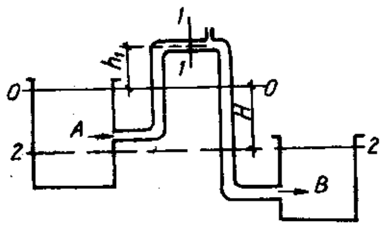
Giải các phương trình trên ta tìm được Q_1 và Q_2 .

Trong khu vực không phải bình phương sức cản, các tính toán có thể tiến hành bằng phương pháp tính đúng dần với việc sử dụng hệ số hiệu chỉnh ψ cho khu vực không phải bình phương sức cản.

§VI-5. CÁC ĐẶC ĐIỂM TRONG TÍNH TOÁN THỦY LỰC ỐNG NGẮN



Tính toán ống ngắn



Tính toán ống xiphông

Trong các ống ngắn tổng số tổn thất cục bộ tương đương với tổn thất do ma sát, và vì vậy trong tính toán loại đường ống này bắt buộc phải xét đến sức cản cục bộ. Bài toán cơ bản ở đây là xác định lưu lượng của đường ống. Công thức để xác định lưu lượng có thể đi từ phương trình (5):

$$Q = \mu_c \omega \sqrt{2gH}, \quad (40)$$

trong đó: ω - diện tích miệng ra của ống (vào khí quyển);

μ_c - hệ số lưu lượng của hệ thống, được xác định từ biểu thức:

$$\mu_c = \frac{1}{\sqrt{1 + \Sigma\lambda_i \frac{l_i}{d_i} \frac{\omega^2}{\omega_i^2} + \Sigma \zeta_i \frac{\omega^2}{\omega_i^2}}}, \quad (41)$$

trong đó: λ_i; l_i; d_i; ω_i - các hệ số ma sát thủy lực, chiều dài, đường kính, diện tích mặt cắt ướt của các đoạn ống ngắn, còn ζ_i - các hệ số sức cản cục bộ, tính với vận tốc trong các đoạn tương ứng.

Vận tốc chuyển động tại miệng ra của ống vào khí quyển được xác định theo công thức

$$v = Q/\omega = \mu_c \sqrt{2gH}. \quad (42)$$

Đối với ống có đường kính không đổi mà trên đó có sức cản cục bộ thì công thức (41) có dạng:

$$\mu_c = \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda l/d + \Sigma \zeta_i}}. \quad (41)'$$

Khi tổn thất cột nước theo chiều dài của ống lớn, công thức (41') có dạng:

$$\mu_c = \frac{1}{\sqrt{\lambda l/d}}.$$

Thay trị số μ_c vào công thức (40), sau khi biến đổi ta có:

$$H = \frac{8\lambda l Q^2}{g\pi^2 d^5} = AlQ^2,$$

tức là ta đã trở về một công thức quen biết cho đường ống.

Nếu trong (42) $\lambda l/d << \Sigma\zeta_i$, ta có:

$$\mu_c = \frac{1}{\sqrt{1 + \Sigma\zeta_i}}$$

Trong tính toán ống ngắn, theo công thức (40) và (41) ta không xét đến tác dụng tương hỗ giữa các sức cản cục bộ. Các trị số của các hệ số sức cản cục bộ và cả hệ số ma sát thủy lực đều được lấy với khu vực sức cản là bình phương.

Tính toán thủy lực của một số loại ống ngắn có đặc điểm riêng.

1- Tính toán ống xi phông

Ta nghiên cứu một đường ống, làm việc dưới tác dụng của chân không. Đó là ống xi phông. Ống xi phông là một đường ống nối liền hai bể chứa, có một phần đường ống đặt cao hơn mực nước cao nhất của bình chứa. Chuyển động của chất lỏng trong ống xi phông xảy ra dưới tác dụng của độ chênh mực nước trong hai bình H. Để xi phông đi vào hoạt động, trước hết phải đuổi hết không khí ở phần ống nằm cao nhất bằng bơm hút chân không. Lúc này nhờ trong ống có chân không, do có độ chênh về áp suất (ở mặt nước trong bình chứa cao, áp suất là áp suất khí trời, còn ở trong ống, áp suất là chân không) nên nước được chuyển từ bình chứa cao vào ống xi phông (gọi là phần hút), sau đó nước được chuyển từ đỉnh cao của ống xi phông xuống bình chứa B qua phần còn lại của ống xi phông (gọi là nhánh xả). Do đó xi phông làm việc dưới tác dụng của chân không.

Ống xi phông được sử dụng rộng rãi trong thực tế với tính chất là một ống xả trong công trình thủy, là thiết bị hút nước các bể chứa, hồ chứa, và các dung tích chứa nước khác.

Tính toán thủy lực của ống xi phông được thực hiện bằng công thức (40). Trong tính toán, một điều bắt buộc là phải xác định chiều cao dâng nước của xi phông h_1. Để xác định chiều cao đó, ta viết phương trình Becnui cho mặt cắt O-O và 1-1. Mặt chuẩn là mặt O-O.

$$\frac{p_a}{\rho g} = h_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + h_{w(O-1)},$$

do đó

$$h_1 = \frac{p_a - p_1}{g} - \frac{v_1^2}{2g} - h_{w(o-1)}. \qquad (43)$$

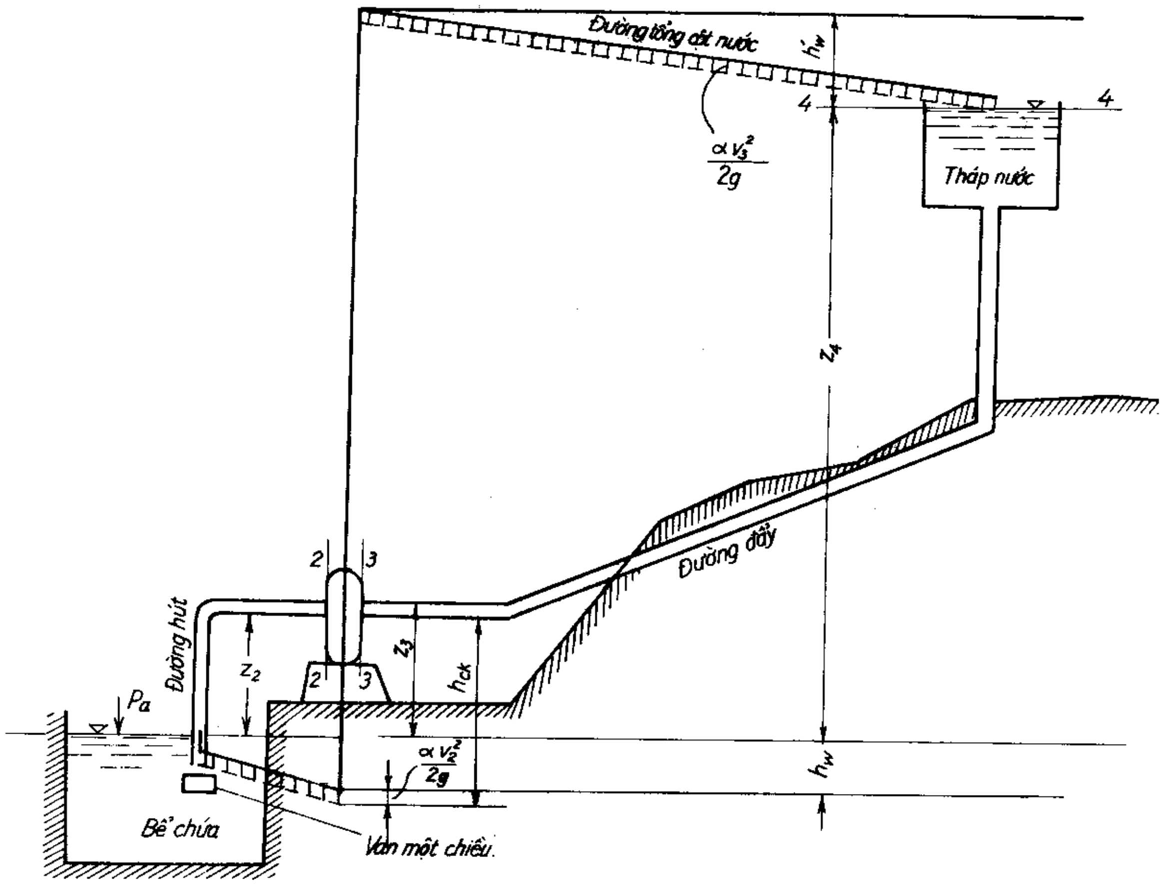
Với trị số chân không lớn nhất (trong thực tế chỉ đạt được trị số chân không lớn nhất là 0,07 MPa), để tăng được trị số chiều cao dâng nước của xi phông h_1, cần phải, bằng mọi cách, giảm số hạng thứ hai của (43), tức là giảm vận tốc v_1 và tổn thất trong nhánh hút của xi phông.

Từ (42) ta có:

$$\frac{v_1^2}{2g} = \mu_c^2 H.$$

Khi cho trước cột nước H, muốn giảm v_1 chỉ có thể giảm μ_c, hoặc nói cách khác phải tăng tổn thất cột nước $h_{w(O-2)}$. Việc tăng chiều cao dâng nước H_1 của xi phông chỉ thực hiện được bằng cách tăng tổn thất $h_{w(O-2)}$ (ví dụ, lắp một khóa trên nhánh xả). Tuy nhiên việc tăng chiều cao giới hạn dâng nước của xi phông sẽ làm giảm khả năng thoát (lưu lượng) của xi phông Q. Đối với một ống xi phông đã định có thể lập quan hệ $h_1=f(Q)$ là đặc trưng của xi phông.

2- Tính toán thủy lực đường ống của máy bơm li tâm



Trong tính toán thủy lực của máy bơm li tâm, người ta chia ra làm hai bộ phận: tính toán về đường ống từ bể chứa đến máy bơm, tức là tính toán "đường hút" và tính toán đường ống từ máy bơm lên đến tháp nước, tức là "đường ống đẩy".

a- *Tính toán đường ống hút.*

Đường ống hút có mấy đặc điểm sau:

+ Trong đường hút, trừ một đoạn của ống hút đặt dưới mặt nước một độ sâu nhất định, áp suất nước trong ống khi chạy máy bơm thì nhỏ hơn áp suất không khí; tại nơi nối ống hút vào máy bơm (mặt cắt 2-2) áp suất đạt tới trị số chân không lớn nhất, vì lí do đó nên trước khi chạy máy bơm li tâm, cần phải "mồi" nó, nghĩa là cần phải làm đầy nước ở đường hút thì mới hút được nước lên (đặt van một chiều để việc mồi được dễ dàng); cũng có nghĩa là khi máy bơm chạy, tại nơi nối ống hút vào máy bơm, trị số áp suất tuyệt đối là nhỏ nhất. Trị số áp suất tuyệt đối nhỏ nhất ấy vẫn phải lớn hơn áp suất bốc hơi của nước thì mới tránh được hiện tượng hóa khí và gây ra sự xâm thực nước làm máy bơm thậm chí không hút được nước lên. Vì thế nên vận tốc trung bình trong ống hút và trị số chân không cho phép là những số liệu làm căn cứ cho tính toán. Vận tốc trung bình trong ống hút nên ở trong khoảng 0,8 - 1m25 m/s, trị số chân không cho phép được ấn định cho từng loại máy bơm, thường lấy $h_{ck} < (4,0 - 6,5)$ m.

Trị số chân không cho phép không những phụ thuộc vào loại máy bơm mà còn phụ thuộc vào nhiệt độ và loại chất lỏng. Với nhiệt độ càng tăng, trị số chân không cho phép càng giảm (vì khi đó sự xâm thực càng mạnh). Thí dụ với t = 60°C, trị số chân không cho phép đã có trị số âm (tức là máy bơm làm việc với áp suất nước lớn hơn áp suất không khí).

+ Ống hút không dài lắm, tổn thất cục bộ có tác dụng quan trọng cho nên tính toán phải coi là ống ngắn. Trên hình vẽ, tại những mặt cắt 1-1 và 2-2, viết phương trình Becnui, ta được:

$$0 + \frac{p_a}{\rho g} + 0 = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_w \quad , \tag{44}$$

trong đó:

$$h_w = (\zeta_{van,vào} + \zeta_{uốn} + \lambda \frac{l}{d}) \frac{v_2^2}{2g} = \Sigma\zeta_i \frac{v_2^2}{2g} \, .$$

Gọi độ cao chân không là:

$$h_{ck} = \frac{p_a - p_2}{\rho g}$$

thì phương trình (44) được viết thành:

$$h_{ck} = z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{v_2^2}{2g} \Sigma\zeta_i$$

hoặc

$$z_2 = h_{ck} - (1 + \Sigma\zeta_i) \frac{v_2^2}{2g} \quad . \tag{45}$$

Phương trình (45) là công thức cơ bản để tính đường ống hút. Từ phương trình đó ta thấy rõ là độ cao đặt máy bơm z_2 bị độ chân không hạn chế.

Nếu gọi $(h_{ck})_{c.p.}$ là trị số chân không cho phép đối với một loại máy bơm nhất định và loại chất lỏng nhất định, ta có thể từ công thức (45) xác định được chiều cao lớn nhất để đặt máy bơm, so với mặt nước trong bể, bằng:

$$(z_2)_{c.p.} = (h_{ck})_{c.p.} - (1 + \Sigma\zeta_i)\frac{v_2^2}{2g} \quad . \qquad (46)$$

b- Tính toán thủy lực đường ống đẩy

Nước được hút lên và đi qua máy bơm, năng lượng được tăng thêm; gọi H_b là năng lượng tăng thêm cho một đơn vị trọng lượng chất lỏng, năng lượng đó do máy bơm cấp cho; ta có thể viết được phương trình cân bằng ở hai mặt cắt 2-2 và 3-3 ngay trước và sau máy bơm như sau:

$$z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + H_b = z_3 + \frac{p_3}{\rho g} + \frac{\alpha_3 v_3^2}{2g} \quad . \qquad (47)$$

Thông thường ta lấy: $z_2 = z_3$; $v_2 = v_3$ (đường kính của ống hút và ống đẩy bằng nhau), khi đó (với $\alpha_2 = \alpha_3$):

$$\frac{p_3}{\rho g} = \frac{p_2}{\rho g} + H_b \quad . \qquad (48)$$

Ta lại lấy hai mặt cắt 3-3 và 4-4, rồi viết phương trình Becnui

$$z_3 + \frac{p_3}{\rho g} + \frac{v_3^2}{2g} = z_4 + \frac{p_a}{\rho g} + 0 + h'_w \ , \qquad (49)$$

trong đó h'_w - tổn thất cột nước từ máy bơm lên tháp nước.

Khi tính toán cho đường ống đẩy, ta có thể tính theo công thức của ống dài hoặc ống ngắn, tùy theo trường hợp cụ thể.

Ta gọi:

$$h'_w = \Sigma\zeta'_i \frac{v_3^2}{2g} \qquad (50)$$

và giải kết hợp với 3 phương trình (47) - (49) ta được:

$$H_b = z_4 + h_w + h'_w$$

hoặc:

$$H_b = z_4 + \Sigma\zeta_i \frac{v_2^2}{2g} + \Sigma\zeta'_i \frac{v_3^2}{2g} \quad . \qquad (51)$$

Do công thức trên ta thấy năng lượng H_b của máy bơm cấp cho một đơn vị trong lượng nước dùng để: 1 - đưa nước lên độ cao hình học z_4 tức là độ chênh của hai mặt nước tự do ở tháp và ở bể chứa; 2 - khắc phục trở lực ở đường ống hút và đường ống đẩy. Trị số z_4 là trị số cố định đối với một trường hợp đã xác định, còn trị số $(h_w + h'_w)$ tức là tổng số tổn thất cột nước là một trị số biến đổi tùy thuộc vào độ nhám, đường kính của ống. Nếu ống là những ống có cùng độ nhám, thì với ống có đường kính càng to, tổn thất sẽ càng nhỏ, động lực chạy máy bơm sẽ càng nhỏ; ngược lại đường kính ống càng nhỏ, tổn thất sẽ càng lớn và động lực chạy máy bơm sẽ càng lớn. Ở đây có một mâu thuẫn trong việc chọn đường kính ống và động lực máy bơm: ống nhỏ thì phí tổn sẽ ít, nhưng lại cần động lực lớn, do đó chi phí về động lực sẽ lớn. Phải so sánh nhiều phương án mới có thể quyết định được đường kính thích hợp. Đường kính ống, ứng với nó, chi phí tổng cộng về đường ống và về năng lượng là ít nhất, được gọi là *đường kính kinh tế*.

c - Tính công suất của máy bơm

Nếu biểu thị lưu lượng của máy bơm bằng m^3 trong một giây (m^3/s), năng lượng H_b mà thiết bị bơm (kể cả máy bơm và động cơ để quay nó) cung cấp cho một đơn vị trọng lượng nước bằng mét, hiệu suất của máy bơm bằng $\eta_{bơm}$, hiệu suất của động cơ bằng $\eta_{động\ cơ}$ thì công suất cần phải cung cấp cho thiết bị bơm là:

$$N = \frac{\gamma Q H_b}{\eta_{bơm}\ \eta_{động\ cơ}}, \text{ W} ; \tag{52}$$

$$N = \frac{\gamma Q H_b}{1000\eta_{bơm}\ \eta_{động\ cơ}}, \text{ kW} , \tag{53}$$

trong đó Q là lưu lượng của máy bơm tính ra m^3/s ; γ là trọng lượng thể tích của chất lỏng tính bằng N/m^3.

Công suất N gồm:

1- Công suất:

$$N_1 = \frac{\gamma Q z_4}{1000\eta_{bơm}\ \eta_{động\ cơ}}, \text{ kW} \tag{54}$$

dùng để nâng chất lỏng lên độ cao hình học z_4, xác định bởi độ chênh mực nước trong tháp nước và bể chứa. Phần công suất này không phụ thuộc đường kính ống.

2- Công suất:

$$N_2 = \frac{Q(h_w + h'_w)}{1000\eta_{bơm}\ \eta_{động\ cơ}}, \text{ kW} \tag{55}$$

dùng để khắc phục sức cản trong ống hút và ống đẩy. Phần công suất này phụ thuộc đường kính ống.

Chương VII

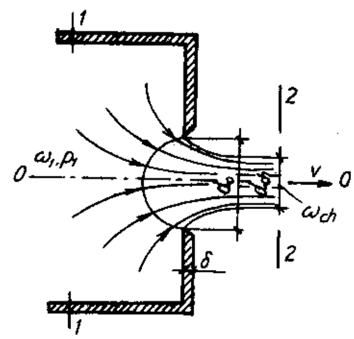
CHUYỂN ĐỘNG CỦA CHẤT LỎNG QUA LỖ VÀ VÒI

§ VII-1. CHUYỂN ĐỘNG CỦA CHẤT LỎNG QUA LỖ THÀNH MỎNG

Các định luật của dòng chất lỏng chảy qua lỗ và vòi có ý nghĩa thực tiễn rất lớn, bởi vì chúng được sử dụng để giải nhiều bài toán kỹ thuật (như đo lưu lượng chất lỏng, tính và thiết kế dòng tia phun xa, tính độ khuyếch tán dòng tia trong môi trường chất lỏng, tháo nhanh các dung tích chứa, thiết kế các vòi phun và các trường hợp cụ thể khác).

Vấn đề có ý nghĩa nhất đối với thực tiễn là mối quan hệ giữa áp suất (cột nước) trong bể chứa và lưu lượng (hoặc vận tốc) của dòng tia chảy từ lỗ khoét trên thành hoặc sát đáy.

Ban đầu ta nghiên cứu dòng chảy của chất lỏng qua lỗ tròn có đường kính d_o được khoét trên thành đứng, mỏng của bình chứa.



Dòng chất lỏng chảy qua lỗ thành mỏng

Thành có thể xem là mỏng, nếu chiều dày của nó $\delta < 0{,}2d_o$. Áp suất trong bình chứa giả thiết là không đổi (chuyển động ổn định) và bằng p_1. Dòng chất lỏng đi vào khí quyển, tức là áp suất bên ngoài là p_a; diện tích lỗ là ω_o, diện tích mặt cắt ngang bình chứa là ω_1.

1- Dòng co hẹp

Thí nghiệm chứng tỏ, dòng chất lỏng khi qua lỗ bị co hẹp và tại một khoảng cách nhất định từ miệng lỗ (chừng 0,5 lần đường kính) có mặt cắt co hẹp nhất ω_{ch} (khi đó đường kính là d_{ch}). Trên hình vẽ thể hiện các đường dòng của dòng chất lỏng đi vào lỗ thành mỏng.

Nguyên nhân của sự co hẹp dòng chảy là quán tính của các phần tử, khi chúng đến gần lỗ theo các đường cong tự nhiên mà càng gần thành độ cong càng lớn. Các phần tử này do quán tính đã giữ nguyên hướng chuyển động, cong dần ở mép lỗ và tạo thành một bề mặt xung quanh cho dòng chảy tại đoạn co hẹp. Sau mặt cắt co hẹp dòng chảy hầu như không mở rộng, còn với vận tốc lớn dòng chảy có thể phân ra thành các hạt.

Hệ số co hẹp của dòng là:

$$\varepsilon = \omega_{ch}/\omega_o \qquad (1)$$

phụ thuộc vào tỷ số

$$n = \omega_o/\omega_1 \qquad (2)$$

được gọi là độ co hẹp.

Hàm số
$$\varepsilon = f(n) \qquad (3)$$

được xác định bằng các công thức trong chương sức cản.

Nếu diện tích lỗ ω_o nhỏ so với diện tích thành bình ω_1 thì sẽ có lỗ co hẹp hoàn chỉnh. Khi đó công thức xác định ε có dạng:

$$\varepsilon = \pi/(\pi + 2) \approx 0{,}611 \qquad (4)$$

Công thức đó được gọi là công thức Kigrof.

Co hẹp hoàn thiện xảy ra khi $n < 0{,}1$.

Trong các điều kiện bình thường khi dòng chảy qua lỗ nhỏ trong bình chứa lớn, thí nghiệm cho ta hệ số co hẹp trong phạm vi:

$$\varepsilon = 0{,}61 - 0{,}63 \qquad (5)$$

tức là gần với trị số được xác định bằng công thức (4).

2- Vận tốc dòng chảy

Để xác định vận tốc dòng chảy ta viết phương trình Becnui cho mặt cắt 1-1 và 2-2, trong đó mặt cắt 2-2 đi qua chỗ có co hẹp nhiều nhất và kí hiệu là ω_{ch}:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = \frac{p_a}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_w \qquad (6)$$

Áp suất trong mặt cắt co hẹp dòng chảy p có thể lấy bằng áp suất khí quyển, tức là p_a, vì dòng chảy đi vào khí quyển. Tổn thất cột nước giữa các mặt cắt 1-1 và 2-2 được xác định bằng công thức Vâyxbắc

$$h_w = \zeta_o \frac{v^2}{2g}, \qquad (7)$$

trong đó ζ_o - hệ số sức cản của lỗ.

Lấy $\alpha_1 = \alpha_2 \approx 1$ (trên cơ sở thí nghiệm), ta được:

$$\frac{v^2}{2g}(1 + \zeta_o) = \frac{p_1 - p_a}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g}$$

Giải phương trình trên đối với v, ta được:

$$v = \sqrt{\frac{1}{1+\zeta_o}}\sqrt{2g(\frac{p_1 - p_a}{\rho g}) + v_1^2} \ . \qquad (8)$$

Phương trình (8) có thể có dạng:

$$1 = \sqrt{\frac{1}{1+\zeta_o}}\sqrt{\frac{2g}{v^2}(\frac{p_1 - p_a}{\rho g}) + \frac{\omega_{ch}^2}{\omega_1^2}} \ . \qquad (9)$$

Chú ý rằng

$$\frac{\omega_{ch}^2}{\omega_1^2} = \frac{\omega_{ch}^2}{\omega_o^2}\frac{\omega_o^2}{\omega_1^2} = \varepsilon^2 n^2 \ , \qquad (10)$$

và lấy bình phương cả 2 vế của (9), ta được:

$$1 = \frac{1}{1+\zeta_o}\left[\frac{2}{v^2}\left(\frac{p_1 - p_a}{\rho}\right) + \varepsilon^2 n^2\right] ,$$

từ đó ta có:

$$v = \sqrt{2\frac{p_1 - p_a}{\rho}}\ \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_o - \varepsilon^2 n^2}} \qquad (11)$$

Đưa vào kí hiệu

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_o - \varepsilon^2 n^2}} \ , \qquad (12)$$

trong đó φ - hệ số vận tốc.

Kết qủa công thức để tính vận tốc có dạng:

$$v = \varphi\sqrt{2(p_1 - p_a)/\rho} \ . \qquad (13)$$

Khi chảy qua lỗ nhỏ ($n \to o$)

$$v = \frac{1}{\sqrt{1+\zeta_o}}\sqrt{2\frac{p_1 - p_a}{\rho}} \qquad (14)$$

Khi ảnh hưởng của độ nhớt là nhỏ (tức là gặp chất lỏng không nhớt) $\zeta_o = 0$; $\varphi = 1$ và thay (14) bằng:

$$v = \sqrt{2(p_1 - p_o)/\rho} \ , \qquad (15)$$

tức là công thức do Torixeli tìm ra năm 1643 trên cơ sở quan sát vận tốc chảy qua lỗ dưới các cột nước khác nhau.

Khi dòng nước lạnh chảy qua lỗ, ta có:

$$\varphi \approx 0{,}97 + 0{,}98 \ ; \ \zeta_o = 0{,}06 \ , \qquad (16)$$

tức là tất cả chỉ 2 - 3% áp suất cần để thắng sức cản.

2- Lưu lượng của chất lỏng

Lưu lượng của chất lỏng, chảy ra khỏi lỗ, được xác định bằng công thức:

$$Q = \omega_{ch} v .$$

Thay ω_{ch} và v bằng các công thức trên, ta có:

$$Q = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_o - \varepsilon^2 n^2}} \varepsilon \omega_o \sqrt{2 \frac{p_1 - p_a}{\rho}}$$

Đưa kí hiệu:

$$\mu_o = \frac{\varepsilon}{\sqrt{1 + \zeta_o - \varepsilon^2 n^2}} = \varphi\varepsilon, \qquad (17)$$

trong đó μ_o - hệ số lưu lượng của lỗ.

Lúc đó ta có biểu thức tính lưu lượng dưới dạng:

$$Q = \mu_o \omega_o \sqrt{\frac{2(p_1 - p_a)}{\rho}} \qquad (18)$$

Tương ứng với công thức (17) hệ số lưu lượng của lỗ μ_o là tích số giữa hệ số co hẹp ε và hệ số vận tốc φ. Chú ý đến quan hệ giữa ε và n, có thể tìm được quan hệ $\mu_o = f(n,\zeta_o)$.

Trị số μ_o với các trị số n khác nhau khi dòng chảy có số Rây-nôn lớn (lúc đó có thể bỏ qua ảnh hưởng của nhớt, tức là cho $\zeta_o = 0$) được ghi trong bảng:

Các trị số hệ số lưu lượng của lỗ μ_o với các độ co hẹp khác nhau (khi Re → ∞)

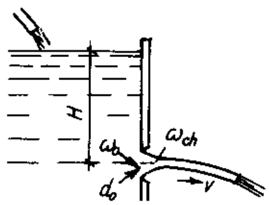
Khi dòng chảy qua lỗ nhỏ, từ công thức (17) ta được:

$$\mu_o = \varepsilon/\sqrt{1 + \zeta_o} . \qquad (19)$$

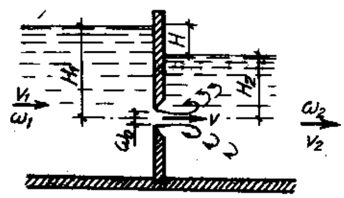
n	μ_o
0	0,611
0,1	0,614
0,2	0,622
0,3	0,634
0,4	0,65

n	μ_o
0,5	0,678
0,6	0,724
0,7	0,787
0,8	0,888
0,9	1,09

Khi xét đến (5) và (16) đối với trường hợp nói trên, hệ số lưu lượng $\mu_o \approx 0{,}6$.



Dòng chất lỏng chảy qua lỗ vào khí quyển



Dòng chất lỏng chảy qua lỗ vào bình chứa (chảy ngập)

Trong trường hợp chảy vào không khí, phương trình lưu lượng (18) được viết dưới dạng:

$$Q = \mu_o \omega_o \sqrt{2gH}\ , \tag{20}$$

trong đó $H = (p_1 - p_2)/(\rho g)$ - chiều cao mặt chất lỏng trong bình chứa tính từ tâm lỗ (khi đường kính lỗ là $d << H$).

3- Chảy dưới mực nước

Nếu khoảng không mà dòng chất lỏng chảy vào cũng đầy nước thì ta gọi là chảy dưới mực nước (hoặc là lỗ ngập). Trong trường hợp này trong dòng chất lỏng đi qua khỏi lỗ, áp suất khác với áp suất khí quyển và công thức tính lưu lượng có dạng:

$$Q = \mu_{ng} \omega_o \sqrt{2(p_1 - p_2)/\rho} = \mu_{ng}\, \omega_o \sqrt{2g(H_1 - H_2)} = \mu_{ng} \omega_o \sqrt{2gH}\ , \tag{21}$$

trong đó : $H_1 = p_1/(\rho g)$; $H_2 = (p_1 - p_2)/(\rho g)$;

p_1 - áp suất trong bình chứa thứ nhất (có chiều sâu H_1);

p_2 - áp suất trong bình chứa thứ hai (có chiều sâu H_2);

H - hiệu số mực nước trong cả hai bình;

μ_{ng} - hệ số lưu lượng khi chảy dưới mực nước (có thể xác định theo A.D.Altsul).

$$\mu_{ng} = \frac{\varepsilon}{\sqrt{2\varepsilon^2 m^2 - \varepsilon^2 n^2 + \zeta_o + 1 - 2\varepsilon m}}\ , \tag{22}$$

(ở đây $m = \omega_o/\omega_2$, tức là tỷ số diện tích của lỗ và diện tích của bình chứa).

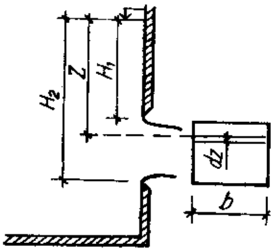
Hệ số co hẹp của dòng khi chảy ngập, như thí nghiệm đã chứng tỏ, không khác gì trường hợp chảy qua lỗ không ngập.

Khi chảy qua lỗ có kích thước nhỏ hơn kích thước bình chứa ($n \to 0$ và $m \to 0$), từ công thức (22) ta được (19), tức là hệ số lưu lượng trùng với trị số hệ số lưu lượng khi chảy không ngập.

4- Dòng chảy qua lỗ lớn

Khi xác định lưu lượng chất lỏng chảy qua lỗ có kích thước lớn, lúc mà chiều cao lỗ rất đáng kể so với cột nước, thì công thức (20) không còn áp dụng được nữa, vì trong trường hợp này không thể xem cột nước là cố định cho các điểm khác nhau của lỗ.

Ta nghiên cứu trường hợp lỗ hình vuông có kích thước lớn. Chia lỗ thành các giải nguyên tố có chiều rộng bằng chiều rộng của lỗ b và chiều cao dz. Lưu lượng qua giải đó bằng:



Chảy qua lỗ lớn hình vuông

$$dQ = \mu b dz \sqrt{2gH}, \qquad (23)$$

trong đó z - khoảng cách từ giải nguyên tố đến mặt thoáng trong bình chứa.

Lưu lượng toàn phần của lỗ được xác định bằng cách tích phân theo chiều cao lỗ, với giả thiết μ không đổi (tức là không phụ thuộc vào cột nước z):

$$Q = \int_{H_1}^{H_2} dQ = \mu b\sqrt{2g}\int_{H_1}^{H_2} z^{1/2}dz = \frac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}(H_2^{3/2} - H_1^{3/2}) . \qquad (24)$$

Bằng cách tích phân tương tự có thể tìm lưu lượng qua lỗ tròn có kích thước lớn, cũng như qua các lỗ có các dạng mặt cắt ngang khác.

Công thức (20) có thể sử dụng dưới điều kiện $d_o < 0{,}2H$. Trong đó cũng sẽ có co hẹp hoàn thiện (vì $\omega_o << \omega_1$).

§VII-2. CHUYỂN ĐỘNG CỦA CHẤT LỎNG QUA VÒI

Nếu thành bình có chứa lỗ có chiều dày lớn hơn đáng kể so với kích thước lỗ, thì đặc trưng của dòng chảy sẽ thay đổi về cơ bản do thành bình ảnh hưởng đến hướng của dòng chảy. Hiện tượng đó xảy ra nếu ta gắn vào thành mỏng một ống ngắn cùng đường kính như là của đường kính lỗ. Đoạn ống như vậy được gọi là vòi hoặc vòi phun mà chiều dài thường bằng từ 2,5 đến 3 lần đường kính lỗ.

Các loại vòi

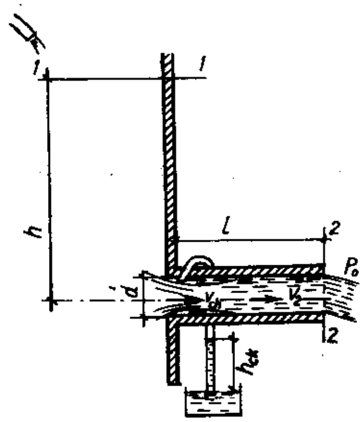
1- Hình trụ ngoài

2- Hình trụ trong

3- Nón hội tụ

4- Nón khuếch tán

5- Nón cong



Dòng chất lỏng qua vòi hình hình trụ ngoài

Khi nối vòi vào lỗ lưu lượng từ bình chứa thay đổi và do đó ảnh hưởng đến thời gian tháo cạn bình, độ bay xa của dòng chảy v.v...

1- Vòi hình trụ ngoài

Ta nghiên cứu vòi hình trụ ngoài. Dòng chảy tại chỗ vào miệng vòi bị co hẹp, sau đấy mở rộng ra toàn bộ mặt cắt của vòi.

Tại chỗ giữa mặt cắt co hẹp và thành bình hình thành khu xoáy. Vì khi ra khỏi vòi dòng chảy chảy đầy vòi nên hệ số co hẹp của dòng $\varepsilon = 1$, còn hệ số lưu lượng $\mu = \varepsilon\varphi = \varphi$, tức là đối với vòi hệ số lưu lượng và hệ số vận tốc có cùng một giá trị.

Viết phương trình Becnui cho mặt cắt 1-1 và 2-2, ta được:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + h_{w(1-2)}.$$

Cũng như dòng chảy qua lỗ (khi cho $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$) có thể lấy:

$$H = \frac{v_2^2}{2g} + h_{w(1-2)}. \tag{25}$$

Tổn thất cột nước trong vòi được cộng từ tổn thất tại miệng vào vòi và tổn thất đó mở rộng đột ngột của dòng trong phạm vi vòi, tức là:

$$h_{w(1-2)} = \frac{\zeta_o v_{ch}^2}{2g} + \frac{(v_{ch} - v_2)^2}{2g}. \tag{26}$$

Từ phương trình liên tục ta có:

$$v_{ch} = v_2\omega_2/\omega_{ch} = v_2/\varepsilon. \tag{27}$$

Thay biểu thức (27) vào (26), ta được:

$$h_{w(1-2)} = \frac{\zeta_o v_2^2}{2g\varepsilon^2} + \frac{v_2^2}{2g}\left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right)^2 =$$

$$= \frac{v_2^2}{2g}\left(\frac{\zeta_o}{\varepsilon^2} + \frac{1}{\varepsilon^2} - \frac{2}{\varepsilon} + 1\right) = \zeta_c \frac{v_2^2}{2g} ; \qquad (28)$$

Chú ý đến (28), phương trình (25) có thể viết dưới dạng:

$$H = \frac{v_2^2}{2g}\left[1 + \frac{\zeta_o}{\varepsilon^2}\left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right)^2\right] = \frac{v_2^2}{2g}(1+\zeta_c) .$$

Vận tốc dòng chảy từ vòi sẽ là:

$$v_2 = \varphi_v \sqrt{2gH} , \qquad (29)$$

trong đó

$$\varphi_v = \frac{1}{1+\zeta_c} . \qquad (30)$$

Lưu lượng của vòi:

$$Q = v_2\omega_2 = \omega_2\varphi_v\sqrt{2gH}$$

So sánh với công thức tính lưu lượng ở dạng tổng quát:

$$Q = \mu_v\omega_2\sqrt{2gH}$$

ta đi đến kết luận:

$$\mu_v = \varphi_v . \qquad (31)$$

Do đó, các công thức về vận tốc và lưu lượng của vòi có cùng một dạng như của lỗ thành mỏng, nhưng trị số của các hệ số là khác nhau:

$$\mu_v = \varphi_v = \frac{\pi}{\sqrt{\pi^2 + 4}} \approx 0,845 . \qquad (32)$$

Trong các điều kiện bình thường, thí nghiệm cho ta:

$$\mu_v = \varphi_v \approx 0,82 , \qquad (33)$$

tức là ứng với $\zeta_o = 0,06$.

So sánh các hệ số lưu lượng và vận tốc của vòi và của lỗ trong thành mỏng, ta thấy rằng vòi tăng được lưu lượng và giảm vận tốc chảy. Thực vậy, khi số Râynôn lớn tỷ số $\mu_v/\mu_o = 0,845/0,611 = 1,38$ và $\varphi_v/\varphi_o = 0,845/1 = 0,845$, tức là lưu lượng qua vòi tăng lên hơn 35% so với lưu lượng qua lỗ, còn vận tốc tại chỗ ra khỏi vòi giảm chừng 15% (so với vận tốc chảy qua lỗ).

2- Chân không trong vòi

Áp suất tại mặt cắt co hẹp của dòng trong vòi nhỏ hơn áp suất khí quyển. Thực vậy:

$$v_{ch}/v_o = \omega_o/\omega_{ch} = 1/\varepsilon = (\pi + 2)/\pi \approx 1{,}64 ,$$

tức là vận tốc trong mặt cắt co hẹp của vòi 64% lớn hơn vận tốc chảy từ vòi ra. Điều đó có nghĩa là áp suất trong vòi phải nhỏ hơn áp suất tại miệng ra của vòi. Vì áp suất tại miệng ra của vòi là áp suất khí quyển, nên trong miệng vòi phải là áp suất chân không. Để xác định đại lượng chân không tại mặt cắt co hẹp của vòi, ta viết phương trình Becnui, cho mặt cắt đó với mặt cắt ra của vòi:

$$\frac{p_{ch}}{\rho g} + \frac{v_{ch}^2}{2g} = \frac{p_a}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{(v_{ch}-v_2)^2}{2g} , \qquad (34)$$

trong đó $(v_{ch}-v_2)^2/2g$ - tổn thất cột nước do mở rộng đột ngột.

Tiếp theo ta có

$$\frac{p_a}{\rho g} - \frac{p_{ch}}{\rho g} = \frac{p_{ck}}{\rho g} = \frac{2v_{ch}v_2}{2g} - \frac{2\,v_2^2}{2g} ;$$

$$\frac{p_{ck}}{\rho g} = 2\frac{v_2^2}{2g}\left(\frac{v_{ch}}{v_2} - 1\right) = 2\frac{v_2^2}{2g}\left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right) .$$

Đặt $\varepsilon = \pi/(\pi + 2)$, ta có:

$$\frac{p_{ck}}{\rho g} = 2\frac{v_2^2}{2g}\left(\frac{\pi+2}{\pi} - 1\right) = \frac{4}{\pi}\frac{v_2^2}{2g} .$$

Nhưng $v_2^2/(2g) = \varphi_v^2 H$ và thay vào biểu thức đó trị số φ_v từ công thức (32), ta có:

$$\frac{v_2^2}{2g} = \frac{\pi^2}{\pi^2+4} H.$$

Ta kí hiệu $p_{ck}/(\rho g) = h_{ck}$. Lúc đó:

$$h_{ck} = 4\pi H/(\pi^2 + 4) \approx 0{,}9H . \qquad (35)$$

Đối với nước thường lấy $h_{ck} \approx 0{,}75H$.

Ứng với phương trình (35) chân không phụ thuộc vào cột nước, m, tăng dần khi cột nước tăng. Tuy nhiên tồn tại trị số chân không lớn nhất có thể:

$$(h_{ck})_{max} = 10{,}33\,m. \qquad (36)$$

Trị số chân không giới hạn sẽ đạt được dưới một trị số cột nước giới hạn nào đó H_{gh}. Trị số đó có thể tìm được đối với số Re lớn từ phương trình (35) khi ta thay h_{ck} vào bằng trị số lớn nhất của nó:

$$H_{gh} = \frac{\pi^2 + 4}{4\pi} 10{,}33 \approx 11{,}6 \text{ m}.$$

Tăng cột nước lên lớn hơn H_{gh} dẫn đến hiện tượng tách dòng, lúc đó chân không biến mất và vòi sẽ làm việc như lỗ thành mỏng.

3- Chiều dài tương đối của vòi

Tất cả các điều nói trên, đối với vòi hình trụ đặt ngoài là phù hợp nếu

$$l/d \geqslant 2 \div 3 , \qquad (37)$$

trong đó l - chiều dài vòi.

Với các trị số l/d nhỏ khu xoáy được thông với khí quyển, chân không bị phá hoại, dòng chảy bị tách khỏi thành rắn và chảy như là chảy qua lỗ thành mỏng (tức là vòi không làm tăng được lưu lượng). Vì thế (37) là biểu thức tiêu chuẩn cho phép xác định đặc tính của dòng chảy, là chảy qua vòi hay qua lỗ, và trên cơ sở đó ta chọn các hệ số vận tốc và lưu lượng.

Mặt khác, khi tăng chiều dài của vòi, tổn thất do ma sát bắt đầu có tác dụng, và hệ số lưu lượng của vòi giảm dần theo độ tăng tỷ số l/d.

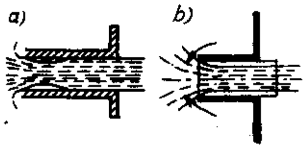
Khi l/d>60 lưu lượng qua vòi có thể nhỏ hơn là lưu lượng qua lỗ thành mỏng.

Trong bảng ghi các giá trị của hệ số lưu lượng μ cho vòi hình trụ ngoài với các tỷ số l/d khác nhau (khi số Re lớn)

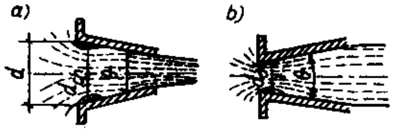
l/d	μ
1,66	0,809
3,33	0,814
5	0,799
6,66	0,796
8,13	0,789

l/d	μ
10	0,778
13,33	0,761
16,66	0,743
20	0,725

4- Các loại vòi khác



Dòng chảy qua vòi hình trụ gắn trong



Dòng chảy qua vòi hình nón

Nếu vòi được nối với lỗ ở phía trong thì dòng chảy bị co hẹp nhiều hơn là hình trụ gắn ngoài (vòi Boocda), vì vậy hệ số vận tốc và lưu lượng ở đây nhỏ hơn là vòi hình trụ ngoài, cụ thể là:

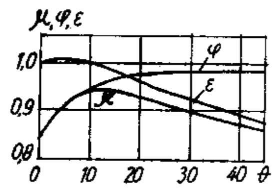
$$\varphi = \mu = 0{,}71. \tag{38}$$

Khi chiều dài của vòi hình trụ trong không lớn ($l < 1{,}5\ d$) dòng chảy ra khỏi vòi không chạm vào thành. Trong trường hợp này $\varphi \approx 0{,}98$; $\varepsilon \approx 0{,}5$; $\mu \approx 0{,}49$.

Do đó các hệ số lưu lượng của hình trụ trong nhỏ hơn là hình trụ ngoài. Vì vậy để giảm tổn thất ở miệng vào ống cần phải chú ý là ống không ra khỏi mặt trong của bình chứa.

Vòi hình nón hội tụ, dòng chảy co hẹp tại miệng ra nhỏ hơn là hình trụ ngoài, nhưng do đó lại xuất hiện sự co hẹp ngoài tại mặt cắt ra của vòi, sau đó chất lỏng chảy thành dòng song song. Do co hẹp trong nhỏ nên tổn thất cột nước trong vòi nhỏ hơn trong vòi hình trụ ngoài, vận tốc lớn hơn, hệ số co hẹp tại miệng vào nhỏ hơn.

Các hệ số ζ_1, φ, μ, ε của vòi phụ thuộc vào góc hình nón θ hệ số lưu lượng μ ban đầu tăng, đạt đến trị số lớn nhất ($\mu = 0{,}945$) khi $\theta \approx 13^\circ$, sau đó bắt đầu giảm. Các giá trị dẫn ra trên đây là cho mặt cắt ra của vòi; còn nếu các hệ số này lấy cho mặt cắt của lỗ trên thành bình, thì ta sẽ có trị số nhỏ hơn, điều đó có thể thấy được từ quan hệ:



Quan hệ giữa các hệ số của hình nón hội tụ và góc hình nón

$$\mu_o = \mu_{ra}\omega_{ra}/\omega_o .$$

Vòi hình nón hội tụ được sử dụng trong trường hợp, khi dưới cột nước đã cho cần phải có vận tốc lớn, độ bay xa lớn và lực va đập lớn (ví dụ, trong vòi chữa cháy, trong súng phun thủy lực trong thi công cơ giới v.v...).

Đối với vòi hình nón khuyếch tán do co hẹp trong lớn hơn nhiều của hình nón hội tụ và hình trụ ngoài, vì vậy ở đây tổn thất tăng rất nhanh và hệ số vận tốc φ giảm mạnh; co hẹp ngoài tại chỗ ra khỏi vòi không có, tức là $\varepsilon = 1$.

Hệ số của dòng chảy phụ thuộc vào góc hình nón θ. Khi $\theta < 8^\circ$ trung bình có thể lấy $\varphi_{ra} = \mu_{ra} = 0{,}45$, khi $\theta = 12^\circ$ (góc giới hạn) $\varphi_{ra} = \mu_{ra} = 0{,}26$. Khi $\theta = 12^\circ$ vòi không còn làm việc với toàn bộ mặt cắt (không đầy); xảy ra sự tách dòng, dòng chảy không chạm thành và dòng chảy xảy ra như là từ lỗ thành mỏng. Nếu tính hệ số lưu lượng không phải tại mặt cắt ra, mà tại mặt cắt vào thì ta sẽ có hệ số lưu lượng cao hơn.

Vòi nón khuếch tán nên dùng trong các trường hợp, khi dưới cột nước cho trước cần tăng lưu lượng và đồng thời giảm vận tốc chảy của chất lỏng (ví dụ cần tránh sự xói đất). Dạng hình nón khuyếch tán có thể gặp ở ống đặt dưới đường đất đắp; có thể gặp khi cần làm chậm việc cung cấp các loại dầu bôi trơn v.v...

Trong các vòi khuyếch tán tại chỗ co hẹp hình thành chân không lớn hơn là vòi hình trụ ngoài, vì vậy chúng được sử dụng ở chỗ cần đạt được hiệu qủa hút lớn (phun xiết và các thiết bị tương tự).

Trong các vòi hình nón cong được vẽ theo hình dạng dòng chảy đặt trên thành mỏng, các hệ số vận tốc và lưu lượng lớn hơn tất cả các trường hợp đã xét ở trên, cụ thể là $\varphi = \mu = 0{,}97 \div 0{,}995$ (đối với nước). Trong thực tế vòi hình nón cong ít được sử dụng vì khó gia công; thay cho vòi đó người ta sử dụng vòi hình nón hội tụ.

§VII-3. CÁC TRƯỜNG HỢP ĐẶC BIỆT

1- Dòng chảy dưới mực nước thay đổi

Dòng chảy dưới mực nước thay đổi thường gặp khi chất lỏng chảy từ bình chứa, bể chứa, hồ chứa. Yêu cầu tính toán ở đây là xác định thời gian cần thiết để làm đầy hoặc tháo cạn một dung tích nào đó.

Ta nghiên cứu một trường hợp đơn giản nhất khi chất lỏng chảy vào khí quyển qua lỗ có diện tích là ω đặt ở đáy bình. Đáy bình có dạng lăng trụ và diện tích là Ω. Chuyển động của chất lỏng ở đây là không ổn định, vì cột nước thay đổi theo thời gian, do đó lưu lượng của chất lỏng cũng thay đổi theo thời gian.

Giả thiết, mực chất lỏng ở thời điểm nhất định ở độ cao là h. Trong một thời đoạn rất ngắn dt, mực chất lỏng đã hạ xuống một trị số là dh, lúc đó có thể xem chuyển động là ổn định. Với thời đoạn đó từ lỗ một thể tích chảy ra khỏi lỗ là:

$$dW = \mu\omega\sqrt{2gh}\,dt. \tag{39}$$

Mặt khác, thể tích này có thể viết dưới dạng:

$$dW = -\Omega dh$$

(dấu trừ viết ở đây là vì dW là đại lượng dương, còn dh - âm).

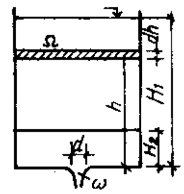
Cân bằng (39) và (40) ta có:

$$-\Omega dh = \mu\omega\sqrt{2gh}\,dt, \text{ do đó } dt = -\frac{\Omega dh}{\mu\omega\sqrt{2gh}}$$

Để xác định thời gian tháo cạn bình từ mực nước H_1 đến H_2 ta tích phân phương trình này từ $h=H_1$ đến $h=H_2$:

$$t = -\int_{H_1}^{H_2} \frac{\Omega\, dh}{\mu\omega\sqrt{2gh}} = \int_{H_2}^{H_1} \frac{dh}{\mu\omega\sqrt{2gh}}$$

$$t = \frac{\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}} \int_{H_2}^{H_1} h^{-1/2} dh = \frac{2\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}}(\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}) \quad (41)$$



Chảy qua lỗ dưới mực nước thay đổi

Khi tháo cạn bình $H_2=0$, do đó

$$t = \frac{2\Omega\sqrt{H_1}}{\mu\omega\sqrt{2g}} = \frac{2\Omega H_1}{\mu\omega\sqrt{2gH_1}} = \frac{2\Omega H_1}{Q} = 2t_1 , \quad (42)$$

trong đó: $\mu\omega\sqrt{2gH_1} = Q$ - lưu lượng, chảy dưới mực nước không đổi H_1;

$t_1 = \Omega H_1/Q$ - thời gian, cần để cho cùng một thể tích chất lỏng đi ra khỏi bình chứa mà vẫn giữ nguyên mực nước.

Đối với bình chứa có diện tích mặt cắt ngang thay đổi $\Omega=f(h)$, phương trình (42) có dạng:

$$t = \int_{H_2}^{H_1} \frac{f(h)}{\mu\omega\sqrt{2gh}}\, dh. \quad (43)$$

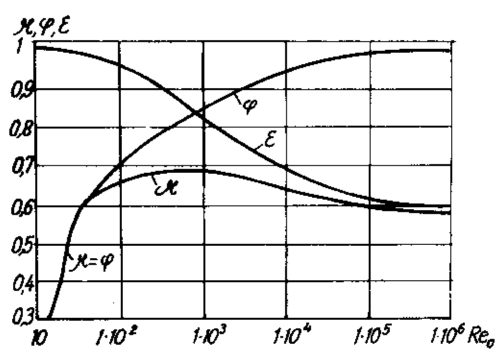
2- Quan hệ giữa các hệ số dòng chảy và số Râynôn

Các trị số của các hệ số dòng chảy nói trên qua lỗ và vòi có hình dạng khác nhau là đúng trong điều kiện, khi số Re không có ảnh hưởng lớn đến dòng chảy. Khi $Re_o > 100.000$, mà:

$$Re_o = \sqrt{2\frac{\Delta p}{\rho}}\frac{d}{\nu} = \sqrt{\frac{2gH}{\rho}}\frac{d}{\nu} , \quad (44)$$

thì có thể không xét đến tính nhớt.

Khi chất lỏng chảy qua lỗ và vòi có độ nhớt cao (ví dụ khi cấp dầu bôi trơn vào máy, khi đưa nhiên liệu vào buji máy nổ v.v...) số $Re_o < 100.000$ nên tất cả các hệ số dòng chảy (m, φ, ε, ζ) có thể thay đổi tùy thuộc vào chính số R_e đó.



Quan hệ giữa các hệ số dòng chảy và số Re cho trường hợp chảy qua lỗ nhỏ thành mỏng (đồ thị của Altsul)

Các hệ số dòng chảy phụ thuộc vào số Re_o khi dòng nước chảy qua lỗ và vòi có đường kính nhỏ, và số Re đặc trưng cho dòng chảy cũng nhỏ.

Trên hình vẽ thể hiện sự phụ thuộc giữa các hệ số μ, φ và ε và số Re_o.

Từ hình vẽ ta thấy hệ số vận tốc tăng khi số Re_o tăng, tiến đến bằng 1 khi số Re_o lớn, còn hệ số ε giảm từ 1 đến 0,6. Sự thay đổi hệ số μ có tính phức tạp hơn (ban đầu nó tăng, sau đó giảm khi đã đạt được giá trị lớn).

Đối với số Re tương đối lớn (Re_o<10.000) sự thay đổi hệ số lưu lượng của lỗ có thể biểu thị bằng công thức thực nghiệm:

$$\mu = 0,592 + 5,5/\sqrt{Re_o} \; . \tag{45}$$

Khi xem xét dòng chất lỏng chảy dưới mực nước, hệ số lưu lượng μ được giả thiết là không đổi. Điều đó chỉ đúng với các giá trị của số Re lớn, mà không phù hợp với trường hợp khi số Re có giá trị nhỏ. Lúc đó thì $\mu=f(Re_o)$ và do đó $\mu=f_1(H)$. Vì vậy đối với các giá trị số Re_o nhỏ (Re_o <10) thời gian tháo cạn bình cần được xác định theo công thức:

$$t = \frac{29\Omega\nu}{g\omega d} \lg \frac{H_1}{H_2} \; , \tag{46}$$

là công thức đã được kiểm nghiệm nhiều lần và cho độ chính xác cao.

Chương VIII

CHUYỀN ĐỘNG ĐỀU KHÔNG ÁP CỦA CHẤT LỎNG

§VIII-1. CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN

Ta xét chuyển động đều của chất lỏng trong lòng dẫn hở. Vì dưới chuyển động đều, tất cả các mặt cắt ướt của dòng chảy đều giống nhau, nên các chiều sâu h tại các điểm tương ứng ở đây dọc theo dòng chảy cũng giống nhau. Vì vậy độ dốc mặt thoáng dòng chảy J_m cũng bằng độ dốc đáy i.

Trong chuyển động đều tại tất cả các mặt cắt ướt vận tốc trung bình v của dòng chảy đều giống nhau, nên tỷ động năng của dòng chảy $v^2/2g$ cũng giống nhau. Do đó đường năng là đường song song với mặt thoáng, tức là độ dốc thủy lực J sẽ bằng độ dốc mặt thoáng J_m. Vậy dưới chuyển động đều không áp của chất lỏng:

$$J = J_m = i. \tag{1}$$

Từ quan hệ trên, trong chuyển động đều ta chỉ cần dùng một kí hiệu, ví dụ độ dốc đáy i là đủ để chỉ cả độ dốc mặt thoáng, độ dốc thủy lực.

Tóm lại muốn có chuyển động đều, đồng thời phải thỏa mãn các điều kiện sau đây:

1- Lưu lượng Q không đổi dọc dòng chảy và theo thời gian, Q = const;

2- Mặt cắt ngang không đổi về hình dạng và diện tích, ω=const;

3- Độ sâu không đổi dọc chiều dài, h = const;

4- Độ dốc đáy không đổi dọc theo chiều dài, i = const;

5- Độ nhám không đổi dọc theo chiều dài, n = const.

Ta thường gặp chuyển động đều trong các lòng dẫn nhân tạo, trong các đoạn sông thiên nhiên có đủ điều kiện nói trên.

§VIII-2. CÁC CÔNG THỨC TÍNH TOÁN

Trong tính toán thủy lực chuyển động đều không áp của chất lỏng công thức Sêdi được sử dụng thường xuyên:

$$v = C\sqrt{Ri} \tag{2}$$

hoặc

$$v = W\sqrt{i}, \tag{3}$$

trong đó : v - vận tốc trung bình của dòng chảy;

C- hệ số Sêdi ;

R- bán kính thủy lực;

i - độ dốc đáy (bằng J_m và J);

W- đặc trưng vận tốc.

Nếu ta dùng khái niệm đặc trưng lưu lượng như đối với chuyển động có áp trong ống:

$$K=\omega\ C\sqrt{R} \tag{4}$$

thì ta có:

$$Q=K\sqrt{i}. \tag{5}$$

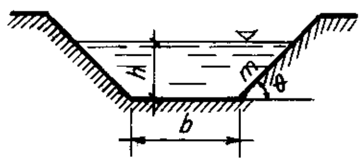
Từ công thức (2) đến (5) là các công thức tính toán cơ bản của chuyển động đều trong lòng dẫn hở.

§VIII-3. MẶT CẮT KÊNH

1- Mặt cắt thường dùng

Nếu lòng dẫn hở được xây dựng bằng vật liệu rắn (kim loại, gỗ, đá, bê tông, gạch, chất dẻo v.v...) hình dạng của mặt cắt lòng dẫn có thể là bất kì tùy thuộc vào mục đích sử dụng (chữ nhật, nửa vòng tròn, tam giác, hình thang, enlip v.v...).

Đối với vật liệu rời, lòng dẫn chỉ nên xây dựng với mặt cắt hình thang vì tính ổn định của mái dốc (đất, đất pha sét, đất pha cát, đất hoàng thổ v.v...). Đây là mặt cắt thường dùng nhất của kênh bằng vật liệu rời.



Ta có các công thức tính toán sau đây cho các yếu tố của mặt cắt hình thang:

+ Diện tích mặt cắt ướt:

$$\omega = (b + mh)h. \tag{6}$$

+ Chu vi ướt:

$$\chi = b + 2h\sqrt{1+m^2}\ , \tag{7}$$

trong đó b - chiều rộng đáy kênh;

h - chiều sâu mực nước trong kênh;

m - hệ số mái dốc.

$$m = \text{ctg}\ \theta;$$

2- Mặt cắt có lợi nhất về thủy lực

Mặt cắt có lợi nhất về thủy lực là mặt cắt mà qua đó với trị số mặt cắt ướt, độ nhám và độ dốc đáy đã định, có thể thoát được một lưu lượng lớn nhất.

Ta có công thức:

$$Q = \omega C\sqrt{Ri} = \omega \frac{1}{n} R^y \sqrt{Ri}\ , \qquad (8)$$

trong đó: C tính theo công thức của Pavlôpxki.

Từ (8) ta thấy là với ω, n, i đã định, lưu lượng sẽ lớn nhất khi bán kính thủy lực R là lớn nhất hoặc khi chu vi ướt χ là nhỏ nhất (vì $R = \omega/\chi$).

Do đó mặt cắt có lợi nhất là mặt cắt mà chu vi ướt χ nhỏ nhất. Như ta đã biết, đấy chính là mặt cắt nửa vòng tròn.

Đối với hình thang là dạng mặt cắt thường dùng, ta xác định tỷ số giữa chiều rộng đáy và chiều sâu khi mặt cắt hình thang có lợi nhất về thủy lực.

Ta kí hiệu chiều rộng đáy, chiều sâu và hệ số mái dốc như trên hình vẽ. Theo (6), chiều rộng b là:

$$b = \frac{\omega}{h} - mh. \qquad (9)$$

Chu vi ướt theo (7) và (9) sẽ là:

$$\chi = \frac{\omega}{h} - mh + 2h\sqrt{1 + m^2}\ .$$

Vì khi mặt cắt có lợi nhất về thủy lực thì χ phải nhỏ nhất, nên:

$$\frac{d\chi}{dh} = 0,$$

do đó:

$$-\frac{\omega}{h^2} - m + 2\sqrt{1 + m^2} = 0\ ,$$

sau khi thay ω bằng công thức (6), ta được:

$$\frac{b}{h} = 2\,(-\ m + \sqrt{1 + m^2}). \qquad (10)$$

Trên đây chính là tỷ số giữa chiều rộng đáy và chiều sâu của mặt cắt hình thang có lợi nhất về thủy lực.

Theo (10) ta có quan hệ sau:

$$\beta_{ln} = \left(\frac{b}{h}\right)_{ln} = f\ (m). \qquad (11)$$

hoặc: $$\beta_{ln} = 2\left(\sqrt{1+m^2} - m\right) \quad (12)$$

Quan hệ (11) được ghi ở bảng sau:

m	0	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00
β_{ln}	2,0	1,562	1,236	1,000	0,828	0,702	0,606	0,532	0,424

Đặt β_{ln} vào công thức tính bán kính thủy lực R, sẽ tìm được bán kính thủy lực của mặt cắt hình thang có lợi nhất về thủy lực sẽ là:

$$R_{ln} = \frac{\omega}{\chi} = \frac{(b+mh)h}{b+2h\sqrt{1+m^2}} = \frac{(\beta_{ln}h+mh)h}{\beta_{ln}h+2h\sqrt{1+m^2}},$$

$$R_{ln} = \frac{\left[2\left(\sqrt{1+m^2}-m\right)+m\right]h^2}{2\left(\sqrt{1+m^2}-m\right)h+2\sqrt{1+m^2}\,h},$$

$$R_{ln} = \frac{h}{2}. \quad (13)$$

Với mặt cắt chữ nhật (m=0) thì $\beta_{ln} = 2$, tức là bề rộng bằng 2 lần độ sâu:

$$b_{ln} = 2h_{ln}.$$

Cần nhắc lại rằng khái niệm về mặt cắt có lợi nhất về thủy lực là một khái niệm hoàn toàn đứng về thủy lực mà xét, còn về mặt kinh tế và kỹ thuật thì chưa hẳn đã có lợi nhất. Từ bảng trên ta thấy rằng, với kênh có $m \geqslant 0,75$ thì mặt cắt có lợi nhất sẽ cho h>b; điều đó dẫn tới việc phải đào kênh qúa sâu, nhất là đối với những kênh lớn. Tuy nhiên nếu thiết kế mặt cắt kênh có bán kính thủy lực nhỏ hơn bán kính thủy lực lợi nhất chỉ vài phần trăm thì độ sâu h có thể giảm khá nhiều và mặt cắt như vậy có thể dùng được trong thực tế. Riêng đối với kênh loại nhỏ thì mặt cắt có lợi nhất về thủy lực cũng có thể là mặt cắt có lợi nhất về kinh tế và kỹ thuật, vì không phải đào sâu lắm.

Tóm lại, lúc xác định kích thước của mặt cắt kênh, ngoài phần tính toán thủy lực còn phải chú ý tới nhiều mặt khác như kinh tế, kỹ thuật và mục đích sử dụng.

§VIII-4. NHỮNG BÀI TOÁN CƠ BẢN VỀ DÒNG CHẢY ĐỀU TRONG LÒNG DẪN HỞ MẶT CẮT HÌNH THANG

Việc tính toán dòng chảy đều không áp trong lòng dẫn hở là dựa vào phương trình cơ bản (5):

$$Q = \omega C\sqrt{Ri}.$$

Đối với mặt cắt kênh là hình thang, phương trình trên biểu thị mối quan hệ giữa lưu lượng Q và các yếu tố sau đây: bề rộng đáy b, chiều sâu h, độ dốc mái kênh m, độ dốc đáy kênh i, độ nhám lòng dẫn n:

$$Q = f\ (b,\ h,\ m,\ n,\ i). \qquad (14)$$

Ta thường phải giải quyết hai loại vấn đề sau đây về tính toán kênh hở:

a- Tính toán với kênh đã biết; thường là phải giải phương trình (14) gồm 6 biến số khi đã biết 5, còn lại một lấy làm ẩn số;

b- Thiết kế kênh mới; thường là đã biết những tài liệu về trắc địa, về vật liệu làm kênh, về lưu lượng cần dẫn đi trong kênh; ta cần phải xác định kích thước mặt cắt ngang kênh.

1- Tính toán kênh đã biết.

Ta có thể gặp 3 bài toán cơ bản sau đây:

+ Xác định Q, cho trước b, h, m, n, i;

* Tính những trị số ω, R, C rồi thay vào (5), ta tìm ra Q.

+ Xác định i, cho trước Q, h, b, m, n;

* Tính những trị số ω, R, C rồi thay vào biểu thức (5), sau khi rút ra ta được:

$$i = \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R}.$$

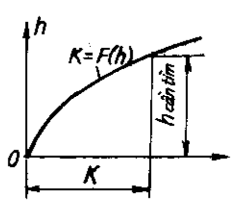
+ Xác định h, cho trước Q,b,m,n,i;

* Trực tiếp rút h ra từ (5) là một việc làm phức tạp nên ta giải bài toán này bằng phương pháp tính thử dần. Phương pháp tính là tự định một trị số h, tính ra những trị số ω, C, R tương ứng rồi thay chúng vào (5) để tìm ra những trị số K tương ứng. Mặt khác tính:

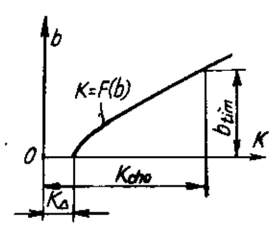
$$K_o = \frac{Q}{\sqrt{i}}.$$

Trị số h làm cho trị số K tương ứng bằng trị số K_o là trị số phải tìm.

Để việc tính toán thử dần được nhanh hơn, ta có thể giải bài toán bằng phương pháp đồ thị. Bài toán này luôn luôn có nghiệm với bất kỳ trị số K_o nào.



Xác định chiều sâu h



Xác định chiều rộng b

Cũng thuộc loại bài toán này là trường hợp tìm b vì các đại lượng ω, C, R đều có thể biểu thị qua b:

$$K = \omega C\sqrt{R} = f(b).$$

Bài toán này cũng được giải bằng phương pháp thử dần hoàn toàn giống như trường hợp xác định h nói trên. Ta cũng có thể giải bằng đồ thị, nhưng chú ý rằng đường cong K= f(b) không qua gốc tọa độ mà cắt trục OK tại điểm A, đoạn OA ứng với trị số K' của kênh mặt cắt tam giác (b = 0). Vậy bài toán chỉ có lời giải với các trị số $K_o > K'$.

Các bài toán trên cũng có thể giải bằng máy tính điện tử với các chương trình con đơn giản.

2- Thiết kế kênh mới.

Thông thường ta phải xác định tuyến kênh và độ dốc đáy i trên bản đồ trắc đạc địa hình (mặt bằng và trắc dọc) sao cho phù hợp nhất với những yêu cầu thủy lực và kinh tế, ta căn cứ vào chất đất hoặc vật liệu làm kênh mà xác định hệ số mái dốc kênh m, đồng thời xác định hệ số nhám n của lòng dẫn. Với Q cho trước, ta cần phải xác định b,h của mặt cắt ngang; trong bài toán này, theo (14) ta có một phương trình 2 ẩn số (b, h), vậy ta cần phải có một phương trình thứ hai nêu thêm một mối quan hệ b, h nữa.

Có thể có 2 trường hợp về phương trình thứ hai đó:

a- Cho biết tỷ số β = b/h. Khi đó ta có thể thay mỗi trị số b trong phương trình (4) bằng b = β h, thì ta có một phương trình một ẩn số h, ta trở về trường hợp bài toán tìm h, khi đã biết Q, b, m, n, i mà ta đã nói ở trên. Có thể tỷ số β lấy bằng β_{ln}; lúc đó phương trình thứ hai là phương trình (12).

b- Cho biết R hoặc v. Giả thử cho biết R. Từ (5) ta tính ra được:

$$\omega = \frac{Q}{C\sqrt{Ri}},$$

và theo định nghĩa, ta có $\chi = \frac{\omega}{R}$ nên ta được 2 phương trình 2 ẩn số (b,h) sau đây:

$$(b + mh)h = \omega$$

$$b + 2h\sqrt{1 + m^2} = \frac{\omega}{R}. \qquad (15)$$

Giải ra ta được b, h.

Giả thiết cho biết v. Từ công thức Sêdi (2):

$$v = C\sqrt{Ri}$$

ta viết được: $$C\sqrt{R} = \frac{1}{n}R^{y+0,5} = \frac{v}{\sqrt{i}}.$$

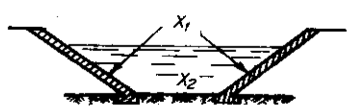
Biết $\frac{v}{\sqrt{i}}$ và n đồng thời xác định được y thì ta giải ra được R.

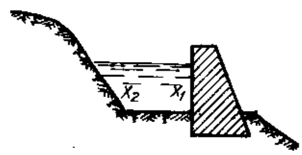
Biết R rồi thì ta trở về trường hợp trên và giải hệ phương trình (15).

Ta biết rằng ở mặt cắt có lợi nhất về thủy lực, trị số R và v là lớn nhất và χ là nhỏ nhất. Như vậy bài toán chỉ có lời giải nếu những trị số cho trước Rvà v phải nhỏ hơn R,v của mặt cắt có lợi nhất về thủy lực.

§VIII-5. TÍNH TOÁN KÊNH CÓ ĐIỀU KIỆN THỦY LỰC PHỨC TẠP

1- Mặt cắt đơn giản nhưng có độ nhám khác nhau.





Trong thực tế, nhiều khi ta gặp những mặt cắt kênh có những phần có độ nhám khác nhau: thí dụ hai bờ kênh xây gạch, đáy kênh là nham thạch tự nhiên hoặc một bên là tường xây bê tông, một bên là vách đá. Tính toán thủy lực trong trường hợp này tương đối phức tạp, chỉ có thể tính gần đúng.

Gọi χ_i là phần chu vi ướt của mặt cắt ứng với độ nhám n_i và ω_i là phần mặt cắt tương ứng với phần chu vi ướt χ_i.

Có thể tính độ nhám trung bình theo:

$$n_{tb} = \frac{n_1\chi_1 + n_2\chi_2 + ... + n_n\chi_n}{\chi_1 + \chi_2 + ... + \chi_n}. \qquad (16)$$

Pavlôpxki đưa vào giả thuyết là mỗi phần của chu vi ướt có ảnh hưởng đến một phần diện tích tỷ lệ với nó, tức là:

$$\frac{\chi_1}{\omega_1} = \frac{\chi_2}{\omega_2} = ... = \frac{\chi_n}{\omega_n} = \frac{\chi}{\omega}$$

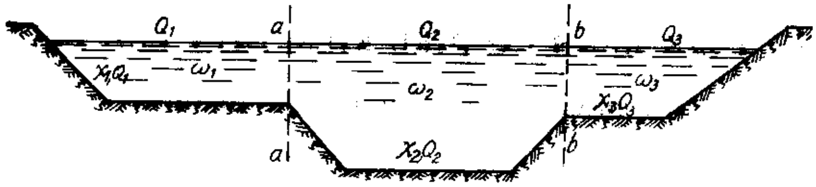
và đã chứng minh được rằng có thể xác định "hệ số nhám trung bình" bằng công thức:

$$n_{tb} = \sqrt{\frac{n_1^2\chi_1 + n_2^2\chi_2 + ... + n_n^2\chi_n}{\chi_1 + \chi_2 + ... + \chi_n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} n_i^2\chi_i}{\sum\chi_i}}. \qquad (17)$$

Khi đó trị số n trong hệ số Sêdi lấy bằng n_{tb}.

2- Kênh có mặt cắt phức tạp.

Nếu kênh có mặt cắt phức tạp mà ảnh hưởng các thành phần của chu vi ướt lên các phần diện tích tương ứng không thể coi là tỷ lệ với nhau được thì dù chu vi ướt có nhiều độ nhám hay chỉ có một độ nhám ta vẫn phải chia mặt cắt ướt ω thành nhiều phần bằng những đường thẳng đứng như a-a, b-b và tính vận tốc trung bình cho từng phần.



Do đó cần tính riêng diện tích ω_i, chu vi ướt χ_i, bán kính thủy lực R, hệ số nhám n_i và lưu lượng Q_i cho từng thành phần, với giả thiết là độ dốc thủy lực J giống nhau (trong dòng đều thì J bằng độ dốc chung của đáy i). Vậy:

$$Q_1 = K_1\sqrt{J} = \omega_1 C_1 \sqrt{R_1 i}$$

$$Q_2 = K_2\sqrt{J} = \omega_2 C_2 \sqrt{R_2 i}$$

....

$$Q_n = K_n\sqrt{J} = \omega_n C_n \sqrt{R_n i}$$

$$Q = \Sigma Q_i = K\sqrt{J} = (\Sigma K_i)\sqrt{J}.$$

Nên nhớ rằng khi tính chu vi ướt χ thì chỉ tính độ dài tiếp xúc giữa nước và mặt kênh, không tính độ dài tiếp xúc giữa nước và nước.

§VIII-6. TÍNH TOÁN THỦY LỰC CHO DÒNG CHẢY ĐỀU KHÔNG ÁP TRONG ỐNG

Ngoài dòng chảy đều trong kênh hở vừa xét ở trên, trong thực tế nhiều lúc còn gặp loại dòng chảy đều không áp trong ống kín, chẳng hạn dòng chảy trong cống ngầm thoát nước ở thành phố, trong các đường hầm xuyên qua núi v.v... Tùy theo yêu cầu sử dụng mà có nhiều kiểu mặt cắt khác nhau.

Tính toán thủy lực cho ống kín bằng ngay các công thức cơ bản (2) ÷ (5) là tương đối phiền phức, vì diện tích ω và chu vi ướt là những hàm số phức tạp của độ sâu h.

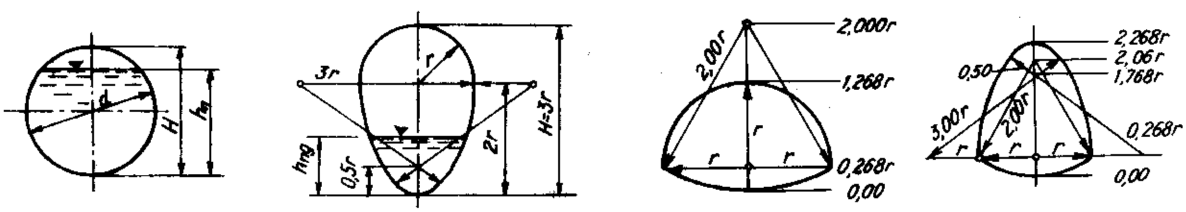
Bởi vậy trong thực tế người ta dùng các đồ thị hay bảng tra lập cho các tỷ số:

$$\frac{K_{ng}}{K};\quad \frac{W_{ng}}{W};\quad \frac{\omega_{ng}}{\omega};\quad \frac{R_{ng}}{R}$$

theo các độ ngập nước trong kênh $h_{ng}/H = a$ khác nhau, tức là lập ra dưới dạng các hàm số tương ứng của h_{ng}/H. Ở đây K_{ng} là đặc trưng lưu lượng ứng với độ sâu h_{ng} nào đó, tức là lúc chỉ ngập một phần, còn K là đặc trưng lưu lượng ứng với độ sâu H, tức là lúc đầy nhất, khi kênh làm việc với tiết diện toàn phần.

Các yếu tố hình học của mặt cắt thường gặp nhất xem ở các hình vẽ.

Cũng tương tự, người ta kí hiệu đặc trưng vận tốc, diện tích mặt cắt ướt và bán kính thủy lực ứng với độ sâu h_{ng} là W_{ng}, ω_{ng}, R_{ng}, còn đặc tính vận tốc, diện tích mặt cắt ướt và bán kính thủy lực ứng với độ sâu H là W, ω, R (không có chỉ số).



Do đó, các đồ thị và bảng tra biểu thị các quan hệ hàm số:

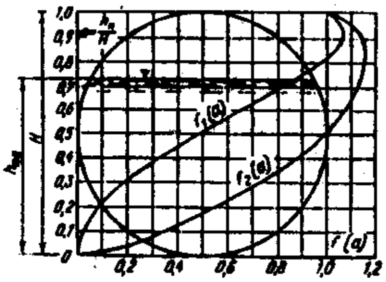
$$\frac{K_{ng}}{K} = f_1\left(\frac{h_{ng}}{H}\right) = f_1(a);$$

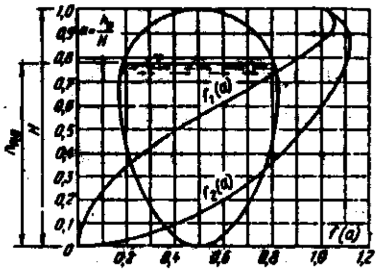
$$\frac{W_{ng}}{W} = f_2\left(\frac{h_{ng}}{H}\right) = f_2(a).$$

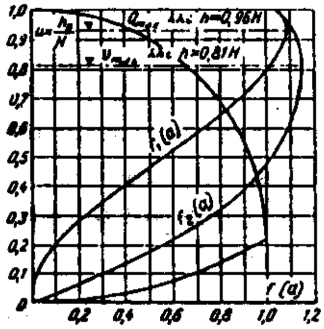
Trị số a, bằng tỷ số h_{ng}/H, được gọi là "độ ngập của kênh" (ống)

Đối với các kênh có mặt cắt tương tự về hình học thì các hệ thức nói trên $K_{ng}/K = f_1(a)$ và $W_{ng}/W = f_2(a)$ là không thay đổi nếu khi tính đặc trưng lưu lượng K và đặc trưng vận tốc W ta dùng công thức $C = 1/n\ R^y$ với y = const. Các hệ thức này sẽ thay đổi với mức độ không đáng kể nên trong thực tế có thể xem các hệ thức này không có liên quan đến các kích thước của kênh.

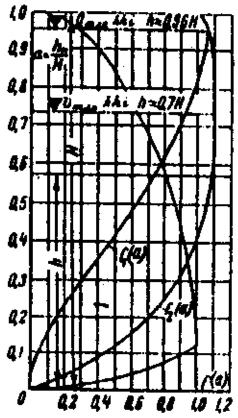
Do đó, nếu mặt cắt kênh là tương tự về mặt hình học với nhau thì các hệ thức đó sẽ như nhau.







Trên các hình vẽ cho các đường cong $K_{ng}/K = f_1(a)$ và $W_{ng}/W = f_2(a)$ ứng với các tiết diện có tính chất điển hình. Dùng các đường cong nói trên có thể xác định đặc trưng lưu lượng K_{ng} hay đặc trưng vận tốc W_{ng} ứng với mỗi chiều sâu chứa nước h_{ng} của kênh, nếu như đã biết đặc trưng lưu lượng K hay đặc trưng vận tốc W ứng với lúc đầy nhất của tiết diện đó.



Đặc trưng lưu lượng ứng với độ sâu h_{ng} bằng:

$$K_{ng} = Kf_1\left(\frac{h_{ng}}{H}\right). \qquad (18)$$

Đặc trưng vận tốc ứng với độ sâu h_{ng} bằng:

$$W_{ng} = Wf_2\left(\frac{h_{ng}}{H}\right). \qquad (19)$$

Bài toán ngược lại cũng được giải một cách tương tự:

$$K = \frac{K_{ng}}{f_1\left(\frac{h_{ng}}{H}\right)} \quad \text{và} \quad W = \frac{W_{ng}}{f_2\left(\frac{h_{ng}}{H}\right)}. \qquad (20)$$

§VIII-7. VẬN TỐC CHO PHÉP KHÔNG XÓI VÀ KHÔNG LẮNG CỦA LÒNG DẪN HỞ

Trong nhiều trường hợp có thể thiết kế kênh xuất phát từ vận tốc tính toán. Khi chọn vận tốc tính toán cần so sánh các phương án tính toán kinh tế kỹ thuật, tức là xét đến các điều kiện địa hình, địa chất, hiệu quả sử dụng của kênh, chế độ phù sa và dòng chảy... Về mặt thủy lực tất cả các kênh vận tải thủy, phục vụ nhà máy thủy điện, trạm bơm, tưới tiêu hoặc phục vụ tổng hợp đều phải thỏa mãn một yêu cầu chung nhất là: trong điều kiện sử dụng bình thường (và nếu có thể cả trong tình hình phát triển và mở rộng sản xuất) lưu lượng và mực nước trong kênh phải giữ vững ở mức đã thiết kế.

Muốn vậy điều kiện làm việc lý tưởng nhất của kênh là bảo đảm sự ổn định của mặt cắt ngang và dọc về phương diện xói bồi.

Để không gây ra xói lở lòng dẫn, vận tốc tính toán hoặc vận tốc thực tế trong kênh cần nhỏ hơn vận tốc cho phép không xói:

$$v < [v_{kx}], \qquad (21)$$

trong đó $[v_{kx}]$ - vận tốc cho phép không xói của dòng chảy.

Vận tốc không xói cho phép của dòng chảy là vận tốc lớn nhất mà khi dòng chảy đạt tới trị số ấy không gây ra sự xói lở (phá hỏng) lòng kênh, trở ngại cho việc sử dụng bình thường.

Vận tốc cho phép không xói của dòng chảy phụ thuộc vào nhiều yếu tố như vật liệu tạo thành lòng kênh, chiều sâu mực nước, độ nhám lòng dẫn và cả số lượng chất lơ lửng mà dòng chảy mang theo. Để tính toán sơ bộ, trong trường hợp không xét đến ảnh hưởng của bùn cát lơ lửng và một số yếu tố khác có thể sử dụng trị số $[v_{kx}]$ khác nhau cho từng loại đất: dính và không dính. Khác với đất không dính, đối với các loại đất dính thường đường kính hạt không có ảnh hưởng trực tiếp đến lưu lượng không xói, bởi vì khi dòng chảy bắt đầu xói thì từng cụm đất bị phá vỡ. Theo số liệu thực đo, rất nhiều trường hợp các cụm đất bị tách ra có đường kính trung bình d_o = 4 mm. Trên cơ sở phân tích ấy, v_{kx} chỉ phụ thuộc vào lực kết dính và chiều sâu mực nước.

Cần lưu ý rằng đối với các loại đất dính, không dính, khi thỏa mãn điều kiện (21), thì về nguyên tắc lòng kênh không bị xói. Nhưng ngược lại, nếu $v > [v_{kx}]$ thì phải tùy tình hình cụ thể mà xuất phát từ những phương trình cân bằng trong động lực học lòng sông mới kết luận dứt khoát được rằng kênh có bị xói hay không.

Đối với dòng chảy có mang theo một số lượng nhất định về chất lơ lửng thì ngoài việc bảo đảm lòng dẫn không bị xói còn cần chọn vận tốc tính toán sao cho kênh không bị bồi lấp.

Ta gọi vận tốc mà ứng với nó dòng chảy đủ sức tải số lượng bùn cát đã cho với thành phần tổ hợp bùn cát đã định là vận tốc giới hạn không lắng và kí hiệu là $[v_{kl}]$. Như vậy muốn cho lòng kênh không bị bồi lấp cần thỏa mãn điều kiện:

$$v > [v_{kl}] . \qquad (22)$$

Theo dòng lịch sử vấn đề thiết kế các kênh không bị bồi lấp để tránh nạo vét hàng năm là bắt đầu từ những yêu cầu cấp bách về xây dựng các hệ thống tưới. Sau khi tổng kết nhiều công trình tưới nước thuộc hệ thống Bari Doa

(Ấn Độ), kỹ sư Kenođi và Laxây đã đề ra công thức xác định vận tốc không lắng sau đây:

$$v_{kl} = e\sqrt{R}, \tag{23}$$

trong đó: e là hệ số kinh nghiệm.

Hiện nay công thức (23) chỉ còn mang ý nghĩa lịch sử vì trong đó không phản ảnh một yếu tố quan trọng nhất là số lượng chất lơ lửng, trong đó có cả thành phần hạt của chất đó.

Vì thế để phản ảnh tương đối đầy đủ các yếu tố cơ bản của chất lơ lửng trong công thức tính vận tốc không lắng cho phép, ta phải dùng đến khái niệm "độ thô thủy lực" w là tốc độ lắng chìm trong nước tĩnh của hạt có tỷ trọng lớn hơn nước. Vậy muốn cho hạt đó không bị lắng xuống đáy trong dòng chảy rối cần phải có:

$$w \leqslant u_y , \tag{24}$$

trong đó: u_y là vận tốc mạch động theo hướng đứng của hạt lơ lửng

Trị số gần đúng của nó tỷ lệ thuận với vận tốc trung bình:

$$u_y = \alpha v , \tag{25}$$

trong đó: α - hệ số thực nghiệm.

Vậy theo (22) đối với hạt có kích thước lớn nhất, ta được:

$$\frac{w_{max}}{\alpha_{max}} \leqslant 1. \tag{26}$$

Có thể lấy $\alpha_{max} = 0{,}065 i^{0,25}$ (theo Hatsatrian). Từ đó có thể rút ra biểu thức vận tốc không lắng như sau:

$$v_{kl} = \frac{w_{kl}}{0{,}065\ i^{0,25}} . \tag{27}$$

Như vậy nếu dòng chảy thỏa mãn điều kiện:

$$v > \frac{w_{kl}}{0{,}065\ i^{0,25}} \tag{28}$$

thì những hạt có kích thước lớn nhất không bị lắng, do đó các hạt có kích thước nhỏ hơn w_{max} cũng sẽ được lơ lửng.

Mặt khác các hạt rắn có thể bị lắng xuống không phải vì lý do kích thước qua lớn mà còn do số lượng của chúng trong nước quá nhiều. Vì vậy trên cơ sở thỏa mãn điều kiện (22), trong đó v_{kl} xác định theo (26), chúng ta cần kiểm tra bổ sung về điều kiện:

$$\rho_o < \rho_{pg} , \qquad (29)$$

trong đó: ρ_o - số lượng chất lơ lửng trong một đơn vị thể tích của dòng chảy, gọi tắt là độ dục dòng chảy ; ρ_{pg} - độ dục phân giới của dòng chảy. Trị số của chúng là hàm số của các yếu tố thủy lực và các yếu tố đặc trưng cho thành phần bùn cát, mà nội dung là cả một chuyên đề lớn, được nghiên cứu riêng.

Khi muốn đồng thời thực hiện cả hai điều kiện (21) và (22), tức là muốn thiết kế kênh không xói và không bồi thì ta có:

$$v_{kl} < v < v_{kx} . \qquad (30)$$

Trong trường hợp nước có độ dục lớn (nước sông Hồng, sông Hoàng) thì có thể xảy ra quan hệ:

$$v_{kl} > v_{kx}$$

thì việc thiết kế kênh không xói không bồi trở nên khó khăn, bởi vì lúc đó yêu cầu không lắng và không xói mâu thuẫn với nhau. Khi đó cần có những phương pháp tính toán đặc biệt, ví dụ phương pháp cân bằng lượng xói và bồi của bùn cát (phương pháp của Trung Quốc v.v...)

PHỤ LỤC

Phụ lục 1

HỆ SỐ NHỚT μ (TÍNH BẰNG POADƠ)
VÀ ν (TÍNH BẰNG STỐC) CỦA MỘT SỐ CHẤT LỎNG

Loại chất lỏng	t°C	μ	ν
Nước	0	0,01792	0,01792
	10	0,01306	0,01306
	20	0,01004	0,01006
	30	0,00802	0,00805
	40	0,00654	0,00659
	50	0,00549	0,00556
Ét xăng	15	0,0065	0,0093
Rượu Etilen	20	0,0119	0,0154
Thủy ngân	15	0,0154	0,0011
Spikiđo	16	0,0160	0,0183
Dầu hỏa	15	0,0217	0,0276
Glixêrin (50% dung dịch nước)	20	0,0603	0,0598
Mỡ biến thế	20	0,275	0,310
Mỡ tuốc bin	20	0,860	0,960
Glixêrin (86% dung dịch nước)	20	1,297	1,059
Mỡ vadơlin	20	1,38	1,57
Glixêrin (không nước)	20	14,99	11,89
Mỡ máy C	50	47,0	52,2

Chú thích :

$$1 \text{ poadơ} = 1\,\frac{\text{din.sec}}{\text{cm}^2} = 1\,\frac{\text{g}}{\text{cm.sec}}\,;$$

$$1 \text{ stốc} = 1\,\frac{\text{poadơ}}{\dfrac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 1\,\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}}$$

Phụ lục 2

ĐỘ NHÁM TƯƠNG ĐƯƠNG $k_{tđ}$ CỦA ỐNG VÀ KÊNH

Số thứ tự	Đặc tính mặt ống và kênh	$k_{tđ}$ mm
	I. Ống nguyên khối	
1	Ống bằng đồng thau, đồng, kẽm	0,0015 - 0,010
2	Ống thép mới	0,020 - 0,100
3	Ống thép đang sử dụng	1,2 - 1,5
	II. Ống thép hàn nguyên khối	
4	Ống mới hoặc cũ nhưng còn tốt	0,04 - 0,10
5	Ống tráng bitum	∽ 0,05
6	Ống sử dụng rồi, có chỗ bị gỉ	∽ 0,10
7	Ống sử dụng rồi, bị gỉ đều	∽ 0,15
8	Ống ở tình trạng xấu, các chỗ nối không phủ đều	> 5,0
	III. Ống gang	
9	Ống mới	0,25 - 1,0
10	Ống mới tráng bitum	0,10 - 0,15
11	Ống tráng átsphan	0,12 - 0,30
12	Ống đã dùng	1,4
13	Ống đã dùng bị gỉ	1,0 - 1,5
	IV. Ống bêtông và ximăng	
14	Ống bêtông có bề mặt tốt	0,3 - 0,8
15	Ống bêtông trong điều kiện trung bình	2,5
16	Ống bêtông có bề mặt nhám	3,0 - 4,0
17	Ống ximăng mới chịu nóng	0,05 - 0,10
18	Ống ximăng chịu nóng đã sử dụng	∽ 0,60
	V. Ống gỗ và thủy tinh	
19	Ống gỗ bào kỹ	0,15 (ước lượng)
20	Ống gỗ bào tốt	0,30 (ước lượng)
21	Ống gỗ chưa bào nhưng ghép tốt	0,70 (ước lượng)
22	Ống bằng thủy tinh sạch	0,0015 - 0,0100
	VI. Kênh phủ	
23	Kênh trát tốt bằng ximăng thuần túy	0,05 - 0,22
24	Kênh trát bằng dung dịch ximăng	0,5
25	Kênh trát theo lưới kim loại	10 - 15
26	Tấm bằng bêtông xỉ	1,5

BẢNG TRỊ SỐ HỆ SỐ NHÁM n CỦA PAVƠLỐPXKI VÀ TRỊ SỐ HỆ SỐ k TRONG CÔNG THỨC AGORỐTXKI

Số loại	Tính chất thành bờ	n	k	1/n
I	Mặt ngoài rất trơn, mặt có tráng men hoặc đánh vécni.	0,009	6,26	111
II	Bản được bào rất kỹ và đặt rất cẩn thận. Mặt trát ximăng nguyên chất.	0,01	5,64	100
III	Mặt trát ximăng rất tốt (1/3 cát) ống sứ, ống sắt, ống gang sạch (mới) được đặt và nối rất cẩn thận. Mặt bản được bào kỹ.	0,011	5,12	90,9
IV	Mặt bản chưa bào, đặt cẩn thận. Ống dẫn nước làm việc trong điều kiện tiêu chuẩn, không có dấu vết rõ ràng về những khớp ; ống tháo nước rất sạch ; công trình bêtông rất tốt.	0,012	4,70	83,3
V	Bản xây khá tốt, công trình xây gạch rất tốt. Ống tháo nước làm việc trong điều kiện tiêu chuẩn ; ống dẫn nước hơi bị bẩn.	0,013	4,33	76,9
VI	Ống bị bẩn (ống dẫn và ống tháo), kênh máng bằng bêtông trong điều kiện trung bình.	0,014	4,02	71,4
VI	Bản xây bằng gạch loại trung bình, mặt lát bằng đá, điều kiện trung bình. Đường tháo nước rất bị bẩn, vải buồm đặt theo các thanh của bản gỗ.	0,015	3,76	66,7
VIII	Bản xây bằng đá hộc, bản cũ xây bằng gạch (đã bị hư rồi). Công trình bêtông tương đối thô. Nham thạch rất trơn, được thi công cẩn thận.	0,017	3,32	58,8
IX	Kênh máng phủ bằng tầng đất bùn đầy, ổn định ; kênh máng bằng hoàng thổ chắc và cuội nhỏ chắc, có phủ lên một tầng bùn mỏng liên tục (tất cả đều ở trạng thái không chê trách được).	0,018	3,13	55,6

X	Bản xây bằng đá hộc trung bình ; mặt phủ bằng cuội tròn. Kênh máng đào hoàn toàn giữa nham thạch. Kênh máng bằng hoàng thổ, đá cuội chắc, đất chắc phủ bằng một tầng bùn mỏng (ở trạng thái tiêu chuẩn).	0,020	2,82	50,0
XI	Kênh máng bằng đất sét chặt, kênh máng bằng hoàng thổ, đá cuội ; đất phủ bằng một tầng bùn mỏng không chặt (có nơi bị nứt vỡ) ; kênh máng bằng đất ở tình trạng giữ gìn và sửa chữa khá hơn tình trạng trung bình.	0,0225	2,50	44,4
XII	Bản xây khô tốt. Kênh máng lớn bằng đất ở điều kiện giữ gìn, sửa chữa trung bình, kênh máng nhỏ ở điều kiện tốt. Lòng sông ở tình trạng khá (lòng sông nhỏ và sạch, thẳng, chảy tự do, không có lở bờ và hố sâu).	0,025	2,25	40,0
XIII	Kênh máng bằng đất : loại to, trong điều kiện giữ gìn, sửa chữa kém hơn điều kiện trung bình, kênh nhỏ trong điều kiện trung bình.	0,0275	2,05	36,4
XIV	Kênh máng bằng đất trong điều kiện tương đối kém (thí dụ có đôi chỗ đáy kênh có cỏ rêu, đá cuội) có cỏ mọc nhiều kéo dài, bờ lở. Dòng sông tình hình khá.	0,030	1,88	33,3
XV	Kênh máng ở tình trạng rất xấu (có mặt cắt méo mó, có nhiều đá, cỏ làm chướng ngại vật). Dòng sông ở tình trạng tương đối khá nhưng có một số đá và cỏ.	0,035	1,61	28,6
XVI	Kênh máng ở tình trạng vô cùng xấu (có nhiều hố sâu, bờ cỏ, có nhiều rễ cây, nhiều đá tảng và hòn đá dọc đáy kênh). Dòng sông trong điều kiện càng khó khăn (so sánh với những mục trên) ; số đá và cỏ tăng lên, lòng sông quanh co, có bãi và hố sâu không nhiều lắm.	0,040 và lớn hơn	1,41	25,0

BẢNG CHO TRỊ SỐ C THEO CÔNG THỨC MANINH $C = \frac{1}{n} R^{1/6}$

R, m	n										
	0,011	0,013	0,014	0,017	0,020	0,025	0,030	0,035	0.040	0,045	0,050
0,30	74,4	63,0	58,4	48,1	40,9	32,7	27,3	23,4	20,4	18,2	16,4
0,32	75,2	63,6	59,1	48,6	41,4	33,1	27,5	23,6	20,7	18,4	16,5
0,34	76,0	64,3	59,7	49,1	41,8	33,4	27,8	23,9	20,9	18,6	16,7
0,36	76,7	64,9	60,3	49,6	42,2	33,7	28,1	24,1	21,1	18,7	16,9
0,38	77,4	65,5	60,8	50,1	42,6	34,0	28,4	24,3	21,3	18,9	17,0
0,40	78,1	66,0	61,3	50,5	42,9	34,3	28,6	24,5	21,4	19,1	17,2
0,42	78,7	66,6	61,8	50,9	43,3	34,6	28,9	24,7	21,6	19,2	17,3
0,44	79,3	67,1	62,3	51,3	43,6	34,9	29,1	24,9	21,8	19,4	17,4
0,46	79,9	67,6	62,8	51,7	43,9	35,2	29,3	25,1	22,0	19,5	17,6
0,48	80,4	68,1	63,2	52,0	44,2	35,4	29,5	25,3	22,1	19,7	17,7
0,50	81,0	68,5	63,6	52,4	44,5	35,6	29,7	25,5	22,3	19,8	17,8
0,55	82,3	69,6	64,6	53,3	45,3	36,2	30,2	25,9	22,6	20,1	18,1
0,60	83,5	70,6	65,6	54,0	45,9	36,7	30,6	26,2	23,0	20,4	18,4
0,65	84,6	71,6	66,5	54,7	46,5	37,2	31,0	26,6	23,3	20,7	18,6
0,70	85,7	72,5	67,3	55,4	47,1	37,7	31,4	26,9	23,6	20,9	18,8
0,75	86,7	73,3	68,1	56,1	47,7	38,1	31,8	27,2	23,8	21,2	19,1
0,80	87,6	74,1	68,8	56,8	48,2	38,5	32,1	27,5	24,1	21,4	19,3
0,85	88,5	74,9	69,5	57,2	48,7	38,9	32,4	27,8	24,3	21,6	19,5
0,90	89,3	75,6	70,2	57,8	49,1	39,3	32,8	28,1	24,6	21,8	19,7
0,95	90,1	76,3	70,8	58,3	49,6	39,7	33,0	28,3	24,8	22,0	19,8
1,00	90,9	77,0	71,4	58,8	50,0	40,0	33,3	28,6	25,0	22,2	19,9
1,10	92,4	78,2	72,6	59,8	50,8	40,6	33,9	29,0	25,4	22,6	20,3
1,20	93,7	79,3	73,6	60,6	51,5	41,2	34,4	29,5	25,8	22,9	20,6
1,30	95,0	80,4	74,6	61,5	52,2	41,8	34,8	29,8	26,1	23,2	20,9
1,40	96,2	81,4	75,6	62,2	52,9	42,3	35,3	30,2	26,4	23,5	21,2
1,50	97,3	82,3	76,4	62,9	53,5	42,8	35,7	30,6	26,8	23,8	21,4
1,60	98,3	83,2	77,2	63,6	54,1	43,3	36,1	30,9	27,0	24,0	21,6
1,70	99,3	84,1	78,0	64,3	54,6	43,7	36,4	31,2	27,3	24,3	21,9
1,80	100,3	84,8	78,8	64,9	55,1	44,1	36,8	31,5	27,6	24,5	22,1
1,90	101,2	85,6	79,5	65,5	55,6	44,5	37,1	31,8	27,8	24,7	22,3
2,00	102,0	86,3	80,2	66,0	56,1	44,9	37,4	32,1	28,1	24,9	22,5
2,20	103,7	87,7	81,5	67,1	57,0	45,6	38,0	32,6	28,5	25,3	22,8
2,40	105,2	89,0	82,7	68,1	57,8	46,3	38,6	33,1	28,9	25,7	23,2
2,60	106,6	90,2	83,8	69,0	58,6	46,9	39,1	33,5	29,3	26,1	23,5
2,80	108,0	91,3	84,8	69,8	59,4	47,5	39,6	33,9	29,7	26,4	23,7
3,00	109,2	92,4	85,8	70,6	60,0	48,0	40,0	34,3	30,0	26,7	24,0
3,50	112,0	94,8	88,0	72,5	61,6	49,3	41,1	35,2	30,8	27,4	24,6
4,00	114,5	97,0	90,0	74,1	63,0	50,4	42,0	36,0	31,5	28,0	25,2
4,50	116,8	98,8	91,8	75,6	64,2	51,4	42,8	36,7	32,1	28,6	25,7
5,00	118,9	100,6	93,4	76,9	65,4	52,3	43,6	37,4	32,7	29,1	26,1

BẢNG CHO TRỊ SỐ C THEO CÔNG THỨC PAVÔLỐPXKI $C = \frac{1}{n} R^y$

trong đó $y = 2,5\sqrt{n} - 0,13 - 0,75(\sqrt{n} - 0,10)\sqrt{R}$

R(m) \ n	0,011	0,013	0,017	0,020	0,025	0,030	0,035	0,040
0,01	50,	38,	24,	19,	12,	8	6,	5
0,02	54,4	42,4	26,8	21,2	14,14	10,6	7,78	6,36
0,03	57,1	45,0	30,0	23,1	16,16	12,12	9,24	6,93
0,04	59,5	47,0	32,0	25,0	17,5	13,0	10,0	8,0
0,05	61,3	48,7	33,2	26,1	18,6	13,9	10,9	8,7
0,06	62,8	50,1	34,4	27,2	19,5	14,7	11,5	9,3
0,07	64,1	51,3	35,5	28,2	20,4	15,5	12,2	9,9
0,08	65,2	52,4	36,4	29,0	21,1	16,1	12,8	10,3
0,10	67,2	54,3	38,1	30,6	22,4	17,3	13,8	11,2
0,12	68,8	55,8	39,5	32,6	23,5	18,3	14,7	12,1
0,14	70,3	57,2	40,7	33,0	24,5	19,1	15,4	12,8
0,16	71,5	58,4	41,8	34,0	25,4	19,9	16,1	13,4
0,18	72,6	59,5	42,7	34,8	26,2	20,6	16,8	14,0
0,20	73,7	60,4	43,6	35,7	26,9	21,3	17,4	14,5
0,22	74,6	61,3	44,4	36,4	27,6	21,9	17,9	15,0
0,24	75,5	62,1	45,2	37,1	28,3	22,5	18,5	15,5
0,26	76,3	62,9	45,9	37,8	28,8	23,0	18,9	16,0
0,28	77,0	63,6	46,5	38,4	29,4	23,5	19,4	16,4
0,30	77,7	64,3	47,2	39,0	29,9	24,0	19,9	16,8
0,35	79,3	65,8	48,6	40,3	31,1	25,1	20,9	17,8
0,40	80,7	67,1	49,8	41,5	32,2	26,0	21,8	18,6
0,45	82,0	68,4	50,9	42,5	33,1	26,9	22,6	19,4
0,50	83,1	69,5	51,9	43,5	34,0	27,8	23,4	20,1
0,55	84,1	70,4	52,8	44,4	34,8	28,5	24,0	20,7
0,60	85,3	71,4	53,7	45,2	35,5	29,2	24,7	21,3
0,65	86,0	72,2	54,5	45,9	36,2	29,8	25,3	21,9
0,70	86,6	73,0	55,2	46,6	36,9	30,4	25,8	22,4
0,75	87,6	73,7	55,9	47,3	37,5	30,9	26,35	22,9
0,80	88,3	74,5	56,5	47,9	38,0	31,5	26,8	23,4
0,85	89,1	74,7	56,8	48,2	38,4	31,8	27,15	23,8
0,90	89,4	75,5	57,5	48,8	38,9	32,3	27,6	24,1
0,95	90,1	76,3	58,2	49,4	39,5	32,75	28,10	24,5
1,00	90,9	76,9	58,8	50,0	40,0	33,3	28,6	25,0
1,10	92,0	78,0	59,8	50,9	40,9	34,1	29,3	25,7
1,20	93,1	79,0	60,7	51,8	41,6	34,8	30,0	26,3
1,30	94,0	79,9	61,5	52,5	42,3	35,5	30,6	26,9
1,40	94,6	80,7	62,2	53,2	42,9	36,1	31,2	27,4
1,50	95,7	81,5	62,9	53,9	43,6	36,7	31,7	28,0
1,60	96,4	82,2	63,5	54,4	44,1	37,2	32,2	28,4
1,70	97,3	82,9	64,3	55,1	44,7	37,7	32,7	28,9
1,80	97,8	83,3	64,8	55,4	45,1	38,0	33,0	29,2
1,90	98,5	84,3	65,3	56,0	45,6	38,45	33,4	29,7
2,00	99,3	84,8	65,9	56,6	46,0	38,9	33,8	30,0
2,50	102,1	87,3	68,1	58,7	47,9	40,6	35,4	31,5
3,00	104,1	89,4	69,4	60,3	49,3	41,9	36,1	32,5
3,50	106,4	91,1	71,3	61,5	50,3	42,8	37,4	33,3
4,00	108,1	92,6	72,5	62,5	51,2	43,6	38,1	33,9
5,00	111,0	95,1	74,2	64,1	52,4	44,6	38,9	34,6
6,00	–	–	–	–	53,1	45,1	39,3	34,9
7,00	–	–	–	–	53,5	45,3	39,4	34,9

Phụ lục 6

BẢNG TÍNH K = f(d, n) Ở KHU BÌNH PHƯƠNG SỨC CẢN,

trong đó C tính theo công thức Pavolốpxki, với $y = \frac{1}{6}$

d (mm)	ω (m^2)	K(l/s)		
		Ống sạch $C_o = \frac{1}{n} = 90$ ($n \approx 0{,}011$)	Ống thường $C_o = \frac{1}{n} = 80$ ($n \approx 0{,}0125$)	Ống bẩn $C_o = \frac{1}{n} = 70$ ($n \approx 0{,}0143$)
50	0,00196	9,624	8,460	7,403
75	0,00442	28,37	24,94	21,83
100	0,00785	61,11	53,72	47,01
125	0,01227	110,80	97,40	85,23
150	0,01767	180,20	158,40	138,60
175	0,02405	271,80	238,90	209,00
200	0,03142	388,00	341,10	298,50
225	0,03976	531,20	467,00	408,60
250	0,04909	703,50	418,50	541,20
300	0,07068	$1{,}144.10^3$	$1{,}006.10^3$	880,00
350	0,09621	$1{,}726.10^3$	$1{,}517.10^3$	1,327.103
400	0,12566	$2{,}464.10^3$	$2{,}166.10^3$	$1{,}895.10^3$
450	0,15904	$3{,}373.10^3$	$2{,}965.10^3$	$2{,}594.10^3$
500	0,19635	$4{,}467.10^3$	$3{,}927.10^3$	$3{,}436.10^3$
600	0,28274	$7{,}264.10^3$	$6{,}386.10^3$	$5.587.10^3$
700	0,38485	$10{,}96.10^3$	$9{,}632.10^3$	$8{,}428.10^3$
750	0,44179	$13{,}17.10^3$	$11{,}58.10^3$	$10{,}13.10^3$
800	0,50266	$15{,}64.10^3$	$13{,}57.10^3$	$12{,}03.10^3$
900	0,63617	$21{,}42.10^3$	$13{,}83.10^3$	$16{,}47.10^3$
1000	0,78540	$28{,}36.10^3$	$24{,}93.10^3$	$21{,}82.10^3$
1200	1,13090	$46{,}12.10^3$	$40{,}55.10^3$	$35{,}48.10^3$
1400	1,5394	$69{,}57.10^3$	$61{,}16.10^3$	$53{,}52.10^3$
1600	2,0106	$99{,}33.10^3$	$87{,}32.10^3$	$76{,}41.10^3$
1800	2,5447	$136{,}00.10^3$	$119{,}50.10^3$	$104{,}60.10^3$
2000	3,1416	$180{,}10.10^3$	$158{,}30.10^3$	$138{,}50.10^3$

Phụ lục 7

BẢNG TÍNH K Ở KHU BÌNH PHƯƠNG SỨC CẢN ỨNG VỚI BA LOẠI ỐNG : ỐNG THƯỜNG, ỐNG GANG MỚI, ỐNG THÉP MỚI

d, mm	ω, $dm^2.10$	Ống thường			Ống gang mới			Ống thép mới		
		K, l/s	$K^2/1000$	$1000/K^2$	K, l/s	$K^2/1000$	$1000/K^2$	K, l/s	$K^2/1000$	$1000/K^2$
50	1,963	8,313	0,0691	14,472	9,947	0,0980	10,111	10,10	0,1020	9,804
75	4,418	24,77	0,6136	1,6297	29,27	0,8567	1,1672	29,10	0,8821	1,1337
100	7,854	53,61	2,874	0,34795	62,85	3,950	0,25316	63,73	4,061	0,24624
125	12,272	97,39	9,485	0,10543	113,5	12,882	0,07763	115,1	13,248	0,07548
150	17,671	158,4	25,091	0,03985	183,9	33,819	0,02957	186,3	34,708	0,02881
200	31,416	340,8	116,15	0,00861	393,0	154,45	0,00647	398,0	158,40	0,00631
250	49,087	616,4	379,9	0,00263	707,6	500,70	0,00200	716,3	513,09	0,00195
300	70,686	999,3	998,6	0,00100	1143	1306	$0,766.10^{-3}$	1157	1339	$0,747.10^{-3}$
350	96,212	1503	2259	$0,443.10^{-3}$	1715	2941	$0,340.10^{-3}$	1735	3007	$0,333.10^{-3}$
400	125,664	2140	4580	$0,218.10^{-3}$	2435	5929	$0,169.10^{-3}$	2463	6066	$0,165.10^{-3}$
450	159,043	2920	8526	$0,117.10^{-3}$	3316	10996	$0,909.10^{-4}$	3354	11249	$0,889.10^{-4}$
500	196,350	3857	14876	$0,672.10^{-4}$	4374	19132	$0,523.10^{-4}$	4423	19563	$0,511.10^{-4}$
600	282,743	6239	38925	$0,257.10^{-4}$	7053	49745	$0,201.10^{-4}$	7131	50851	$0,197.10^{-4}$
700	384,845	9362	87647	$0,114.10^{-4}$	10560	111514	$0,897.10^{-5}$	10674	113934	$0,878.10^{-5}$
800	502,655	13301	176917	$0,565.10^{-5}$	14973	224191	$0,446.10^{-5}$	15132	228977	$0,437.10^{-5}$
900	636,173	18129	328661	$0,304.10^{-5}$	20373	415059	$0,241.10^{-5}$	20587	423825	$0,236.10^{-5}$
1000	785,398	23911	571736	$0,175.10^{-5}$	26832	719956	$0,139.10^{-5}$	27111	735006	$0,136.10^{-5}$
1100	950,334	30709	943043	$0,106.10^{-5}$	34416	1184461	$0,844.10^{-6}$	34769	1208883	$0,827.10^{-6}$
1200	1130,976	38601	1490037	$0,671.10^{-6}$	43211	1867191	$0,536.10^{-6}$	43650	1905323	$-0,525.10^{-6}$
1300	1327,326	47604	2266140	$0,441.10^{-6}$	53232	2833646	$0,353.10^{-6}$	53769	2891105	$0,346.10^{-6}$
1400	1539,384	57807	3341649	$0,299.10^{-6}$	64581	4170705	$0,240.10^{-6}$	65226	4254431	$0,235.10^{-6}$

Phụ lục 8

VẬN TỐC CHO PHÉP KHÔNG XÓI CỦA DÒNG CHẢY ĐỐI VỚI ĐẤT KHÔNG DÍNH

Đường kính trung bình hạt d, mm	Vận tốc trung bình (m/s) với các độ sâu khác nhau (m)				
	0,5	1,0	3,0	5,0	10,0
0,05	0,52	0,55	0,60	0,62	0,66
0,15	0,36	0,38	0,42	0,44	0,46
0,25	0,37	0,39	0,41	0,45	0,48
0,37	0,38	0,41	0,46	0,48	0,51
0,50	0,41	0,44	0,50	0,52	0,55
0,75	0,47	0,51	0,57	0,59	0,63
1,00	0,51	0,55	0,62	0,65	0,69
2,00	0,64	0,70	0,79	0,83	0,89
2,50	0,69	0,75	0,86	0,90	0,97
3,00	0,73	0,80	0,91	0,96	1,03
5,00	0,87	0,96	1,10	1,17	1,25
10,00	1,10	1,23	1,42	1,51	1,64
15,00	1,26	1,42	1,65	1,76	1,92
20,00	1,37	1,55	1,84	1,96	2,14
25,00	1,48	1,65	1,98	2,12	2,32
30,00	1,56	1,76	2,10	2,26	2,48
40,00	1,68	1,93	2,32	2,50	2,75
75,00	2,01	2,35	2,89	3,14	3,48
100,00	2,15	2,54	3,14	3,46	3,85
150,00	2,35	2,84	3,62	3,96	4,46
200,00	2,47	3,03	3,92	4,31	4,87
300,00	2,90	3,32	4,40	4,94	5,58

VẬN TỐC CHO PHÉP KHÔNG XÓI CỦA DÒNG CHẢY ĐỐI VỚI CÁC LOẠI ĐẤT DÍNH

Lực dính kết tính toán C_t,($10^5 N/m^2$)	Vận tốc cho phép (m/s) khi độ sâu bằng (m)				
	0,5	1	3	5	10
0,005	0,39	0,43	0,49	0,52	0,56
0,010	0,44	0,48	0,55	0,58	0,63
0,020	0,52	0,57	0,65	0,69	0,74
0,030	0,59	0,64	0,74	0,78	0,84
0,040	0,65	0,71	0,81	0,86	0,92
0,050	0,71	0,77	0,89	0,98	1,01
0,075	0,83	0,91	1,04	1,10	1,19
0,100	0,96	1,04	1,20	1,27	1,37
0,125	1,03	1,13	1,30	1,37	1,47
0,150	1,13	1,23	1,41	1,49	1,61
0,175	1,21	1,33	1,52	1,60	1,72
0,200	1,28	1,40	1,60	1,69	1,82
0,225	1,36	1,48	1,70	1,80	1,93
0,250	1,42	1,55	1,78	1,88	2,02
0,300	1,54	1,69	1,94	2,04	2,20
0,350	1,67	1,83	2,09	2,21	2,38
0,400	1,79	1,96	2,25	2,38	2,56
0,450	1,88	2,06	2,35	2,49	2,64
0,500	1,99	2,17	2,50	2,63	2,84
0,600	2,16	2,38	2,72	2,88	3,10

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. *IDELTSIC I.E.* **Sách tra cứu về sức cản thủy lực.** Tập I, II, III.
NXB Khoa học và kỹ thuật. Hà Nội. 1987.
Người dịch:Nguyễn Tài.
2. *KIXELEP P.G.* **Sổ tay tính toán thủy lực.**
NXB Nông nghiệp - MIR. Hà Nội - Matxcơva.1982.
Người dịch:Lưu Công Đào - Nguyễn Tài.
3. *NGUYỄN TÀI* (chủ biên). **Tuyển tập bài tập thủy lực.**
NXB Khoa học và kỹ thuật. Hà Nội. 1990.
4. *NGUYỄN TÀI.* **Thủy lực.**
NXB Đại học Xây dựng. Hà Nội. 1982.
5. *VŨ VĂN TẢO* (chủ biên). **Thủy lực.**
NXB ĐH và THCN. Hà Nội. 1978.
6. *CARLIER M.* **Hydraulique générale et appliquée.**
Eyrolles. 1972.
7. *COMOLET R. et BONNIN J.* **Mécanique expérimentale des fluides.**
Masson. 1964.
8. *RANALD V.GILES.* **Mécanique des fluides et hydraulique. Cours et problèmes.** Mc. Graw - Hill. 1992.
9. *ALTSUL A.D.,JIVATOPXKI L.X.,IVANOP L.P.* **Thủy lực và khí động học.**
NXB Xây dựng. Matxcơva.1987 (bản tiếng Nga).
10. *KIXELEP P.G.* **Thủy lực.**
NXB Năng lượng quốc gia. Matxcơva.1963 (bản tiếng Nga).
11. *LOIXIANXKI L.G.* **Cơ học chất lỏng và chất khí.**
NXB Khoa học. Matxcơva.1970 (bản tiếng Nga).
12. *TSUGAEP R.R.* **Thủy lực.**
NXB Xây dựng. Lêningrát. 1982 (bản tiếng Nga).

BẢNG ĐỐI CHIẾU THUẬT NGỮ

VIỆT	ANH	PHÁP
1. Áp suất thủy tĩnh	Hydrostatic pressure	Pression hydrostatique
2. Áp suất thủy động	Hydrodynamic pressure	Pression hydrodynamique
3. Áp lực	Total pressure	Pressure total
4. Bán kính thủy lực	Hydraulic radius	Rayon hydraulique
5. Bơm ly tâm	Centrifugal pump	Pompe centrifuge
6. Bình thông nhau	Interconnected tanks	Réservoirs communiquants
7. Cột nước	Head	Charge
8. Cột nước vận tốc	Velocity head	Hauteur dynamique
9. Cột nước đo áp	Piezometric head	Hauteur piézométrique
10. Cột nước vị trí	Potential head	Hauteur de position
11. Cơ học chất lỏng	Fluid mechanics	Mécanique des fluides
12. Chất lỏng	Liquid	Liquide
13. Chất lỏng thực (nhớt)	Real(viscous)fluid	Liquide visqueux
14. Chất lỏng lý tưởng	Ideal fluid	Fluide parfait
15. Co hẹp	Contraction	Contraction
16. Co hẹp bên	End contraction	Contraction latéral
17. Chân không	Vacuum	Vacuum
18. Chuyển động quay(xoáy)	Rotational flow	Rotation
19. Chuyển động không quay (xoáy)	Irrotational flow	Ecoulement irrotationnel
20. Chuyển động thế	Potential flow	Mouvement à potentiel
21. Chuyển động ổn định	Steady flow	Mouvement permanent
22. Chuyển động không ổn định	Unsteady flow	Mouvement non permanent
23. Chuyển động đều	Uniform flow	Mouvement uniforme
24. Chuyển động không áp	Free-surface flow	Mouvement à surface libre
25. Chuyển động có áp	Enclosed flow	Mouvement en charge
26. Dòng nguyên tố	Differential streamtube	Filet liquide
27. Dòng chảy	Whole flow	Ecoulement, courant
28. Dòng chảy ngang	Cross flow	Courant transversal
29. Dòng chảy rối	Turbulent flow	Écoulement turbulent
30. Dòng chảy tầng	Laminar flow	Écoulement laminaire
31. Dòng đổi dần	Gradually vared flow	Écoulement graduellement varié
32. Dòng đổi đột ngột	Varied	Écoulement varié
33. Dòng xoắn	Helicoidal flow	Écoulement hélicoidal
34. Dòng tia	Jet nappe	Jet nappe
35. Dòng tia hàm khí	Aerated nappe	Nappe aéré
36. Độ thô thủy lực	Fall velocity	Vitesse de la chute des sédiments dans l'eau
37. Độ sâu	Depth	Hauteur

38. Dường dòng	Stream line	Ligne de courant
39. Dường tổng cột nước	Total head line	Ligne de charge totale
40. Dường thế năng	Hydraulic grade line	Ligne d'énergie potentielle
41. Dường năng	Energy line	Ligne d'énergie
42. Dường cột nước đo áp	Piezometric head line	Ligne piézométrique
43. Dường đẳng thế	Equipotential lines	Courbes équipotentielles
44. Độ dốc thủy lực	Hydraulic slope	Pente hydraulique
45. Độ dốc đo áp	Piezometric slope	Pente piézométrique
46. Độ nhám tuyệt đối	Absolute roughness	Rugosité absolue
47. Độ nhám tương đối	Relative roughness	Rugosité relative
48. Độ phân bố vận tốc	Velocity distribution	Courbe de répartition de vitesse
49. Hệ số tổn thất	Loss coefficient	Coefficient de perte
50. Hạ lưu	Tail coefficient	Coefficient de perte
51. Hệ số nhớt động lực	Coefficient of viscosity	Viscosité dynamique
52. Hệ số nhớt động học	Kinematic viscosity	Viscosité cinématique
53. Khối lượng riêng	Density	Masse spécifique
54. Khu nước xoáy	Roller, eddy	Tourbillon
55. Kênh hở	Open channel	Canal découvert
56. Lỗ	Orifice	Orifice
57. Lòng dẫn	Bet channel	Lit
58. Lưu lượng	Flowrate	Débit
59. Lớp mỏng chảy tầng	Laminar lilm	Sous couche laminaire
60. Mạch động	Pulsation	Fluctuation
61. Mặt cắt ướt	Wetted cross section	Section mouillée
62. Mặt chuẩn	Datum	Plan de référence
63. Mao dẫn	Capillarity	Capillarité
64. Mở rộng đột ngột	Sudden expansion	Elargissement brusque
65. Nước va	Water -hammer	Coup de bélier hydraulique
66. Ống đo áp	Pizometer	Pizometre
67. Ống xi phông	Siphon	Siphon
68. Phần tử chất lỏng	Fluide particle	Particule fluide
69. Phương trình liên tục	Equation of continuity	Equation de continuité
70. Qũi đạo	Trajectory	Trajectoire
71. Số Râynôn	Reynolds's number	Nomber Reynolds
72. Sức cản bề mặt	Surface resistance	Résistance de frottement
73. Sức cản hình dạng	Form resistance	Résistance de forme
74. Sự tách rời	Separation	Décollement
75. Tổn thất cột nước	Head loss	Perte de charge
76. Thế vận tốc	Velocity potential	Potentiel des vitesses
77. Tầng biên giới	Boundary layer	Couche limite
78. Tuốc bin thủy lực	Turbine	Turbine
79. Thượng lưu	Head water, upstream	Amont
80. Thứ nguyên	Dimension	Dimensions
81. Ứng suất tiếp	Shear stress	Tension tangentielle
82. Vận tốc	Velocity	Vitesse
83. Vận tốc phân giới	Critical velocity	Vitesse critique
84. Vật nổi	Floating body	Corps flottant
85. Xâm thực	Cavitation	Cavitation

MỤC LỤC

Trang

Lời nói đầu 3

Chương I
MỞ ĐẦU

I-1. Định nghĩa môn học. 5
I-2. Lược sử phát triển. 6
I-3. Các tính chất vật lý chủ yếu của chất lỏng. 7

Chương II
THỦY TĨNH HỌC

II-1. Áp suất thủy tĩnh và các tính chất của nó. 16
II-2. Phương trình vi phân cân bằng của chất lỏng (phương trình Ơle). 22
II-3. Sự cân bằng của chất lỏng trong trường trọng lực. 26
II-4. Tĩnh tương đối của chất lỏng trong trường trọng lực. 29
II-5. Áp lực của chất lỏng lên mặt cong. Định luật Asimed. 36

Chương III
CƠ SỞ ĐỘNG HỌC VÀ ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT LỎNG

III-1. Động học chất lỏng. 40
III-2. Phương trình liên tục. 43
III-3. Gia tốc chuyển động của chất lỏng. 45
III-4. Phân tích chuyển động của một phần tử chất lỏng.
Chuyển động thế và chuyển động xoáy. 46
III-5. Phương trình vi phân chuyển động của chất lỏng không nén được
(phương trình Ơle). 52
III-6. Tích phân phương trình Ơle. Tích phân Lagrăng và Becnui. 54
III-7. Tích phân Becnui trong trường trọng lực. Phương trình Becnui. 55
III-8. Phương trình vi phân chuyển động của chất lỏng nhớt
(phương trình Navie-Stok). 58
III-9. Phương trình Becnui viết cho dòng nguyên tố chất lỏng nhớt. 62
III-10. Phương trình Becnui cho toàn dòng chất lỏng nhớt. 64
III-11. Phương trình biến đổi động lượng. 66

Chương IV
CHUYỂN ĐỘNG THẾ VÀ CHUYỂN ĐỘNG XOÁY CỦA CHẤT LỎNG

IV-1. Các tính chất cơ bản của chuyển động thế. 68

IV-2. Lưu số. Lực nâng. Lý thuyết Jucôpxki. 72
IV-3. Điểm nguồn và điểm tụ 75
IV-4. Hàm thế phức. 78
IV-5. Dòng xoáy. Các định luật cơ bản. 79

Chương V
SỨC CẢN THỦY LỰC

V-1. Những khái niệm chung về sức cản thủy lực. 83
V-2. Chuyển động tầng đều của chất lỏng trong ống. 91
V-3. Chuyển động rối đều của chất lỏng. 95
V-4. Sức cản thủy lực cục bộ. 112

Chương VI
TÍNH TOÁN THỦY LỰC ĐƯỜNG ỐNG

VI-1. Các khái niệm cơ bản. Đường ống đơn giản. 119
VI-2. Tính toán đường ống dài trong khu bình phương sức cản. 122
VI-3. Tính toán thủy lực đường ống ở khu vực không phải là bình phương sức cản. 124
VI-4. Tính toán đường ống phức tạp. 125
VI-5. Các đặc điểm trong tính toán thủy lực ống ngắn. 132

Chương VII
CHUYỂN ĐỘNG CỦA CHẤT LỎNG QUA LỖ VÀ VÒI

VII-1. Chuyển động của chất lỏng qua lỗ thành mỏng. 139
VII-2. Chuyển động của chất lỏng qua vòi. 144
VII-3. Các trường hợp đặc biệt. 150

Chương VIII
CHUYỂN ĐỘNG ĐỀU KHÔNG ÁP CỦA CHẤT LỎNG

VIII-1. Các khái niệm cơ bản. 153
VIII-2. Các công thức tính toán. 153
VIII-3. Mặt cắt kênh. 154
VIII-4. Những bài toán cơ bản về dòng chảy đều trong lòng dẫn hở mặt cắt hình thang. 156
VIII-5. Tính toán kênh có điều kiện thủy lực phức tạp. 159
VIII-6. Tính toán thủy lực cho dòng chảy đều không áp trong ống. 160
VIII-7. Vận tốc cho phép không xói và không lắng của lòng dẫn hở. 162
Phụ lục 166
Tài liệu tham khảo 176
Bảng đối chiếu thuật ngữ 177

THỦY LỰC

TẬP I

Chịu trách nhiệm xuất bản :
KTS. VŨ QUỐC CHINH

Biên tập :	KTS. ĐINH VĂN ĐỒNG
Trình bày :	NGUYỄN THANH LONG
Chế bản điện tử :	PHÒNG MÁY TÍNH - NXBXD
Vẽ bìa :	ĐINH BẢO LONG
Sửa bản in :	MINH KHÔI - THU DUNG

In 1000 cuốn khổ 19 × 27cm tại Xưởng in Nhà xuất bản Xây dựng. Giấy phép xuất bản số 42/CXB-99 ngày 14-01-1998. In xong và nộp lưu chiểu tháng 12 năm 1998.