



GIÁO TRÌNH GIẢI TÍCH MẠNG ĐIỆN

Biên tập bởi:

PGS.TS. Lê Kim Hùng

GIÁO TRÌNH GIẢI TÍCH MẠNG ĐIỆN

Biên tập bởi:

PGS.TS. Lê Kim Hùng

Các tác giả:

PGS.TS. Lê Kim Hùng

Phiên bản trực tuyến:

<http://voer.edu.vn/c/7165d4b5>

MỤC LỤC

1. Đại số ma trận ứng dụng trong giải tích mạng
 2. Giải phương trình vi phân bằng phương pháp số
 3. Giải phương trình vi phân bằng phương pháp số phần II
 4. GIẢI PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN BẰNG PHƯƠNG PHÁP SỐ PHẦN III
 5. GIẢI PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN BẰNG PHƯƠNG PHÁP SỐ PHẦN IV
 6. Mô hình hóa các phần tử trong hệ thống điện
 7. Các ma trận mạng và phạm vi ứng dụng phần I
 8. Các ma trận mạng và phạm vi ứng dụng phần II
 9. Các thuật toán dùng cho việc thành lập những ma trận mạng
 10. Trào lưu công suất
 11. Tính toán ngắn mạch phần I
 12. TÍNH TOÁN NGẮN MẠCH PHẦN II
 13. Nghiên cứu tính ổn định của quá trình quá độ phần I
 14. Nghiên cứu tính ổn định của quá trình quá độ phần II
- Tham gia đóng góp

Đại số ma trận ứng dụng trong giải tích mạng

GIẢI TÍCH MẠNG

LỜI NÓI ĐẦU

Hệ thống điện bao gồm các khâu sản xuất, truyền tải và phân phối điện năng. Kết cấu một hệ thống điện có thể rất phức tạp, muốn nghiên cứu nó đòi hỏi phải có một kiến thức tổng hợp và có những phương pháp tính toán phù hợp.

Giải tích mạng là một môn học còn có tên gọi “Các phương pháp tin học ứng dụng trong tính toán hệ thống điện”. Trong đó, đề cập đến những bài toán mà tất cả sinh viên ngành hệ thống nào cũng cần phải nắm vững. Vì vậy, để có một cách nhìn cụ thể về các bài toán này, giáo trình đi từ kiến thức cơ sở đã học nghiên cứu lý thuyết các bài toán cũng như việc ứng dụng chúng thông qua công cụ máy vi tính. Phần cuối, bằng ngôn ngữ lập trình Pascal, công việc mô phỏng các phân mục của bài toán đã được minh họa.

Nội dung giáo trình gồm 2 phần chính:

Phần lý thuyết gồm có 8 chương.

1. Đại số ma trận ứng dụng trong giải tích mạng.
2. Phương pháp số dùng để giải các phương trình vi phân trong giải tích mạng.
3. Mô hình hóa hệ thống điện.
4. Graph và các ma trận mạng điện.
5. Thuật toán dùng để tính ma trận mạng.
6. Tính toán trào lưu công suất.
7. Tính toán ngắn mạch.
8. Xét quá trình quá độ của máy phát khi có sự cố trong mạng.

Phần lập trình: gồm có bốn phần mục:

1. Xây dựng các ma trận của 1 mạng cụ thể

2. Tính toán ngắn mạch.
3. Tính toán trào lưu công suất lúc bình thường và khi sự cố.
4. Xét quá trình quá độ của các máy phát khi có sự cố trong mạng điện.

GV: Lê Kim Hùng

CHƯƠNG 1

ĐẠI SỐ MA TRẬN ỨNG DỤNG TRONG GIẢI TÍCH MẠNG

Trong chương này ta nhắc lại một số kiến thức về đại số ma trận thông thường được ứng dụng trong giải tích mạng.

ĐỊNH NGHĨA VÀ CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN:

Kí hiệu ma trận:

Ma trận chữ nhật A kích thước $m \times n$ là 1 bảng gồm m hàng và n cột có dạng sau:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} = [a_{ij}]$$

Nếu $m = 1$ và $n > 1$ thì A gọi là ma trận hàng hoặc vector hàng.

Ngược lại $n = 1$ và $m > 1$ thì A gọi là ma trận cột hoặc vector cột.

Ví dụ: $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ và $A = [2 \ 3 \ 1]$

Các dạng ma trận:

Ma trận vuông: Là ma trận có số hàng bằng số cột ($m = n$).

Ví dụ:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Ma trận tam giác trên: Là ma trận vuông mà các phần tử dưới đường chéo chính a_{ij} của ma trận bằng 0 với $i > j$.

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{vmatrix}$$

Ma trận tam giác dưới: Là ma trận vuông mà các phần tử trên đường chéo chính a_{ij} của ma trận bằng 0 với $i < j$.

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Ma trận đường chéo: Là ma trận vuông nếu tất cả các phần tử trên đường chéo chính khác 0, còn các phần tử khác ngoài đường chéo chính của ma trận bằng 0 ($a_{ij} = 0$ với $i \neq j$).

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{vmatrix}$$

Ma trận đơn vị: Là ma trận vuông mà tất cả các phần tử trên đường chéo chính của ma trận bằng 1 còn tất cả các phần tử khác bằng 0 ($a_{ij} = 1$ với $i = j$ và $a_{ij} = 0$ với $i \neq j$).

$$U = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Ma trận không: Là ma trận mà tất cả các phần tử của ma trận bằng 0.

Ma trận chuyển vị: Là ma trận mà các phần tử $a_{ij} = a_{ji}$ (đổi hàng thành cột và ngược lại).

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

và

$$A^T = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \end{vmatrix}$$

Cho ma trận A thì ma trận chuyển vị kí hiệu là A_t , A^T hoặc A'

Ma trận đối xứng: Là ma trận vuông có các cặp phần tử đối xứng qua đường chéo chính bằng nhau $a_{ij} = a_{ji}$.

Ví dụ:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ 3 & 6 & 4 \end{vmatrix}$$

Chuyển vị ma trận đối xứng thì $A^T = A$, nghĩa là ma trận không thay đổi.

Ma trận xiên - phản đối xứng: Là ma trận vuông có $A = -A^T$. Các phần tử ngoài đường chéo chính tương ứng bằng giá trị đối của nó ($a_{ij} = -a_{ji}$) và các phần tử trên đường chéo chính bằng 0.

Ví dụ:

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 5 & -3 \\ -5 & 0 & 6 \\ 3 & -6 & 0 \end{vmatrix}$$

Ma trận trực giao: Là ma trận có ma trận chuyển vị chính là nghịch đảo của nó. ($A^T \cdot A = U = A \cdot A^T$ với A là ma trận vuông và các phần tử là số thực).

Ma trận phức liên hợp: Là ma trận nếu thế phần tử $a + jb$ bởi $a - jb$ thì ma trận mới A^* là ma trận phức liên hợp.

Cho ma trận A thì ma trận phức liên hợp là A^*

$$A = \begin{vmatrix} j3 & 5 \\ 4 + j2 & 1 + j1 \end{vmatrix} \quad \text{và} \quad A^* = \begin{vmatrix} -j3 & 5 \\ 4 - j2 & 1 - j1 \end{vmatrix}$$

-Nếu tất cả các phần tử của A là thực, thì $A = A^*$

-Nếu tất cả các phần tử của A là ảo, thì $A = -A^*$

Ma trận Hermitian (ma trận phức đối): Là ma trận vuông với các phần tử trên đường chéo chính là số thực còn các cặp phần tử đối xứng qua đường chéo chính là những số phức liên hợp, nghĩa là $A = (A^*)^t$.

$$A = \begin{vmatrix} 4 & 2-j3 \\ 2+j3 & 5 \end{vmatrix}$$

Ma trận xiên - Hermitian (ma trận xiên - phức đối): Là ma trận vuông với các phần tử trên đường chéo chính bằng 0 hoặc toàn ảo còn các cặp phần tử đối xứng qua đường chéo chính là những số phức, tức $A = -(A^*)^t$.

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 2-j3 \\ -2-j3 & 0 \end{vmatrix}$$

Nếu ma trận vuông phức liên hợp có $(A^*)^t \cdot A = U = A \cdot (A^*)^t$ thì ma trận A được gọi là ma trận đơn vị. Nếu ma trận đơn vị A với các phần tử là số thực được gọi là ma trận trực giao.

Bảng 1.1: Các dạng ma trận.

Kí hiệu	Dạng ma trận
$A = -A^t, A = A^t, A = -A^t, A = A^*, A = -A^*$	Không đối xứng Đôi xứng Xiên-đối xứng Thực Hoàn toàn ảo
Kí hiệu	Dạng ma trận
$A = (A^*)^t, A = -(A^*)^t, A = U, A = U(A^*)^t, A = U$	Hermitian Xiên-Hermitian Trực giao Đơn vị

CÁC ĐỊNH THỨC:

Định nghĩa và các tính chất của định thức:

Cho hệ 2 phương trình tuyến tính

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = k_1 \quad (1) \quad (1.1)$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = k_2 \quad (2)$$

Rút x_2 từ phương trình (2) thế vào phương trình (1), giải được:

$$x_1 = \frac{a_{22}k_1 - a_{12}k_2}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}$$

Suy ra:

$$x_2 = \frac{a_{11}k_2 - a_{21}k_1}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}$$

Biểu thức $(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})$ là giá trị định thức của ma trận hệ số A . Trong đó $|A|$ là định thức.

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

Giải phương trình (1.1) bằng phương pháp định thức ta có:

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} k_1 & a_{12} \\ k_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{a_{22} \cdot k_1 - a_{12} \cdot k_2}{a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}} \quad \text{và} \quad x_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & k_1 \\ a_{21} & k_2 \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{a_{11} \cdot k_2 - a_{21} \cdot k_1}{a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}}$$

- Tính chất của định thức:

Giá trị của định thức bằng 0 nếu:

- Tất cả các phần tử của hàng hoặc cột bằng 0.
- Các phần tử của 2 hàng (cột) tương ứng bằng nhau.
- Một hàng (cột) là tương ứng tỉ lệ của 1 hoặc nhiều hàng (cột).

Nếu ta đổi chỗ 2 hàng của ma trận vuông A cho nhau ta được ma trận vuông B và có $\det(B) = -\det(A)$.

Giá trị của định thức không thay đổi nếu:

- Tất cả các hàng và cột tương ứng đổi chỗ cho nhau.

- Cộng thêm k vào 1 hàng (cột) thứ tự tương ứng với các phần tử của hàng (cột) đó.

Nếu tất cả các phần tử của hàng (cột) nhân với thừa số k, thì giá trị của định thức là được nhân bởi k.

Tích của các định thức bằng tích của từng định thức. $|A \cdot B \cdot C| = |A| \cdot |B| \cdot |C|$.

Định thức tổng khác tổng các định thức. $|A + B - C| = |A| + |B| - |C|$.

Định thức con và các phần phụ đại số.

Xét định thức:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Chọn trong định thức này k hàng, k cột bất kỳ với $1 \leq k \leq n$. Các phần tử nằm phía trên kể từ giao của hàng và cột đã chọn tạo thành một định thức cấp k, gọi là định thức con cấp k của A. Bỏ k hàng và k cột đã chọn, các phần tử còn lại tạo thành 1 định thức con bù của định thức A.

Phần phụ đại số ứng với phần tử a_{ij} của định thức A là định thức con bù có kèm theo dấu $(-1)^{i+j}$.

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Mối liên hệ giữa các định thức và phần phụ:

- Tổng các tích của các phần tử theo hàng (cột) với phần phụ tương ứng bằng định thức $|A|$.

- Tổng các tích của các phần tử theo hàng (cột) với phần phụ tương ứng trong hàng (cột) khác bằng 0.

CÁC PHÉP TÍNH MA TRẬN.

Các ma trận bằng nhau:

Hai ma trận A và B được gọi là bằng nhau nếu tất cả các phần tử của ma trận A bằng tất cả các phần tử của ma trận B ($a_{ij} = b_{ij} \forall i, j; i, j = 1, 2, \dots, n$).

Phép cộng (trừ) ma trận.

Cộng (trừ) các ma trận phải có cùng kích thước $m \times n$. Ví dụ: Có hai ma trận $A[a_{ij}]_{mn}$ và $B[b_{ij}]_{mn}$ thì tổng và hiệu của hai ma trận này là ma trận $C[c_{ij}]_{mn}$ với $c_{ij} = a_{ij} \pm b_{ij}$

Mở rộng: $R = A + B + C + \dots + N$ với $r_{ij} = a_{ij} \pm b_{ij} \pm c_{ij} \pm \dots \pm n_{ij}$.

Phép cộng (trừ) ma trận có tính chất giao hoán: $A + B = B + A$.

Phép cộng (trừ) ma trận có tính chất kết hợp: $A + (B + C) = (A + B) + C$.

Tích vô hướng của ma trận:

$k.A = B$. Trong đó: $b_{ij} = k \cdot a_{ij} \forall i \& j$.

Tính giao hoán: $k.A = A.k$.

Tính phân phối: $k(A + B) = k.A + k.B = (A + B)k$.

(với A và B là các ma trận có cùng kích thước, k là 1 hằng số).

Nhân các ma trận:

Phép nhân hai ma trận $A.B = C$. Nếu ma trận A có kích thước $m \times q$ và ma trận B có kích thước $q \times n$ thì ma trận tích C có kích thước $m \times n$. Các phần tử c_{ij} của ma trận C là tổng các tích của các phần tử tương ứng với i hàng của ma trận A và j cột của ma trận B là:

$$c_{ij} = a_{i1} \cdot b_{1j} + a_{i2} \cdot b_{2j} + \dots + a_{iq} \cdot b_{qj}$$

Ví dụ:

$$A \cdot B = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} \cdot b_{11} + a_{12} \cdot b_{21} & a_{11} \cdot b_{12} + a_{12} \cdot b_{22} \\ a_{21} \cdot b_{11} + a_{22} \cdot b_{21} & a_{21} \cdot b_{12} + a_{22} \cdot b_{22} \\ a_{31} \cdot b_{11} + a_{32} \cdot b_{21} & a_{31} \cdot b_{12} + a_{32} \cdot b_{22} \end{vmatrix}$$

Phép nhân ma trận không có tính chất hoán vị: $A.B \neq B.A$

Phép nhân ma trận có tính chất phân phối đối với phép cộng:

$$A(B + C) = A.B + A.C$$

Phép nhân ma trận có tính chất kết hợp: $A(B.C) = (A.B)C = A.B.C$.

Tích 2 ma trận $A.B = 0$ khi $A = 0$ hoặc $B = 0$.

Tích $C.A = C.B$ khi $A = B$.

Nếu $C = A.B$ thì $C^T = B^T.A^T$

Nghịch đảo ma trận:

Cho hệ phương trình:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = y_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = y_2 \quad (1.2)$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = y_3$$

Viết dưới dạng ma trận $A.X = Y$

Nếu nghiệm của hệ trên là duy nhất thì tồn tại một ma trận B là nghịch đảo của ma trận A .

$$\text{Do đó: } X = B.Y \quad (1.3)$$

Nếu định thức của ma trận $A \neq 0$ thì có thể xác định x_i như sau:

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{A_{11}}{|A|} y_1 + \frac{A_{21}}{|A|} y_2 + \frac{A_{31}}{|A|} y_3 \\ x_2 &= \frac{A_{12}}{|A|} y_1 + \frac{A_{22}}{|A|} y_2 + \frac{A_{32}}{|A|} y_3 \\ x_3 &= \frac{A_{13}}{|A|} y_1 + \frac{A_{23}}{|A|} y_2 + \frac{A_{33}}{|A|} y_3 \end{aligned}$$

Trong đó: $A_{11}, A_{12}, \dots, A_{33}$ là định thức con phụ của a_{11}, a_{12}, a_{13} và $|A|$ là định thức của ma trận A . Ta có:

$$B_{ij} = \frac{A_{ji}}{|A|} \quad i, j = 1, 2, 3.$$

Nhân ma trận A với nghịch đảo của nó ta có $A.A^{-1} = A^{-1}.A = U$

Rút X từ phương trình (1.3) sau khi đã nhân cả hai vế cho A^{-1} .

$$A.X = Y$$

$$A^{-1}.A.X = A^{-1}.Y$$

$$U.X = A^{-1}.Y$$

$$\text{Suy ra: } X = A^{-1}.Y$$

Nếu định thức của ma trận bằng 0, thì ma trận nghịch đảo không xác định (ma trận suy biến).

Nếu định thức khác 0 gọi là ma trận không suy biến và là ma trận nghịch đảo duy nhất.

Giả sử 2 ma trận A và B cùng cấp và là khả đảo lúc đó:

$$(A.B)^{-1} = B^{-1}.A^{-1}$$

Nếu A^T khả đảo thì $(A^T)^{-1}$ cũng khả đảo:

$$(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$$

Ma trận phân chia:

$$\boxed{A} = \begin{array}{|c|c|} \hline A_1 & A_2 \\ \hline A_3 & A_4 \\ \hline \end{array}$$

Tổng các ma trận đã phân chia được biểu diễn bởi ma trận nhỏ bằng tổng các ma trận nhỏ tương ứng.

$$\begin{array}{|c|c|} \hline A_1 & A_2 \\ \hline A_3 & A_4 \\ \hline \end{array} \odot \begin{array}{|c|c|} \hline B_1 & B_2 \\ \hline B_3 & B_4 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline A_1 \odot B_1 & A_2 \odot B_3 \\ \hline A_3 \odot B_3 & A_4 \odot B_3 \\ \hline \end{array}$$

Phép nhân được biểu diễn như sau:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline A_1 & A_2 \\ \hline A_3 & A_4 \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|c|} \hline B_1 & B_2 \\ \hline B_3 & B_4 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline C_1 & C_2 \\ \hline C_3 & C_4 \\ \hline \end{array}$$

Trong đó:

$$C_1 = A_1.B_1 + A_2.B_3$$

$$C_2 = A_1.B_2 + A_2.B_4$$

$$C_3 = A_3.B_1 + A_4.B_3$$

$$C_4 = A_3.B_2 + A_4.B_4$$

Tách ma trận chuyển vị như sau:

$$\begin{matrix} \boxed{A} & = & \begin{matrix} \boxed{A_1} & \boxed{A_2} \\ \boxed{A_3} & \boxed{A_4} \end{matrix} & \quad & \boxed{A^T} & = & \begin{matrix} \boxed{A_1^T} & \boxed{A_2^T} \\ \boxed{A_3^T} & \boxed{A_4^T} \end{matrix} \end{matrix}$$

Tách ma trận nghịch đảo như sau:

$$\begin{matrix} \boxed{A} & = & \begin{matrix} \boxed{A_1} & \boxed{A_2} \\ \boxed{A_3} & \boxed{A_4} \end{matrix} & \quad & \boxed{A^{-1}} & = & \begin{matrix} \boxed{B_1} & \boxed{B_2} \\ \boxed{B_3} & \boxed{B_4} \end{matrix} \end{matrix}$$

Trong đó:

$$B_1 = (A_1 - A_2.A_4^{-1}.A_3)^{-1}$$

$$B_2 = -B_1.A_2.A_4^{-1}$$

$$B_3 = -A_4^{-1}.A_3.B_1$$

$$B_4 = A_4^{-1} - A_4^{-1}.A_3.B_2$$

(với A_1 và A_4 phải là các ma trận vuông).

SỰ PHỤ THUỘC TUYẾN TÍNH VÀ HẠNG CỦA MA TRẬN :

Sự phụ thuộc tuyến tính:

Số cột của ma trận $A(m \times n)$ có thể viết theo n vectơ cột hoặc m vectơ hàng.

$$\{c_1\} \{c_1\} \dots \{c_1\}$$

$$\{r_1\} \{r_1\} \dots \{r_1\}$$

Phương trình vector cột thuần nhất.

$$p_1 \{c_1\} + p_2 \{c_2\} + \dots + p_n \{c_n\} = 0 \quad (1.4)$$

Khi tất cả $P_k = 0$ ($k = 1, 2, \dots, n$).

Tương tự vector hàng là không phụ thuộc tuyến tính nếu.

$$q_r = 0 \quad (r = 1, 2, \dots, n).$$

$$q_1 \{r_1\} + q_2 \{r_2\} + \dots + q_n \{r_n\} = 0 \quad (1.5)$$

Nếu $p_k \neq 0$ thỏa mãn phương trình (1.4), thì vector cột là tuyến tính.

Nếu $q_r \neq 0$ thỏa mãn phương trình (1.5), thì vector hàng là tuyến tính.

Nếu vector cột (hàng) của ma trận A là tuyến tính, thì định thức của $A = 0$.

Hạng của ma trận:

Hạng của ma trận là cấp cao nhất mà tất cả các định thức con khác 0.

$0 < r(A) \leq \min(m, n)$ với A là ma trận kích thước $m \times n$.

HỆ PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH:

Hệ phương trình tuyến tính của m phương trình trong n hệ số được viết:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = y_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = y_2$$

$$\dots \dots \dots (1.6)$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = y_m$$

Trong đó:

a_{ij} : Là hệ số thực hoặc phức ; x_j : Là biến số ; y_j : Là hằng số của hệ.

Hệ phương trình được biểu diễn ở dạng ma trận như sau:

$$A \cdot X = Y \quad (1.7)$$

Ma trận mở rộng:

$$\hat{A} = \left| \begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & y_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & y_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & y_m \end{array} \right|$$

Nếu $y_i = 0$ thì hệ phương trình gọi là hệ thuần nhất, nghĩa là: $A.X = 0$.

Nếu một hoặc nhiều phần tử của vector $y_i \neq 0$ thì hệ gọi là hệ không thuần nhất.

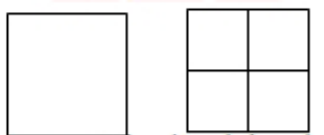
Định lý:

Điều kiện cần và đủ để hệ phương trình tuyến tính có nghiệm là hạng của ma trận hệ số bằng hạng của ma trận mở rộng.

Hệ phương trình tuyến tính vô nghiệm khi và chỉ khi hạng của ma trận hệ số nhỏ hơn hạng của ma trận mở rộng.

Nếu hạng của ma trận $r(A) = r(\hat{A}) = r = n$ (số ẩn) của hệ phương trình tuyến tính (1.6) thì hệ có nghiệm duy nhất (hệ xác định).

Nếu $r(A) = r(\hat{A}) = r < n$ thì hệ phương trình tuyến tính có vô số nghiệm và các thành phần của nghiệm phụ thuộc $(n - r)$ tham số tùy ý.



Giải phương trình vi phân bằng phương pháp số

Giới thiệu

Nhiều hệ thống vật lý phức tạp được biểu diễn bởi phương trình vi phân nó không có thể giải chính xác bằng giải tích. Trong kỹ thuật, người ta thường sử dụng các giá trị thu được bằng việc giải gần đúng của các hệ phương trình vi phân bởi phương pháp số hóa. Theo cách đó, lời giải của phương trình vi phân đúng là một giai đoạn quan trọng trong giải tích số.

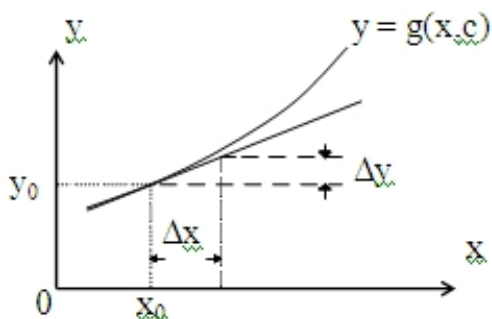
Trong trường hợp tổng quát, thứ tự của việc làm tích phân số là quá trình từng bước chính xác chuỗi giá trị cho mỗi biến phụ thuộc tương ứng với một giá trị của biến độc lập. Thường thủ tục là chọn giá trị của biến độc lập trong một khoảng cố định. Độ chính xác cho lời giải bởi tích phân số phụ thuộc cả hai phương pháp chọn và kích thước của khoảng giá trị. Một số phương pháp thường xuyên dùng được trình bày trong các mục sau đây.

Giải phương trình vi phân bằng phương pháp số

Phương pháp Euler:

Cho phương trình vi phân bậc nhất.

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$



Hình 2.1: Đồ thị của hàm số từ bài giải phương trình vi phân

Khi x là biến độc lập và y là biến phụ thuộc, nghiệm phương trình (2.1) sẽ có dạng:

$$y = g(x, c) \quad (2.2)$$

Với c là hằng số đã được xác định từ lý thuyết trong điều kiện ban đầu. Đường cong miêu tả phương trình (2.2) được trình bày trong hình (2.1). Từ chỗ tiếp xúc với đường cong, đoạn ngắn có thể giả sử là một đoạn thẳng. Theo cách đó, tại mỗi điểm riêng biệt (x_0, y_0) trên đường cong, ta có:

$$\Delta y \approx \left. \frac{dy}{dx} \right|_0 \Delta x$$

Với

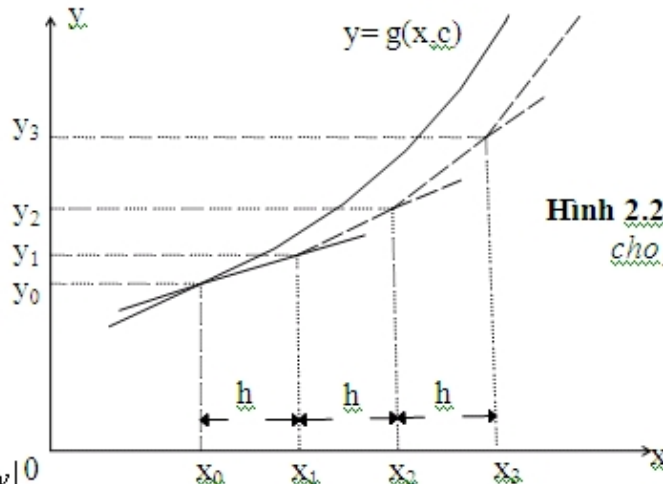
$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_0$$

là độ dốc của đường cong tại điểm (x_0, y_0) . Vì thế, ứng với giá trị ban đầu x_0 và y_0 , giá trị mới của y có thể thu được từ lý thuyết là Δx :

$$y_1 = y_0 + \Delta y \quad \text{hay} \quad y_1 = y_0 + \left. \frac{dy}{dx} \right|_0 h \quad (\text{đặt } h = \Delta x)$$

Khi Δy là số gia của y tương ứng với một số gia của x . Tương tự, giá trị thứ hai của y có thể xác định như sau.

$$y_2 = y_1 + \left. \frac{dy}{dx} \right|_1 h$$



Hình 2.2 : Đồ thị của lời giải xấp xỉ cho phương trình vi phân bằng phương pháp Euler

Khi $\left. \frac{dy}{dx} \right|_0 = f(x_0, y_0)$

Quá trình có thể tính tiếp tục, ta được:

$$y_1 = y_0 + \left. \frac{dy}{dx} \right|_0 h$$

$$y_2 = y_1 + \left. \frac{dy}{dx} \right|_1 h$$

.....

Bảng giá trị x và y cung cấp cho toàn bộ bài giải phương trình (2.1). Minh họa phương pháp như hình 2.2.

Phương pháp biến đổi Euler.

Trong khi ứng dụng phương pháp Euler, giá trị dy/dx của khoảng giả thiết tính toán bắt đầu vượt ra ngoài khoảng cho phép. Sự thay thế đó có thể thu được bằng cách tính toán giá trị mới của y cho x_1 như trước.

$$x_1 = x_0 + h$$

$$y_1^{(0)} = y_0 + \left. \frac{dy}{dx} \right|_0 h$$

Dùng giá trị mới x_1 và $y_1^{(0)}$ thay vào phương trình (2.1) để tính toán gần đúng giá trị của

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_1$$

tại cuối khoảng.

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_1^{(0)} = f(x_1, y_1^{(0)})$$

Sau đó tận dụng giá trị $y_1^{(1)}$ có thể tìm thấy bởi dùng trung bình của

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_0 \text{ và } \left. \frac{dy}{dx} \right|_1^{(0)}$$

như sau:

$$y_1^{(1)} = y_0 + \left(\frac{\left. \frac{dy}{dx} \right|_0 + \left. \frac{dy}{dx} \right|_1^{(0)}}{2} \right) h$$

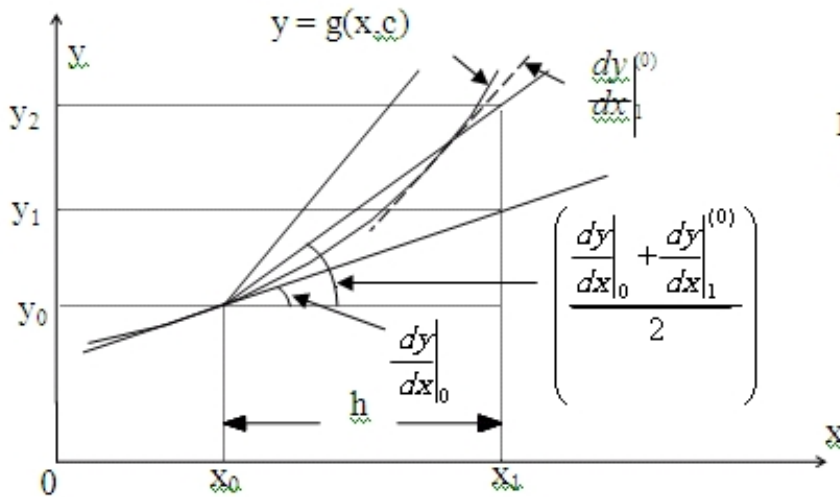
Dùng x_1 và $y_1^{(1)}$, giá trị xấp xỉ thứ ba $y_1^{(2)}$ có thể thu được bởi quá trình tương tự như

$$\text{sau: } y_1^{(2)} = y_0 + \left(\frac{\left. \frac{dy}{dx} \right|_0 + \left. \frac{dy}{dx} \right|_1^{(1)}}{2} \right) h$$

Ta được:

$$y_1^{(3)} = y_0 + \left(\frac{\left. \frac{dy}{dx} \right|_0 + \left. \frac{dy}{dx} \right|_1^{(2)}}{2} \right) h$$

Quá trình có thể tính tiếp tục cho đến khi hai số liền nhau ước lượng cho y là ngang bằng nằm trong phạm vi mong muốn. Quá trình hoàn toàn lặp lại thu được giá trị y_2 . Kết quả thu được có sự chính xác cao hơn từ sự biến đổi của phương pháp Euler được minh họa trong hình 2.3.



Hình 2.3 : Đồ thị của lời giải xấp xỉ cho phương trình vi phân bằng phương pháp biến đổi Euler.

Phương pháp Euler có thể ứng dụng để giải hệ phương trình vi phân cùng lúc. Cho hai phương trình:

$$\frac{dy}{dx} = f_1(x, y, z)$$

$$\frac{dz}{dx} = f_2(x, y, z)$$

Với giá trị ban đầu x_0, y_0 và z_0 giá trị mới y_1 sẽ là:

$$y_1 = y_0 + \left. \frac{dy}{dx} \right|_0 h$$

Với: $\left. \frac{dy}{dx} \right|_0 = f_1(x_0, y_0, z_0)$

Tương tự.

$$z_1 = z_0 + \left. \frac{dz}{dx} \right|_0 h$$

Với: $\left. \frac{dz}{dx} \right|_0 = f_2(x_0, y_0, z_0)$

Cho số gia tiếp theo, giá trị $x_1 = x_0 + h, y_1$ và z_1 dùng để xác định y_2 và z_2 . Trong phương pháp biến đổi Euler y_1 và z_1 dùng để xác định giá trị đạo hàm tại x_1 cho đánh giá gần đúng cấp hai $y_1^{(1)}$ và $z_1^{(1)}$.

Phương pháp Picard với sự xấp xỉ liên tục.

Cơ sở của phương pháp Picard là giải chính xác, bởi sự thay thế giá trị y như hàm của x trong phạm vi giá trị x đã cho.

$$y \approx g(x)$$

Đây là biểu thức ước lượng bởi sự thay thế trực tiếp giá trị của x để thu được giá trị tương ứng của y . Cho phương trình vi phân (2.1).

$$dy = f(x,y)dx$$

Và tích phân giữa khoảng giới hạn cho x và y .

$$\int_{y_0}^{y_1} dy = \int_{x_0}^{x_1} f(x, y) dx$$

$$\text{Thì } y_1 - y_0 = \int_{x_0}^{x_1} f(x, y) dx$$

$$\text{Hay } y_1 = y_0 + \int_{x_0}^{x_1} f(x, y) dx$$

Số hạng tích phân trình bày sự thay đổi trong kết quả của y với sự thay đổi của x từ x_0 đến x_1 . Lời giải có thể thu được bởi sự đánh giá tích phân bằng phương pháp xấp xỉ liên tục.

Ta có thể xem giá trị của y như hàm của x có thể đã thu được bởi sự thay thế y dưới dạng tích phân với y_0 , cho giá trị ban đầu như sau:

$$y_1^{(1)} = y_0 + \int_{x_0}^{x_1} f(x, y_0) dx$$

Thực hiện biểu thức tích phân với giá trị mới của y bây giờ được thay thế vào phương trình (2.3) thu được lần xấp xỉ thứ hai cho y như sau:

$$y_1^{(2)} = y_0 + \int_{x_0}^{x_1} f(x, y_1^{(1)}) dx$$

Quá trình này có thể lặp lại trong thời gian cần thiết để thu được độ chính xác mong muốn..

Thật vậy, ước lượng tích phân luôn luôn phức tạp thế nhưng phải giả thiết cho biến cố định. Khó khăn và cần thực hiện nhiều lần tích phân, nên đây là mặt hạn chế sự áp dụng của phương pháp này.

Phương pháp Picard có thể áp dụng để giải đồng thời nhiều phương trình như sau:

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= f_1(x, y, z) \\ \frac{dz}{dx} &= f_2(x, y, z)\end{aligned}$$

Theo công thức, ta có:

$$\begin{aligned}y_1 &= y_0 + \int_{x_0}^x f_1(x, y_0, z_0) dx \\ z_1 &= z_0 + \int_{x_0}^x f_2(x, y_0, z_0) dx\end{aligned}$$

Phương pháp Runge- Kutta.

Trong phương pháp Runge- Kutta sự thay đổi giá trị của biến phụ thuộc là tính toán từ các công thức đã cho, biểu diễn trong điều kiện ước lượng đạo hàm tại những điểm định trước. Từ mỗi giá trị duy nhất chính xác của y cho bởi công thức, phương pháp này không đòi hỏi thay thế lặp lại như phương pháp biến đổi Euler hay tích phân liên tiếp như phương pháp của Picard.

Công thức rút gọn gần đúng xuất phát bởi sự thay thế khai triển chuỗi Taylor. Runge-Kutta xấp xỉ bậc hai có thể viết trong công thức.

$$y_1 = y_0 + a_1k_1 + a_2k_2 \quad (2.4)$$

$$\text{Với } k_1 = f(x_0, y_0)h$$

$$k_2 = f(x_0 + b_1h, y_0 + b_2k_1)h$$

Các hệ số a_1 , a_2 , b_1 và b_2 là chính xác. Đầu tiên khai triển $f(x_0 + b_1h, y_0 + b_2k_1)$ trong chuỗi Taylor tại (x_0, y_0) , ta được:

$$k_2 = \left\{ f(x_0, y_0) + b_1 \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_0 h + b_2 k_1 \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_0 + \dots \right\} h$$

Thay thế hai điều kiện k_1 và k_2 vào trong phương trình (2.4), thu được:

$$y_1 = y_0 + (a_1 + a_2) f(x_0, y_0)h + a_2 b_1 \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_0 h^2 + a_2 b_2 f(x_0, y_0) \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_0 h^2$$

(2.5)

Khai triển chuỗi Taylor của y tại giá trị (x_0, y_0) là:

$$y_1 = y_0 + \left. \frac{dy}{dx} \right|_0 h + \left. \frac{d^2y}{dx^2} \right|_0 \frac{h^2}{2} + \dots \quad (2.6)$$

$$\text{Từ } \left. \frac{dy}{dx} \right|_0 = f(x_0, y_0) \quad \text{và} \quad \left. \frac{d^2y}{dx^2} \right|_0 = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_0 + \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_0 f(x_0, y_0)$$

Phương trình (2.6) trở thành.

$$y_1 = y_0 + f(x_0, y_0)h + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_0 \frac{h^2}{2} + \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_0 f(x_0, y_0) \frac{h^2}{2} + \dots \quad (2.7)$$

Cân bằng các hệ số của phương trình (2.5) và (2.7), ta được:

$$a_1 + a_2 = 1; \quad a_2 b_1 = 1/2; \quad a_2 b_2 = 1/2.$$

Chọn giá trị tùy ý cho a_1

$$a_1 = 1/2$$

$$\text{Thì } a_2 = 1/2; \quad b_1 = 1; \quad b_2 = 1.$$

Thay thế giá trị này vào trong phương trình (2.4), công thức gần đúng bậc hai Runge-Kutta là:

$$y_1 = y_0 + \frac{1}{2} k_1 + \frac{1}{2} k_2$$

$$\text{Với } k_1 = f(x_0, y_0)h$$

$$k_2 = f(x_0 + h, y_0 + k_1)h$$

Vì thế.

$$\Delta y = \frac{1}{2} (k_1 + k_2)$$

Áp dụng của phương pháp Runge-Kutta cho việc xấp xỉ bậc hai đòi hỏi sự tính toán của k_1 và k_2 . Sai số trong lần xấp xỉ là bậc h^3 bởi vì chuỗi đã cắt sau điều kiện bậc hai.

Tổng quát công thức xấp xỉ bậc bốn Runge-Kutta là:

$$y_1 = y_0 + a_1 k_1 + a_2 k_2 + a_3 k_3 + a_4 k_4$$

(2.8)

Với $k_1 = f(x_0, y_0)h$

$k_2 = f(x_0 + b_1 h, y_0 + b_2 k_1)h$

$k_3 = f(x_0 + b_3 h, y_0 + b_4 k_2)h$

$k_4 = f(x_0 + b_5 h, y_0 + b_6 k_3)h$

Tiếp theo thủ tục giống như dùng cho lần xấp xỉ bậc hai, hệ số trong phương trình (2.8) thu được là:

$a_1 = 1/6; a_2 = 2/6; a_3 = 2/6; a_4 = 1/6.$

Và $b_1 = 1/2; b_2 = 1/2; b_3 = 1/2; b_4 = 1/2; b_5 = 1; b_6 = 1.$

Thay thế các giá trị vào trong phương trình (2.8), phương trình xấp xỉ bậc bốn Runge-Kutta trở thành.

$$y_1 = y_0 + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

Với $k_1 = f(x_0, y_0)h$

$$k_2 = f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_1}{2}\right)h$$

$$k_3 = f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_2}{2}\right)h$$

$$k_4 = f(x_0 + h, y_0 + k_3)h$$

Như vậy, sự tính toán của Δy theo công thức đòi hỏi sự tính toán các giá trị của k_1, k_2, k_3 và k_4 :

$$\Delta y = 1/6(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

Sai số trong sự xấp xỉ là bậc h^5 .

Công thức xấp xỉ bậc bốn Runge-Kutta cho phép giải đồng thời nhiều phương trình vi phân.

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y, z)$$

$$\frac{dz}{dx} = g(x, y, z)$$

Ta có:

$$y_1 = y_0 + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$z_1 = z_0 + \frac{1}{6} (l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4)$$

Với: $k_1 = f(x_0, y_0, z_0)h$

$$k_2 = f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_1}{2}z_0 + \frac{l_1}{2}\right)h$$

$$k_3 = f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_2}{2}z_0 + \frac{l_2}{2}\right)h$$

$$k_4 = f(x_0 + h, y_0 + k_3, z_0 + l_3)h$$

$$l_1 = g(x_0, y_0, z_0)h$$

$$l_2 = g\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_1}{2}z_0 + \frac{l_1}{2}\right)h$$

$$l_3 = g\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_2}{2}z_0 + \frac{l_2}{2}\right)h$$

$$l_4 = g(x_0 + h, y_0 + k_3, z_0 + l_3)h$$

Phương pháp dự đoán sửa đổi.

Phương pháp dựa trên cơ sở ngoại suy, hay tích phân vượt trước, và lặp lại nhiều lần việc giải phương trình vi phân.

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

Được gọi là phương pháp dự đoán sửa đổi. Thủ tục cơ bản trong phương pháp dự đoán sửa đổi là xuất phát từ điểm (x_n, y_n) đến điểm (x_{n+1}, y_{n+1}) . Thì thu được

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x_{n+1}}$$

từ phương trình vi phân và sửa đổi giá trị y_{n+1} xấp xỉ công thức chính xác.

Loại đơn giản của công thức dự đoán phương pháp của Euler là:

$$y_{n+1} = y_n + y_n' h \quad (2.10)$$

Với:

$$y_n' = \left. \frac{dy}{dx} \right|_n$$

Công thức chính xác không dùng trong phương pháp Euler. Mặc dù, trong phương pháp biến đổi Euler giá trị gần đúng của y_{n+1} thu được từ công thức dự đoán (2.10) và giá trị thay thế trong phương trình vi phân (2.9) chính là y'_{n+1} . Thì giá trị chính xác cho y_{n+1} thu được từ công thức biến đổi của phương pháp là:

$$y_{n+1} = y_n + (y'_{n+1} + y'_n) \frac{h}{2}$$

Giá trị thay thế trong phương trình vi phân (2.9) thu được có sự đánh giá chính xác hơn cho y'_{n+1} , nó luôn luôn thay thế trong phương trình (2.11) làm cho y_{n+1} chính xác hơn. Quá trình tiếp tục lặp lại cho đến khi hai giá trị tính toán liên tiếp của y_{n+1} từ phương trình (2.11) trùng với giá trị mong muốn chấp nhận được.

Phương pháp dự đoán biến đổi kinh điển của Milne. Dự đoán của Milne và công thức biến đổi, theo ông là:

$$y_{n+1}^{(0)} = y_{n-3} + \frac{4h}{3} (2y'_{n-2} - y'_{n-1} + 2y'_n)$$

Và

$$y_{n+1} = y_{n-1} + \frac{h}{3} (y'_{n-1} + 4y'_n + y'_{n+1})$$

Với:

$$y'_{n+1} = f(x_{n+1}, y_{n+1}^{(0)})$$

Bắt đầu của sự tính toán đòi hỏi biết bốn giá trị của y . Có thể đã tính toán bởi Runge-Kutta hay một số phương pháp số trước khi sử dụng công thức dự đoán sửa đổi của Milne. Sai số trong phương pháp là bậc h^5 .

Trong trường hợp tổng quát, phương pháp mong muốn chọn h đủ nhỏ nên chỉ vài lần lặp là đòi hỏi thu được y_{n+1} hoàn toàn chính xác như mong muốn.

Phương pháp có thể mở rộng cho phép giải một số phương trình vi phân đồng thời. Phương pháp dự đoán sửa đổi là áp dụng độc lập đối với mỗi phương trình vi phân như một phương trình vi phân đơn giản. Vì vậy, thay thế giá trị cho tất cả các biến phụ thuộc vào trong mỗi phương trình vi phân là đòi hỏi sự đánh giá đạo hàm tại (x_{n+1}, y_{n+1}) .

GIẢI PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN BẬC CAO.

Trong kỹ thuật trước đây mô tả cho việc giải phương trình vi phân bậc nhất cũng có thể áp dụng cho việc giải phương trình vi phân bậc cao bằng sự đưa vào của biến phụ. Ví dụ, cho phương trình vi phân bậc hai.

$$a \frac{d^2 y}{dx^2} + b \frac{dy}{dx} + cy = 0$$

Với điều kiện ban đầu x_0, y_0 , và

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_0$$

thì phương trình có thể được viết lại như hai phương trình vi phân bậc nhất.

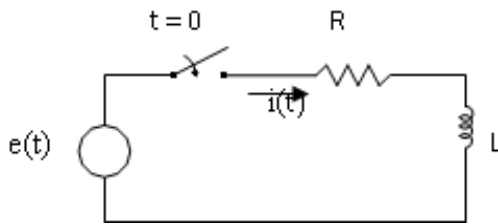
$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= y' \\ \frac{d^2 y}{dx^2} &= \frac{dy'}{dx} = -\frac{by'+cy}{a} \end{aligned}$$

Một trong những phương pháp mô tả trước đây có thể là việc làm đi tìm lời giải cho hai phương trình vi phân bậc nhất đồng thời.

Theo cách tương tự, một vài phương trình hay hệ phương trình bậc cao có thể quy về hệ phương trình vi phân bậc nhất.

Giải phương trình vi phân bằng phương pháp số phần II

Giải phương trình vi phân sẽ minh họa bằng sự tính toán dòng điện cho mạch RL nối tiếp.



Hình 2.4: Sự biểu diễn của mạch điện RL

Cho mạch điện RL trong hình 2.4 sức điện động hiệu dụng khi đóng khóa là:

$$e(t) = 5t \quad 0 \leq t \leq 0,2$$

$$e(t) = 1 \quad t > 0,2$$

Điện trở cho theo đơn vị ohms là.

$$R = 1 + 3i^2$$

Và điện cảm theo đơn vị henrys là.

$$L = 1$$

Tìm dòng điện trong mạch điện theo các phương pháp sau:

1. Euler's
2. Biến đổi Euler.
3. Xấp xỉ bậc bốn Runge-Kutta
4. Milne's
5. Picard's

Bài giải:

Phương trình vi phân của mạch điện là.

$$L \frac{di}{dt} + Ri = e(t)$$

Thay thế cho R và L ta có:

$$\frac{di}{dt} + (1 + 3i^2)i = e(t)$$

Điều kiện ban đầu tại $t = 0$ thì $e_0 = 0$ và $i_0 = 0$. Khoảng chọn cho biến độc lập là:

$$\Delta t = 0,025.$$

a. Phương trình theo phương pháp Euler là.

$$\Delta i_n = \left. \frac{di}{dt} \right|_n \Delta t$$

$$i_{n+1} = i_n + \Delta i_n$$

Với

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_n = e_n - (1 + 3i_n^2)i_n$$

Thay thế giá trị ban đầu vào trong phương trình vi phân,

$$\left. \frac{dy}{dt} \right|_0 = 0$$

và Δi_0 . Vì thế, dòng điện $i_1 = 0$. Tại $t_1 = 0,025$; $e_1 = 0,125$ và

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_1 = 0,125 - (1 + 3(0)^2)0 = 0,125$$

$$\Delta i_1 = (0,125)0,025 = 0,00313$$

Thì

$$i_2 = 0 + 0,00313 = 0,00313$$

Phương trình của phương pháp biến đổi Euler là.

$$\begin{aligned}\Delta i_x^{(0)} &= \left. \frac{di}{dt} \right|_x \Delta t \\ i_{x+\Delta}^{(0)} &= i_x + \Delta i_x^{(0)} \\ \Delta i_x^{(1)} &= \left(\frac{\left. \frac{di}{dt} \right|_x + \left. \frac{di}{dt} \right|_{x+\Delta}^{(0)}}{2} \right) \Delta t \\ i_{x+\Delta}^{(1)} &= i_x + \Delta i_x^{(1)}\end{aligned}$$

Với $\left. \frac{di}{dt} \right|_{n+1} = e_{n+1} - \{1 + 3(i_{n+1}^{(0)})^2\} i_{n+1}^{(0)}$

Thay thế giá trị ban đầu $e_0 = 0$ và $i_0 = 0$ vào trong phương trình vi phân

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_0 = 0$$

Do đó:

$$\Delta i_0^{(0)} = 0 ; i_1^{(0)} = 0.$$

Thay thế vào trong phương trình vi phân $i_1^{(0)} = 0$ và $e_1 = 0,125$

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_1^{(0)} = 0,125 - \{1 + 3(0)^2\} 0 = 0,125$$

Và $\Delta i_0^{(1)} = \left(\frac{0,125+0}{2} \right) 0,025 = 0,00156$

Nên

$$i_1^{(1)} = 0 + 0,00156 = 0,00156$$

Trong lời giải ví dụ cho phương pháp, không thực hiện lặp lại $i_{n+1}^{(1)} = i_{n+1}$. Bài giải thu được bằng phương pháp biến đổi Euler được đưa vào trong bảng 2.2.

GIẢI PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN BẰNG PHƯƠNG PHÁP SỐ PHẦN III

Bảng 2.3: Giải bằng phương pháp Runge-Kutta

n	Thời gian t_n	Sức điện động e_n	Dòng điện i_n	$e_n + e_{n+1}$		k_1		k_2			e_{n+1}	$i_n + k_3$	k_4	Δi_n
				k_1	$i_n + \frac{2}{2}$	k_2	$i_n + \frac{2}{2}$	k_3						
0	0,000	0,000	0,00000	0,00000	0,0625	0,00000	0,00156	0,00078	0,00154	0,125	0,00154	0,00309	0,00155	
1	0,025	0,125	0,00155	0,00309	0,1875	0,00310	0,00461	0,00386	0,00459	0,250	0,00614	0,00610	0,00460	
2	0,050	0,250	0,00615	0,00610	0,3125	0,00920	0,00758	0,00994	0,00756	0,375	0,01371	0,00903	0,00757	
3	0,075	0,375	0,01372	0,00903	0,4375	0,01824	0,01048	0,01896	0,01046	0,500	0,02418	0,01189	0,01047	
4	0,100	0,500	0,02419	0,01189	0,5625	0,03014	0,01331	0,03084	0,01329	0,625	0,03748	0,01468	0,01330	
5	0,125	0,625	0,03749	0,01468	0,6875	0,04483	0,01606	0,04552	0,01604	0,750	0,05353	0,01740	0,01605	
6	0,150	0,750	0,05354	0,01740	0,8125	0,06224	0,01874	0,06291	0,01872	0,875	0,07226	0,02004	0,01873	
7	0,175	0,875	0,07227	0,02004	0,9375	0,08229	0,02134	0,08294	0,02132	1,000	0,09359	0,02260	0,02133	
8	0,200	1,000	0,09360	0,02260	1,0000	0,10490	0,02229	0,10475	0,02230	1,000	0,11590	0,02199	0,02230	
9	0,225	1,000	0,11590	0,02199	1,0000	0,12690	0,02167	0,12674	0,02168	1,000	0,13758	0,02137	0,02168	
10	0,250	1,000	0,13758	0,02137	1,0000	0,14827	0,02105	0,14811	0,02105	1,000	0,15863	0,02073	0,02105	
11	0,275	1,000	0,15863	0,02073	1,0000	0,16900	0,02041	0,16884	0,02042	1,000	0,17905	0,02009	0,02041	

Bảng 2.4: Bài giải bằng phương pháp của Milne.

N	Thời gian t_n	Sức điện động e_n	Dòng điện i_n	Dòng điện động i'_n	e_n (dự đoán)	i_n	i'_n (sửa đổi)
456789101112	0,100	0,500	0,02418	0,47578	0,02419	0,125	0,625
	0,03748	0,150	0,05353	0,69601	0,05353	0,175	0,875
	0,07226	0,200	1,000	0,09359	0,90395	0,09358	0,225
	0,11742	0,87772	0,11639	0,87888	0,11640	0,250	1,000
	0,85712	0,13755	0,85464	0,13753	0,275	1,000	0,16021
	0,15911	0,82881	0,15912	0,300	1,000	0,17894	0,80387
	0,17898	0,80382	0,17898	+			

+ : giá trị sửa đổi thứ hai thu được bởi vòng lặp

d. Phương trình dùng phương pháp Picard hàm tương đương khởi đầu cho i , cận $i_0 = 0$ là:

$$i = i_0 + \int_0^t [e(t) - i - 3i^3] dt$$

Thay thế $e(t) = 5t$ và giá trị ban đầu $i_0 = 0$

$$i^{(1)} = \int_0^t 5t dt = \frac{5t^2}{2}$$

Thay $i^{(1)}$ cho i trong phương trình tích phân, thu được:

$$i^{(2)} = \int_0^t \left(5t - \frac{5t^2}{2} - \frac{375t^6}{8} \right) dt = \frac{5t^2}{2} - \frac{5t^3}{6} - \frac{375t^7}{56}$$

Quá trình tiếp tục, ta được:

$$i^{(3)} = \int_0^t \left(5t - \frac{5t^2}{2} + \frac{5t^3}{6} - \frac{375t^6}{8} + \frac{375t^7}{7} - \frac{125t^8}{8} + \dots \right) dt$$

$$= \frac{5t^2}{2} - \frac{5t^3}{6} + \frac{5t^4}{24} - \frac{375t^7}{56} + \dots$$

$$i^{(4)} = \int_0^t \left(5t - \frac{5t^2}{2} + \frac{5t^3}{6} - \frac{5t^4}{24} - \frac{375t^6}{8} + \frac{375t^7}{7} + \dots \right) dt$$

$$= \frac{5t^2}{2} - \frac{5t^3}{6} + \frac{5t^4}{24} - \frac{t^5}{24} - \frac{375t^7}{56} + \dots$$

Giới hạn chuỗi sau số hạng bậc bốn là:

$$i = \frac{5t^2}{2} - \frac{5t^3}{6} + \frac{5t^4}{24}$$

Nếu hàm dùng xấp xỉ i chính xác bốn số thập phân với số hạng xấp xỉ đầu tiên không chú ý đến sai số lớn thì .

$5 \log t ? \log 0,00120$

$\log t ? 9,415836 - 10$

$t ? 0,2605$

Giá trị giới hạn là hàm xấp xỉ hợp lý. Vì vậy, trong ví dụ này hàm có thể dùng chỉ để thu được y cho trong khoảng $0 \leq t \leq 0,2$; Bởi vì cho $t > 0,2$ thì $e(t) = 1$. Cho nên, hàm xấp xỉ khác phải chính xác cho trong khoảng $0,2 \leq t \leq 0,3$ như sau:

$$\begin{aligned}
 i &= 0,09367 + \int_{0,2}^t (1 - i - 3i^2) dt \\
 i^{(1)} &= 0,09367 + \int_{0,2}^t \{1 - 0,09367 - 3(0,09367)^2\} dt = 0,09367 + 0,90386(t - 0,2) \\
 i^{(2)} &= 0,09367 + \int_{0,2}^t \{1 - 0,09367 - 0,90386(t - 0,2) - 3[0,09367 + 0,90386(t - 0,2)]^2\} dt \\
 &= 0,09367 + 0,90386 \int_{0,2}^t \{1 - 1,07897(t - 0,2) - 0,76189(t - 0,2)^2 - 2,45089(t - 0,2)^3\} dt \\
 &= 0,09367 + 0,90386 \times \\
 &\quad \times \left\{ (t - 0,2) - 1,07897 \frac{(t - 0,2)^2}{2} - 0,76189 \frac{(t - 0,2)^3}{3} - 2,45089 \frac{(t - 0,2)^4}{4} \right\} dt
 \end{aligned}$$

Cuối cùng, ta có:

$$\begin{aligned}
 i^{(3)} &= 0,09367 + 0,90386(t - 0,2) - 0,48762(t - 0,2)^2 - \\
 &- 0,05420(t - 0,2)^3 - 0,30611(t - 0,2)^4 + 0,86646(t - 0,2)^5 \dots
 \end{aligned}$$

Chuỗi giới hạn, hàm xấp xỉ là:

$$\begin{aligned}
 i &= 0,09367 + 0,90386(t - 0,2) - \\
 &- 0,48762(t - 0,2)^2 - 0,05420(t - 0,2)^3 - 0,30611(t - 0,2)^4
 \end{aligned}$$

Cho i hiệu chỉnh trong bốn số thập phân, ta có:

$$0,86646(t - 0,2)^5 \approx 0,00005$$

$$(t - 0,2) \approx 0,14198$$

Hàm hợp lý cho trong khoảng $0,2 \leq t \leq 0,342$

Giá trị thu được bằng phương pháp Picard được đưa vào trong bảng 2.5.

SO SÁNH CÁC PHƯƠNG PHÁP.

Trong bài giải của phương trình vi phân hàm quan hệ giữa biến phụ thuộc y và biến độc lập x cần tìm để thỏa mãn phương trình vi phân. Bài giải trong giải tích là rất khó và có một số vấn đề không thể tìm được. Phương pháp số dùng để tìm lời giải bằng cách biểu diễn y như một số hàm của biến độc lập x từ mỗi giá trị xấp xỉ của y có thể thu được

bằng sự thay thế hoàn toàn hay biểu diễn tương đương quan hệ giữa các giá trị liên tiếp của y xác định cho việc chọn giá trị của x . Phương pháp Picard là phương pháp số kiểu đầu tiên. Phương pháp Euler, Runge-Kutta, và Milne là ví dụ cho kiểu thứ hai.

Khó khăn chủ yếu phát sinh từ phương pháp xấp xỉ y bằng hàm số, như phương pháp Picard, tìm thấy trong lần lặp lại sự tích phân hiện tại phải thực hiện để thu được hàm thỏa mãn. Vì vậy phương pháp này là không thực tế trong hầu hết các trường hợp và ít được dùng.

Bảng 2.5: Giải bằng phương pháp Picard.

n	Thời gian t_n	Sức điện
0123456789101112	00,0250,0500,0750,1000,1250,1500,1750,2000,2250,2500,2750,3000	00,1250,

Các phương pháp theo kiểu thứ hai đòi hỏi phép tính số học đơn giản đo đó thích hợp cho việc giải bằng máy tính số của các phương trình vi phân. Trong trường hợp tổng quát, đơn giản quan hệ đòi hỏi dùng trong một khoảng nhỏ cho các biến độc lập nhưng ngược lại nhiều phương pháp phức tạp có thể dùng trong khoảng tương đối lớn tốn nhiều công sức trong việc chính xác hóa lời giải. Phương pháp Euler là đơn giản nhất, nhưng trừ khi khoảng tính rất nhỏ thì dùng nó cũng không đúng với thực tế. Phương pháp biến đổi Euler cũng sử dụng đơn giản và có thêm thuận lợi kiểm tra hệ thống vốn có trong quá trình thu được để cải thiện sự ước lượng cho y . Phương pháp có sự chính xác giới hạn, vì vậy đòi hỏi dùng khoảng giá trị nhỏ cho biến độc lập. Phương pháp Runge-Kutta đòi hỏi số rất lớn của phép tính số học, nhưng kết quả cũng không chính xác.

Phương pháp dự đoán sửa đổi của Milne là ít khó khăn hơn phương pháp Runge-Kutta và so sánh được độ chính xác của bậc h^5 . Vì vậy, phương pháp của Milne đòi hỏi có bốn giá trị ban đầu cho biến phụ thuộc phải thu được bằng một số phương pháp khác, hầu như phương pháp biến đổi Euler hay phương pháp Runge-Kutta, là như nhau. Trong sự ứng dụng máy tính cho phương pháp số. Chương trình đòi hỏi bắt đầu lời giải như phương pháp của Milne. Lời giải tiếp tục dùng công thức khác cho dự đoán và sau đó sửa chữa giá trị của y cung cấp quá trình hệ thống cho kiểm tra tốt bằng sửa chữa ước lượng ban đầu. Nếu sự khác nhau giữa dự đoán và giá trị chính xác là đáng kể, khoảng tính có thể được rút gọn lại. Khả năng trong phương pháp của Milne không có hiệu lực trong phương pháp Runge-Kutta.

Bài tập:

2.1. Giải phương trình vi phân.

$$\frac{dy}{dx} = x^2 - y$$

Cho $0 \leq t \leq 0,3$; với khoảng phương trình 0,05 và giá trị ban đầu $x_0 = 0$ và $y_0 = 1$, bằng các phương pháp số sau đây.

1. Euler
2. Biến đổi Euler.
3. Picard
4. Xấp xỉ bậc bốn Runge-Kutta
5. Milne dùng giá trị bắt đầu thu được phương pháp Runge-Kutta

2.2. Giải bằng phương pháp biến đổi Euler hệ phương trình vi phân.

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 2y \\ \frac{dy}{dt} &= -\frac{x}{2}\end{aligned}$$

Cho $0 \leq t \leq 1,0$; Với khoảng phương trình 0,2 và giá trị ban đầu $i_0 = 0, x_0 = 0$ và

$$y_0 = 1$$

2.3. Giải bằng xấp xỉ bậc bốn Runge-Kutta phương trình vi phân bậc hai.

$$y'' = y + xy'$$

Cho $0 \leq x \leq 0,4$; Với khoảng phương trình 0,1 và giá trị ban đầu $x_0 = 0, y_0 = 1$, và $y'_0 = 0$

GIẢI PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN BẰNG PHƯƠNG PHÁP SỐ PHẦN IV

Bảng 2.3: <i>Giải bằng phương pháp Runge-Kutta</i>	
Thời Súc Dòng e_n+ e_{n+1} k_1 k_2 gian điện điện k_1 ---- ---- i_n + --- k_2 i_n + --- k_3 e_{n+1} i_n + k_3 k_4 Δi_{intn} động i_n 2 2 2 e_n	<p>0,000 0,000 0,00000 0,00000 0,0625 0,00000 0,00156 0,00078 0,00154 0,125 0,00154 0,00309 0,001550,025 0,125 0,00155 0,00309 0,1875 0,00310 0,00461 0,00386 0,00459 0,250 0,00614 0,00610 0,004600,050 0,250 0,00615 0,00610 0,3125 0,00920 0,00758 0,00994 0,00756 0,375 0,01371 0,00903 0,007570,075 0,375 0,01372 0,00903 0,4375 0,01824 0,01048 0,01896 0,01046 0,500 0,02418 0,01189 0,010470,100 0,500 0,02419 0,01189 0,5625 0,03014 0,01331 0,03084 0,01329 0,625 0,03748 0,01468 0,013300,125 0,625 0,03749 0,01468 0,6875 0,04483 0,01606 0,04552 0,01604 0,750 0,05353 0,01740 0,01605</p> <ul style="list-style-type: none"> 0,750 0,05354 0,01740 0,8125 0,06224 0,01874 0,06291 0,01872 0,875 0,07226 0,02004 0,01873 <p>0,175 0,875 0,07227 0,02004 0,9375 0,08229 0,02134 0,08294 0,02132 1,000 0,09359 0,02260 0,021330,200 1,000 0,09360 0,02260 1,0000 0,10490 0,02229 0,10475 0,02230 1,000 0,11590 0,02199 0,022300,225 1,000 0,11590 0,02199 1,0000 0,12690 0,02167 0,12674 0,02168 1,000 0,13758 0,02137 0,021680,250 1,000 0,13758 0,02137 1,0000 0,14827 0,02105 0,14811 0,02105 1,000 0,15863 0,02073 0,021050,275 1,000 0,15863 0,02073 1,0000 0,16900 0,02041 0,16884 0,02042 1,000 0,17905 0,02009 0,02041</p>
n	0123456789101112

Bảng 2.4: Bài giải bằng phương pháp của Milne.

N	Thời gian Súc điện Dòng điện Dòng điện _n động e_n (dự đoán) i_n i'_n (sửa đổi) i_n
456789101112	0,100 0,500 0,02418 0,47578 0,024190,125 0,625 0,03748 0,58736 0,037480,150 0,750 0,05353 0,69601 0,053530,175 0,875 0,07226

	0,80161 0,072260,200 1,000 0,09359 0,90395 0,093580,225 1,000 0,11742 0,87772 0,116390,87888 0,11640+0,250 1,000 0,13543 0,85712 0,137550,85464 0,13753+0,275 1,000 0,16021 0,82745 0,159110,82881 0,15912+0,300 1,000 0,17894 0,80387 0,178980,80382 0,17898+

+ : giá trị sửa đổi thứ hai thu được bởi vòng lặp

d. Phương trình dùng phương pháp Picard hàm tương đương khởi đầu cho i , cận $i_0 = 0$ là:

$$i = i_0 + \int_0^t [e(t) - i - 3i^3] dt$$

Thay thế $e(t) = 5t$ và giá trị ban đầu $i_0 = 0$

$$i^{(1)} = \int_0^t 5t dt = \frac{5t^2}{2}$$

Thay $i^{(1)}$ cho i trong phương trình tích phân, thu được:

$$i^{(2)} = \int_0^t \left(5t - \frac{5t^2}{2} - \frac{375t^6}{8} \right) dt = \frac{5t^2}{2} - \frac{5t^3}{6} - \frac{375t^7}{56}$$

Quá trình tiếp tục, ta được:

$$\begin{aligned} i^{(3)} &= \int_0^t \left(5t - \frac{5t^2}{2} + \frac{5t^3}{6} - \frac{375t^6}{8} + \frac{375t^7}{7} - \frac{125t^8}{8} + \dots \right) dt \\ &= \frac{5t^2}{2} - \frac{5t^3}{6} + \frac{5t^4}{24} - \frac{375t^7}{56} + \dots \\ i^{(4)} &= \int_0^t \left(5t - \frac{5t^2}{2} + \frac{5t^3}{6} - \frac{5t^4}{24} - \frac{375t^4}{8} + \frac{375t^7}{7} + \dots \right) dt \\ &= \frac{5t^2}{2} - \frac{5t^3}{6} + \frac{5t^4}{24} - \frac{t^5}{24} - \frac{375t^7}{56} + \dots \end{aligned}$$

Giới hạn chuỗi sau số hạng bậc bốn là:

$$i = \frac{5t^2}{2} - \frac{5t^3}{6} + \frac{5t^4}{24}$$

Nếu hàm dùng xấp xỉ i chính xác bốn số thập phân với số hạn xấp xỉ đầu tiên không chú ý đến sai số lớn thì .

$$5 \log t \approx \log 0,00120$$

$$\log t \approx 9,415836 - 10$$

$$t \approx 0,2605$$

Giá trị giới hạn là hàm xấp xỉ hợp lý. Vì vậy, trong ví dụ này hàm có thể dùng chỉ để thu được y cho trong khoảng $0 \leq t \leq 0,2$; Bởi vì cho $t > 0,2$ thì $e(t) = 1$. Cho nên, hàm xấp xỉ khác phải chính xác cho trong khoảng $0,2 \leq t \leq 0,3$ như sau:

$$\begin{aligned} i &= 0,09367 + \int_{0,2}^t (1 - i - 3i^2) dt \\ i^{(1)} &= 0,09367 + \int_{0,2}^t \{1 - 0,09367 - 3(0,09367)^2\} dt = 0,09367 + 0,90386(t - 0,2) \\ i^{(2)} &= 0,09367 + \int_{0,2}^t \{1 - 0,09367 - 0,90386(t - 0,2) - 3[0,09367 + 0,90386(t - 0,2)]^2\} dt \\ &= 0,09367 + 0,90386 \int_{0,2}^t \{1 - 1,07897(t - 0,2) - 0,76189(t - 0,2)^2 - 2,45089(t - 0,2)^3\} dt \\ &= 0,09367 + 0,90386 \times \\ &\quad \times \left\{ (t - 0,2) - 1,07897 \frac{(t - 0,2)^2}{2} - 0,76189 \frac{(t - 0,2)^3}{3} - 2,45089 \frac{(t - 0,2)^4}{4} \right\} dt \end{aligned}$$

Cuối cùng, ta có:

$$\begin{aligned} i^{(3)} &= 0,09367 + 0,90386(t - 0,2) - 0,48762(t - 0,2)^2 - \\ &- 0,05420(t - 0,2)^3 - 0,30611(t - 0,2)^4 + 0,86646(t - 0,2)^5 \dots \end{aligned}$$

Chuỗi giới hạn, hàm xấp xỉ là:

$$\begin{aligned} i &= 0,09367 + 0,90386(t - 0,2) - \\ &- 0,48762(t - 0,2)^2 - 0,05420(t - 0,2)^3 - 0,30611(t - 0,2)^4 \end{aligned}$$

Cho i hiệu chỉnh trong bốn số thập phân, ta có:

$$0,86646(t - 0,2)^5 \approx 0,00005$$

$$(t - 0,2) \approx 0,14198$$

Hàm hợp lý cho trong khoảng $0,2 \leq t \leq 0,342$

Giá trị thu được bằng phương pháp Picard được đưa vào trong bảng 2.5.

SO SÁNH CÁC PHƯƠNG PHÁP.

Trong bài giải của phương trình vi phân hàm quan hệ giữa biến phụ thuộc y và biến độc lập x cần tìm để thỏa mãn phương trình vi phân. Bài giải trong giải tích là rất khó và có một số vấn đề không thể tìm được. Phương pháp số dùng để tìm lời giải bằng cách biểu diễn y như một số hàm của biến độc lập x từ mỗi giá trị xấp xỉ của y có thể thu được bằng sự thay thế hoàn toàn hay biểu diễn tương đương quan hệ giữa các giá trị liên tiếp của y xác định cho việc chọn giá trị của x . Phương pháp Picard là phương pháp số kiểu đầu tiên. Phương pháp Euler, Runge-Kutta, và Milne là ví dụ cho kiểu thứ hai.

Khó khăn chủ yếu phát sinh từ phương pháp xấp xỉ y bằng hàm số, như phương pháp Picard, tìm thấy trong lần lặp lại sự tích phân hiện tại phải thực hiện để thu được hàm thỏa mãn. Vì vậy phương pháp này là không thực tế trong hầu hết các trường hợp và ít được dùng.

Bảng 2.5: Giải bằng phương pháp Picard.

n	Thời gian t_n	Sức điện
0123456789101112	00,0250,0500,0750,1000,1250,1500,1750,2000,2250,2500,2750,3000	00,1250,

Các phương pháp theo kiểu thứ hai đòi hỏi phép tính số học đơn giản đo đó thích hợp cho việc giải bằng máy tính số của các phương trình vi phân. Trong trường hợp tổng quát, đơn giản quan hệ đòi hỏi dùng trong một khoảng nhỏ cho các biến độc lập nhưng ngược lại nhiều phương pháp phức tạp có thể dùng trong khoảng tương đối lớn tốn nhiều công sức trong việc chính xác hóa lời giải. Phương pháp Euler là đơn giản nhất, nhưng trừ khi khoảng tính rất nhỏ thì dùng nó cũng không đúng với thực tế. Phương pháp biến đổi Euler cũng sử dụng đơn giản và có thêm thuận lợi kiểm tra hệ thống vốn có trong quá trình thu được để cải thiện sự ước lượng cho y . Phương pháp có sự chính xác giới hạn, vì vậy đòi hỏi dùng khoảng giá trị nhỏ cho biến độc lập. Phương pháp Runge-Kutta đòi hỏi số rất lớn của phép tính số học, nhưng kết quả cũng không chính xác.

Phương pháp dự đoán sửa đổi của Milne là ít khó khăn hơn phương pháp Runge-Kutta và so sánh được độ chính xác của bậc h^5 . Vì vậy, phương pháp của Milne đòi hỏi có bốn giá trị ban đầu cho biến phụ thuộc phải thu được bằng một số phương pháp khác, hầu như phương pháp biến đổi Euler hay phương pháp Runge-Kutta, là như nhau. Trong sự ứng dụng máy tính cho phương pháp số. Chương trình đòi hỏi bắt đầu lời giải như phương pháp của Milne. Lời giải tiếp tục dùng công thức khác cho dự đoán và sau đó sửa chữa giá trị của y cung cấp quá trình hệ thống cho kiểm tra tốt bằng sửa chữa ước lượng ban đầu. Nếu sự khác nhau giữa dự đoán và giá trị chính xác là đáng kể, khoảng

tính có thể được rút gọn lại. Khả năng trong phương pháp của Milne không có hiệu lực trong phương pháp Runge-Kutta.

Bài tập:

2.1. Giải phương trình vi phân.

$$\frac{dy}{dx} = x^2 - y$$

Cho $0 \leq t \leq 0,3$; với khoảng phương trình 0,05 và giá trị ban đầu $x_0 = 0$ và $y_0 = 1$, bằng các phương pháp số sau đây.

1. Euler
2. Biến đổi Euler.
3. Picard
4. Xấp xỉ bậc bốn Runge-Kutta
5. Milne dùng giá trị bắt đầu thu được phương pháp Runge-Kutta

2.2. Giải bằng phương pháp biến đổi Euler hệ phương trình vi phân.

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 2y \\ \frac{dy}{dt} &= -\frac{x}{2}\end{aligned}$$

Cho $0 \leq t \leq 1,0$; Với khoảng phương trình 0,2 và giá trị ban đầu $i_0 = 0, x_0 = 0$ và

$$y_0 = 1$$

2.3. Giải bằng xấp xỉ bậc bốn Runge-Kutta phương trình vi phân bậc hai.

$$y'' = y + xy'$$

Cho $0 \leq x \leq 0,4$; Với khoảng phương trình 0,1 và giá trị ban đầu $x_0 = 0, y_0 = 1$, và $y'_0 = 0$

Mô hình hóa các phần tử trong hệ thống điện

Giới thiệu

Trong hệ thống điện gồm có các thành phần cơ bản sau:

Mạng lưới truyền tải gồm:

- Đường dây truyền tải.
- Biến áp.
- Các bộ tụ điện tĩnh, kháng điện.

Phụ tải.

Máy phát đồng bộ và các bộ phận liên hợp: Hệ thống kích từ, điều khiển....

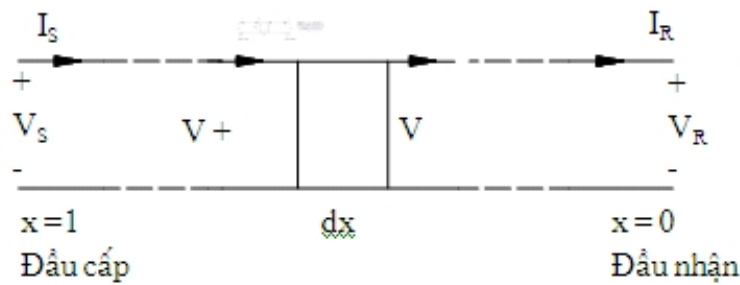
Các vấn đề cần xem xét ở đây là: Ngắn mạch, trào lưu công suất, ổn định quá độ. Mạng lưới truyền tải được giả thiết là ở trạng thái ổn định vì thời hằng của nó nhỏ hơn nhiều so với máy phát đồng bộ.

Mô hình đường dây truyền tải

Đường dây dài đồng nhất.

Đường dây dài đồng nhất là đường dây có điện trở, điện kháng, dung kháng, điện dẫn rò phân bố đều dọc theo chiều dài đường dây, có thể tính theo từng pha và theo đơn vị dài. Trong thực tế điện dẫn rò rất nhỏ có thể bỏ qua. Chúng ta chỉ quan tâm đến quan hệ giữa điện áp và dòng điện giữa hai đầu đường dây, một đầu cấp và một đầu nhận. Khoảng cách tính từ đầu cấp đến đầu nhận.

Để tính toán và xem xét mối quan hệ giữa điện áp và dòng điện trên từng điểm của đường dây ta có mô hình toán học như sau: (xem hình 3.1). Tại tọa độ x lấy vi phân dx trên mỗi pha so với trung tính và khảo sát phân tử dx .



Hình 3.1: Quan hệ điện áp và dòng điện ở phân tố dài của đường dây truyền tải

Với phân tố dx này ta có thể viết:

$$dV = I \cdot z \cdot dx$$

Hay $\frac{dV}{dx} = I \cdot z$ (3.1)

Và $dI = V \cdot y \cdot dx$

Với z : Tổng trở nối tiếp của mỗi pha trên mỗi đơn vị dài

y : Tổng dẫn rẽ nhánh của mỗi pha trên mỗi đơn vị dài

Hay

$$\frac{dI}{dx} = V \cdot y$$

Lấy vi phân bậc 2 của (3.1) và (3.2) theo x ta có:

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = z \frac{dI}{dx} \tag{3.3}$$

$$\frac{d^2 I}{dx^2} = y \frac{dV}{dx} \tag{3.4}$$

Thế (3.1) và (3.2) vào (3.3) và (3.4) ta có:

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = z y V \tag{3.5}$$

$$\frac{d^2 I}{dx^2} = z y I \tag{3.6}$$

Giải (3.5) ta có dạng nghiệm như sau:

$$V = A_1 \exp(\sqrt{zy} \cdot x) + A_2 \exp(-\sqrt{zy} \cdot x)$$

Thay (3.7) vào đạo hàm bậc nhất (3.1) ta có dòng điện

$$I = \frac{1}{\sqrt{\frac{z}{y}}} A_1 \exp(\sqrt{zy} \cdot x) - \frac{1}{\sqrt{\frac{z}{y}}} A_2 \exp(-\sqrt{zy} \cdot x)$$

A_1 và A_2 được xác định từ điều kiện biên:

$$V = V_R \text{ và } I = I_R \text{ ở } x = 0;$$

Thay vào (3.7) và (3.8) cân bằng ta được:

$$A_1 = \frac{V_x + \sqrt{\frac{z}{y}} I_x}{2} \quad (3.9)$$

$$A_2 = \frac{V_x - \sqrt{\frac{z}{y}} I_x}{2} \quad (3.10)$$

Đặt

$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}}$$

: Gọi là tổng trở đường dây

$$\gamma = \sqrt{zy}$$

: Gọi là hằng số truyền sóng

Vậy (3.9) và (3.10) được viết gọn như sau:

$$V(x) = \frac{V_x + I_x Z_c}{2} \exp(\gamma \cdot x) + \frac{V_x - I_x Z_c}{2} \exp(-\gamma \cdot x) \quad (3.11)$$

$$I(x) = \frac{V_x/Z_c + I_x}{2} \exp(\gamma \cdot x) - \frac{V_x/Z_c - I_x}{2} \exp(-\gamma \cdot x) \quad (3.12)$$

Công thức (3.11) và (3.12) dùng để xác định điện áp và dòng điện tại bất cứ điểm nào của đường dây theo tọa độ x .

Ta viết (3.11) lại như sau:

$$\begin{aligned}
 V(x) &= V_R \cdot \frac{1}{2} [\exp(\gamma \cdot x) + \exp(-\gamma \cdot x)] + I_R \cdot Z_C \cdot \frac{1}{2} [\exp(\gamma \cdot x) - \exp(-\gamma \cdot x)] \\
 &= V_R \cdot ch(\gamma \cdot x) + I_R \cdot Z_C \cdot sh(\gamma \cdot x)
 \end{aligned}$$

Tương tự (3.12)

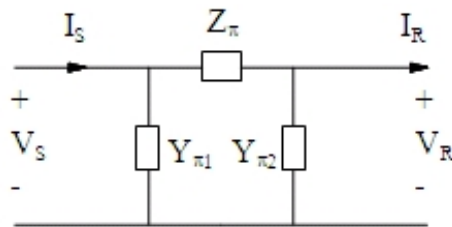
$$I(x) = I_R \cdot ch(\gamma \cdot x) + \frac{V_R}{Z_C} \cdot sh(\gamma \cdot x)$$

Khi $x = 1$ ta có điện áp và dòng điện ở đầu cấp:

$$V_S = V_R \cdot ch(\gamma \cdot x) + I_R \cdot Z_C \cdot sh(\gamma \cdot x)$$

$$I_S = \frac{V_R}{Z_C} \cdot sh(\gamma \cdot x) + I_R \cdot ch(\gamma \cdot x)$$

Sử dụng công thức (3.15) và (3.16) để lập sơ đồ tương đương của đường dây dài như hình 3.2 (gọi là sơ đồ hình π).



Hình 3.2: Sơ đồ π của đường dây truyền tải

Từ sơ đồ hình 3.2 ta có:

$$V_S = V_R + Z_x \cdot I_R + V_R \cdot Y_{x2} \cdot Z_x = (1 + Y_{x2} \cdot Z_x) V_R + Z_x \cdot I_R \quad (3.17)$$

$$I_S = (I_R + V_R \cdot Y_{x2}) + V_S \cdot Y_{x1} \quad (3.18)$$

Thay V_S ở (3.17) vào (3.18) và đơn giản hóa ta được:

$$I_S = [(Y_{x1} + Y_{x2}) + Z_x \cdot Y_{x1} \cdot Y_{x2}] V_R + (1 + Z_x \cdot Y_{x1}) I_R \quad (3.19)$$

Đồng nhất (3.17) và (3.19) tương ứng với (3.15) và (3.16) ta có:

$$Z_\pi = Z_C \cdot sh(\gamma \cdot l) \quad (3.20)$$

$$Y_{\pi1} = Y_{\pi2} = Y_\pi \quad (3.21)$$

$$(1 + Z_\pi \cdot Y_\pi) = ch(\gamma \cdot l) \quad (3.22)$$

Vậy:

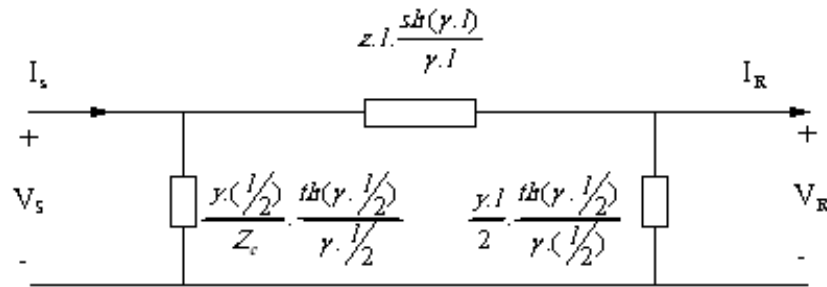
$$Y_s = \frac{ch(\gamma.l) - 1}{Z_c \cdot sh(\gamma.l)} = \frac{1}{Z_c} \cdot th\left(\frac{\gamma.l}{2}\right)$$

Viết gọn (3.20) và (3.23) lại ta có:

$$Y_s = \frac{\gamma \cdot l/2 \cdot th(\gamma \cdot l/2)}{Z_c \cdot \gamma \cdot l/2} = \frac{\gamma l}{2} \cdot \frac{th(\gamma \cdot l/2)}{\gamma \cdot l/2}$$

Sử dụng sơ đồ hình (3.3) và khai triển sh và ch ta có thể tính Y_π và Z_π đến độ chính xác cần thiết. Thông thường trong sơ đồ nối tiếp chỉ cần lấy 2 hay 3 phân tử là đạt yêu cầu chính xác:

$$\begin{aligned} Sh(x) &= x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + \dots \\ Ch(x) &= 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \dots \\ Th(x) &= x - \frac{x^3}{3} + \frac{2}{15}x^5 - \frac{17}{315}x^7 + \dots \end{aligned} \quad (3.26)$$



Hình 3.3 : Sơ đồ π của mạng tuyến tính

Nếu chỉ lấy hai số hàng đầu.

$$\begin{aligned} Z_s &\approx z.l \left[1 + \frac{(\gamma.l)^2}{6} \right] \\ Y_s &\approx \frac{\gamma.l}{2} \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{\gamma.l}{2} \right)^2 \right] = \frac{\gamma.l}{2} \left[1 - \left(\frac{\gamma.l}{2} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (3.27)$$

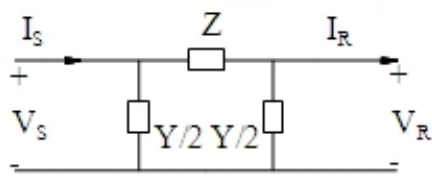
Sơ đồ tương đương của đường dây trung bình:

Gồm các đường dây có $\gamma.l \ll 1$ gọi là đường dây trung bình (240km)

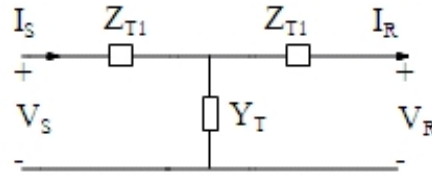
$Z_\pi = z.l = Z$ (tổng các tổng trở nối tiếp)

$$Y_s = \frac{y \cdot l}{2} = \frac{Y}{2}$$

(nửa của tổng dẫn rẽ)



Hình 3.4: Sơ đồ đối xứng π của đường dây truyền tải



Hình 3.5: Sơ đồ đối xứng T của đường dây truyền tải

Sơ đồ thu được theo giả thiết gọi là sơ đồ đối xứng π (hình 3.4) và còn có một sơ đồ thể hiện khác nữa gọi là sơ đồ đối xứng T

Tính toán tương tự như sơ đồ π ta có (sơ đồ T)

$$Z_{T1} = Z_{T2} = Z_T = \frac{z \cdot l}{2} \cdot \frac{\text{th}(y \cdot l/2)}{y \cdot l/2}$$

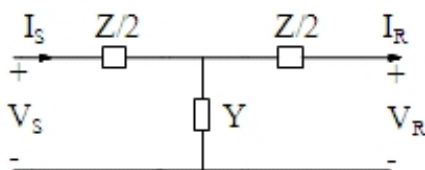
Và

$$Y_T = y \cdot l \cdot \frac{\text{sh}(y \cdot l)}{y \cdot l}$$

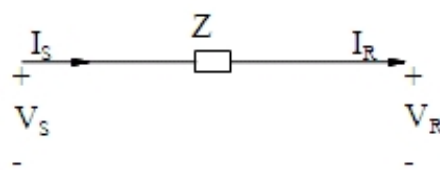
Với sơ đồ đối xứng T ($y \cdot l \ll 1$) có thể rút gọn như hình 3.6

Hai sơ đồ tương xứng này có độ chính xác như nhau nhưng thông thường hay dùng sơ đồ p vì không phải tính thêm nữa.

Trong trường hợp đường dây khá ngắn ($l \leq 80\text{km}$) có thể bỏ qua tổng dẫn mạch rẽ ở cả hai sơ đồ p và T và thu gọn chỉ còn một tổng dẫn nối tiếp Z



Sơ đồ đối xứng T



Sơ đồ tương đương của đường dây tuyến tải ngắn

Thông số A, B, C, D:

Các thông số A, B, C, D được sử dụng để thiết lập các phương trình quan hệ giữa điện áp và dòng điện ở đầu cung cấp và đầu nhận của đường dây truyền tải.

Tham số A, B, C, D cho từng loại sơ đồ

Loại đường dây	A	B	C	D
-Đường dây dài đồng nhất	$ch(\gamma \cdot l) = 1 + \frac{Y \cdot Z}{2} + \frac{Y^2 \cdot Z^2}{24} + \dots$	$Z_c \cdot sh(\gamma \cdot l) = Z \left(1 + \frac{Y \cdot Z}{6} + \frac{Y^2 \cdot Z^2}{240} + \dots \right)$	$\frac{sh(\gamma \cdot l)}{Z_c} = Y \left(1 + \frac{Y \cdot Z}{6} + \frac{Y^2 \cdot Z^2}{120} + \dots \right)$	$ch(\gamma \cdot l) = A$
-Đường dây trung bình				
.Số độ đối xứng Γ	$1 + \frac{Y \cdot Z}{2}$	$Z \left(1 + \frac{Y \cdot Z}{4} \right)$	Y	A
.Số độ đối xứng π	$1 + \frac{Y \cdot Z}{2}$	Z	$Y \left(1 + \frac{Y \cdot Z}{4} \right)$	A
-Đường dây ngắn	1	Z	0	A

Ví dụ: Đẳng thức 3.15 và 3.16 được viết lại như sau:

$$V_S = A \cdot V_R + B \cdot I_R$$

$$I_S = C \cdot V_R + D \cdot I_R$$

Bảng 3.1 cho giá trị A, B, C, D của từng loại đường dây truyền tải. Đường dây dài, đường dây trung bình và đường dây ngắn, các thông số này có đặc tính quan trọng là:

$$A \cdot D - B \cdot C = 1 \quad (3.28)$$

Điều này đã được chứng minh.

Các dạng tổng trở và tổng dẫn:

Xét các đường dây truyền tải theo các tham số A, B, C, D các phương trình được viết dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

Phương trình 3.29 được viết lại theo biến I_S và I_R sử dụng kết quả:

$$A.D - B.C = 1$$

Như sau:

$$\begin{bmatrix} V_S \\ V_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{SS} & Z_{SR} \\ Z_{RS} & Z_{RR} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_S \\ I_R \end{bmatrix}$$

Với $Z_{SS} = A/C$; $Z_{SR} = -1/C$; $Z_{RS} = 1/C$; $Z_{RR} = -D/C$

Công thức (3.30) được viết dưới dạng kí hiệu:

$$V = Z.I$$

Thêm một cách biểu diễn I_S , I_R theo biến V_S , V_R như sau:

$$\begin{bmatrix} I_S \\ I_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{SS} & Y_{SR} \\ Y_{RS} & Y_{RR} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_S \\ V_R \end{bmatrix}$$

Hay $I = Y.V$

Với: $Y_{SS} = D/B$; $Y_{SR} = -1/B$; $Y_{RS} = 1/B$; $Y_{RR} = -A/B$

Ở đây ma trận Z là ma trận tổng trở mạch hở, ma trận Y là ma trận tổng dẫn ngắn mạch và đảm bảo $Z = Y^{-1}$ của mạng hai cửa. Ở chương sau sẽ tính mở rộng cho mạng n cửa.

Các thông số Z và Y dùng cho các giới thiệu khác:

Từ bảng 3.1 các đẳng thức 3.30 và 3.31 thông số Z và Y được tính như sau (dùng cho sơ đồ p)

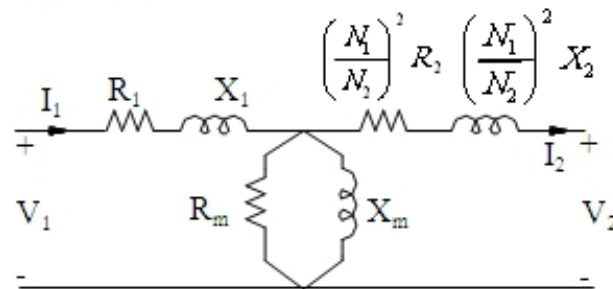
$$\begin{aligned} Y_{SS} &= D/B = (1 + \frac{Y.Z}{2}) / Z = 1/2 + Y/2 \\ Y_{SR} &= -1/B = -1/2; Y_{RS} = 1/2 \\ Y_{RR} &= -A/B = -(1 + \frac{Y.Z}{2}) / Z = -(1/2 + Y/2) \end{aligned}$$

Các tham số này có thể tính trực tiếp từ sơ đồ hình 3.4 viết ra các phương trình nút và loại dòng nhánh giữa.

Máy biến áp

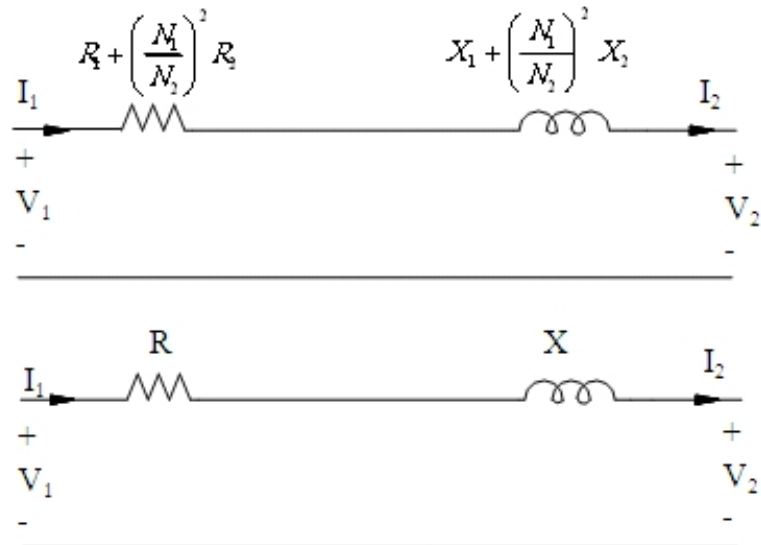
Máy biến áp 2 cuộn dây:

Sơ đồ tương đương của máy biến áp (MBA) như hình 3.8. Các tham số được quy về phía sơ cấp (phía 1).



Sơ đồ tương đương của máy biến áp

Trong MBA lực, nhánh từ hóa có dòng khá nhỏ có thể lược đi và sơ đồ tương đương được rút gọn như hình 3.9



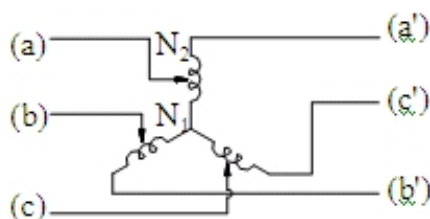
Sơ đồ tương đương đơn giản hóa của MBA

Máy biến áp từ ngẫu:

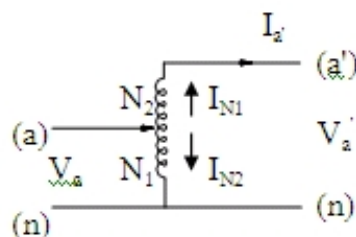
Máy biến áp từ ngẫu (MBATN) gồm có một cuộn dây chung có số vòng N_1 và một cuộn dây nối tiếp có số vòng N_2 , sơ đồ 1 pha và 3 pha ở dưới.

Đầu cực a-n đại diện cho phía điện áp thấp và đầu cực a'-n' đại diện cho phía điện áp cao. Tỷ lệ vòng toàn bộ là:

$$\frac{V_{a'}}{V_a} = 1 + \frac{N_2}{N_1} = 1 + a = N$$



MBA từ ngẫu 3 pha



Sơ đồ 1 pha của MBATN

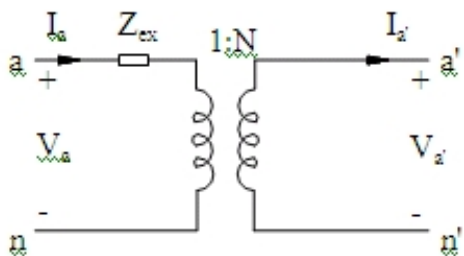
Sơ đồ tương đương của MBATN được mô phỏng như hình 3.12, trong đó Z_{ex} là tổng trở đo được ở phía hạ khi phía cấp áp ngắn mạch.

Hai tổng trở ngắn mạch nữa được tính là:

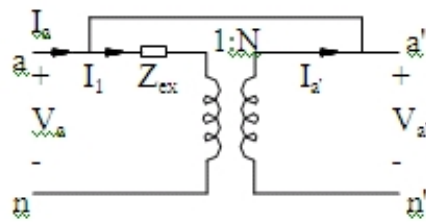
- Z_{eH} : Tổng trở đo được ở phía cao áp khi số vòng N_1 bị ngắn mạch nối tắt cực a-n. Và dễ dàng chứng minh từ hình 3.12 (phép quy đổi)

$$Z_{eH} = Z_{ex} N^2 \quad (3.34)$$

- Z_{eL} : Tổng trở đo được phía hạ áp khi số vòng N_2 bị ngắn mạch nối tắt cực a-a' hình 3.13.



Hình 3.12: Sơ đồ tương đương của MBATN



Hình 3.13: Sơ đồ tương đương khi nối a-a' của MBATN

Từ sơ đồ hình 3.13 ta có:

$$V_a = V_{a'}$$

$$I_1 = (V_a - \frac{V_{a'}}{N}) / Z_{ex} = V_a \frac{(N-1)}{N} / Z_{ex}$$

Đối với máy biến áp lý tưởng số ampe vòng bằng zero cho nên chúng ta có:

$$I_1 = I_{a'} N$$

$$\text{Hay } I_{a'} = I_1 / N$$

$$\text{Với: } I_a + I_{a'} = I_1$$

Vì vậy:

$$I_a = I_1 \cdot \frac{N-1}{N}$$

Tổng trở :

$$Z_{eL} = \frac{V_a}{I_a} = \frac{V_a}{I_1} \cdot \frac{N}{(N-1)} = \left(\frac{N}{N-1} \right)^2 Z_{ex}$$

Do đó:

$$Z_{ex} = \left(\frac{N-1}{N} \right)^2 Z_{eL}$$

Sử dụng (3.34) ta có:

$$Z_{eH} = (N-1)^2 Z_{eL} = a^2 Z_{eL}$$

* Nhược điểm của MBATN:

- Hai phía cao và hạ áp không tách nhau về điện nên kém an toàn
- Tổng trở nối tiếp thấp hơn MBA 2 cuộn dây gây ra dòng ngắn mạch lớn

* Ưu điểm của MBATN:

- Công suất đơn vị lớn hơn MBA 2 cuộn dây nên tải được nhiều hơn

- Độ lợi càng lớn khi tỉ số vòng là 2:1 hoặc thấp hơn

Ví dụ minh họa: Cho một MBA 2 cuộn dây có thông số định mức là 22KVA, 220/110V, $f = 50\text{Hz}$. Cuộn A là 220V có $Z = 0,22 + j0,4$ (?) cuộn B là 110V có tổng trở là $Z = 0,05 + j0,09$.

MBA đấu theo dạng từ ngẫu cung cấp cho tải 110V với nguồn 330V. Tính Z_{ex} , Z_{eL} , Z_{eH} dòng phụ tải là 30A. Tìm mức điều tiết điện áp.

Giải:

Cuộn B là cuộn chung có N_1 vòng, cuộn A là cuộn nối tiếp có N_2 vòng.

Vậy $N_2/N_1 = 2 = a$ và $N = a+1 = 3$, do $Z_A = 0,24 + j0,4$ (?), $Z_B = 0,05 + j0,09$ (?)

Nên:

$$Z_{eH} = Z_A + a^2 Z_B = 0,44 + j0,76$$

$$Z_{eL} = Z_B + Z_A/a^2 = 0,11 + j0,19$$

$$Z_{ex} = \frac{Z_{eH}}{N^2} = Z_{eL} \left(\frac{N-1}{N} \right)^2 = 0,049 + j0,08$$

$$\begin{aligned} \text{Mức điều chỉnh điện áp} &= \frac{I \cdot R \cdot \cos\theta + I \cdot X \cdot \sin\theta}{V} \cdot 100\% \\ &= \frac{30 \cdot 0,44 \cdot 0,9 + 0,76 \cdot 0,437}{330} \cdot 100\% = 2,21\% \end{aligned}$$

Máy biến áp có bộ điều áp:

Do phụ tải luôn thay đổi theo thời gian dẫn đến điện áp của hệ thống điện cũng thay đổi theo. Để giữ cho điện áp trên các dây dẫn nằm trong giới hạn cho phép người ta điều chỉnh điện áp một hoặc hai phía của MBA bằng cách đặt bộ phân áp vào MBA nói chung là đặt phía cao áp để điều chỉnh mềm hơn. Khi tỉ số vòng N bằng tỉ số điện áp định mức ta nói đó là tỉ lệ đồng nhất. Khi chúng không bằng ta nói tỉ lệ là không đồng nhất. Bộ điều áp có hai loại:

-Bộ điều áp dưới tải

-Bộ điều áp không tải

Bộ điều áp dưới tải có thể điều chỉnh tự động hoặc bằng tay, khi điều chỉnh bằng tay phải dựa vào kinh nghiệm và tính toán trào lưu công suất trước đó. Tỉ số đầu phân áp có

thể là số thực hay số phức trong trường hợp là số phức điện áp ở hai phía khác nhau về độ lớn và góc pha. MBA này gọi là MBA chuyển pha.

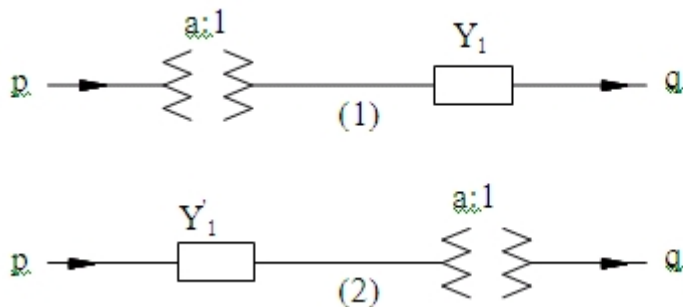
Máy biến áp có tỉ số vòng không đồng nhất:

Chúng ta xét trường hợp tỉ số vòng không đồng nhất là số thực cần xét hai vấn đề sau:

- Giá trị tương đối của tổng trở nối tiếp của MBA đặt nối tiếp trong máy biến áp lý tưởng cho phép có sự khác nhau trong điện áp, tỉ lệ không đồng nhất được mô tả trên sơ đồ bằng chữ a và giả thiết rằng a nằm xung quanh 1 ($a \approx 1$)

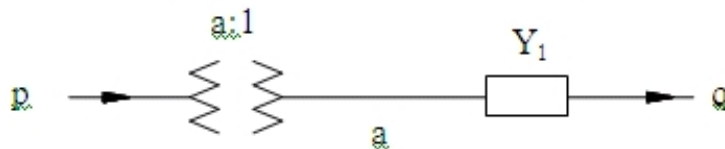
- Giả thiết tổng trở nối tiếp của MBA không đổi khi đầu phân áp thay đổi vị trí.

MBA không đồng nhất được mô tả theo hai cách như hình 3.14, tổng dẫn nối tiếp trong hai cách có quan hệ là $Y_1' = Y_1/a^2$.



Hình 3.14: Hai cách giới thiệu máy biến áp không đồng nhất

Với tỉ lệ biến áp bình thường là a:1 phía a gọi là phía điều áp. Vì vậy trong sơ đồ 1 tổng dẫn nối tiếp được nối đến phía 1 còn sơ đồ 2 thì được nối đến phía a.



Hình 3.15: Sơ đồ tương đương của MBA không đồng nhất

Xét hình 3.15 của MBA không đồng nhất ở đây tổng trở nối tiếp được nối đến phía đơn vị của bộ điều áp.

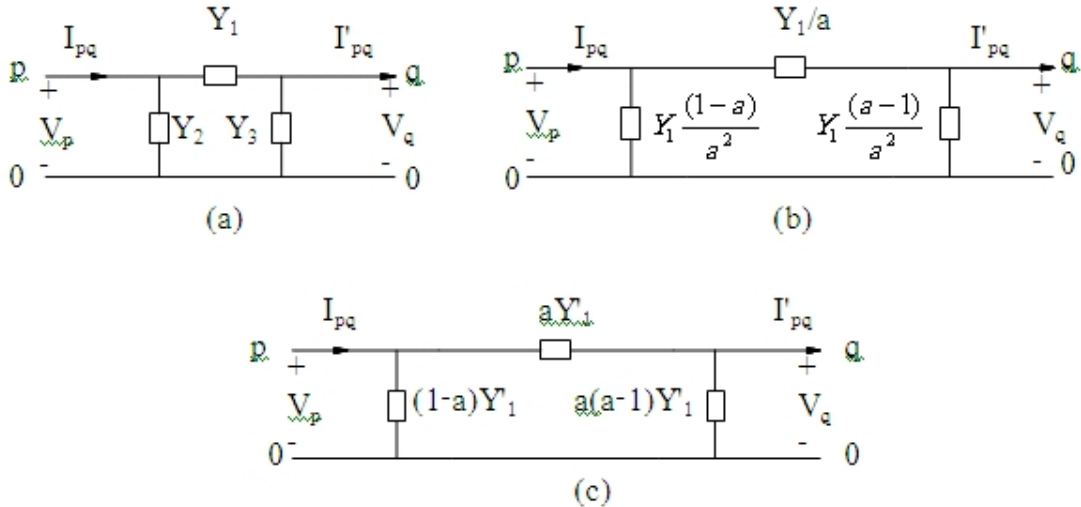
Mạng hai cửa tương đương của nó là:

Ở nút p:

$$\begin{aligned} I_{pq} &= (V_p - aV_q) Y_1 / a^2 \\ &= \frac{V_p Y_1}{a^2} - \frac{V_q Y_1}{a} \end{aligned} \quad (3.37)$$

Ở nút q:

$$\begin{aligned} I'_{pq} &= (V_q - V_p / a) Y_1 \\ &= V_q \cdot Y_1 - \frac{V_p \cdot Y_1}{a} \end{aligned} \quad (3.38)$$



Hình 3.16.: Sơ đồ tương đương của MBA không đồng nhất

Ở sơ đồ hình 3.16a ta có:

$$I_{pq} = V_p Y_2 + (V_p - V_q) Y_1 \quad (3.39)$$

$$I'_{pq} = V_q Y_3 + (V_q - V_p) Y_1 \quad (3.40)$$

Đồng nhất (3.39) và (3.40) với (3.37) và (3.38) ta được:

$$Y_1 + Y_2 = Y_1 / a^2$$

$$Y_1 = Y_1 / a$$

$$Y_1 + Y_3 = Y_1$$

Giải ra ta được:

$$Y_1 = \frac{Y_1}{a}; \quad Y_2 = \frac{Y_1}{a^2} - \frac{Y_1}{a}; \quad Y_3 = Y_1 - \frac{Y_1}{a}$$

Sơ đồ là hình 3.16b. Chú ý tất cả tổng dẫn trong sơ đồ tương đương là hàm của tỉ số vòng a. Và dấu liên hợp giữa Y_2 và Y_3 luôn ngược. Ví dụ: Nếu Y_1 là điện kháng $a > 1$; Y_2 là điện kháng; Y_3 là điện dung; nếu $a < 1$; Y_2 là dung kháng và Y_3 là điện kháng.

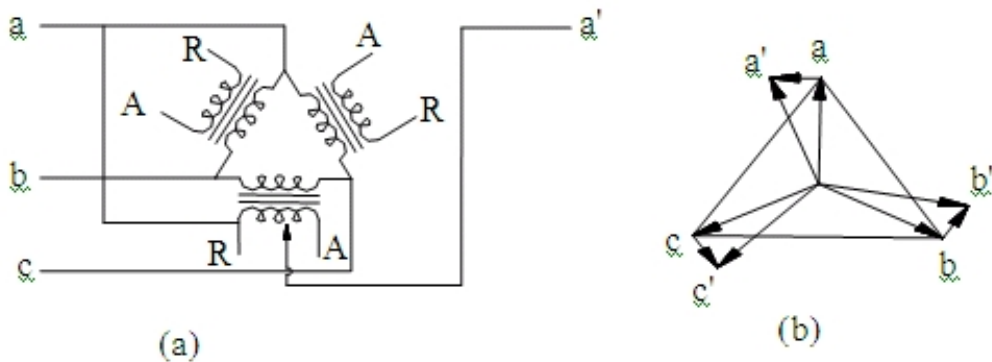
Sơ đồ hình 3.16c là sơ đồ tương đương theo Y'_1 khi $a \rightarrow 1$ thì tổng trở mạch rẽ $\rightarrow \infty$ và tổng dẫn nối tiếp tiến đến Y_1 .

Máy biến áp chuyển pha:

Trong hệ thống điện liên kết có mạch vòng hay đường dây song song, công suất thật truyền trên đường dây được điều khiển bằng máy biến áp chuyển pha, MBA có tỉ số vòng là số phức thì độ lớn và góc pha điện áp phụ thuộc vào vị trí của bộ điều áp.

Khi cuộn sơ cấp và cuộn thứ cấp được quấn trên cùng một lõi thì chúng có cùng pha và tỉ lệ phân áp là thực. Tuy nhiên trong máy biến áp từ ngẫu chuyển pha cuộn sơ cấp và cuộn thứ cấp được bố trí tùy theo độ lệch pha để khi thay đổi đầu phân áp thì góc pha cũng thay đổi theo. Sơ đồ minh họa ở hình 3.17a, sơ đồ đơn giản hóa chỉ có một pha của MBATN chuyển pha là đầy đủ để cho gọn gàng, dễ thấy cuộn dây thứ 2 của pha a bị làm lệch điện áp đi 90° so với pha a.

Ở sơ đồ vectơ hình 3.17b khi đầu phân áp chạy từ R \rightarrow A thì điện áp thay đổi từ zero đến aa' kết quả là điện áp thứ cấp thay đổi từ oa đến oa'.



Hình 3.17: Máy biến áp từ ngẫu chuyển pha gồm cả ba pha

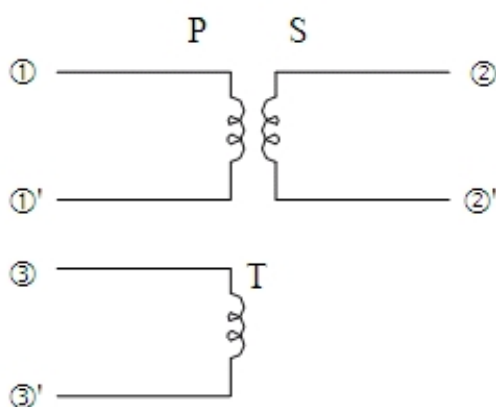
a. Sơ đồ đấu dây

b. Sơ đồ vectơ

Như hình 3.17 ta thấy rằng điện áp ở cuộn nối tiếp cao hơn bình thường cho phép công suất lớn hơn chạy trên đường dây nghĩa là: Thay vì lắp máy biến áp thường ta lắp máy biến áp chuyển pha sẽ cho phép nâng cao điện áp cấp và đường dây mang tải nhiều hơn.

Máy biến áp ba cuộn dây.

Máy biến áp ba cuộn dây sử dụng trong những trường hợp cần cung cấp cho phụ tải ở hai cấp điện áp từ một cuộn dây cung cấp. Hai cuộn dây này gọi là cuộn thứ hai và cuộn thứ ba (hình 3.18). Cuộn thứ 3 ngoài mục đích trên còn có mục đích khác, chẳng hạn được nối vào tụ để chặn sóng bậc 3. Trên sơ đồ ta ký hiệu 11' là cuộn sơ cấp (P), 22' là cuộn thứ 2 (S), 33' là cuộn thứ 3 (T).



Hình 3.18: Máy biến áp ba cuộn dây

Các tham số đo được từ thí nghiệm là:

Z_{PS} : Là tổng trở cuộn sơ cấp khi ngắn mạch cuộn 2 và hở mạch cuộn 3

Z_{PT} : Là tổng trở cuộn sơ cấp khi ngắn mạch cuộn 3 và hở mạch cuộn 2

Z'_{ST} : Là tổng trở cuộn thứ cấp khi cuộn sơ cấp hở mạch và cuộn 3 ngắn mạch

Z'_{ST} quy đổi về phía sơ cấp là:

$$Z_{sT} = \left(\frac{N_P}{N_S} \right)^2 \cdot Z'_{sT}$$

Sơ đồ tương đương của MBA ba cuộn dây hình 3.19 Z_{PS} , Z_{PT} , Z_{ST} , quy đổi về phía sơ cấp. Theo cách đo ngắn mạch ta có:

$$Z_{PS} = Z_P + Z_S$$

$$Z_{PT} = Z_P + Z_T$$

$$Z_{ST} = Z_S + Z_T$$

Trừ (3.42) đi (3.43) ta có:

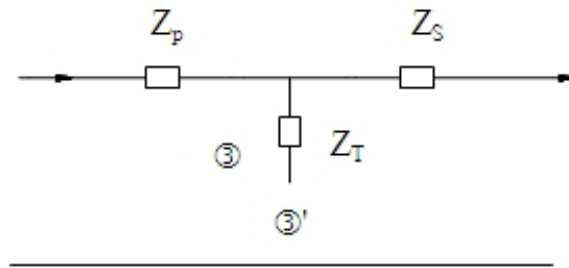
$$Z_{PT} - Z_{ST} = Z_P - Z_S \quad (3.44)$$

Từ (3.41) và (3.44) ta có:

$$Z_P = 1/2 (Z_{PS} + Z_{PT} - Z_{ST})$$

$$Z_S = 1/2 (Z_{PS} + Z_{ST} - Z_{PT})$$

$$Z_T = 1/2 (Z_{ST} + Z_{PT} - Z_{PS})$$



Hình 3.19 : Sơ đồ tương đương của MBA ba cuộn dây

Bỏ qua tổng trở mạch rẽ nên nút đất q tách rời đầu cực 1 nối với nguồn cung cấp, đầu cực 2 và 3 nối đến tải, nếu cuộn 3 dùng để chặn sóng hài thì thả nổi.

Phụ tải:

Chúng ta nghiên cứu về phụ tải liên quan đến trào lưu công suất và ổn định. Điều quan trọng là phải biết sự thay đổi của công suất tác dụng và công suất phản kháng theo điện áp. Ở các nút điển hình các loại tải gồm có:

- Động cơ không đồng bộ 50?70 %
- Nhiệt và ánh sáng 20?30 %
- Động cơ đồng bộ 5?10 %

Để tính chính xác người ta dùng đặc tính P-V và Q-V của từng loại tải nhưng xử lý phân tích rất phức tạp. Vì vậy người ta đưa ra ba cách giới thiệu chính về tải dùng cho mục đích phân tích.

- Giới thiệu theo công suất không đổi: Cả lượng MVA và MVAR đều bằng hằng số thường dùng để nghiên cứu trào lưu công suất.

- Giới thiệu theo dòng điện không đổi: Dòng điện tải I trong trường hợp này được tính

$$I = \frac{P - jQ}{V} |V| \angle(\theta - \Phi)$$

Ở đó $V = |V|e^{j\varphi}$ và $\varphi = \tan^{-1}(Q/P)$ là góc hệ số công suất, độ lớn của I được giữ không đổi.

- Giới thiệu theo tổng trở không đổi: Đây là cách giới thiệu thường xuyên khi nghiên cứu ổn định nếu lượng MVA và MVAR đã biết và không đổi thì tổng trở tải tính như sau:

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{|V|^2}{P - jQ}$$

Và tổng dẫn:

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{P - jQ}{|V|^2}$$

Kết luận

Trong chương này ta xem xét các phần tử của hệ thống điện như đường dây truyền tải, biến áp, phụ tải. Mô hình hóa chúng trong hệ thống điện với trạng thái ổn định đủ để nghiên cứu các trạng thái cơ bản của hệ thống: Ngắn mạch, phân bố dòng chảy công suất, và ổn định quá độ.

Các ma trận mạng và phạm vi ứng dụng phần I

Giới thiệu

Sự trình bày rõ ràng chính xác phù hợp với mô hình toán học là bước đầu tiên trong giải tích mạng điện. Mô hình phải diễn tả được đặc điểm của các thành phần mạng điện riêng biệt như mối liên hệ chi phối giữa các thành phần trong mạng. Phương trình ma trận mạng cung cấp cho mô hình toán học những thuận lợi trong việc giải bằng máy tính số.

Các thành phần của ma trận mạng phụ thuộc vào việc chọn các biến một cách độc lập, có thể là dòng hoặc áp. Vì lẽ đó, các thành phần của ma trận mạng sẽ là tổng trở hay tổng dẫn.

Đặc điểm riêng của các thành phần mạng điện có thể được trình bày thuận lợi trong hình thức hệ thống ma trận gốc. Ma trận diễn tả được đặc điểm tương ứng của mỗi thành phần, không cung cấp nhiều thông tin liên quan đến kết nối mạng điện. Nó là cần thiết, vì vậy biến đổi hệ thống ma trận gốc thành ma trận mạng là diễn tả được các đặc tính quan hệ trong lưới điện.

Hình thức của ma trận mạng được dùng trong phương trình đặc tính phụ thuộc vào cấu trúc làm chuẩn là nút hay vòng. Trong cấu trúc nút làm chuẩn biến được chọn là nút áp và nút dòng. Trong cấu trúc vòng làm chuẩn biến được chọn là vòng điện áp và vòng dòng điện.

Sự tạo nên ma trận mạng thích hợp là phần việc tính toán của chương trình máy tính số cho việc giải bài toán hệ thống điện.

GRAPHS.

Để diễn tả cấu trúc hình học của mạng điện ta có thể thay thế các thành phần của mạng điện bằng các đoạn đường thẳng đơn không kể đặc điểm của các thành phần. Đường thẳng phân đoạn được gọi là nhánh và phần cuối của chúng được gọi là nút. Nút và nhánh nối liền với nhau nếu nút là phần cuối của mỗi nhánh. Nút có thể được nối với một hay nhiều nhánh.

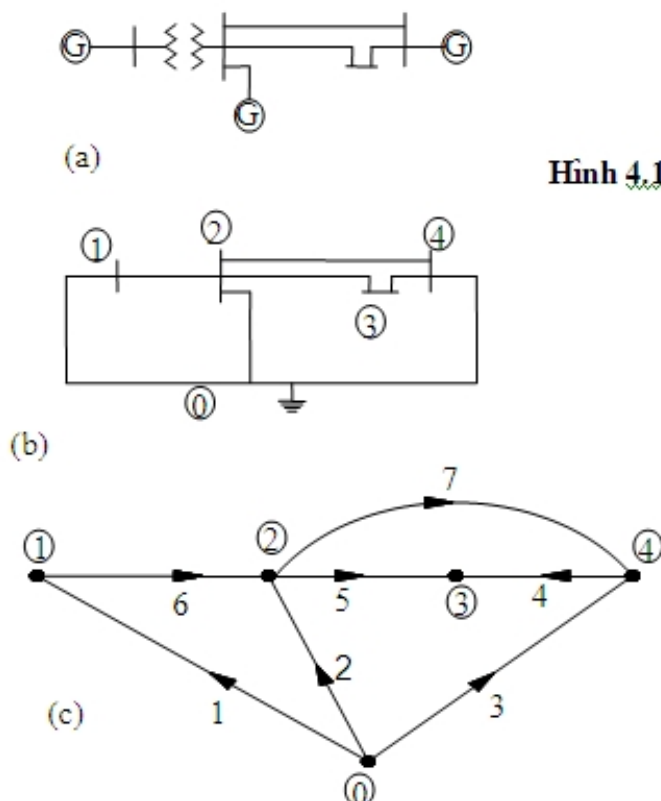
Graph cho thấy quan hệ hình học nối liền giữa các nhánh của mạng điện. Tập hợp con của các graph là các nhánh. Graph được gọi là liên thông nếu và chỉ nếu có đường nối giữa mỗi cặp điểm với nhau. Mỗi nhánh của graph liên thông được ấn định hướng thì nó

sẽ định theo một hướng nhất định. Sự biểu diễn của hệ thống điện và hướng tương ứng của graph trình bày trong hình 4.1.

Cây là một graph liên thông chứa tất cả các nút của graph nhưng không tạo thành một vòng kín. Các thành phần của cây được gọi là nhánh cây nó là tập hợp con các nhánh của graph liên thông đã chọn trước. Số nhánh cây b qui định cho mỗi cây là:

$$b = n - 1 \quad (4.1)$$

Với: n là số nút của graph



Hình 4.1: Mô tả hệ thống điện.

- (a) Sơ đồ một pha.
- (b) Sơ đồ thứ tự thuận.
- (c) Graph định hướng.

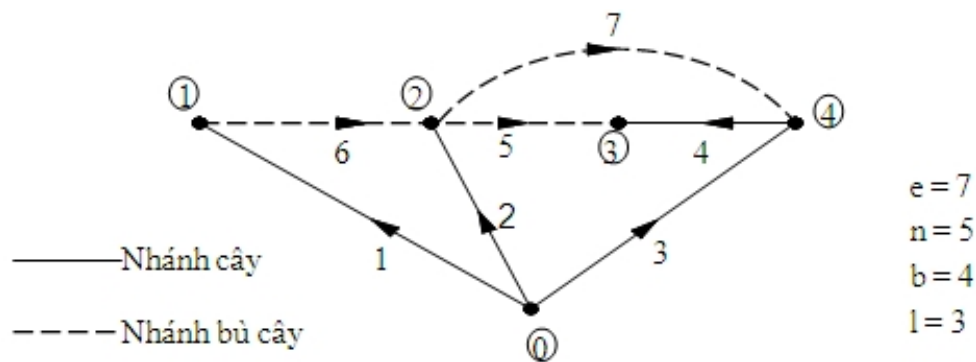
Nhánh của graph liên thông không chứa trong cây được gọi là nhánh bù cây, tập hợp các nhánh này không nhất thiết phải liên thông với nhau được gọi là bù cây. Bù cây là phần bù của cây. Số nhánh bù cây l của graph liên thông có e nhánh là:

$$l = e - b$$

Từ phương trình (4.1) ta có

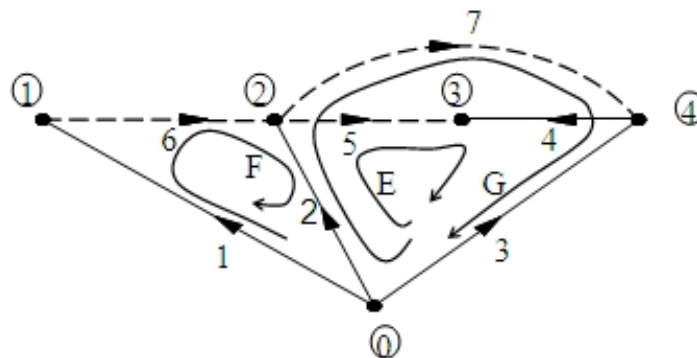
$$l = e - n + 1 \quad (4.2)$$

Cây và bù cây tương ứng của graph cho trong hình 4.1c được trình bày trong hình 4.2



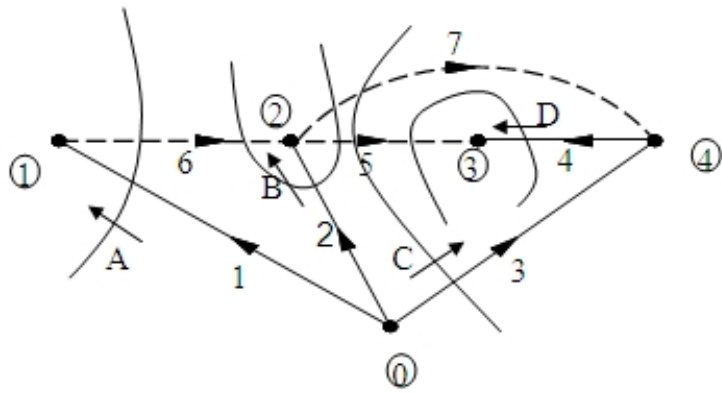
Hình 4.2. Cây và bù cây của graph liên thông định hướng

Nếu nhánh bù cây được cộng thêm vào cây thì kết quả graph bao gồm một đường kín được gọi là vòng. Mỗi nhánh bù cây được cộng thêm vào sẽ tạo thành một hay nhiều vòng. Vòng chỉ gồm có một nhánh bù cây độc lập thì gọi là vòng cơ bản. Bởi vậy, số vòng cơ bản đúng bằng số nhánh bù cây cho trong phương trình (4.2). Sự định hướng của vòng cơ bản được chọn giống như chiều của nhánh bù cây. Vòng cơ bản của graph cho trong hình 4.2 được trình bày trong hình 4.3.



Hình 4.3. Vòng cơ bản định hướng theo graph liên thông

Vết cắt là tập hợp của các nhánh, nếu bỏ đi hoặc chia graph liên thông thành hai graph con liên thông. Nhóm vết cắt có thể chọn độc lập duy nhất nếu mỗi vết cắt chỉ bao gồm một nhánh cây. Vết cắt độc lập như vậy gọi là vết cắt cơ bản. Số vết cắt cơ bản đúng bằng số nhánh cây. Sự định hướng của vết cắt cơ bản được chọn giống như hướng của nhánh cây. Vết cắt cơ bản của graph cho trong hình 4.2 được trình bày trong hình 4.4



Hình 4.4.: Vết cắt cơ bản định hướng theo graph liên thông

Ma trận thêm vào

Ma trận thêm vào nhánh - nút \hat{A} .

Sự liên hệ giữa nhánh và nút trong graph liên thông trình bày bởi ma trận thêm vào nhánh nút. Các thành phần của ma trận được trình bày như sau:

$a_{ij} = 1$: Nếu nhánh thứ i và nút thứ j có chiều hướng từ nhánh i vào nút j

$a_{ij} = -1$: Nếu nhánh thứ i và nút thứ j có chiều hướng từ nhánh i ra khỏi nút j

$a_{ij} = 0$: Nếu nhánh thứ i và nút thứ j không có mối liên hệ với nhau.

Kích thước của ma trận là $e \times n$, với e là số nhánh và n là số nút của graph. Ma trận thêm vào nhánh nút cho trong graph hình 4.2 trình bày như trên. Với:

$$\sum_{j=0}^4 a_{ij} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, e$$

$$\hat{A} =$$

e \ n	0	1	2	3	4
1	1	-1			
2	1		-1		
3	1				-1
4				-1	1
5			1	-1	
6		1	-1		
7			1		-1

Các cột của ma trận \hat{A} là phụ thuộc tuyến tính. Vì vậy hạng của $\hat{A} < n$.

Ma trận thêm vào nút A.

Các nút của graph liên thông có thể chọn làm nút qui chiếu. Nút qui chiếu có thể thay đổi, nó được xem như một nút trong graph có thể cân nhắc khi ấn định cụ thể một nút nào đó làm nút qui chiếu. Ma trận thu được từ ma trận \hat{A} bỏ đi cột tương ứng với nút chọn làm nút qui chiếu là ma trận nhánh - nút A, nó sẽ được gọi là ma trận nút. Kích thước của ma trận là $e \times (n-1)$ và hạng là $n-1 = b$.

Với: b là số nhánh cây của graph. Chọn nút 0 làm nút qui chiếu thể hiện trên graph trong hình 4.2.

$$A =$$

e \ nút	1	2	3	4
1	-1			
2		-1		
3				-1
4			-1	1
5		1	-1	
6	1	-1		
7		1		-1

Ma trận A là hình chữ nhật và là duy nhất. Nếu hàng của A sắp xếp theo một cây riêng biệt thì ma trận trên có thể phân chia thành các ma trận con A_b có kích thước $b \times (n-1)$ và A_t có kích thước là $1 \times (n-1)$. Số hàng của ma trận A_b tương ứng với số nhánh cây và số hàng của ma trận A_t tương ứng với số nhánh bù cây. Ma trận phân chia của graph trên hình 4.2 được trình bày như sau:

$$A = \begin{array}{c|cccc} & \begin{array}{c} \text{nút} \\ \hline \text{e} \end{array} & \text{①} & \text{②} & \text{③} & \text{④} \\ \hline 1 & -1 & & & & \\ 2 & & -1 & & & \\ 3 & & & & & -1 \\ 4 & & & -1 & 1 & \\ 5 & & 1 & -1 & & \\ 6 & 1 & -1 & & & \\ 7 & & 1 & & & -1 \end{array} = \begin{array}{c|c} & \begin{array}{c} \text{nút} \\ \hline \text{Các nút} \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} \text{Nhánh cây} \\ \hline \text{Nhánh bù cây} \end{array} & \begin{array}{c} A_b \\ \hline A_t \end{array} \end{array}$$

A_b là ma trận vuông không duy nhất với hàng $(n-1)$.

Ma trận hướng đường - nhánh cây K:

Hướng của các nhánh cây đến các đường trong 1 cây được trình bày bằng ma trận hướng đường - nhánh cây. Với 1 đường được định hướng từ 1 nút qui chiếu. Các phần tử của ma trận này là:

$k_{ij} = 1$: Nếu nhánh cây i nằm trong đường từ nút j đến nút qui chiếu và được định hướng cùng hướng.

$k_{ij} = -1$: Nếu nhánh cây i nằm trong đường từ nút j đến nút qui chiếu nhưng được định hướng ngược hướng.

$k_{ij} = 0$: Nếu nhánh cây i không nằm trong đường từ nút j đến nút qui chiếu.

Với nút 0 là nút qui chiếu ma trận hướng đường - nhánh cây liên kết với cây được trình bày ở hình 4.2 có dạng dưới đây.

$K =$

		đường			
		①	②	③	④
Nhánh cây	1	-1			
	2		-1		
	3			-1	-1
	4				-1

Đây là ma trận vuông không duy nhất với cấp là $(n-1)$. Ma trận hướng - đường nhánh cây liên hệ nhánh cây với các đường nhánh cây nối đến nút qui chiếu và ma trận A_b liên kết các nhánh cây với các nút. Vì vậy có tỉ lệ tương ứng 1:1 giữa các đường và các nút.

$$A_b \cdot K^t = 1 \quad (4.3)$$

$$\text{Do đó: } K^t = A_b^{-1} \quad (4.4)$$

Ma trận vết cắt cơ bản B.

Liên hệ giữa nhánh với vết cắt cơ bản của graph liên thông được thể hiện trong ma trận vết cắt cơ bản B. Các thành phần của ma trận là.

$b_{ij} = 1$: Nếu nhánh thứ i và hướng cùng chiều với vết cắt cơ bản thứ j

$b_{ij} = -1$: Nếu nhánh thứ i và hướng ngược chiều với vết cắt cơ bản thứ j

$b_{ij} = 0$: Nếu nhánh thứ i không liên quan với vết cắt thứ j

Ma trận vết cắt cơ bản có kích thước là $e \times b$ của graph cho trên hình 4.4 là:

		Vết cắt cơ bản			
		A	B	C	D
B =	e				
	1	1			
	2		1		
	3			1	
	4				1
	5		-1	1	1
	6	1	1		
7		1	1		

Ma trận B có thể phân chia thành các ma trận con U_b và B_t . Số hàng của ma trận U_b tương ứng với số nhánh cây và số hàng của ma trận B_t tương ứng với số nhánh bù cây. Ma trận phân chia được biểu diễn như sau:

		Vết cắt cơ bản				=			Vết cắt cơ bản			
		A	B	C	D				Vết cắt cơ bản			
B =	e						Nhánh cây	U_b				
	1	1										
	2		1									
	3			1								
	4				1			B_t				
	5		-1	1	1							
	6	-1	1									
7		1	1			Nhánh bù cây						

Ma trận đơn vị U_b cho ta thấy quan hệ tương ứng của một nhánh cây với một vết cắt cơ bản..

Ma trận con B_t có thể thu được từ ma trận nút A. Liên hệ giữa nhánh bù cây với nút cho thấy bởi ma trận con A_t và giữa nhánh cây với nút là ma trận con A_b . Từ đây tương ứng quan hệ của một nhánh cây với một vết cắt cơ bản, $B_t.A_b$ cho thấy quan hệ giữa các nhánh bù cây với các nút như sau:

$$B_t \cdot A_b = A_t$$

Vì vậy

$$B_t = A_t \cdot A_b^{-1}$$

Theo phương trình (4.4) ta có

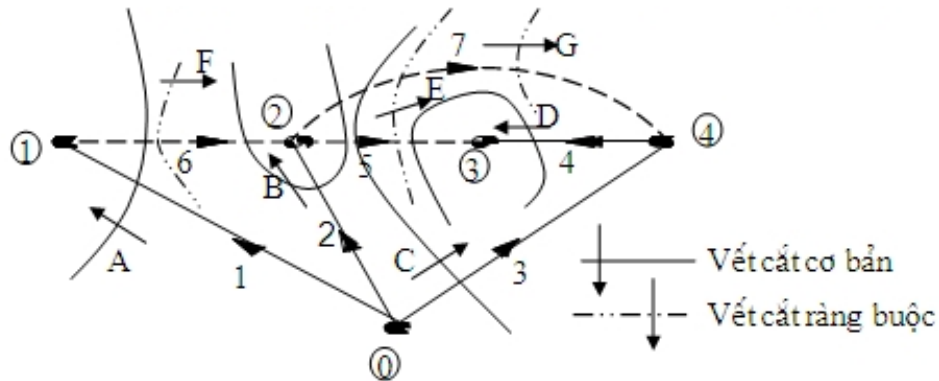
$$A_b^{-1} = K^t$$

Vì vậy ta có

$$B_t = A_t \cdot K^t \quad (4.5)$$

Ma trận vết cắt tăng thêm \hat{B} .

Vết cắt giả thiết được gọi là vết cắt ràng buộc có thể đưa vào sau từng bước để số vết cắt đúng bằng số nhánh. Mỗi vết cắt ràng buộc chỉ gồm một nhánh bù cây của graph liên thông. Vết cắt ràng buộc của graph cho trên hình 4.4 được trình bày trong hình 4.5.



Hình 4.5: Vết cắt cơ bản và ràng buộc định hướng theo graph liên thông

Ma trận vết cắt tăng thêm có hình thức biểu diễn như ma trận vết cắt cơ bản cộng thêm số cột của vết cắt ràng buộc. Vết cắt ràng buộc được định hướng phụ thuộc vào hướng của nhánh bù cây. Ma trận vết cắt tăng thêm của graph trình bày trên hình 4.5 là ma trận \hat{B} như sau:

$$\hat{B} =$$

$\epsilon_i \backslash \epsilon_j$	Vết cắt cơ bản				Vết cắt giả tạo		
	A	B	C	D	E	F	G
1	1						
2		1					
3			1				
4				1			
5		-1	1	1	1		
6	-1	1				1	
7		-1	1				1

\hat{B} : Là ma trận vuông có kích thước $e \times e$ và không duy nhất. Ma trận \hat{B} có thể phân chia như sau:

$\epsilon_i \backslash \epsilon_j$	Vết cắt cơ bản				Vết cắt giả tạo			$\epsilon_i \backslash \epsilon_j$	Vết cắt cơ bản		Vết cắt giả tạo
	A	B	C	D	E	F	G		bản	tạo	
1	1							Nhánh cây	U_b	0	
2		1									
3			1								
4				1							
5		-1	1	1	1		Nhánh bù cây	B_e	U_t		
6	-1	1				1					
7		-1	1			1					

Ma trận thêm vào vòng cơ bản C.

Tác động của nhánh cây với vòng cơ bản của graph liên thông thể hiện bởi ma trận vòng cơ bản. Thành phần của ma trận là:

$c_{ij} = 1$: Nếu nhánh cây thứ i và hướng cùng chiều với vòng cơ bản thứ j

$c_{ij} = -1$: Nếu nhánh cây thứ i và hướng ngược chiều với vòng cơ bản thứ j

$c_{ij} = 0$: Nếu nhánh cây thứ i không liên quan với vòng cơ bản thứ j

Ma trận vòng cơ bản có kích thước $e \times l$ theo graph cho trên hình 4.3 như sau:

		Vòng cơ bản		
		E	F	G
C =	ϵ			
	1		1	
	2	1	-1	
	3	-1		
	4	-1		
	5	1		
	6		1	
7			1	

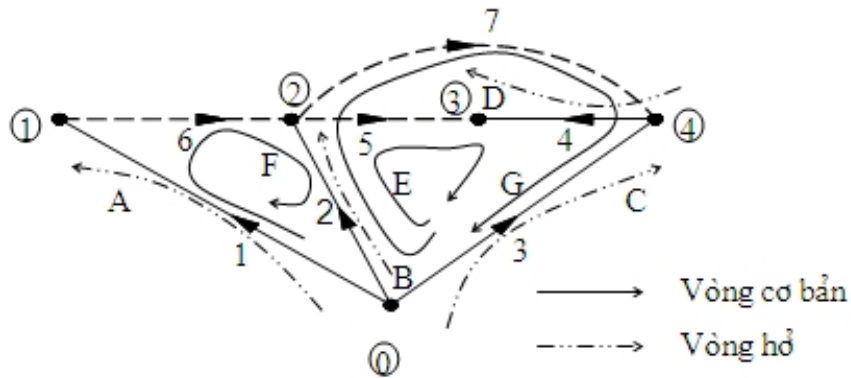
Ma trận C có thể phân chia thành các ma trận con C_b và U_t . Số hàng của ma trận C_b tương ứng với số nhánh cây và số hàng của ma trận U_t tương ứng với số nhánh bù cây. Ma trận phân chia như sau:

		Vòng cơ bản					Vòng cơ bản		
		E	F	G			ϵ	l	
C =	1		1		Nhánh cây	C_b	ϵ	l	Vòng cơ bản
	2	1	-1						
	3	-1							
	4	-1							
	5	1			Nhánh bù cây	U_t			
	6		1						
	7			1					

Ma trận đơn vị U_t cho thấy một nhánh bù cây tương ứng với một vòng cơ bản.

Ma trận số vòng tăng thêm \hat{C} .

Số vòng cơ bản trong graph liên thông bằng số nhánh bù cây. Để có tổng số vòng bằng số nhánh, thêm vào $(e-1)$ vòng, tương ứng với b nhánh cây, gọi là vòng hở. Vòng hở được vẽ bên các nút nối bởi nhánh cây. Vòng hở của graph cho trên hình 4.3 được trình bày trong hình 4.6. Hướng của vòng hở được xác định theo như hướng của nhánh cây.



Hình 4.6: Vòng cơ bản và vòng hở định hướng theo graph liên thông

Ma trận vòng tăng thêm có hình thức nằm bên cạnh ma trận vòng cơ bản, các cột của nó biểu diễn mối quan hệ giữa các nhánh với vòng hở. Ma trận của graph trình bày trong hình 4.6 được biểu diễn dưới đây.

\hat{C} : Là ma trận vuông, kích thước $e \times e$ và không duy nhất.

$e \backslash e$	Vòng hở			Vòng cơ bản			
	A	B	C	D	E	F	G
1	1					1	
2		1			1	-1	1
3			1		-1		-1
4				1	-1		
5					1		
6						1	
7							1

Ma trận \hat{C} có thể phân chia như sau:

$\frac{e}{e}$	Vòng hở			Vòng cơ bản			
	A	B	C	D	E	F	G
1	1					1	
2		1			1	-1	1
3			1		-1		-1
4				1	-1		
5					1		
6						1	
7							1

 $\hat{C} =$

$\frac{e}{e}$	Vòng hở		Vòng cơ bản	
	Nhánh cây		Nhánh bù cây	
	U_b		C_b	
	0		U_t	

Mạng điện gốc.

Thành phần của mạng điện là tổng trở và tổng dẫn được trình bày trong hình 4.7. Đặc tính của các thành phần có thể biểu diễn trong mỗi công thức. Biến và tham số là:

v_{pq} : Là hiệu điện thế của nhánh p-q

e_{pq} : Là nguồn áp mắc nối tiếp với nhánh p-q

i_{pq} : Là dòng điện chạy trong nhánh p-q

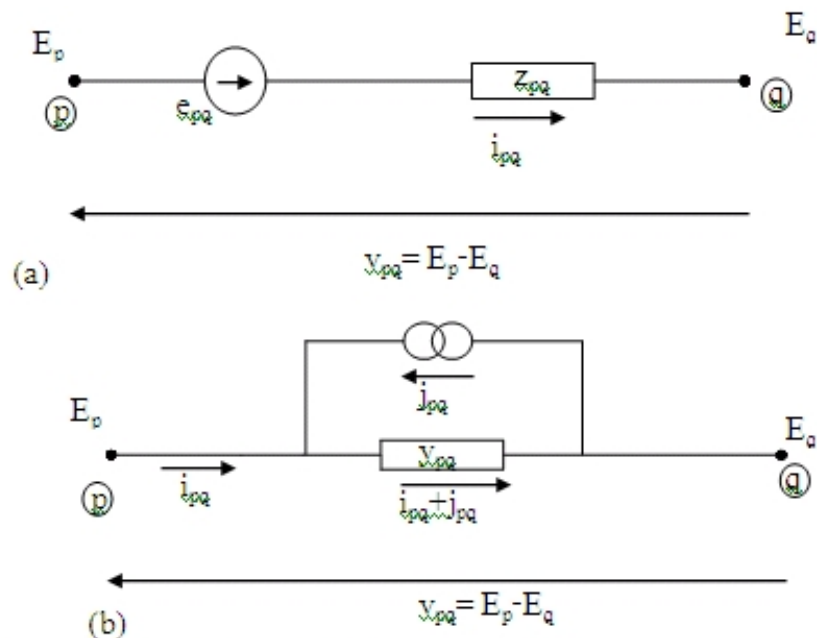
j_{pq} : Là nguồn dòng mắc song song với nhánh p-q

z_{pq} : Là tổng trở riêng của nhánh p-q

y_{pq} : Là tổng dẫn riêng của nhánh p-q

Mỗi một nhánh có hai biến v_{pq} và i_{pq} . Trong trạng thái ổn định các biến và tham số của nhánh z_{pq} và y_{pq} là một số thực đối với dòng điện một chiều và là một số phức đối với dòng điện xoay chiều.

Các ma trận mạng và phạm vi ứng dụng phần II



Hình 4.7: Thành phần biểu diễn mạng điện
(a) Hình thức tổng trở; (b) Hình thức tổng dẫn

Phương trình đặc tính của tổng trở nhánh là:

$$V_{pq} + e_{pq} = Z_{pq} i_{pq}$$

Hay tổng dẫn nhánh là:

$$i_{pq} + j_{pq} = Y_{pq} V_{pq}$$

Nguồn dòng mắc song song với tổng dẫn có liên hệ với nguồn áp mắc nối tiếp với tổng trở như sau:

$$j_{pq} = -Y_{pq} e_{pq}$$

Tập hợp các thành phần không liên hệ với nhau được gọi là mạng gốc. Phương trình đặc tính của mạng gốc có thể xuất phát từ (4.6) hay (4.7) được biểu diễn bởi các biến là vectơ và các tham số là ma trận. Phương trình đặc tính của tổng trở là:

$$\vec{v} + \vec{e} = [Z] \vec{i}$$

Hay đối với tổng dẫn là:

$$\vec{i} + \vec{j} = [y] \vec{v}$$

Thành phần trên đường chéo của ma trận $[z]$ hay $[y]$ của mạng gốc là tổng trở riêng $z_{pq,pq}$ hay tổng dẫn riêng $y_{pq,pq}$. Các thành phần ngoài đường chéo là tổng trở tương hỗ $z_{pq,rs}$ hay tổng dẫn tương hỗ $y_{pq,rs}$ giữa nhánh p-q và nhánh r-s. Ma trận tổng dẫn gốc $[y]$ có thể thu được bằng cách nghịch đảo ma trận tổng trở gốc $[z]$. Ma trận $[z]$ và $[y]$ là ma trận đường chéo nếu không có thành phần tương hỗ giữa các nhánh. Trong trường hợp này tổng trở riêng đúng bằng số nghịch đảo của tổng dẫn riêng tương ứng.

Cách thành lập ma trận mạng bằng sự biến đổi trực tiếp.

Phương trình đặc tính của mạng điện.

Mạng điện là sự ghép nối tập hợp các nhánh có mối liên hệ với nhau. Trong cấu trúc nút qui chiếu, thành phần của mạng điện có mối liên hệ với nhau được diễn tả bởi n-1 phương trình nút độc lập, với n là số nút. Trong kí hiệu ma trận các thành phần của phương trình đối với tổng trở là:

$$\vec{E}_{Nút} = Z_{Nút} \vec{I}_{Nút}$$

Hay đối với tổng dẫn là:

$$\vec{I}_{Nút} = Y_{Nút} \vec{E}_{Nút}$$

$\vec{E}_{Nút}$: Là vectơ điện áp nút đo được với nút qui chiếu đã chọn.

$\vec{I}_{Nút}$: Là vectơ dòng điện nút đưa vào.

$Z_{Nút}$: Là ma trận tổng trở nút có các thành phần của ma trận là tổng trở truyền hở mạch giữa các điểm.

$Y_{Nút}$: Là ma trận tổng dẫn nút có các thành phần của ma trận là tổng dẫn truyền ngắn mạch giữa các điểm.

Trong cấu trúc nhánh cây tham khảo thành phần của mạng điện có mối liên hệ với nhau được thể hiện bởi b phương trình nhánh cây độc lập. Với b là số nhánh cây. Trong kí hiệu ma trận các thành phần của phương trình đối với tổng trở là:

$$\vec{E}_{nhánh\ cây} = Z_{nhánh\ cây} \cdot \vec{I}_{nhánh\ cây}$$

Hay đổi với tổng dẫn là:

$$\vec{I}_{nhánh\ cây} = Y_{nhánh\ cây} \cdot \vec{E}_{nhánh\ cây}$$

Với: $\vec{E}_{nhánh\ cây}$: Là vectơ điện áp qua nhánh cây

$\vec{I}_{nhánh\ cây}$: Là vectơ dòng điện đi qua nhánh cây

$Z_{nhánh\ cây}$: Là ma trận tổng trở của nhánh cây có các thành phần của ma trận là tổng trở truyền hở mạch giữa các điểm của các nhánh cây trong mạng điện.

$Y_{nhánh\ cây}$: Là ma trận tổng dẫn của nhánh cây có các thành phần của ma trận là tổng dẫn truyền ngắn mạch giữa các điểm của các nhánh cây trong mạng điện.

Trong cấu trúc vòng tham khảo các thành phần của mạng điện có mối liên hệ với nhau được thể hiện bởi 1 phương trình vòng độc lập. Với 1 là số nhánh bù cây hay số vòng cơ bản. Phương trình đặc tính đối với dạng tổng trở là:

$$\vec{E}_{Vòng} = Z_{Vòng} \cdot \vec{I}_{Vòng}$$

Hay đổi với dạng tổng dẫn là:

$$\vec{I}_{Vòng} = Y_{Vòng} \cdot \vec{E}_{Vòng}$$

Trong đó:

$$\vec{E}_{Vòng}$$

: Là vectơ điện áp của vòng cơ bản

$$\vec{I}_{Vòng}$$

: Là vectơ dòng điện của vòng cơ bản

$Z_{Vòng}$: Là ma trận tổng trở vòng

$Y_{Vòng}$: Là ma trận tổng dẫn vòng.

Ma trận tổng trở nút và ma trận tổng dẫn nút.

Ma trận tổng dẫn nút $Y_{\text{Nút}}$ có thể thu được bằng cách dùng ma trận nút A liên kết với các biến và tham số của mạng điện gốc với lượng nút của mạng điện kết nối. Phương trình đặc tính của mạng điện gốc như sau:

$$\vec{i} + \vec{j} = [y] \vec{v}$$

Nhân hai vế với A^t là ma trận chuyển vị của ma trận nút ta thu được:

$$A^t \vec{i} + A^t \vec{j} = A^t [y] \vec{v}$$

Từ ma trận A cho thấy sự tác động của các nhánh với các nút, $A^t \vec{i}$ là vector ứng với mỗi nhánh nó là tổng đại số của dòng chạy qua các nhánh trong mạng tại mỗi nút khác nhau. Theo luật Kirchhoff về dòng điện (định luật Kirchhoff I) tổng đại số của dòng điện tại một nút là bằng 0 ta có:

$$A^t \vec{i} = 0 \quad (4.9)$$

Tương tự $A^t \vec{j}$ là tổng đại số của nguồn dòng tại mỗi nút bằng vector dòng điện nút. Vì vậy:

$$\vec{I}_{\text{Nút}} = A^t \vec{j}$$

Thay thế phương trình (4.9) và (4.10) vào trong phương trình (4.8) ta thu được:

$$\vec{I}_{\text{Nút}} = A^t [y] \vec{v}$$

Công suất trong mạng điện là

$$(\vec{I}_{\text{Nút}}^*)^t \vec{E}_{\text{Nút}}$$

và tổng của công suất trong mạng điện nguồn là

$$(\vec{j}^*)^t \vec{v}$$

. Công suất trong mạng điện nguồn và mạng điện kết nối phải bằng nhau, công suất phải không đổi khi có sự thay đổi của các biến.

$$(\vec{I}_{\text{Nút}}^*)^t \vec{E}_{\text{Nút}} = (\vec{j}^*)^t \vec{v}$$

Kết hợp với phương trình chuyển vị của (4.10)

$$(\vec{I}_{N\dot{u}t}^*)' = (\vec{J}^*)' A^*$$

Ma trận A là ma trận thực nên:

$$A^* = A$$

Do đó:

$$(\vec{I}_{N\dot{u}t}^*)' = (\vec{J}^*)' A$$

Thay thế phương trình (4.13) vào trong (4.12)

$$(\vec{J}^*)' A \vec{E}_{N\dot{u}t} = (\vec{J}^*)' \vec{v}$$

Phương trình trên đúng cho tất cả các giá trị của \vec{J} , đơn giản nó trở thành:

$$A \vec{E}_{N\dot{u}t} = \vec{v}$$

Thay thế phương trình (4.14) vào trong (4.11)

$$\vec{I}_{N\dot{u}t} = A^t [y] A \vec{E}_{N\dot{u}t}$$

Từ phương trình đặc tính của mạng điện

$$\vec{I}_{N\dot{u}t} = Y_{N\dot{u}t} \vec{E}_{N\dot{u}t}$$

Từ phương trình (4.15) và (4.16) ta có:

$$Y_{N\dot{u}t} = A^t [y] A$$

Ma trận nút A là ma trận đơn giản vì vậy $A^t [y] A$ là đơn giản với phép biến đổi của [y]

Ma trận tổng trở nút có thể thu được từ

$$Z_{N\dot{u}t} = Y_{N\dot{u}t}^{-1} = (A^t [y] A)^{-1}$$

Ma trận tổng trở nhánh cây và tổng dẫn nhánh cây.

Ma trận tổng dẫn nhánh cây $Y_{\text{nhánh cây}}$ có thể thu được bằng cách dùng ma trận vết cắt cơ bản B liên kết các biến và tham số của mạng điện gốc với số nhánh cây của mạng điện kết nối. Phương trình đặc tính của mạng điện gốc đối với tổng dẫn khi nhân cả hai vế với B^t thu được.

$$B^t \vec{i} + B^t \vec{j} = B^t [y] \vec{v}$$

Từ ma trận B cho thấy sự liên hệ của các nhánh với các vết cắt cơ bản, $B^t \vec{i}$ là vectơ ứng với mỗi nhánh nó là tổng đại số của dòng chạy qua các nhánh trong mạng tại mỗi vết cắt cơ bản khác nhau.

Các nhánh của vết cắt cơ bản chia mạng điện ra thành hai mạng con liên kết. Vì vậy thành phần của vectơ

$$B^t \vec{i}$$

là tổng đại số của dòng điện đi vào mạng con và theo định luật Kirchhoff về dòng điện (định luật Kirchhoff I) ta có:

$$B^t \vec{i} = 0 \quad (4.18)$$

Tương tự

$$B^t \vec{j}$$

là vectơ đối với mỗi nhánh là tổng đại số của nguồn dòng trong các nhánh với các vết cắt cơ bản và tổng nguồn dòng trong mạch mắc song song với nhánh cây là:

$$\vec{I}_{\text{nhánh cây}} = B^t \vec{j}$$

Thay thế phương trình (4.18) và (4.19) vào trong (4.17) thu được:

$$\vec{I}_{\text{nhánh cây}} = B^t [y] \vec{v}$$

Công suất trong mạng điện là

$$(\vec{I}_{\text{nhánh cây}}^*)' (\vec{E}_{\text{nhánh cây}})$$

và từ công suất không thay đổi ta có:

$$(\vec{I}_{\text{nhánh cây}}^*)' \vec{E}_{\text{nhánh cây}} = (\vec{j}^*)' \vec{v}$$

Thu được $(\vec{I}_{nhánh\ cây})'$ từ phương trình (4.19) và thay vào phương trình trên ta có:

$$(\vec{J}^*)' B^* \cdot \vec{E}_{nhánh\ cây} = (\vec{J}^*)' \vec{v}$$

Từ ma trận B là ma trận thực, ta có:

$$B^* = B \text{ do đó}$$

$$(\vec{J}^*)' B \vec{E}_{nhánh\ cây} = (\vec{J}^*)' \vec{v}$$

Phương trình trên đúng với mọi giá trị của \vec{J} , đơn giản nó trở thành như sau:

$$\vec{v} = B \vec{E}_{nhánh\ cây}$$

Thay thế phương trình (4.21) vào trong (4.20) thu được:

$$\vec{I}_{nhánh\ cây} = B'[y] B \vec{E}_{nhánh\ cây}$$

Mối liên hệ giữa dòng điện chạy qua nhánh cây và điện áp trên nhánh cây là:

$$\vec{I}_{nhánh\ cây} = Y_{nhánh\ cây} \cdot \vec{E}_{nhánh\ cây}$$

Từ phương trình (4.22) và (4.23) ta có:

$$Y_{nhánh\ cây} = B'[y] B$$

Ma trận vết cắt cơ bản B là ma trận đơn giản vì vậy $B'[y] \cdot B$ là đơn giản với sự biến đổi của [y]

Ma trận nhánh cây có thể thu được từ

$$Z_{nhánh\ cây} = Y_{nhánh\ cây}^{-1} = (B'[y] \cdot B)^{-1}$$

Ma trận tổng trở vòng và ma trận tổng dẫn vòng.

Ma trận tổng trở vòng $Z_{Vòng}$ có thể thu được bằng cách dùng ma trận vòng cơ bản C liên kết các biến và tham số của mạng điện gốc với số vòng của mạng điện kết nối.

Phương trình đặc tính của mạng điện gốc là:

$$\vec{v} + \vec{e} = [z] \vec{i}$$

Nhân hai vế phương trình với C^t ta thu được:

$$C^t \vec{v} + C^t \vec{e} = C^t [z] \vec{i}$$

Bảng 4.1.: Thành lập ma trận mạng bằng phép biến đổi đơn giản

Ma trận mạng				
	Góc	Vòng	Nút	Nhánh cây
Tổng trở	Nghịch đảo [z] ↓ [y]	$C^t [z] C$ → $Z_{\text{Vòng}}$	$Z_{\text{Nút}}$	$Z_{\text{nhánh cây}}$
Tổng dẫn		$A^t [y] A$ ↓ $Y_{\text{Vòng}}$	$Y_{\text{Nút}}$	$Y_{\text{nhánh cây}}$
			→	→
				→

Bảng 4.2.: Dòng điện và điện áp liên hệ giữa ma trận góc và ma trận kết nối

	Cấu trúc tham khảo		
	Vòng	Nút	Nhánh cây
Dòng điện	$\vec{i} = C \cdot \vec{I}_{\text{Vòng}}$	$\vec{I}_{\text{Nút}} = A' \cdot \vec{j}$	$\vec{I}_{\text{nhánh cây}} = B' \cdot \vec{j}$
Điện áp	$\vec{E}_{\text{Vòng}} = C' \cdot \vec{e}$	$\vec{v} = A \cdot \vec{E}_{\text{Nút}}$	$\vec{v} = B \cdot \vec{E}_{\text{nhánh cây}}$

Từ ma trận C cho thấy sự tác động của nhánh tới vòng cơ bản, $C' \cdot \vec{v}$ là tổng đại số của điện áp vòng trong mỗi vòng lặp cơ bản. Nó phù hợp với định luật Kirchhoff về điện áp (định luật Kirchhoff II) là tổng đại số của điện áp vòng trong một vòng cơ bản là bằng 0.

Nên: $C' \cdot \vec{v} = 0$ (4.25)

Tương tự $C' \cdot \vec{e}$ là tổng đại số của nguồn điện áp vòng trong mỗi vòng cơ bản.

Vì vậy:

$$\vec{E}_{\text{vòng}} = C' \cdot \vec{e}$$

Từ công suất không đổi ta có:

$$(\vec{E}_{\text{vòng}}^*)' C' \cdot \vec{e} = (\vec{i}^*)' \vec{e}$$

Phương trình trên đúng với mọi giá trị \vec{e} nên ta đơn giản nó trở thành như sau:

$$(\vec{i}^*)' = (\vec{E}_{\text{vòng}}^*)' C'$$

Nên:

$$\vec{i} = C^* \cdot \vec{I}_{\text{vòng}}$$

Từ ma trận thực C, ta có:

$C^* = C$ và

$$\vec{i} = C \cdot \vec{I}_{\text{vòng}}$$

(4.27)

Thay thế phương trình (4.25), (4.26) và (4.27) vào trong (4.24) ta thu được:

$$\vec{E}_{\text{vòng}} = C' [z] C \cdot \vec{I}_{\text{vòng}}$$

(4.28)

Phương trình đặc tính của mạng điện trong cấu trúc vòng tham khảo là:

$$\vec{E}_{Vòng} = Z_{Vòng} \cdot \vec{I}_{Vòng}$$

(4.29)

Từ phương trình (4.28) và (4.29) ta có:

$$Z_{Vòng} = C'[z]C$$

Ma trận C là ma trận đơn giản, nên $C'[z]C$ là đơn giản với sự biến đổi của [z]

Ma trận tổng dẫn vòng có thể thu được từ

$$Y_{Vòng} = (Z_{Vòng})^{-1} = (C'[z]C)^{-1}$$

Ma trận mạng thu được từ phép biến đổi đơn giản được tổng kết trong bảng 4.1. Quan hệ dòng và áp giữa mạng điện gốc và mạng điện kết nối được tổng kết trong bảng 4.2.

Cách thành lập ma trận mạng bằng phép biến đổi phức tạp.

Ma trận tổng trở nhánh và tổng dẫn nhánh

Ma trận tổng dẫn nhánh $Y_{nhánh\ cây}$ cũng có thể thu được bằng cách dùng ma trận vết cắt tăng thêm \hat{B} liên kết với các biến và các tham số của mạng điện gốc với mạng điện liên thông thêm vào. Mạng điện thêm vào thu được bằng sự kết nối với một nhánh cây giả mắc nối tiếp với mỗi nhánh bù cây của mạng điện gốc. Để giữ nguyên các đặc tính trong mạng liên thông tổng dẫn của mỗi nhánh cây giả bằng 0 và nguồn dòng đúng bằng dòng qua nhánh bù cây liên kết, được biểu diễn trên hình 4.8a. Hiệu điện thế đi qua nhánh cây giả là bằng 0. Vết cắt ràng buộc được xem như vết cắt giữa nhánh bù cây liên thông với nhánh cây giả, được thể hiện trên hình 4.8b.

Phương trình đặc tính của mạng điện thêm vào trong cấu trúc nhánh cây tham khảo như sau:

$$\hat{I}_{nhánh\ cây} = \hat{Y}_{nhánh\ cây} \cdot \hat{E}_{nhánh\ cây}$$

Ma trận $Y_{nhánh\ cây}$ sẽ thu được trực tiếp từ ma trận tổng dẫn

$$\hat{Y}_{nhánh\ cây}$$

của mạng điện thêm vào.

Phương trình đặc tính của mạng điện gốc

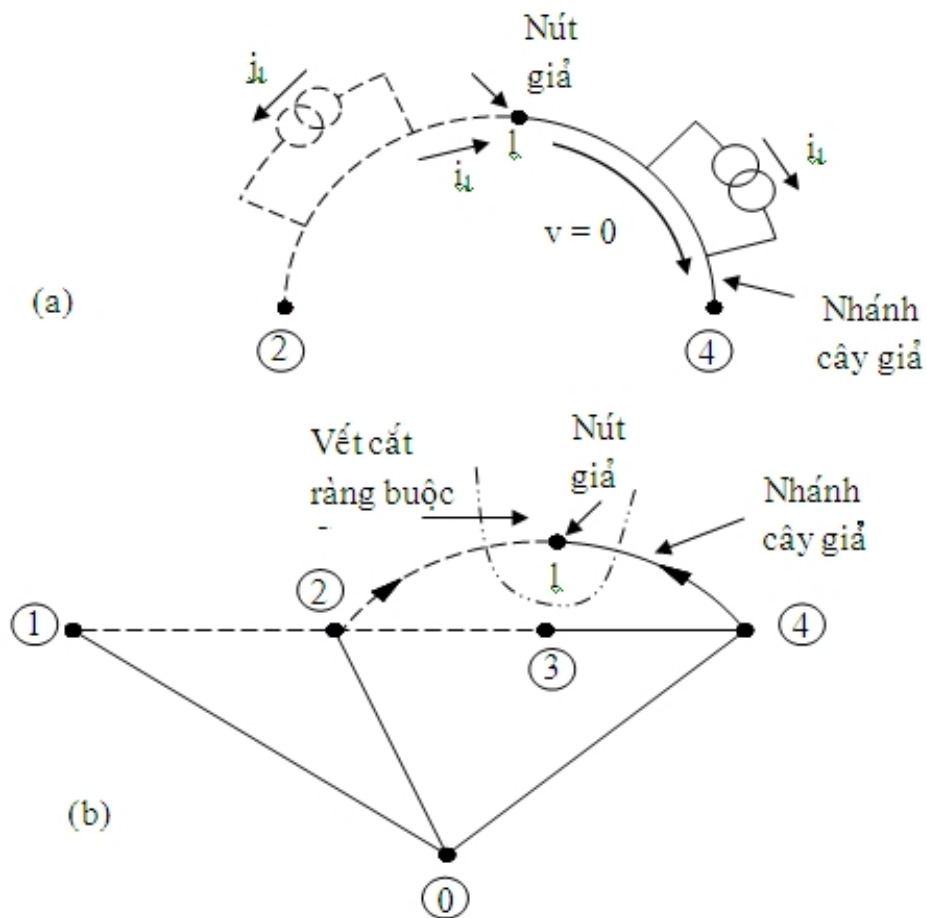
$$\vec{i} + \vec{j} = [y] \vec{v}$$

Nhân hai vế với \hat{B}' thu được:

$$\hat{B}' \vec{i} + \hat{B}' \vec{j} = \hat{B}' [y] \vec{v}$$

(4.30)

Phương trình (4.30) có thể viết lại với hình thức ma trận phân chia như sau:



Hình 4.8: Trình bày mạng điện thêm vào. (a) Nhánh cây giả nối tiếp với nhánh bù cây; (b) Thể hiện vết cắt ràng buộc

$$\begin{bmatrix} U_b & B_t^t \\ 0 & U_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_b \\ i_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_b & B_t^t \\ 0 & U_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j_b \\ j_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_b & B_t^t \\ 0 & U_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ y \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Trong đó: Vectơ dòng gốc \vec{i} và \vec{j} được phân chia thành vectơ dòng \vec{i}_b và \vec{j}_b , nó liên kết với nhánh cây của mạng, vectơ dòng \vec{i}_t và \vec{j}_t liên kết với nhánh bù cây. Vế trái của phương trình (4.31) là:

$$\begin{bmatrix} i_b + B_t^t i_t \\ i_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} j_b + B_t^t j_t \\ j_t \end{bmatrix}$$

Khi $\vec{i}_b + B_t^t \vec{i}_t = B' \vec{i}$ và $\vec{j}_b + B_t^t \vec{j}_t = B' \vec{j}$

Tuy nhiên:

$$B' \vec{i} = 0 \quad \text{và} \quad B' \vec{j} = \vec{I}_{nhánh\ cây}$$

Thì vế trái của phương trình (4.31) là:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ i_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{nhánh\ cây} \\ j_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{nhánh\ cây} \\ i_t + j_t \end{bmatrix}$$

Từ mỗi thành phần của vectơ \vec{i}_t là bằng nguồn dòng của nhánh cây giả, $\vec{i}_t + \vec{j}_t$ là vectơ trong đó mỗi thành phần của nó bằng tổng đại số nguồn dòng của nhánh cây giả với nhánh bù cây liên kết. Vì vậy:

$$\hat{I}_{nhánh\ cây} = \begin{bmatrix} I_{nhánh\ cây} \\ i_t + j_t \end{bmatrix}$$

Và phương trình (4.30) trở thành

$$\hat{I}_{nhánh\ cây} = \hat{B}' [y] \vec{v} \quad (4.32)$$

Hiệu điện thế qua nhánh cây giả là bằng 0, vectơ điện áp của mạng điện thêm vào là:

$$\hat{E}_{nhánh\ cây} = \begin{bmatrix} E_{nhánh\ cây} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Điện áp qua các nhánh của mạng điện gốc theo phương trình (4.21) là:

$$\vec{v} = B \vec{E}_{nhánh\ cây}$$

Tuy nhiên:

$$B \vec{E}_{nhánh\ cây} = \hat{B} \hat{E}_{nhánh\ cây}$$

Nên

$$\vec{v} = \hat{B} \vec{E}_{nhánh\ cây}$$

(4.33)

Thế phương trình (4.33) vào trong phương trình (4.32) ta được.

$$\hat{I}_{nhánh\ cây} = \hat{B}' [y] \hat{B} \vec{E}_{nhánh\ cây}$$

(4.34)

Phương trình đặc tính của mạng điện thêm vào là

$$\hat{I}_{nhánh\ cây} = \hat{Y}_{nhánh\ cây} \vec{E}_{nhánh\ cây}$$

(4.35)

Từ phương trình (4.34) và (4.35) ta có ma trận tổng dẫn của mạng điện thêm vào là:

$$\hat{Y}_{nhánh\ cây} = \hat{B}' [y] \hat{B}$$

(4.36)

Phương trình (4.36) có thể viết theo hình thức phân chia như sau:

$$\begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 \\ Y_3 & Y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_b & B_t^t \\ 0 & U_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{bb} & Y_{bt} \\ Y_{tb} & Y_{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_b & 0 \\ B_t & U_t \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

Với: $[y_{bb}]$: Là ma trận tổng dẫn gốc của nhánh cây

$[y_{bt}] = [y_{tb}]^t$: Là ma trận tổng dẫn gốc, mỗi thành phần là tổng dẫn tương hỗ giữa nhánh cây với nhánh bù cây.

$[y_{tt}]$: Là ma trận tổng dẫn gốc của nhánh bù cây.

Phương trình (4.37) viết lại như sau

$$Y_1 = [y_{bb}] + B_t^t [y_{tb}] + [y_{bt}] B_t + B_t^t [y_{tt}] B_t$$

(4.38)

Từ

$$Y_{\text{nhánh cây}} = \hat{B}'[y]B$$

Hay

$$Y_{\text{nhánh cây}} = \begin{bmatrix} U_b & B_t^t \\ Y_{bb} & Y_{bt} \\ Y_{tb} & Y_{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_b \\ B_t \end{bmatrix}$$

$$\text{Thì } Y_{\text{nhánh cây}} = [Y_{bb}] + B [Y_{bt}] + [Y_{tb}]B_t + B_t^t [Y_{tt}]B_t \quad (4.39)$$

Từ phương trình (4.38) và (4.39) ta có:

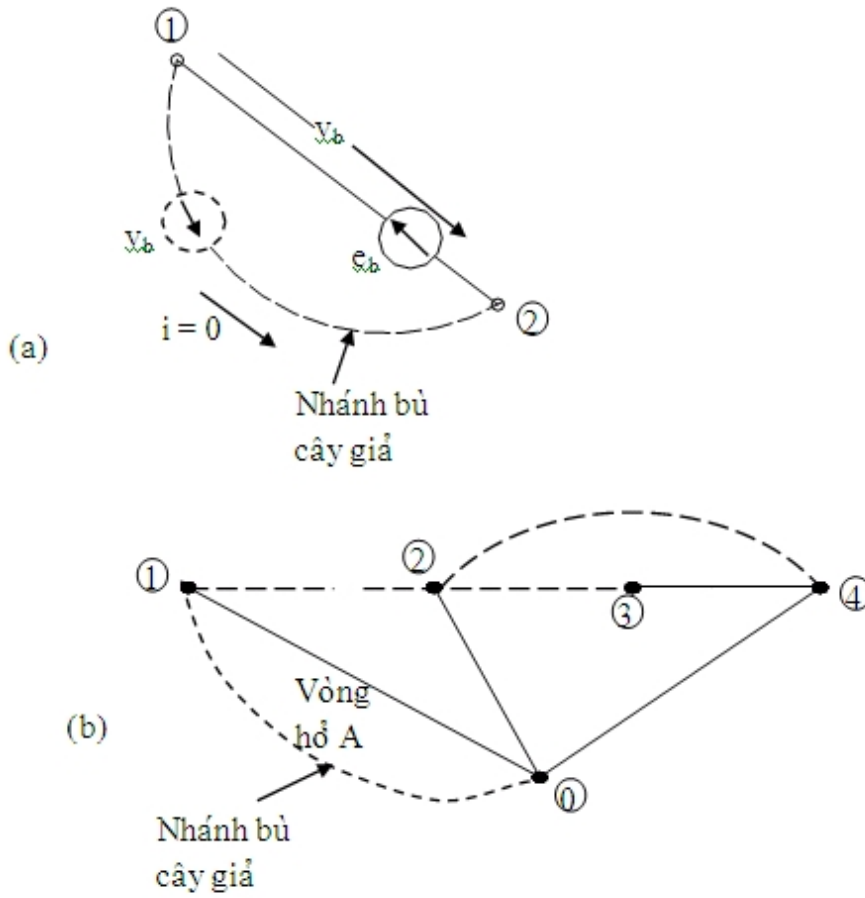
$$Y_{\text{nhánh cây}} = Y_1$$

Ma trận tổng trở nhánh cây có thể thu được từ

$$Z_{\text{nhánh cây}} = Y_1^{-1}$$

Ma trận tổng trở vòng và tổng dẫn vòng.

Ma trận tổng trở vòng $Z_{\text{vòng}}$ cũng có thể thu được bằng cách dùng ma trận tổng trở vòng thêm vào \hat{C} liên kết với các biến và các tham số của mạng điện gốc liên hệ với mạng điện thêm vào. Mạng điện thêm vào thu được bằng sự nối kết với một nhánh bù cây giả mắc song song với mỗi nhánh cây của mạng điện gốc. Giữ nguyên trật tự các thành phần liên kết trong mạng, tổng trở của mỗi nhánh bù cây giả bằng 0 và nguồn áp bằng nhưng ngược hướng với áp qua nhánh cây liên kết trình bày trên hình 4.9.a. Dòng qua nhánh bù cây giả bằng 0. Vòng hở có thể xem như vòng liên thông giữa nhánh cây và nhánh bù cây giả tưởng cho trên hình 4.9b.



Hình 4.9 : *Trình bày mạng điện thêm vào. (a) Nhánh bù cây giá song song với nhánh cây; (b) Thể hiện vòng hở.*

Phương trình đặc tính của mạng điện thêm vào trong cấu trúc vòng tham khảo như sau:

$$\hat{E}_{Vòng} = \hat{Z}_{Vòng} \cdot \hat{I}_{Vòng}$$

Ma trận $Z_{Vòng}$ sẽ thu được trực tiếp từ ma trận tổng trở

$$\hat{Z}_{Vòng}$$

của mạng điện thêm vào.

Phương trình đặc tính cho mạng điện gốc là:

$$\vec{v} + \vec{e} = [Z] \cdot \vec{j}$$

Nhân hai vế với \hat{C}' ta thu được:

$$\hat{C}' \cdot \vec{v} + \hat{C}' \cdot \vec{e} = \hat{C}' [z] \cdot \vec{i}$$

(4.40)

Phương trình (4.40) có thể được viết dưới dạng phân chia như sau:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline U_b & 0 \\ \hline C_b^t & U_t \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline V_b \\ \hline V_t \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline U_b & 0 \\ \hline C_b^t & U_t \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline e_b \\ \hline e_t \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline z \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline i \\ \hline \end{array} \quad (4.41)$$

Trong đó: Vectơ điện áp gốc \vec{v} và \vec{e} được phân chia thành vectơ điện áp \vec{v}_b và \vec{e}_b liên kết với nhánh cây của mạng và vectơ điện áp \vec{v}_t và \vec{e}_t liên kết với nhánh bù cây. Vế trái của phương trình (4.41) là.

$$\frac{V_b}{C_b^t V_b + V_t} + \frac{e_b}{C_b^t e_b + e_t}$$

Khi

$$C_b^t \cdot \vec{v}_t + \vec{v}_t = C' \cdot \vec{v}$$

và

$$C_b^t \cdot \vec{e}_t + \vec{e}_t = C' \cdot \vec{e}$$

Tuy nhiên.

$$C' \cdot \vec{v} = 0 \quad \text{và} \quad C' \cdot \vec{e} = \vec{E}_{\text{vòng}}$$

Vế trái của phương trình (4.41) trở thành

$$\frac{V_b}{0} + \frac{e_b}{E_{\text{vòng}}} = \frac{V_b + e_b}{E_{\text{vòng}}}$$

Các thành phần của \vec{v}_b là bằng nguồn áp của nhánh bù cây giả tưởng, $\vec{v}_b + \vec{e}_b$ là vectơ trong các nhánh, mỗi thành phần là bằng tổng đại số nguồn áp trong vòng hở. Vì vậy.

$$\hat{E}_{\text{Vòng}} = \frac{V_b + e_b}{E_{\text{Vòng}}} \quad (4.42)$$

Và từ phương trình (4.40) và (4.42)

$$\hat{E}_{\text{Vòng}} = \hat{C}'[z] \cdot \vec{i} \quad (4.43)$$

Ta có dòng trong vòng hở bằng 0, vectơ dòng của mạng điện thêm vào là:

$$\hat{I}_{\text{Vòng}} = \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline I_{\text{Vòng}} \\ \hline \end{array}$$

Dòng điện đi qua các nhánh của mạng điện gốc từ phương trình (4.27) là

$$\vec{i} = C \cdot \vec{I}_{\text{Vòng}}$$

Tuy nhiên:

$$C \cdot \vec{I}_{\text{Vòng}} = \hat{C} \cdot \hat{I}_{\text{Vòng}}$$

Thì

$$\vec{i} = \hat{C} \cdot \hat{I}_{\text{Vòng}}$$

(4.44)

Thay thế phương trình (4.44) vào trong phương trình (4.43)

$$\hat{E}_{\text{Vòng}} = \hat{C}'[z] \hat{C} \cdot \hat{I}_{\text{Vòng}}$$

(4.45)

Phương trình đặc tính của mạng điện thêm vào là:

$$\hat{E}_{\text{Vòng}} = \hat{Z}_{\text{Vòng}} \cdot \hat{I}_{\text{Vòng}}$$

(4.46)

Từ phương trình (4.45) và (4.46) ta có ma trận tổng trở của mạng điện thêm vào là:

$$\hat{Z}_{Vòng} = \hat{C}' [z] \hat{C} \quad (4.47)$$

Phương trình (4.47) có thể được viết dưới dạng phân chia như sau:

$$\begin{bmatrix} Z_1 & Z_2 \\ Z_3 & Z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_b & 0 \\ C_b^t & U_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{bb} & z_{bl} \\ z_{lb} & z_{ll} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_b & C_b \\ 0 & U_t \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

Với: $[z_{bb}]$: Là ma trận tổng trở gốc của nhánh cây

$[z_{bl}] = [z_{lb}]^t$: Là ma trận tổng trở gốc mỗi thành phần là tổng trở tương hỗ giữa nhánh cây và nhánh bù cây

$[z_{ll}]$: Là ma trận tổng trở gốc của nhánh bù cây

Phương trình (4.48) viết lại như sau:

$$Z_4 = C_b^t [z_{bb}] C_b + [z_{lb}] C_b + C_b^t [z_{ll}] + [z_{ll}] \quad (4.49)$$

Từ

$$Z_{Vòng} = C' [z] C$$

Hay

$$Z_{Vòng} = \begin{bmatrix} U_b^t & U_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{bb} & z_{bl} \\ z_{lb} & z_{ll} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_b \\ U_t \end{bmatrix}$$

Thì

$$Z_{Vòng} = C_b^t [z_{bb}] C_b + [z_{lb}] C_b + C_b^t [z_{ll}] + [z_{ll}] \quad (4.50)$$

Từ phương trình (4.49) và (4.50) ta có

$$Z_{\text{vòng}} = Z_4$$

Ma trận tổng dẫn vòng có thể thu được từ

$$Z_{\text{vòng}} = Z_4^{-1}$$

Ma trận tổng dẫn vòng thu được từ ma trận tổng dẫn mạng thêm vào.

Ma trận tổng dẫn vòng $Y_{\text{vòng}}$ có thể thu được từ ma trận tổng dẫn thêm vào $\hat{Y}_{\text{nhánh c\`a y}}$. Từ phương trình (4.36) và (4.47).

$$\hat{Z}_{\text{v\`o ng}} \cdot \hat{Y}_{\text{nh\`a nh c\`a y}} = \hat{C}' [z] \hat{C} \cdot \hat{B}' [y] \hat{B} \quad (4.51)$$

Hình thức phân chia là:

$$\hat{C} \cdot \hat{B}' = \begin{array}{|c|c|} \hline U_b & C_b \\ \hline 0 & U_t \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline U_b & B_t^t \\ \hline 0 & U_t \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline U_b & B_t^t + C_b \\ \hline 0 & U_t \\ \hline \end{array} \quad (4.52)$$

Dòng điện đi qua các nhánh của mạng gốc từ phương trình (4.27) là:

$$\vec{i} = C \cdot \vec{I}_{\text{v\`o ng}}$$

Nhân cả hai vế với B^t ta có:

$$B^t \vec{i} = B^t \cdot C \cdot \vec{I}_{\text{v\`o ng}} \quad (4.53)$$

Tuy nhiên, từ phương trình (4.18) vế trái của phương trình (4.53) là bằng 0. Vì vậy, phương trình (4.53) có thể viết lại như sau:

$$(C_b + B_t^t) \vec{I}_{\text{v\`o ng}} = 0$$

Suy ra:

$$C_b = -B_t^t$$

(4.54)

Thay thế phương trình (4.54) vào trong phương trình (4.52)

$$\hat{C} \cdot \hat{B}' = U$$

(4.55)

Một cách tương tự ta có thể biểu diễn như sau:

$$\hat{C}' \cdot \hat{B} = U$$

(4.56)

Thay thế phương trình (4.55) vào trong (4.51), ta được:

$$\hat{Z}_{\text{Vòng}} \cdot \hat{Y}_{\text{nhánh cây}} = \hat{C}' [z] \cdot [y] \cdot \hat{B}$$

Từ

$$[z] \cdot [y] = U$$

Nên

$$\hat{Z}_{\text{Vòng}} \cdot \hat{Y}_{\text{nhánh cây}} = \hat{C}' \cdot \hat{B}$$

Vì vậy theo phương trình (4.56) ta có

$$\hat{Z}_{\text{Vòng}} \cdot \hat{Y}_{\text{nhánh cây}} = U$$

(4.57)

Phương trình (4.57) dưới hình thức phân chia như sau:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline Z_1 & Z_2 \\ \hline Z_3 & Z_4 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline Y_1 & Y_2 \\ \hline Y_3 & Y_4 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline U_b & 0 \\ \hline 0 & U_t \\ \hline \end{array}$$

Nó biểu diễn:

$$Z_1 \cdot Y_1 + Z_2 \cdot Y_3 = U_b \quad (4.58)$$

$$Z_1 \cdot Y_2 + Z_2 \cdot Y_4 = 0$$

$$Z_3 \cdot Y_1 + Z_4 \cdot Y_3 = 0 \quad (4.59)$$

$$Z_3 \cdot Y_2 + Z_4 \cdot Y_4 = U_t \quad (4.60)$$

Rút Z_3 từ phương trình (4.59)

$$Z_3 = -Z_4 \cdot Y_3 \cdot Y_1^{-1}$$

Thay thế vào trong phương trình (4.60)

$$-Z_4 \cdot Y_3 \cdot Y_1^{-1} \cdot Y_2 + Z_4 \cdot Y_4 = U_t$$

Hay

$$Z_4(Y_4 - Y_3 \cdot Y_1^{-1} \cdot Y_2) = U_t$$

Từ

$$Z_4 \cdot Y_{\text{Vòng}} = U_t$$

$$\text{Ta có: } Y_{\text{Vòng}} = Y_4 - Y_3 \cdot Y_1^{-1} \cdot Y_2$$

Ma trận tổng trở nhánh cây thu được từ ma trận tổng trở thêm vào:

Ma trận tổng trở nhánh cây $Z_{\text{nhánh cây}}$ có thể thu được từ ma trận tổng trở thêm vào $\hat{Z}_{\text{Vòng}}$. Kết hợp phương trình (4.58) và (4.59) ta có:

$$(Z_1 - Z_2 \cdot Z_4^{-1} \cdot Z_3) Y_1 = U_b$$

Từ

$$Z_{\text{nhánh cây}} \cdot Y_1 = U_b$$

Ta có

$$Z_{\text{nhánh cây}} = Z_1 - Z_2 \cdot Z_4^{-1} \cdot Z_3$$

Thành lập ma trận tổng dẫn và tổng trở nhánh cây từ ma trận tổng dẫn và tổng trở nút.

Sử dụng ma trận hướng đường - nhánh cây K , ma trận tổng dẫn nhánh cây $Y_{\text{nhánh cây}}$ có thể thu được từ ma trận tổng dẫn nút $Y_{\text{Nút}}$. Từ phương trình (4.3)

Ta có: $A_b \cdot K^t = U_b$

Và từ phương trình (4.5) ta có:

$$B_1 = A_1 \cdot K^t$$

Nhân thêm với K^t vào sau A ta có:

$$A \cdot K^t \begin{array}{|c|} \hline A_b \\ \hline A_t \\ \hline \end{array} K^t = \begin{array}{|c|} \hline A_b K^t \\ \hline A_t K^t \\ \hline \end{array} \quad (4.61)$$

Thế phương trình (4.3) và (4.5) vào (4.61) ta có.

$$A \cdot K^t \begin{array}{|c|} \hline U_b \\ \hline U_t \\ \hline \end{array} = B \quad (4.62)$$

Đảo phương trình này ta được:

$$K \cdot A^t = B^t$$

Nhân phương trình này với $[y] \cdot A \cdot K^t$ ta có:

$$K \cdot A^t [y] \cdot A \cdot K^t = B^t [y] \cdot A \cdot K^t$$

Hay

$$K \cdot (A^t [y] \cdot A) \cdot K^t = B^t [y] \cdot B \quad (4.63)$$

Từ các phép biến đổi đơn giản ta có.

$$Y_{\text{nhánh cây}} = K \cdot Y_{\text{Nút}} \cdot K^t \quad (4.64)$$

Ma trận tổng trở nhánh cây là:

$$Z_{\text{nhánh cây}} = Y_{\text{nhánh cây}}^{-1} = (K^t)^{-1} \cdot Y_{\text{Nút}}^{-1} \cdot K^{-1} \quad (4.65)$$

Từ phương trình (4.4)

$$K^t = A_b^{-1} \quad (4.66)$$

Thế phương trình (4.66) vào (4.65) ta có:

$$Z_{\text{nhánh cây}} = A_b \cdot Z_{\text{Nút}} \cdot A_b^t$$

Thành lập ma trận tổng dẫn và tổng trở nút từ ma trận tổng dẫn và tổng trở nhánh cây.

Phương trình (4.64) được nhân thêm K^{-1} vào phía trước và $(K^t)^{-1}$ vào phía sau ta có.

$$K^{-1} \cdot Y_{\text{nhánh cây}} (K^t)^{-1} = Y_{\text{Nút}} \quad (4.67)$$

Thế phương trình (4.66) vào (4.67):

$$Y_{\text{Nút}} = A_b^t \cdot Y_{\text{nhánh cây}} \cdot A_b$$

Vì

$$Z_{\text{Nút}} = - Y_{\text{Nút}}^{-1}$$

Nên:

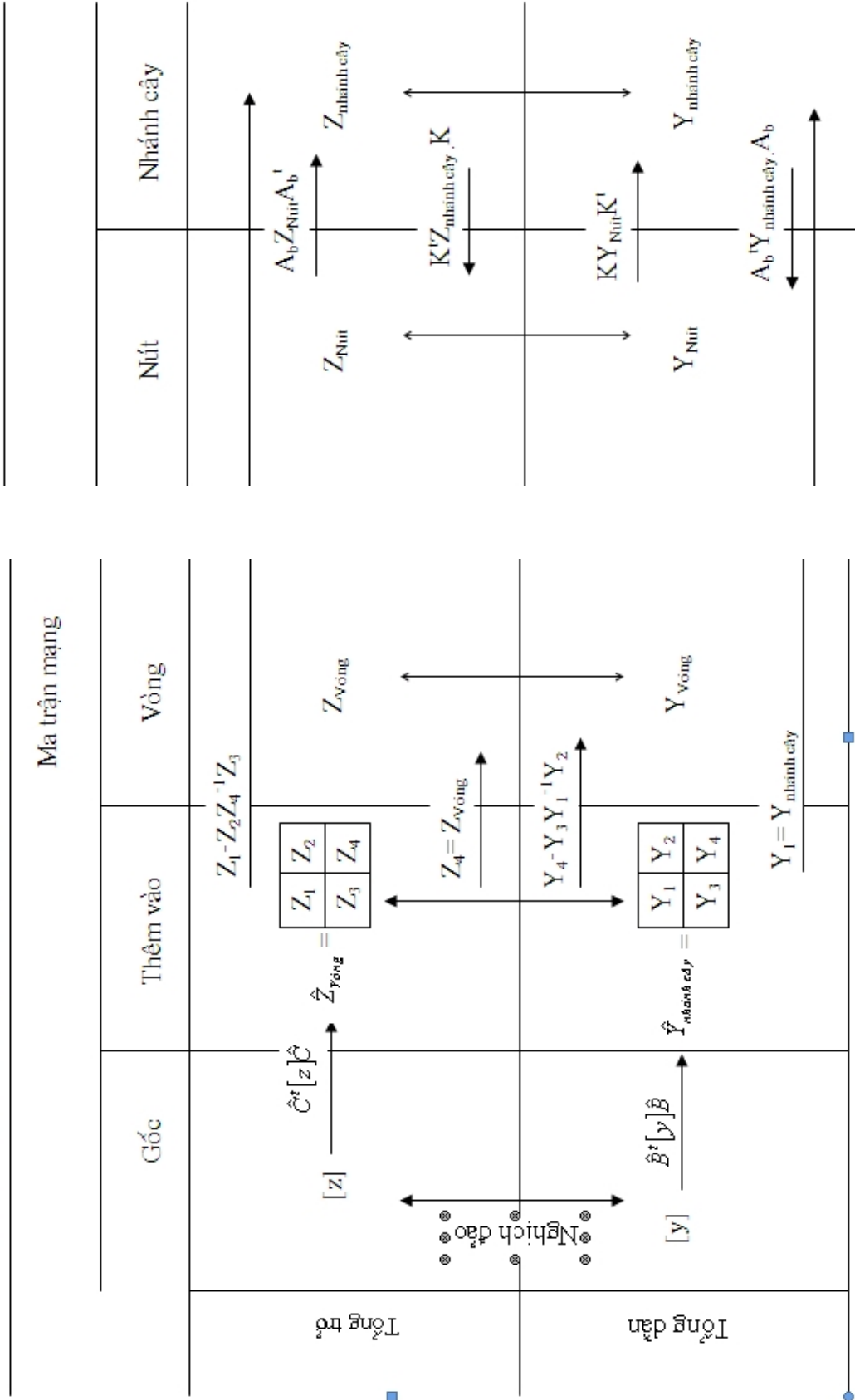
$$Z_{\text{Nút}} = (A_b^t \cdot Y_{\text{nhánh cây}} \cdot A_b)^{-1}$$

Hay

$$Z_{\text{Nút}} = K^t \cdot Z_{\text{nhánh cây}} \cdot K$$

Các phép biến đổi phức tạp có được các ma trận mạng được trình bày trong bảng 4.3.

Bảng 4.3: Ma trận mạng thu được bằng sự biến đổi phức tạp.



Các thuật toán dùng cho việc thành lập những ma trận mạng

Giới thiệu

Những phương pháp trình bày trong các mục trên đòi hỏi một sự chuyên đổi và đảo ngược những ma trận để có được những ma trận mạng. Một phương pháp thay thế dựa trên một thuật toán có thể được dùng để thành lập trực tiếp ma trận tổng trở nút từ những thông số hệ thống và số nút đã được mã hoá. Nguyên tắc của thuật toán là thành lập ma trận tổng trở nút theo từng bước, mô phỏng cấu trúc của mạng bằng cách thêm vào từng nhánh một. Một ma trận được thành lập cho mạng riêng được biểu thị sau khi mỗi phần tử được nối với mạng.

Ngoài ra, một thuật toán được biểu thị để chuyển hóa ma trận tổng dẫn vòng từ ma trận tổng trở nút đã định.

Các phương trình mạng:

$$I_{Nút} = Y_{Nút} \cdot E_{Nút}$$

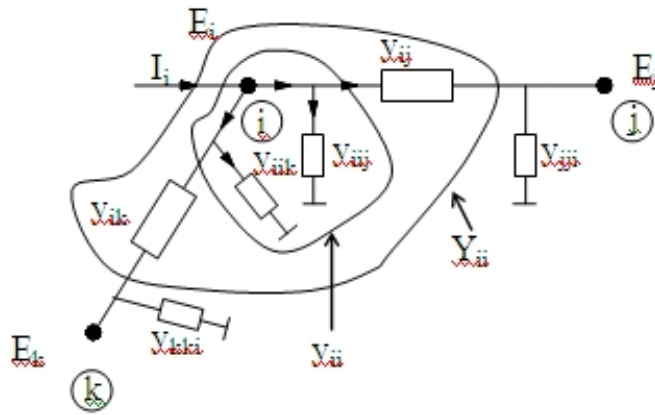
$$E_{Nút} = Z_{Nút} \cdot I_{Nút}$$

$$Y_{Nút} = A^t \cdot y \cdot A$$

$$Z_{Nút} = (Y_{Nút})^{-1}$$

Xác định ma trận nút Y bằng phương pháp trực tiếp

Gọi E_i , E_j , E_k là điện áp tại các nút khi bơm một dòng vào nút i .



Hình 5.1: Sơ đồ mô tả mạng điện tại 1 nút

$$\begin{aligned}
 I_j &= 0; \forall j \neq i \\
 I_i &= \sum_{m \neq i} (y_{im} E_i) + \sum_{n \neq i} (E_i - E_n) y_{ni} \\
 &= \sum_{m \neq i} (y_{im} E_i) + \sum_{n \neq i} y_{ni} E_i - \sum_{n \neq i} y_{ni} E_n \\
 &= E_i (\sum_{m \neq i} y_{im} + \sum_{n \neq i} y_{ni}) + \sum_{n \neq i} E_n (-y_{ni}) \\
 &= E_i (y_{ii} + \sum_{n \neq i} y_{ni}) - \sum_{n \neq i} E_n y_{ni}
 \end{aligned}$$

Ta có:

$$\begin{aligned}
 Y_{ii} &= \sum y_{ij} + \sum y_{ji} = y_{ii} + \sum y_{ji} \\
 Y_{ij} &= -y_{ji}
 \end{aligned}$$

Do đó:

$$I_i = Y_{ii} E_i + \sum_{n \neq i} Y_{in} E_n = \sum Y_{in} E_n$$

Vậy : $Y_{Nút}$ là ma trận có các thành phần trên đường chéo chính là Y_{ii} thành phần ngoài đường chéo là Y_{ij} .

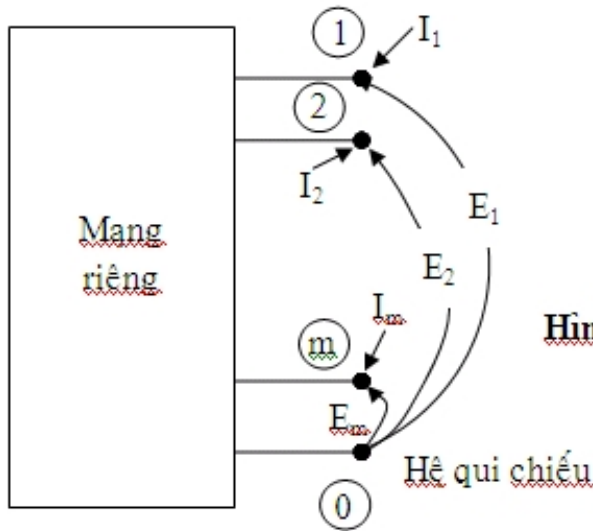
Chú ý: Nếu có tương hỗ thì chúng ta phải tính thêm các thành phần tương hỗ.

$$\begin{aligned}
 Y_{ii} &= \sum y_{ij} + \sum y_{ji} + \sum y_{k,i} = y_{ii} + \sum y_{ji} + \sum y_{k,i} \\
 Y_{ij} &= -(y_{j,i} + \sum y_{k,i})
 \end{aligned}$$

Thuật toán để thành lập ma trận tổng trở nút

Phương trình biểu diễn của một mạng riêng.

Giả thiết rằng ma trận tổng trở nút $Z_{Nút}$ được biết từ một mạng riêng m nút và một nút qui chiếu 0. Phương trình biểu diễn của mạng này cho trong hình (5.2) là:



Hình 5.2: Sự biểu diễn của một mạng riêng

$$\vec{E}_{Nút} = Z_{Nút} \cdot \vec{I}_{Nút}$$

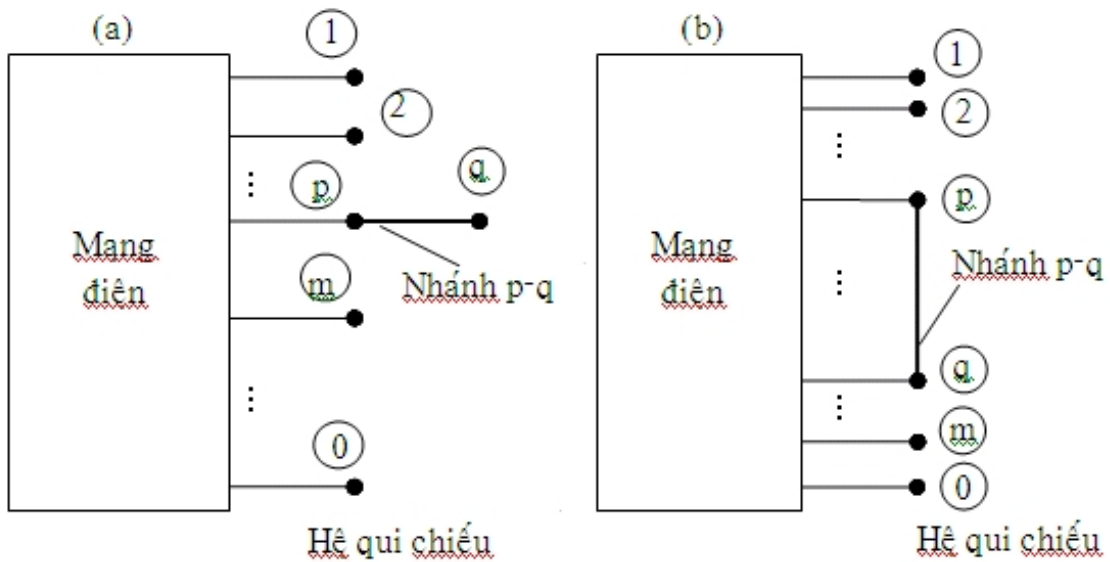
Trong đó: $\vec{E}_{Nút} = m \times 1$ vectơ của các điện áp nút được đo đối với nút qui chiếu.

$\vec{I}_{Nút} = m \times 1$ vectơ của các dòng điện được bơm vào nút khi một nhánh $p - q$ được thêm vào mạng riêng, nó có thể là một nhánh cây hoặc một nhánh bù cây như cho ở hình (5.3)

1. Sự thêm vào của một nhánh cây
2. Sự thêm vào của một nhánh bù cây

- Nếu $p - q$ là một nhánh cây, một nút mới q được thêm vào mạng riêng và tạo thành ma trận tổng trở nút kích thước là $(m + 1) \times (m + 1)$. Các vectơ điện áp mới và dòng điện mới có kích thước là $(m + 1) \times 1$. Để xác định ma trận tổng trở nút mới yêu cầu chỉ tính các phần tử trong hàng và cột mới.

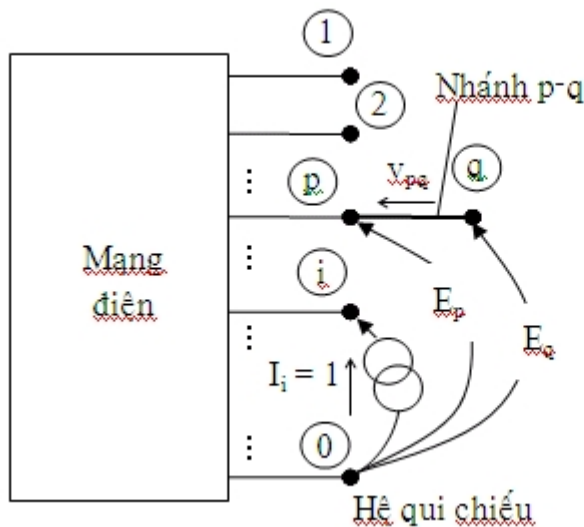
- Nếu $p - q$ là một nhánh bù cây, không có nút mới được thêm vào mạng riêng. Trong trường hợp này, kích thước của các ma trận trong phương trình biểu diễn được giữ nguyên, nhưng tất cả các phần tử của ma trận tổng trở nút phải được tính lại để bao hàm ảnh hưởng của nhánh bù cây được thêm vào.



Hình 5.3: Sự biểu diễn của một mạng riêng với một nhánh được thêm vào

Sự thêm vào của một nhánh cây.

Giả sử ma trận $Z_{Nút}$ ban đầu có kích thước $m \times m$, sau khi thêm 1 nhánh cây kích thước $m \rightarrow m + 1$. Giả sử ta thêm vào 1 nút q ta có phương trình biểu diễn của mạng riêng với một nhánh cây $p - q$ được thêm vào là như (5.1). Điều đó có nghĩa là mạng tồn tại các nhánh bị động cả hai phía.



Hình 5.4: Dòng điện được bơm vào và sự tính toán các điện áp nút của Z_{qi}

Do đó: $Z_{qi} = Z_{iq}$, với $i = 1, 2, \dots, m$ và có liên quan đến các nút của mạng riêng, nhưng không kể đến nút mới q .

Nhánh cây p - q thêm vào được xem là có hồ cảm với một hoặc nhiều nhánh của mạng điện.

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ * \\ E_p \\ E_m \\ E_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & * & * & Z_{1m} & Z_{1q} \\ Z_{21} & * & * & Z_{2m} & Z_{2q} \\ * & * & * & * & * \\ Z_{p1} & * & * & Z_{pm} & Z_{pq} \\ Z_{m1} & * & * & Z_{mm} & Z_{mq} \\ Z_{q1} & * & * & Z_{qm} & Z_{qq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ * \\ I_p \\ I_m \\ I_q \end{bmatrix}$$

Các phần tử Z_{qi} có thể được xác định bằng cách bơm vào một dòng điện tại nút i và tính điện áp tại nút q với điểm qui chiếu như trình bày ở hình (5.4). Giả sử ta bơm dòng $I = 1A$ vào nút i ($I_j = 0 \forall j \neq i$) vì tất cả các dòng điện tại các nút khác bằng 0, từ phương trình (5.1) suy ra:

$$E_q = Z_{qi} \cdot I_i = Z_{qi}$$

Tương tự như trên ta bơm vào các nút còn lại

$$E_1 = Z_{1i} \cdot I_i$$

$$E_2 = Z_{2i} \cdot I_i$$

.....

$$E_p = Z_{pi} \cdot I_i$$

.....

$$E_m = Z_{mi} \cdot I_i$$

$$E_q = Z_{qi} \cdot I_i$$

Cho $I_i = 1$ trong phương trình (5.2), Z_{qi} có thể thu được trực tiếp bằng cách tính E_q

Các điện áp nút liên kết với nhánh thêm vào và điện áp qua nhánh được thể hiện bởi:

$$E_q = E_p - v_{pq}$$

Các dòng điện trong các nhánh của mạng trong hình (5.4) được diễn tả trong các số hạng của các tổng dẫn ban đầu và các điện áp qua các nhánh là:

$$\begin{bmatrix} i_{pq} \\ i_{rs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{pq,pq} & Y_{pq,rs} \\ Y_{rs,pq} & Y_{rs,rs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{pq} \\ V_{rs} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Trong phương trình (5.4), pq là một chỉ số cố định và liên quan với nhánh thêm vào, và rs là chỉ số biến đổi, liên quan đến các nhánh khác. Trong đó:

- i_{pq} và v_{pq} : Là dòng điện và điện áp chạy qua tương ứng với nhánh thêm vào.
- i_{rs} và v_{rs} : Là các vector dòng điện và điện áp trong các nhánh của mạng riêng.
- $Y_{pq,pq}$: Là tổng dẫn riêng của nhánh thêm vào.
- $Y_{pq,rs}$: Là vector của các tổng dẫn tương hỗ giữa nhánh thêm vào p - q và các nhánh r - s của mạng riêng.
- $Y_{rs,pq}$: Là vector chuyển vị của $Y_{pq,rs}$
- $[Y_{rs,rs}]$: Là ma trận tổng dẫn ban đầu của mạng riêng.

Dòng điện chạy trong nhánh cây thêm vào cho trong hình 5.4 là:

$$i_{pq} = 0$$

Tuy nhiên, v_{pq} không bằng 0 vì nhánh cây thêm vào hồ cảm với một hoặc nhiều nhánh của mạng riêng. Ngoài ra:

$$\vec{v}_x = \vec{E}_r - \vec{E}_s$$

Trong đó: E_r và E_s là các suất điện động tại các nút trong mạng riêng. Từ phương trình (5.5) ta có:

$$i_{pq} = Y_{pq,pq} \cdot v_{pq} + \sum \vec{Y}_{pq,x} \cdot \vec{v}_x = 0$$

Do đó:

$$v_{pq} = -\frac{1}{Y_{pq,pq}} \sum \vec{Y}_{pq,x} \cdot \vec{v}_x$$

Thế \vec{v}_{rs} từ phương trình (5.6) ta có:

$$v_{pq} = -\frac{1}{y_{pq,pq}} \sum \bar{y}_{pq,s} (\bar{E}_s - \bar{E}_p)$$

Thế v_{pq} vào trong phương trình (5.3) từ (5.7) ta có:

$$E_q = E_p + \frac{1}{y_{pq,pq}} \sum \bar{y}_{pq,s} (\bar{E}_s - \bar{E}_p)$$

Cuối cùng, thế E_p , E_q , \bar{E}_r và \bar{E}_s từ phương trình (5.2) với $I_i = 1$, ta có:

$$Z_{qi} = Z_{pi} + \frac{1}{y_{pq,pq}} \sum \bar{y}_{pq,s} (\bar{Z}_{si} - \bar{Z}_{pi})$$

$i = 1, 2, \dots, m$ $i \neq j$

Phần tử Z_{qq} có thể được tính bằng cách bơm một dòng điện tại nút q và tính điện áp tại nút đó. Giả sử ta bơm dòng $I = 1A$ vào nút q ($I_j = 0 \forall j \neq q$) vì tất cả các dòng điện tại các nút khác bằng 0, từ phương trình (5.1) ta suy ra.

$$E_q = Z_{qq} \cdot I_q = Z_{qq}$$

Tương tự như trên ta bơm vào các nút còn lại

$$E_1 = Z_{1q} \cdot I_q$$

⋮

$$E_p = Z_{pq} \cdot I_q$$

⋮

$$E_m = Z_{mq} \cdot I_q$$

Trong phương trình (5.9), Z_{qq} có thể thu được trực tiếp bằng cách tính E_q .

Tương tự ta có điện áp giữa 2 nút p và q là:

$$E_q = E_p - v_{pq}$$

Điện áp tại các nút p và q được liên kết với nhau bởi phương trình (5.3) và dòng điện chạy qua nhánh thêm vào là:

$$i_{pq} = -I_q = -1$$

Các điện áp qua các nhánh của mạng riêng được cho bởi phương trình (5.6) và các dòng điện chạy qua các nhánh đó cho bởi phương trình (5.4) và (5.10) ta có:

$$i_{FG} = y_{FG,FG} \cdot v_{FG} + \sum \bar{y}_{FG,s} \cdot \bar{v}_s = -1$$

Do đó:

$$v_{FG} = \frac{-1 - \sum \bar{y}_{FG,s} \cdot \bar{v}_s}{y_{FG,FG}}$$

Thế \bar{v}_{rs} từ phương trình (5.6) ta có:

$$v_{FG} = \frac{-1 - \sum \bar{y}_{FG,s} \cdot (\bar{E}_r - \bar{E}_s)}{y_{FG,FG}}$$

Thế v_{pq} vào trong phương trình (5.11) từ (5.3) ta có:

$$E_q = E_p + \frac{1 + \sum \bar{y}_{FG,s} \cdot (\bar{E}_r - \bar{E}_s)}{y_{FG,FG}}$$

Cuối cùng, thế E_p , E_q , \bar{E}_r và \bar{E}_s từ phương trình (5.9) với $I_q = 1$, ta có:

$$Z_{qq} = Z_{FG} + \frac{1 + \sum \bar{y}_{FG,s} \cdot (\bar{Z}_{rq} - \bar{Z}_{sq})}{y_{FG,FG}}$$

Nếu không có hồ cảm giữa nhánh cây thêm vào và các nhánh khác của mạng riêng, thì các phần tử của $y_{pq,rs}$ bằng 0.

Và ta có:

$$Z_{FG,FG} = \frac{1}{y_{FG,FG}}$$

Từ phương trình (5.8), ta suy ra rằng:

$$Z_{qi} = Z_{pi}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad i, j$$

Và từ phương trình (5.12), ta có:

$$Z_{qq} = Z_{pq} + Z_{pq,pq}$$

Hơn nữa, nếu như không có hồ cảm và p là nút qui chiếu

$$Z_{pi} = 0, i = 1, 2, \dots, m \text{ i } q$$

$$\text{Nên: } Z_{qi} = 0, i = 1, 2, \dots, m \text{ i } q$$

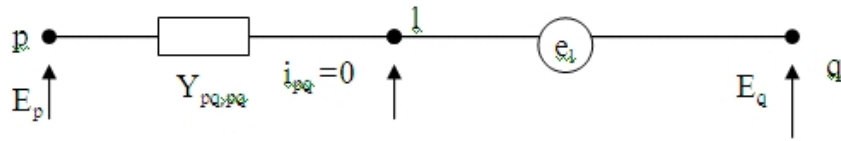
$$\text{Tương tự: } Z_{pq} = 0$$

$$\text{Và vì vậy: } Z_{qq} = Z_{pq,pq}$$

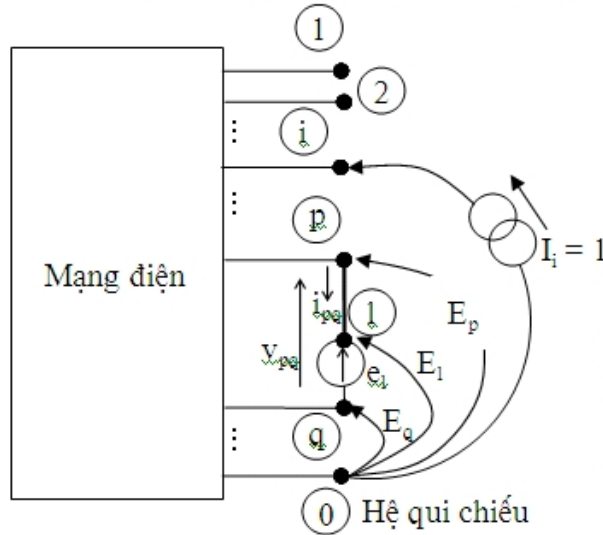
Sự thêm vào của một nhánh bù cây.

Nếu nhánh p - q thêm vào là một nhánh bù cây, phương pháp để tính các phần tử của ma trận tổng trở nút là mắc nối tiếp với nhánh thêm vào một suất điện động e_1 như cho trong hình 5.5.

Việc này tạo thành một nút giả l mà nút đó sẽ được loại trừ ra sau đó. Suất điện động e_1 được chọn như thế nào mà dòng điện chạy qua nhánh bù cây thêm vào bằng 0.



Giả sử ma trận $Z_{p,q}$ ban đầu có kích thước $m \times m$, khi ta thêm nhánh bù cây và tạo nút giả l thì ma trận $Z_{p,q}$ có kích thước là $(m+1) \times (m+1)$.



Hình 5.5: Dòng điện bơm vào, suất điện động trong mạch nối tiếp với nhánh bù cây thêm vào và các điện áp nút cho việc tính toán của Z_{ii}

Phương trình đặt trung cho mạng riêng với nhánh p-l thêm vào và mạch nối tiếp sức điện động e_l là .

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ * \\ E_m \\ e_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & * & * & Z_{1m} & Z_{1l} \\ Z_{12} & * & * & * & Z_{2l} \\ * & * & * & * & * \\ Z_{m1} & * & * & Z_{mm} & Z_{ml} \\ Z_{l1} & * & * & Z_{lm} & Z_{ll} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ * \\ I_m \\ I_l \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ * \\ E_m \\ e_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & * & * & Z_{1m} & Z_{1l} \\ Z_{12} & * & * & * & Z_{2l} \\ * & * & * & * & * \\ Z_{m1} & * & * & Z_{mm} & Z_{ml} \\ Z_{l1} & * & * & Z_{lm} & Z_{ll} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ * \\ I_m \\ I_l \end{bmatrix}$$

Vì: $e_l = E_l - E_q$

Phần tử Z_{li} có thể được xác định bằng cách bơm vào một dòng điện tại nút i và tính điện áp tại nút l thuộc về nút q. Vì tất cả các dòng điện tại các nút khác bằng 0, từ phương trình (5.13) ta suy ra:

$$E_k = Z_{ki} \cdot I_i = Z_{ki}$$

Tương tự như trên ta bơm vào các nút còn lại

$$E_1 = Z_{1i} \cdot I_i$$

⋮

$$E_p = Z_{pi} \cdot I_i$$

⋮

$$e_i = Z_{li} \cdot I_i, \quad i=1, 2, \dots, m \quad (5.14)$$

Cho $I_i = 1$ trong phương trình (5.14), Z_{li} có thể thu được trực tiếp bằng cách tính e_i .

Suất điện động trong mạch nối tiếp là:

$$e_l = E_p - E_q - v_{pl} \quad (5.15)$$

Vì dòng điện chạy qua nhánh bù cây thêm vào là:

$$i_{pq} = 0$$

Nhánh p - l có thể được lý giải như một nhánh cây. Dòng điện trong nhánh này, ứng với các số hạn của tổng dẫn ban đầu và điện áp qua các nhánh là:

$$i_{pq} = i_{pl} = y_{pq,pl} \cdot v_{pl} + \sum \bar{y}_{pq,x} \cdot \bar{v}_x = 0$$

Với: $y_{pq,pq}$: Là tổng dẫn riêng của nhánh p - q

$y_{pq,rs}$: Là tổng dẫn tương hỗ của nhánh p - q với nhánh r - s

$$i_{pl} = i_{pq} = 0$$

Vì vậy:

$$v_{pl} = -\frac{1}{y_{pl,pl}} \sum \bar{y}_{pl,x} \cdot \bar{v}_x$$

Do đó: $\vec{y}_{pl,rs} = \vec{y}_{pq,rs}$ và $y_{pl,pl} = y_{pq,pq}$

Nên ta có:

$$v_{pl} = -\frac{1}{y_{pq,pq}} \sum \bar{y}_{pq,p} \cdot \bar{v}_p$$

Thế lần lượt phương trình (5.16), (5.6) và (5.14) với $I_i = 1$ vào phương trình (5.15) ta có:

$$Z_{ij} = Z_{pi} - Z_{qi} + \frac{1}{y_{pl,pl}} \sum \bar{y}_{pl,p} (\bar{Z}_{ji} - \bar{Z}_{si})$$

$$i = 1, 2, \dots, m, i \neq l$$

Phần tử Z_{ll} có thể được tính bằng cách bơm vào một dòng điện tại nút l với nút q là điểm nút qui chiếu và tính điện áp tại nút thứ l thuộc về nút q. Giả sử ta bơm dòng $I = 1A$ vào nút l ($I_j = 0 \forall j \neq l$), vì tất cả các dòng điện tại các nút khác bằng 0. Từ phương trình 5.13) ta suy ra:

$$E_k = Z_{kl} I_l = Z_{kl} \quad k = 1, 2, \dots, m$$

Tương tự như trên ta bơm vào các nút còn lại.

$$E_1 = Z_{1l} \cdot I_l$$

⋮

$$E_p = Z_{pl} \cdot I_l$$

⋮

$$e_l = Z_{ll} \cdot I_l = Z_{ll}$$

Tương tự ta có điện áp giữa 2 nút p và l là:

$$e_l = E_p - E_q - v_{pl}$$

Cho $I_l = 1$ ở phương trình (5.18), Z_{ll} có thể thu được trực tiếp bằng cách tính e_l .

Dòng điện trong nhánh p - l là:

$$i_{pl} = -I_l = -1$$

Dòng điện này trong các số hạng của các tổng dẫn ban đầu và các điện áp qua các nhánh là:

$$i_{pq} = i_{pl} = y_{pq,pl} \cdot v_{pl} + \sum \tilde{y}_{pq,rs} \cdot \tilde{v}_{rs} = -1$$

Với: $y_{pq,pq}$: Là tổng dẫn riêng của nhánh p - q

$y_{pq,rs}$: Là tổng dẫn tương hỗ của nhánh p - q với nhánh r - s

Tương tự, vì:

$$\vec{y}_{pl,rs} = \vec{y}_{pq,rs} \text{ và } y_{pl,pl} = y_{pq,pq}$$

Nên:

$$v_{pl} = -\frac{1 + \sum \tilde{y}_{pl,rs} \cdot \tilde{v}_{rs}}{y_{pl,pl}}$$

Thế lần lượt phương trình (5.19), (5.6) và (5.18) vào phương trình (5.15) với $I_l = 1$ ta có:

$$Z_{ll} = Z_{pl} - Z_{ql} + \frac{1 + \sum \tilde{y}_{pq,rs} (\tilde{Z}_{rl} - \tilde{Z}_{sl})}{y_{pq,pq}}$$

Nếu nhánh thêm vào không hồ cảm với các nhánh khác của mạng riêng, thì các phần tử $y_{pq,rs} = 0$

Và:

$$Z_{pq,pq} = \frac{1}{y_{pq,pq}}$$

Từ phương trình (5.17) ta suy ra:

$$Z_{li} = Z_{pi} - Z_{qi}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad i \neq l$$

Và từ phương trình (5.20):

$$Z_{ll} = Z_{pl} - Z_{ql} + Z_{pq,pq}$$

Hơn nữa, nếu sự thêm vào đó mà không hồ cảm và p là nút qui chiếu thì:

$$Z_{pi} = 0, i = 1, 2, \dots, m \quad i \neq l$$

$$\text{Và: } Z_{li} = -Z_{qi}, i = 1, 2, \dots, m \quad i \neq l$$

$$\text{Và tương tự: } Z_{pl} = 0$$

$$\text{Vì vậy: } Z_{ll} = -Z_{ql} + Z_{pq, pq}$$

Các phần tử trong hàng và cột thứ l của ma trận tổng trở nút với mạng riêng thêm vào được tìm thấy từ các phương trình (5.17) và (5.20). Việc còn lại của tính toán đòi hỏi ma trận tổng trở nút bao hàm ảnh hưởng của nhánh bù cây thêm vào. Điều này có thể hoàn thành bằng cách biến đổi các phần tử Z_{ij} , trong đó $i, j = 1, 2, \dots, m$, và loại trừ hàng và cột l tương ứng với nút giả.

Nút giả được loại trừ bằng cách ngắt mạch nguồn suất điện động mạch nối tiếp e_l . Từ phương trình (5.13) ta có:

$$\vec{E}_{Nút} = Z_{Nút} \cdot \vec{I}_{Nút} + \vec{Z}_{il} \cdot I_l$$

Và:

$$e_l = \vec{Z}_{lj} \cdot \vec{I}_{Nút} + Z_{ll} \cdot I_l = 0$$

$$i, j = 1, 2, \dots, m$$

Giải I_l từ phương trình (5.22) và thế vào (5.21):

$$\vec{E}_{Nút} = \left(Z_{Nút} - \frac{\vec{Z}_{il} \cdot \vec{Z}_{lj}}{Z_{ll}} \right) \cdot \vec{I}_{Nút}$$

Đây là phương trình biểu diễn của mạng riêng bao hàm nhánh bù cây. Từ đó suy ra yêu cầu của ma trận tổng trở nút là:

$$Z_{Nút} (\text{được biến đổi}) = Z_{Nút} (\text{trước lúc loại trừ}) - \frac{\vec{Z}_{il} \cdot \vec{Z}_{lj}}{Z_{ll}}$$

Với : Bất kỳ phần tử của $Z_{Nút}$ (được biến đổi) là:

$$Z_{ij} (\text{được biến đổi}) = Z_{ij} (\text{trước lúc loại trừ}) -$$

$$\frac{\vec{Z}_{il} \cdot \vec{Z}_{lj}}{Z_{ll}}$$

Trào lưu công suất

Giới thiệu

Nhiệm vụ của giải tích mạng là tính toán các thông số chế độ làm việc, chủ yếu là dòng và áp tại mọi nút của mạng điện. Việc xác định các thông số chế độ mạng điện rất có ý nghĩa khi thiết kế, vận hành và điều khiển hệ thống điện.

Một số lớn các thuật toán được đề xuất trong 20 năm trở lại đây. Trong chương này ta giới thiệu các phương pháp đó trên các khía cạnh như: Dễ chương trình hóa, tốc độ giải, độ chính xác....

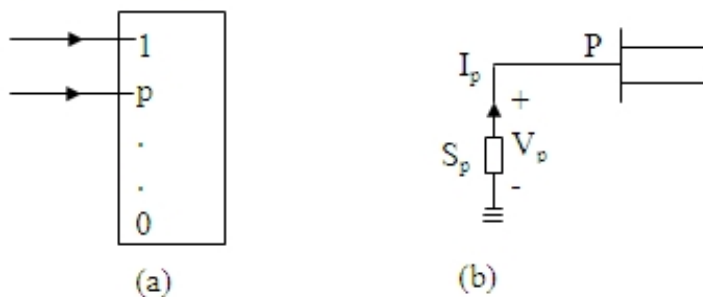
Việc tính toán dòng công suất phải được tiến hành từng bước và hiệu chỉnh dần. Bên cạnh mục đích xác định trạng thái tĩnh thì việc tính toán dòng công suất còn là một phần của các chương trình về tối ưu và ổn định. Trước khi có sự xuất hiện của máy tính số, việc tính toán dòng công suất được tiến hành bằng thiết bị phân tích mạng. Từ năm 1956, khi xuất hiện máy tính số đầu tiên thì phương pháp tính dòng công suất ứng dụng máy tính số được đề xuất và dần dần được thay thế các thiết bị phân tích mạng. Ngày nay các thiết bị phân tích mạng không còn được dùng nữa.

Thiết lập công thức giải tích.

Giả sử mạng truyền tải là mạng 3 pha đối xứng và được biểu diễn bằng mạng nối tiếp dương như trên hình 6.1a. Các phần tử của mạng được liên kết với nhau nên ma trận tổng dẫn nút $Y_{Nút}$ có thể xác định từ sơ đồ.

Theo sơ đồ 6.1a ta có:

$$I_{Nút} = Y_{Nút} \cdot V_{Nút}$$



Hình 6.1 : Sơ đồ đa công của đường dây truyền tải

$Y_{\text{Nút}}$ là một ma trận thưa và đối xứng. Tại các cổng của mạng có các nguồn công suất hay điện áp. Chính các nguồn này tại các cổng làm cho áp và dòng liên hệ phi tuyến với nhau theo (6.1) chúng ta có thể xác định được công suất tác dụng và phản kháng bơm vào mạng (quy ước công suất dương khi có chiều bơm vào mạng) dưới dạng hàm phi tuyến của V_p và I_p . Ta có thể hình dung nguồn công suất bơm vào mạng nối ngang qua cổng tại đầu dương của nguồn bơm như hình 6.1b.

Phân loại các nút:

- Nút P-Q là nút mà công suất tác dụng P và công suất phản kháng Q là cố định, như nút P ở 6.1 chẳng hạn

$$V_p I_p = S_p^{SF} + jQ_p^{SF} = (P_{GP}^{SF} - P_{LP}^{SF}) + j(Q_{GP}^{SF} - Q_{LP}^{SF})$$

Với $V_p = e_p + jf_p$

Chỉ số GP và LP ứng với công suất nguồn phát và công suất tiêu thụ ở P. S cho biết công suất cố định (hay áp đặt).

- Nút P-V tương tự là nút có công suất tác dụng P cố định và độ lớn điện áp được giữ không đổi bằng cách phát công suất phản kháng. Với nút này ta có:

$$\text{Re}[V_p I_p^*] = P_p^{SF} = P_{GP}^{SF} - P_{LP}^{SF}$$

$$|V_p| = \sqrt{(e_p^2 + f_p^2)} = |V_p|^{SF}$$

- Nút V-q (nút hệ thống) rõ ràng ở nút này điện áp và góc pha là không đổi. Việc đưa ra khái niệm nút hệ thống là cần thiết vì tổn thất I^2R trong hệ thống là không xác định trước được nên không thể cố định công suất tác dụng ở tất cả các nút. Nhìn chung nút hệ thống có nguồn công suất lớn nhất. Do đó người ta đưa ra nút điều khiển điện áp nói chung là nó có công suất phát lớn nhất. Ở nút này công suất tác dụng P_s (s ký hiệu nút hệ thống) là không cố định và được tính toán cuối cùng. Vì chúng ta cũng cần một pha làm chuẩn trong hệ thống, góc pha của nút hệ thống được chọn làm chuẩn thường ở mức zero radian. Điện áp phức V cố định còn P_s và Q_s được xác định sau khi giải xong trào lưu công suất ở các nút.

Các phương pháp giải quyết trào lưu công suất

Theo lý thuyết thì có hai phương pháp tồn tại đó là phương pháp sử dụng ma trận $Y_{\text{Nút}}$ và phương pháp sử dụng ma trận $Z_{\text{Nút}}$. Về bản chất cả hai phương pháp đều sử dụng các vòng lặp. Xét về lịch sử phương pháp thì phương pháp $Y_{\text{Nút}}$ đưa ra trước vì ma trận

$Y_{\text{Nút}}$ để tính và lập trình, thậm chí ngày nay nó vẫn sử dụng với hệ thống không lớn lắm, phương pháp này gọi là phương pháp Gauss - Seidel. Đồng thời phương pháp Newton cũng được đưa ra phương pháp này có ưu điểm hơn về mặt hội tụ. Sau khi cách loại trừ trật tự tối ưu và kỹ thuật lập trình ma trận vevơ thừa làm cho tốc độ tính toán và số lượng lưu trữ ít hơn, thì phương pháp Newton trở nên rất phổ biến. Ngày nay với hệ thống lớn tới 200 nút hay hơn nữa thì phương pháp này luôn được dùng. Phương pháp dùng ma trận $Z_{\text{Nút}}$ với các vòng lặp Gauss - Seidel cũng có tính hội tụ như phương pháp Newton nhưng ma trận $Z_{\text{Nút}}$ là ma trận đầy đủ nên cần bộ nhớ hơn để cất giữ chúng, đó là hạn chế chính của phương pháp này

Trong chương này chúng ta chỉ giới thiệu nguyên lý của các phương pháp, còn các phương pháp đặc biệt như: Sử lý ma trận thừa, sắp xếp tối ưu phép khử, lược đồ, không được đề cập đến.

Độ lệch và tiêu chuẩn hội tụ

Phép giải trào lưu công suất được coi là chính xác khi thỏa mãn điều kiện từ (6.2) đến (6.4) mà chủ yếu là phải đảm bảo chính xác (6.4), hai tiêu chuẩn hội tụ phổ biến là:

- Mức độ công suất tính toán ở nút nào đó theo V_p và I_p ở bên trái đẳng thức (6.2) đến (6.4) phù hợp tương ứng với giá trị cho sẵn ở bên phải. Sự sai khác này gọi là độ lệch công suất nút.
- Độ lệch điện áp nút giữa 2 vòng lặp kế tiếp nhau.

Sau đây ta xét từng tiêu chuẩn cụ thể:

+ Tiêu chuẩn độ lệch công suất nút:

Từ (6.1) và (6.2) ta có

$$\Delta S_f = S_f^{SP} - V_f I_f^* = P_f^{SP} + jQ_f^{SP} - V_f \sum_{g=1}^n Y_{fg} V_g^*$$

Tách phần thực và phần ảo của (6.5) ta được độ lệch công suất tác dụng và độ lệch công suất phản kháng thích hợp cho cả (6.2) và (6.3). Biểu diễn trong tọa độ vuông góc như sau: Ta sử dụng ký hiệu sau:

$$V_f = e_f + jf_f = |V_f| \angle \theta_f$$

$$Y_{pq} = G_{pq} + jB_{pq}$$

$$\theta_{pq} = \theta_p - \theta_q$$

Với từng nút P -V hay P - Q

Dạng tọa độ vuông góc:

$$\Delta P_p = P_p^{SP} - \operatorname{Re}[(e_p + jf_p) \sum_{q=1}^n (G_{pq} - jB_{pq})(e_q - jf_q)]$$

Dạng tọa độ cực:

$$\Delta P_p = P_p^{SP} - |V_p| \left[\sum_{q=1}^n (G_{pq} \cos \theta_{pq} + B_{pq} \sin \theta_{pq}) |V_q| \right]$$

Với từng nút P - Q

Dạng tọa độ vuông góc:

$$\Delta Q_p = Q_p^{SP} - \operatorname{Im}[(e_p + jf_p) \sum_{q=1}^n (G_{pq} - jB_{pq})(e_q - jf_q)]$$

Dạng tọa độ cực:

$$\Delta Q_p = Q_p^{SP} - |V_p| \left[\sum_{q=1}^n (G_{pq} \sin \theta_{pq} - B_{pq} \cos \theta_{pq}) |V_q| \right]$$

Tiêu chuẩn hội tụ chung nhất được dùng trong thực tế là:

$$\Delta P_p \leq C_p \text{ cho tất cả nút P -V và P -Q}$$

$$\Delta Q_p \leq C_q \text{ cho tất cả nút P -Q}$$

Giá trị C_p và C_q được chọn từ 0,01 - 10 MVA hay MVAR tùy theo trường hợp.

+ Tiêu chuẩn độ lệch điện áp:

Gọi số bước lặp là k, độ lệch điện áp giữa hai vòng lặp k và k +1 là:

$$|\Delta V_p| = |V^{(k+1)} - V^{(k)}|$$

cho tất cả các nút P - Q

Tiêu chuẩn hội tụ là:

$\Delta V_p \leq C_v$ cho tất cả các nút P - Q

Giá trị C_v từ 0,01 đến 0,0001

Phương pháp Gauss - Seidel sử dụng ma trận y nút

Để dễ hiểu phương pháp này ta giả thiết tất cả các nút là nút P-Q trừ nút hệ thống V - q. Vì điện áp của nút hệ thống hoàn toàn đã biết nên không có vòng lặp nào tính cho nút này. Ta chọn nút hệ thống là nút cân bằng. Do đó V_q (q s) coi là áp của nút q so với nút s (kí hiệu nút s là nút hệ thống). Với tất cả các nút, trừ nút thứ s là nút hệ thống ta rút ra được từ (6.1) và (6.2):

$$I_p = \frac{S_p^*}{V_p^*} = \sum_{q=1}^n Y_{pq} V_q \quad p=1,2,\dots,n$$

; p s

Tách Y_{pq} , V_p trong ? ra rồi chuyển về ta được:

$q \neq p$
 $p = 1, 2, \dots, n$; p s (6.9) Các vòng lặp của phương trình Gauss - Seidel được thành lập như sau:

$$V_1^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{11}} \left[\frac{P_1 - jQ_1}{V_1^{(k)}} - Y_{12}V_2^{(k)} - Y_{13}V_3^{(k)} \dots - Y_{1s}V_s^{(k)} - Y_{1n}V_n^{(k)} \right]$$

$$V_2^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{22}} \left[\frac{P_2 - jQ_2}{V_2^{(k)}} - Y_{21}V_1^{(k)} \dots - Y_{2s}V_s^{(k)} - Y_{2n}V_n^{(k)} \right]$$

$$V_p^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{pp}} \left[\frac{P_p - jQ_p}{V_p^{(k)}} - Y_{p1}V_1^{(k+1)} \dots - Y_{p,p-1}V_{p-1}^{(k)} - Y_{p,p+1}V_{p+1}^{(k)} \dots - Y_{ps}V_s^{(k)} - Y_{pn}V_n^{(k)} \right]$$

$$V_n^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{nn}} \left[\frac{P_n - jQ_n}{V_n^{(k)}} - Y_{n1}V_1^{(k+1)} \dots - Y_{ns}V_s^{(k)} - Y_{n,n-1}V_{n-1}^{(k+1)} \right] \quad (6.10)$$

Hay viết dưới dạng tổng quát là:

$$\frac{S_p}{V_p^{(k)*}} \left(-\sum_{q=1}^{p-1} Y_{pq} V_q^{(k+1)} - \sum_{q=p}^n Y_{pq} V_q^{(k)} \right) + \frac{1}{Y_{pq}} V_p^{(k+1)} =$$

Ma trận $Y_{\text{Nút}}$ là ma trận thu được khi ta xóa đi hàng s và cột s ở ma trận $Y_{\text{Nút}}$. Và $V_{\text{Nút}}$, $I_{\text{Nút}}$ cũng có được bằng cách xóa đi phần tử s . Ta viết lại ma trận $Y_{\text{Nút}}$ bằng cách gồm các phần tử đường chéo, ma trận gồm các phần tử tam giác dưới đường chéo, ma trận gồm các phần tử tam giác trên đường chéo.

$$Y_{\text{Nút}} = D - L - W \quad (6.11)$$

Với:

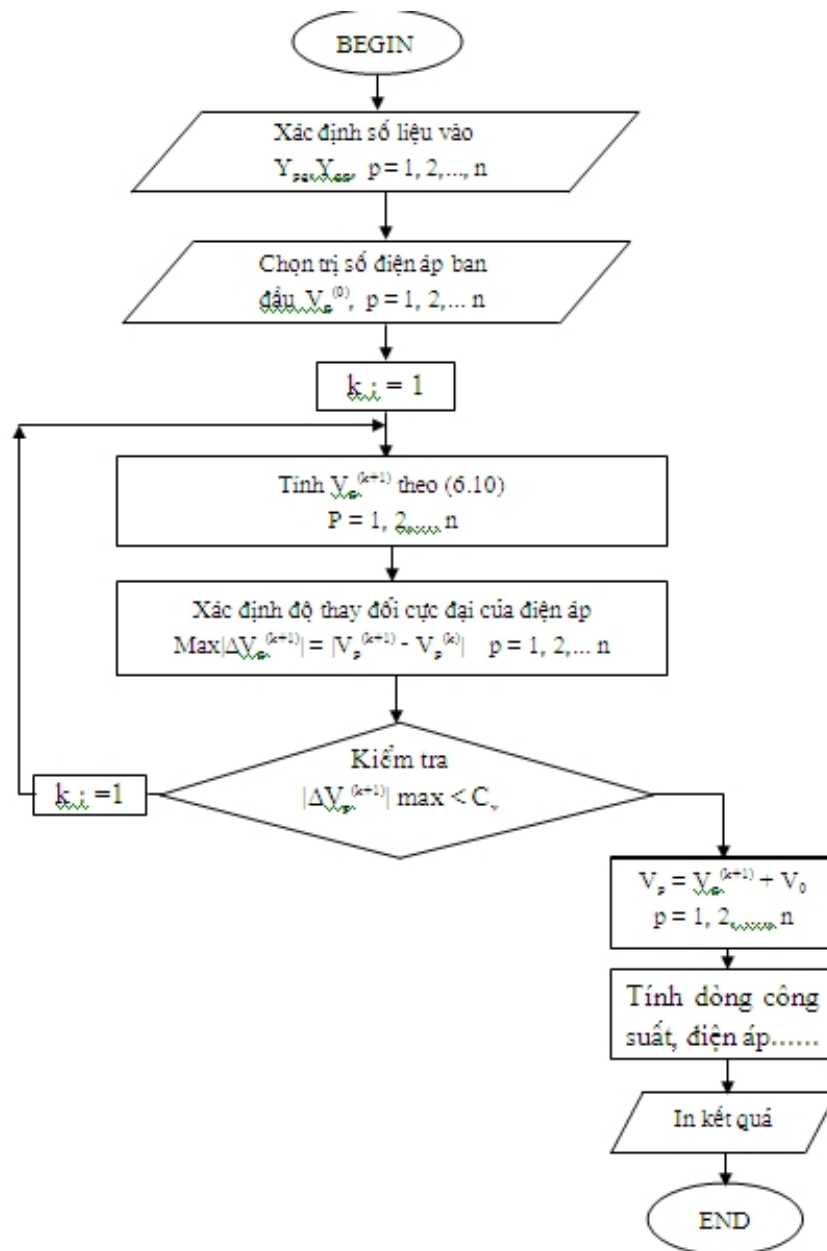
$$\underline{D} = \begin{bmatrix} X & & \\ & X & \\ \underline{0} & & X \end{bmatrix} \quad \underline{W} = \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 0 & X \\ \underline{0} & & 0 \end{bmatrix} \quad \underline{L} = \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ X & & 0 \end{bmatrix}$$

Vậy các vòng lặp được viết gọn lại như sau:

$$V_{\text{nút}}^{(k+1)} = D^{-1} \left[L V_{\text{nút}}^{(k+1)} + W V_{\text{nút}}^{(k)} + Y_{\text{Nút}} (V_{\text{nút}}^{(k)} \cdot V_s) \right]$$

Với :

$$Y_{\text{Nút}} (V_{\text{Nút}}^{(k)}, V_s) = \begin{bmatrix} \frac{P_1 - jQ_1}{V_1^{(k)*}} - Y_{1s} V_s \\ \frac{P_p - jQ_p}{V_p^{(k)*}} - Y_{ps} V_s \\ \frac{P_n - jQ_n}{V_n^{(k)*}} - Y_{ns} V_s \end{bmatrix}$$



Kiểm tra hội tụ như sau:

$$\text{Max} |V_p^{(k+1)} - V_p^{(k)}| < C_V \quad (6.13)$$

Thông thường tại bước đầu tiên ta lấy trị số ban đầu $V_p^{(0)}$ bằng điện áp định mức của mạng điện và chỉ gồm phần thực. Như vậy thuật toán lặp Gauss - Seidel đối với (6.10) được mô tả như hình 6.2.

+ Xác định Y_{pq}, Y_{qp} , với $p = 1 \dots n$; $q = 1 \dots n$

+ Chọn giá trị ban đầu tại các nút: $V_p^{(0)}$ ($p = 1 \dots n$). Thường lấy $V_p^{(0)} = U_{dm}$.

+ Tính giá trị ở bước 1 theo (6.10). Quá trình tính theo vòng tròn, nghĩa là giá trị điện áp tại nút p ở bước k+1 được tính qua giá trị điện áp tại bước k+1 của tất cả các nút còn lại p - 1, p - 2, ..., 1 và điện áp tại bước k của các nút p + 1, p + 2, ... n.

+ Tính lặp với k tăng dần

+ Kiểm tra điều kiện dừng. $\text{Max}|\Delta V_p^{(k+1)}| < C_v$. Nếu sai thì trở về bước 3, nếu đúng thì tiếp tục tính toán các đại lượng khác như công suất trên đường dây, điện áp, ... và dừng.

Lý thuyết chứng minh rằng phương pháp Gauss - Seidel hội tụ khi modul trị riêng lớn nhất của $Y_{\text{Nút}}$ nhỏ hơn 1.

Ưu điểm chính của phương pháp Gauss - Seidel là đơn giản, dễ lập trình, tốn bộ nhớ (do ma trận $Y_{\text{Nút}}$ dễ thành lập) và khối lượng tính toán tại mỗi bước lặp cũng ít.

Nhược điểm của phương pháp là tốc độ hội tụ chậm, do đó cần có phương pháp nâng cao tốc độ hội tụ. Điều này được xét đến trong phần sau.

Tính toán nút P-V:

Ở nút P-V sự tính toán có khác vì công suất phản kháng Q chưa biết nhưng độ lớn điện áp được giữ ở V_{sp} . Mặt khác thiết bị chỉ phát giới hạn công suất phản kháng trong khoảng từ Q_p^{\min} đến Q_p^{\max} ở nút P-V công suất Q_{sp} được thay bằng Q_p^{cal} .

Với:

$$\begin{aligned} Q_p^{\text{cal}} &= \text{Im}(V_p \cdot I_p^*) \\ &= \text{Im}\left(V_p \sum_{q=1}^n Y_{pq} V_q\right) \\ &= \text{Im}\left[(e_p + jf_p) \sum_{q=1}^n (G_{pq} - jB_{pq})(e_q - jf_q)\right] \\ &= -e_p^2 B_{pp} - f_p^2 B_{pp} - \sum_{q \neq p}^n e_p (e_q B_{pq} + f_q B_{pq}) + \sum_{q \neq p}^n f_p (e_q B_{pq} - f_q B_{pq}) \end{aligned}$$

Phía bên phải (6.14) là giá trị mới nhất của điện áp tính toán và tính được Q_p^{cal} thay vào (6.10) ta tính được giá trị mới của điện áp $V_p^{(k+1)}$. Vì điện áp ở nút này có độ lớn không đổi $|V_p|^{\text{SP}}$ nên phần thực và ảo của $V_p^{(k+1)}$ phải được điều chỉnh để thỏa mãn điều kiện này trong khi giữ góc pha như sau:

$$\delta_P^{(s+1)} = \tan^{-1} \frac{f_P^{(s+1)}}{e_P^{(s+1)}} \quad (6.15)$$

$$V_{s(m)}^{(s+1)} = |V_P^{(s)}| \cos \delta_P^{(s+1)} + j |V_P^{(s)}| \sin \delta_P^{(s+1)} = e_{s(m)}^{(s+1)} + j f_{s(m)}^{(s+1)} \quad (6.16)$$

Các giá trị này được dùng cho các tính toán tiếp theo. So sánh công suất phản kháng tính được và giới hạn của nó.

$$\text{Nếu } Q_P^{csl} > Q_P^{\max} \text{ đặt } Q_P^{csl} = Q_P^{\max}, \text{ nếu } Q_P^{csl} < Q_P^{\min} \text{ đặt } Q_P^{csl} = Q_P^{\min}$$

Tính như tính với nút P - Q và không điều chỉnh điện áp. Nếu trong tính toán tiếp theo

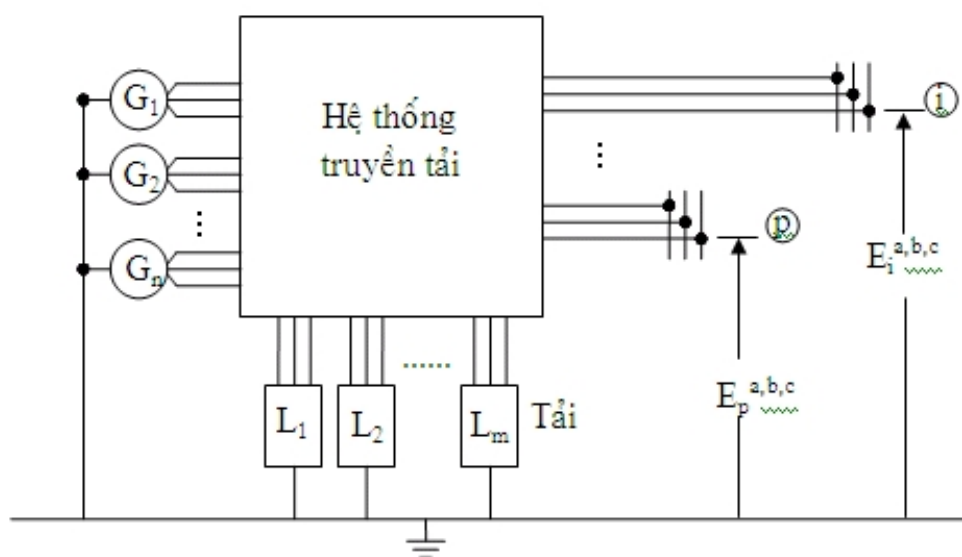
$$Q_P^{csl}$$

giảm xuống trong phạm vi giới hạn thì tính toán như nút P - V

Tính toán ngắn mạch phần I

Giới thiệu

Tính toán ngắn mạch cho ta biết dòng và áp của hệ thống điện trong trạng thái sự cố. Việc tính toán giúp ta dự định cho hệ thống bảo vệ rơle tương ứng và xác định các giá trị cắt của máy cắt ứng với mỗi vị trí khác nhau. Hệ thống rơle phải nhận ra sự tồn tại của ngắn mạch và bắt đầu máy cắt tác động cắt sự cố dễ dàng. Sự tác động đòi hỏi phải đảm bảo độ tin cậy giới hạn sự thiệt hại cho thiết bị. Giá trị dòng và áp nhận được là kết quả của nhiều dạng ngắn mạch xảy ra riêng biệt tại nhiều vị trí trong hệ thống điện nên phải tính toán để cung cấp đủ dữ liệu có hiệu quả cho hệ thống rơle và máy cắt. Tương tự máy tính, các thông tin thu được ứng dụng vào các mục đích riêng biệt được gọi là giải tích mạng đã được dùng rộng rãi trong nghiên cứu ngắn mạch trước khi kỹ thuật số phát triển.



Hình 7.1: Giới thiệu hệ thống điện dạng 3 pha

Cấu trúc nút qui chiếu trong hình thức tổng dẫn là việc làm đầu tiên trong ứng dụng của máy tính số cho nghiên cứu ngắn mạch. Tương tự như phương pháp tính toán trào lưu công suất, dùng kỹ thuật lặp. Hoàn toàn lặp lại một cách đầy đủ ứng với mỗi dạng sự cố. Thủ tục chi tiết tốn nhiều thời gian, thường trong mỗi trường hợp, dòng và áp đòi hỏi cho một số lớn vị trí ngắn mạch. Vì vậy phương pháp này không được ứng dụng rộng rãi.

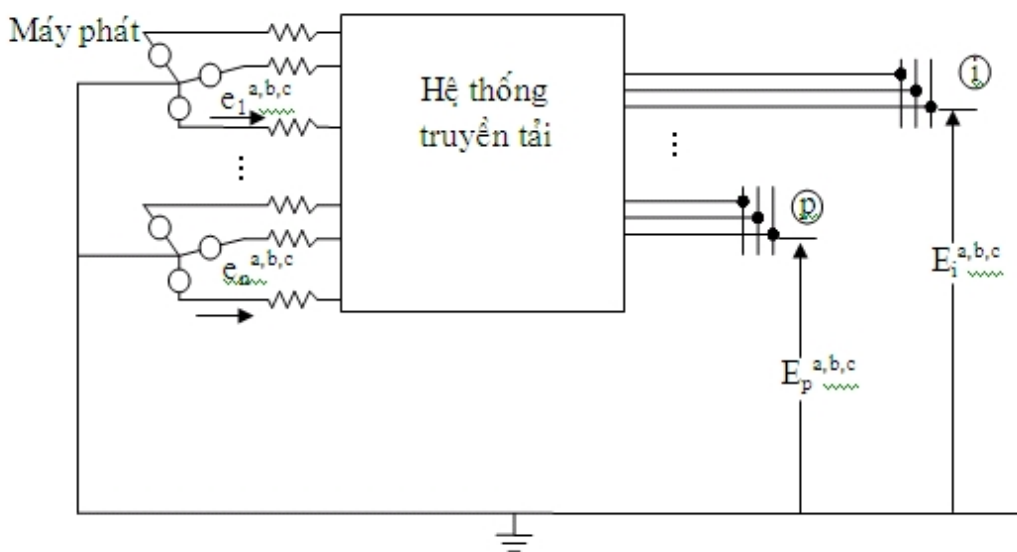
Sự phát triển của kỹ thuật với sự ứng dụng của máy tính số, hình thức ma trận tổng trở nút có thể tính toán được bằng cách dùng định lý Thevenin cho việc tính toán ngắn mạch. Phép tính gần đúng cung cấp giá trị trung bình cho dòng và áp lúc ngắn mạch, vì

giá trị có thể thu được với vài phép toán số học theo sau chỉ liên hệ với ma trận tổng trở nút.

Tính toán ngắn mạch bằng cách dùng ma trận nút

Mô tả hệ thống

Mô tả hệ thống điện 3 pha trong trạng thái bình thường như hình 7.1. Trong trường hợp tổng quát đủ chính xác khi nghiên cứu ngắn mạch có thể thu được với sự trình bày đơn giản hóa. Miêu tả 3 pha đơn giản trong hình 7.2 và thu được bởi:



Hình 7.2: Giới thiệu hệ thống điện dạng 3 pha cho nghiên cứu ngắn mạch

- Miêu tả mỗi máy phát bằng điện áp không đổi phía sau máy phát là điện kháng quá độ hay siêu quá độ.
- Không chú ý đến nhánh mạch rẽ, tải hay đường dây ...
- Coi tất cả các máy biến áp như là một cuộn dây không đáng kể.

Trong nghiên cứu ngắn mạch, đặc biệt với hệ thống điện cao áp, có thể miêu tả tổng trở máy biến áp và đường dây truyền tải như 1 số thực bằng đúng điện kháng của nó.

Dòng và áp ngắn mạch.

Dùng ma trận tổng trở nút cung cấp những thuận lợi cho việc tính toán dòng và áp khi ta xem đất là điểm qui chiếu. Một điều thuận lợi riêng là hình thành ma trận tổng trở nút,

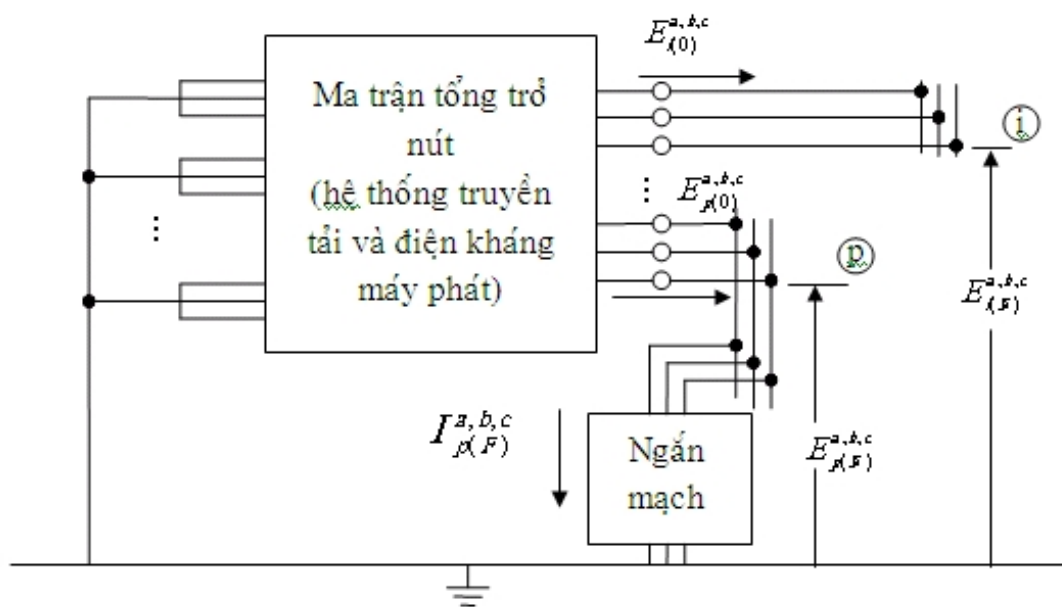
các thành phần của ma trận có thể tính toán trực tiếp dòng và áp ứng với mỗi vị trí và dạng ngắn mạch.

Hệ thống miêu tả với điểm ngắn mạch tại nút p trình bày trong hình 7.3. ở đây ta sử dụng định lý Thevenin, giá trị tổng trở riêng được miêu tả bằng ma trận tổng trở nút có tính đến điện kháng máy phát và giá trị điện áp mạch hở được biểu diễn bởi điện áp nút trước ngắn mạch.

Phương trình đặc tính của hệ thống trong lúc sự cố.

$$\vec{E}_{Nli(\mathcal{F})}^{a,b,c} = \vec{E}_{Nli(0)}^{a,b,c} - Z_{Nli}^{a,b,c} \cdot \vec{I}_{Nli(\mathcal{F})}^{a,b,c}$$

Giá trị ẩn của vector điện áp là:



Hình 7.3: Giới thiệu hệ thống điện 3 pha với ngắn mạch tại nút p

$$\vec{E}_{Nli(\mathcal{F})}^{a,b,c} = \begin{bmatrix} E_{1(\mathcal{F})}^{a,b,c} \\ \dots \\ E_{p(\mathcal{F})}^{a,b,c} \\ \dots \\ E_{n(\mathcal{F})}^{a,b,c} \end{bmatrix}$$

Với : $\vec{E}_{Nút(F)}^{a,b,c}$: Các thành phần là các vectơ điện áp 3 pha $\vec{E}_{i(F)}^{a,b,c}$ $i = 1, 2, 3, \dots, n$

Các giá trị vectơ điện áp đã biết trước lúc ngắn mạch là:

$$\vec{E}_{Nút(0)}^{a,b,c} = \begin{array}{|c|} \hline E_{1(0)}^{a,b,c} \\ \hline \dots\dots\dots \\ \hline E_{p(0)}^{a,b,c} \\ \hline \dots\dots\dots \\ \hline E_{n(0)}^{a,b,c} \\ \hline \end{array}$$

Giá trị ảnh vectơ dòng điện lúc ngắn mạch tại nút p là:

$$\vec{I}_{Nút(F)}^{a,b,c} = \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \dots\dots\dots \\ \hline 0 \\ \hline I_{p(F)}^{a,b,c} \\ \hline 0 \\ \hline \dots\dots\dots \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}$$

Ma trận tổng trở nút 3 pha là:

$$Z_{Nút}^{a,b,c} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline Z_{11}^{a,b,c} & \dots\dots & Z_{1p}^{a,b,c} & \dots\dots & Z_{1n}^{a,b,c} \\ \hline \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots \\ \hline Z_{p1}^{a,b,c} & \dots\dots & Z_{pp}^{a,b,c} & \dots\dots & Z_{pn}^{a,b,c} \\ \hline \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots \\ \hline Z_{s1}^{a,b,c} & \dots\dots & Z_{sp}^{a,b,c} & \dots\dots & Z_{sn}^{a,b,c} \\ \hline \end{array}$$

Trong đó các thành phần của ma trận $Z_{Nút}^{a,b,c}$ là ma trận có kích thước 3x3. Phương trình (7.1) có thể viết lại như sau:

$$\begin{aligned}
E_{1(F)}^{a,b,c} &= E_{1(0)}^{a,b,c} - Z_{1F}^{a,b,c} \cdot I_{F(F)}^{a,b,c} \\
E_{2(F)}^{a,b,c} &= E_{2(0)}^{a,b,c} - Z_{2F}^{a,b,c} \cdot I_{F(F)}^{a,b,c} \\
&\dots\dots\dots \\
E_{p(F)}^{a,b,c} &= E_{p(0)}^{a,b,c} - Z_{pF}^{a,b,c} \cdot I_{F(F)}^{a,b,c} \\
&\dots\dots\dots \\
E_{j(F)}^{a,b,c} &= E_{j(0)}^{a,b,c} - Z_{jF}^{a,b,c} \cdot I_{F(F)}^{a,b,c}
\end{aligned} \tag{7.2}$$

Vectơ điện áp 3 pha lúc ngắn mạch tại nút p theo hình 7.3 là:

$$E_{p(F)}^{a,b,c} = Z_F^{a,b,c} \cdot I_{p(F)}^{a,b,c} \tag{7.3}$$

Trong đó: $Z_F^{a,b,c}$ là ma trận tổng trở 3 pha lúc ngắn mạch. Ma trận kích thước 3x3 có các thành phần phụ thuộc vào dạng và tổng trở ngắn mạch. Thế phương trình (7.3) với $E_{p(F)}^{a,b,c}$ vào trong phương trình (7.2) ta có.

$$Z_{jF}^{a,b,c} \cdot I_{F(F)}^{a,b,c} = E_{j(0)}^{a,b,c} - Z_{jF}^{a,b,c} \cdot I_{F(F)}^{a,b,c} \tag{7.4}$$

Từ phương trình (7.4) ta thu được $I_{F(F)}^{a,b,c}$

$$I_{F(F)}^{a,b,c} = (Z_F^{a,b,c} + Z_{jF}^{a,b,c})^{-1} E_{j(0)}^{a,b,c} \tag{7.5}$$

Thay $I_{p(F)}^{a,b,c}$ vào trong phương trình (7.3) điện áp 3 pha lúc ngắn mạch tại nút p như sau.

$$E_{p(F)}^{a,b,c} = Z_F^{a,b,c} (Z_F^{a,b,c} + Z_{jF}^{a,b,c})^{-1} E_{j(0)}^{a,b,c}$$

Tương tự điện áp 3 pha tại các điểm khác p có thể thu được bằng sự thay thế

$$I_{F(F)}^{a,b,c}$$

vào trong phương trình (7.5) ta có:

$$E_{j(F)}^{a,b,c} = E_{j(0)}^{a,b,c} - Z_{jF}^{a,b,c} (Z_F^{a,b,c} + Z_{jF}^{a,b,c})^{-1} E_{p(0)}^{a,b,c} \quad j \neq p$$

Đây là cách biểu diễn thông dụng các tham số dòng ngắn mạch trong hình thức tổng trở, dòng 3 pha ngắn mạch tại nút p là:

$$I_{j(F)}^{a,b,c} = Y_{jF}^{a,b,c} \cdot E_{j(F)}^{a,b,c}$$

Trong đó $Y_{jF}^{a,b,c}$ là ma trận tổng dẫn lúc ngắn mạch. Thay $I_{p(F)}^{a,b,c}$ từ phương trình (7.8) vào phương trình (7.2) trở thành.

$$E_{p(F)}^{a,b,c} = E_{p(0)}^{a,b,c} - Z_{pp}^{a,b,c} \cdot Y_F^{a,b,c} \cdot E_{p(F)}^{a,b,c}$$

Từ phương trình (7.9) rút $E_{p(F)}^{a,b,c}$ ta có.

$$E_{p(F)}^{a,b,c} = (U + Z_{pp}^{a,b,c} Y_F^{a,b,c})^{-1} E_{p(0)}^{a,b,c}$$

Thế $E_{p(F)}^{a,b,c}$ vào trong phương trình (7.8) dòng ngắn mạch 3 pha tại nút p là:

$$E_{p(F)}^{a,b,c} = (U + Z_{pp}^{a,b,c} Y_F^{a,b,c})^{-1} E_{p(0)}^{a,b,c}$$

Tương tự điện áp 3 pha tại các nút khác p có thể thu được bằng cách thay thế $E_{p(F)}^{a,b,c}$ từ phương trình (7.11).

$$E_{i(F)}^{a,b,c} = E_{i(0)}^{a,b,c} - Z_{ip}^{a,b,c} Y_F^{a,b,c} (U + Z_{pp}^{a,b,c} Y_F^{a,b,c})^{-1} E_{p(0)}^{a,b,c} \quad i \neq p$$

Dòng ngắn mạch qua mỗi nhánh của mạng có thể được tính với điện áp nút thu được từ phương trình (7.6) và (7.7) hay từ phương trình (7.10) và (7.12). Dòng điện qua mỗi nhánh trong mạng là:

$$\vec{i}_{(F)}^{a,b,c} = \left[Y^{a,b,c} \right] \vec{V}_{(F)}^{a,b,c}$$

Trong đó thành phần của vector dòng điện là:

$$\vec{i}_{(F)}^{a,b,c} = \begin{bmatrix} i_{ij(F)}^a \\ i_{ij(F)}^b \\ i_{ij(F)}^c \end{bmatrix}$$

Các thành phần của vector điện áp là:

$$\vec{V}_{(F)}^{a,b,c} = \begin{bmatrix} V_{ij(F)}^a \\ V_{ij(F)}^b \\ V_{ij(F)}^c \end{bmatrix}$$

Các thành phần của ma trận tổng trở gốc là:

$$y_{ij,kl}^{a,b,c} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline y_{ij,kl}^{aa} & y_{ij,kl}^{ab} & y_{ij,kl}^{ac} \\ \hline y_{ij,kl}^{ba} & y_{ij,kl}^{bb} & y_{ij,kl}^{bc} \\ \hline y_{ij,kl}^{ca} & y_{ij,kl}^{cb} & y_{ij,kl}^{cc} \\ \hline \end{array}$$

Với $y_{ij,kl}^{bc}$ là tổng dẫn tương hỗ giữa nhánh i-j của pha b và nhánh k-l của pha c. Dòng điện 3 pha trong nhánh i-j có thể thu được từ:

$$i_{ij(\mathcal{F})}^{a,b,c} = \bar{y}_{ij,\mathcal{F}}^{a,b,c} \cdot \bar{v}_{\mathcal{F}}^{a,b,c}$$

Với r - s liên hệ với nhánh i-j như những phân tử tương hỗ nối đến nhánh i-j.

$$\bar{v}_{\mathcal{F}}^{a,b,c} = \bar{E}_{r(\mathcal{F})}^{a,b,c} - \bar{E}_{s(\mathcal{F})}^{a,b,c}$$

Phương trình (7.13) trở thành

$$i_{ij(\mathcal{F})}^{a,b,c} = \bar{y}_{ij,\mathcal{F}}^{a,b,c} (\bar{E}_{r(\mathcal{F})}^{a,b,c} - \bar{E}_{s(\mathcal{F})}^{a,b,c})$$

Những công thức trên có thể áp dụng để tính dòng và áp cho cả dạng ngắn mạch 3 pha đối xứng hay không đối xứng.

Tính toán ngắn mạch cho mạng 3 pha đối xứng bằng cách dùng z nút

Biến đổi thành dạng đối xứng.

Những công thức đã đưa ra ở trên để tính toán dòng và áp lúc ngắn mạch có thể đơn giản hóa đối với một hệ 3 pha đối xứng bằng cách dùng các thành phần đối xứng. Ma trận tổng trở gốc đối với một thành phần 3 pha đối xứng ổn định là:

$$Z_{pq}^{a,b,c} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline Z_{pq}^s & Z_{pq}^m & Z_{pq}^m \\ \hline Z_{pq}^m & Z_{pq}^s & Z_{pq}^m \\ \hline Z_{pq}^m & Z_{pq}^m & Z_{pq}^s \\ \hline \end{array}$$

Ma trận có thể trở thành ma trận đường chéo bằng phép biến đổi $(T_s)^t Z_{pq}^{a,b,c} T_s$ ta được.

$$Z_{pq}^{0,1,2} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline Z_{pq}^{(0)} & & \\ \hline & Z_{pq}^{(1)} & \\ \hline & & Z_{pq}^{(2)} \\ \hline \end{array}$$

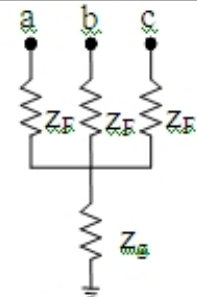
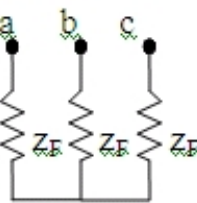
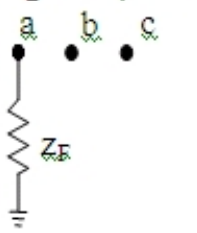
Với $z_{pq}^{(0)}$, $z_{pq}^{(1)}$ và $z_{pq}^{(2)}$ thứ tự là tổng trở thứ tự không, thứ tự thuận, thứ tự nghịch. Đối với hệ 3 pha đối xứng tổng trở thứ tự thuận và thứ tự nghịch bằng nhau

Tương tự, $y_{ij,kl}^{a,b,c}$ trong ma trận tổng dẫn gốc và $z_{ij}^{a,b,c}$ trong ma trận tổng trở nút có thể đường chéo hóa bằng phép biến đổi ma trận T_s thu được tương ứng.

$$Y_{ij,kl}^{0,1,2} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline Y_{ij,kl}^{(0)} & & \\ \hline & Y_{ij,kl}^{(1)} & \\ \hline & & Y_{ij,kl}^{(2)} \\ \hline \end{array} \quad \text{và} \quad Z_{ij}^{0,1,2} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline Z_{ij}^{(0)} & & \\ \hline & Z_{ij}^{(1)} & \\ \hline & & Z_{ij}^{(2)} \\ \hline \end{array}$$

Thông thường xem tất cả các điện áp nút trước lúc ngắn mạch là bằng nhau về độ lớn và góc lệch pha. Xem độ lớn điện áp pha đất $E_{i(0)}$ bằng một đơn vị. Lúc đó điện áp nút thứ i trước ngắn mạch có dạng.

Bảng 7.1: Ma trận tổng trở và tổng dẫn ngắn mạch

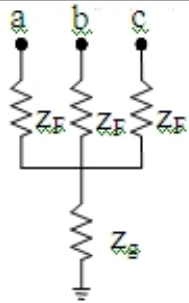
Dạng ngắn mạch	Các thành phần ba pha																							
	$Z_F^{a,b,c}$			$Y_F^{a,b,c}$																				
 <p>Ba pha chạm đất</p>	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td>$Z_F + Z_0$</td><td>Z_0</td><td>Z_0</td></tr> <tr><td>Z_0</td><td>$Z_F + Z_0$</td><td>Z_0</td></tr> <tr><td>Z_0</td><td>Z_0</td><td>$Z_F + Z_0$</td></tr> </table>	$Z_F + Z_0$	Z_0	Z_0	Z_0	$Z_F + Z_0$	Z_0	Z_0	Z_0	$Z_F + Z_0$	$\frac{1}{3}$	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td>$Y_0 + 2Y_F$</td><td>$Y_0 - Y_F$</td><td>$Y_0 - Y_F$</td></tr> <tr><td>$Y_0 - Y_F$</td><td>$Y_0 + 2Y_F$</td><td>$Y_0 - Y_F$</td></tr> <tr><td>$Y_0 - Y_F$</td><td>$Y_0 - Y_F$</td><td>$Y_0 + 2Y_F$</td></tr> </table>	$Y_0 + 2Y_F$	$Y_0 - Y_F$	$Y_0 - Y_F$	$Y_0 - Y_F$	$Y_0 + 2Y_F$	$Y_0 - Y_F$	$Y_0 - Y_F$	$Y_0 - Y_F$	$Y_0 + 2Y_F$	<p>Với $Y_0 = \frac{1}{Z_F + 3Z_0}$</p>		
$Z_F + Z_0$	Z_0	Z_0																						
Z_0	$Z_F + Z_0$	Z_0																						
Z_0	Z_0	$Z_F + Z_0$																						
$Y_0 + 2Y_F$	$Y_0 - Y_F$	$Y_0 - Y_F$																						
$Y_0 - Y_F$	$Y_0 + 2Y_F$	$Y_0 - Y_F$																						
$Y_0 - Y_F$	$Y_0 - Y_F$	$Y_0 + 2Y_F$																						
 <p>Ngắn mạch ba pha</p>	Không xác định			<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td>$\frac{Y_F}{3}$</td><td>2</td><td>-1</td><td>-1</td></tr> <tr><td></td><td>-1</td><td>2</td><td>-1</td></tr> <tr><td></td><td>-1</td><td>-1</td><td>2</td></tr> </table>	$\frac{Y_F}{3}$	2	-1	-1		-1	2	-1		-1	-1	2								
$\frac{Y_F}{3}$	2	-1	-1																					
	-1	2	-1																					
	-1	-1	2																					
 <p>Một pha chạm đất</p>	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td>Z_F</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>∞</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>∞</td></tr> </table>	Z_F	0	0	0	∞	0	0	0	∞		<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td>Y_F</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> </table>	Y_F	0	0	0	0	0	0	0	0			
Z_F	0	0																						
0	∞	0																						
0	0	∞																						
Y_F	0	0																						
0	0	0																						
0	0	0																						

Các thành phần đối xứng

Dạng ngắn mạch

$Z_s^{0,1,2}$

$Y_s^{0,1,2}$

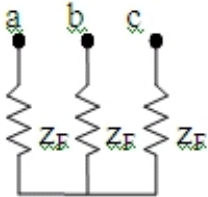


Ba pha chạm đất

$Z_F + 3Z_0$	0	0
0	Z_F	0
0	0	Z_F

Y_F	0	0
0	Y_F	0
0	0	Y_F

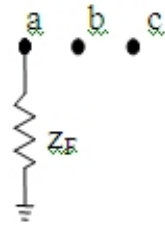
Với $Y_0 = \frac{1}{Z_s + 3Z_0}$



Ngắn mạch ba pha

∞	0	0
0	Z_F	0
0	0	Z_F

Y_F	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0



Không xác định

$\frac{Y_F}{3}$	1	1	1
1	1	1	1
1	1	1	1

$$E_{i(0)}^{a,b,c} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Biến đổi về các thành phần dạng đối xứng là:

$$E_{i(0)}^{a,b,c} = (T_s^*)^t E_{i(0)}^{0,1,2}$$

Thì

$$E_{i(0)}^{a,b,c} = \begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix}$$

Ma trận tổng trở ngắn mạch

$$Z_F^{a,b,c}$$

có thể được biến đổi bởi ma trận T_S vào trong ma trận

$$Z_F^{0,1,2}$$

. Ma trận thu được là ma trận đường chéo nếu dạng ngắn mạch là đối xứng. Ma trận tổng trở và tổng dẫn lúc ngắn mạch coi như 3 pha đối xứng của nhiều dạng ngắn mạch trình bày trong bảng 7.1.

Tương tự các phương trình tính toán dòng và áp ngắn mạch có thể được viết dưới dạng các thành phần đối xứng. Dòng điện tại nút ngắn mạch p là:

$$I_{p(f)}^{0,1,2} = (Z_F^{0,1,2} + Z_{pp}^{0,1,2})^{-1} E_{p(0)}^{0,1,2} \quad (7.15)$$

$$\text{Hay } I_{p(f)}^{0,1,2} = Y_f^{0,1,2} (U + Z_{pp}^{0,1,2} Y_f^{0,1,2})^{-1} E_{p(0)}^{0,1,2} \quad (7.16)$$

Điện áp ngắn mạch tại nút p là:

$$E_{p(f)}^{0,1,2} = Z_F^{0,1,2} (Z_F^{0,1,2} + Z_{pp}^{0,1,2})^{-1} E_{p(0)}^{0,1,2} \quad (7.17)$$

$$\text{Hay } E_{p(f)}^{0,1,2} = (U + Z_{pp}^{0,1,2} Y_f^{0,1,2})^{-1} E_{p(0)}^{0,1,2} \quad (7.18)$$

Điện áp tại các nút khác p là:

$$E_{i(f)}^{0,1,2} = E_{i(0)}^{0,1,2} - Z_{ip}^{0,1,2} (Z_F^{0,1,2} + Z_{pp}^{0,1,2})^{-1} E_{p(0)}^{0,1,2} \quad (7.19)$$

$$\text{Hay } E_{i(f)}^{0,1,2} = E_{i(0)}^{0,1,2} - Z_{ip}^{0,1,2} Y_f^{0,1,2} (U + Z_{pp}^{0,1,2} Y_f^{0,1,2})^{-1} E_{p(0)}^{0,1,2} \quad (7.20)$$

Dòng ngắn mạch 3 pha trong nhánh i-j là:

$$i_{ij(f)}^{0,1,2} = \bar{Y}_{ij,p}^{0,1,2} (\bar{E}_{i(f)}^{0,1,2} - \bar{E}_{j(f)}^{0,1,2})$$

Ngắn mạch 3 pha chạm đất.

Dòng và áp trong ngắn mạch 3 pha chạm đất có thể có được bằng cách thay ma trận tổng trở tương ứng bằng các số hạng của những thành phần đối xứng vào trong phương trình (7.15), (7.17) và (7.19). Ở hai phía của phương trình thu được ta có thể nhân trước nó với T_S để nhận được các công thức tương ứng với các thành phần pha.

Ma trận tổng trở ngắn mạch cho hệ thống 3 pha chạm đất là:

$$Z_F^{0,1,2} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline z_f + 3z_0 & & \\ \hline & z_f & \\ \hline & & z_f \\ \hline \end{array} \quad (7.22)$$

Dòng 3 pha và điện áp nút ngắn mạch thu được bằng sự thay thế $Z_F^{0,1,2}$ từ phương trình (7.22) vào trong phương trình (7.15), (7.17) và (7.19). Dòng ngắn mạch tại nút p là:

$$\begin{bmatrix} I_{p(F)}^{(0)} \\ I_{p(F)}^{(1)} \\ I_{p(F)}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} z_F + 3z_0 + Z_{FF}^{(0)} & & \\ & z_F + Z_{FF}^{(1)} & \\ & & z_F + Z_{FF}^{(2)} \end{pmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Biến đổi ta có:

$$\begin{bmatrix} I_{p(F)}^{(0)} \\ I_{p(F)}^{(1)} \\ I_{p(F)}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{z_F + Z_{FF}^{(1)}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7.23)$$

Các thành phần pha của dòng ngắn mạch tại nút p có thể thu được bằng cách nhân cả hai vế của phương trình (7.23) với T_s . Ta có dòng thu được:

$$\begin{bmatrix} I_{p(F)}^a \\ I_{p(F)}^b \\ I_{p(F)}^c \end{bmatrix} = \frac{1}{z_F + Z_{FF}^{(1)}} \begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix}$$

Điện áp ngắn mạch tại nút p là:

$$\begin{bmatrix} E_{p(F)}^{(0)} \\ E_{p(F)}^{(1)} \\ E_{p(F)}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_F + 3z_0 & & \\ & z_F & \\ & & z_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{z_F + Z_{FF}^{(1)}} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Biến đổi đơn giản ta có:

$$\begin{array}{|c|} \hline E_{p(\mathcal{F})}^{(0)} \\ \hline E_{p(\mathcal{F})}^{(1)} \\ \hline E_{p(\mathcal{F})}^{(2)} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \frac{\sqrt{3}}{z_{\mathcal{F}} + Z_{pp}^{(1)}} \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}$$

Các thành phần pha của điện áp ngắn mạch là:

$$\begin{array}{|c|} \hline E_{p(\mathcal{F})}^a \\ \hline E_{p(\mathcal{F})}^b \\ \hline E_{p(\mathcal{F})}^c \\ \hline \end{array} = \frac{z_{\mathcal{F}}}{z_{\mathcal{F}} + Z_{pp}^{(1)}} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline a^2 \\ \hline a \\ \hline \end{array}$$

Điện áp tại các nút khác p là:

$$\begin{array}{|c|} \hline E_{i(\mathcal{F})}^{(0)} \\ \hline E_{i(\mathcal{F})}^{(1)} \\ \hline E_{i(\mathcal{F})}^{(2)} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \sqrt{3} \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|c|c|} \hline Z_{ip}^{(0)} & & \\ \hline & Z_{ip}^{(1)} & \\ \hline & & Z_{ip}^{(2)} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \frac{\sqrt{3}}{z_{\mathcal{F}} + Z_{pp}^{(1)}} \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}$$

Biến đổi đơn giản ta có:

$$\begin{array}{|c|} \hline E_{i(\mathcal{F})}^{(0)} \\ \hline E_{i(\mathcal{F})}^{(1)} \\ \hline E_{i(\mathcal{F})}^{(2)} \\ \hline \end{array} = \sqrt{3} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 1 - \frac{Z_{ip}^{(1)}}{z_{\mathcal{F}} + Z_{pp}^{(1)}} \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}$$

Các thành phần pha là:

$$\begin{array}{|c|} \hline E_{i(\mathcal{F})}^a \\ \hline E_{i(\mathcal{F})}^b \\ \hline E_{i(\mathcal{F})}^c \\ \hline \end{array} = \left(1 - \frac{Z_{ip}^{(1)}}{z_{\mathcal{F}} + Z_{pp}^{(1)}} \right) \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline a^2 \\ \hline a \\ \hline \end{array}$$

Các công thức thu được trong các mục trên tổng kết trong bảng 7.2. Điện áp của một pha đối với đất xem như một đơn vị so với gốc qui chiếu. Công thức trong bảng 7.2 bao gồm điện áp một pha đối với đất, nó có thể xem như một đơn vị.

Dòng lúc ngắn mạch trong các nhánh của mạng điện có thể tính toán từ công thức (7.21). Từ đây các giá trị điện áp thứ tự không, thứ tự nghịch bằng 0 đối với ngắn mạch 3 pha mà ở đó không có tương hỗ thành phần thứ tự thuận của hệ là $y_{ij,rs}^{(1)} = 0$, ngoại trừ $rs = ij$, phương trình (7.21) trở thành.

$$\begin{array}{|c|} \hline I_{ij(\mathbf{r})}^{(0)} \\ \hline I_{ij(\mathbf{r})}^{(1)} \\ \hline I_{ij(\mathbf{r})}^{(2)} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline y_{ij,ij}^{(1)}(E_{ij(\mathbf{r})}^1 - E_{j(\mathbf{r})}^1) \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}$$

Các thành phần pha là:

$$\begin{array}{|c|} \hline j^a_{ij(\mathbf{r})} \\ \hline j^b_{ij(\mathbf{r})} \\ \hline j^c_{ij(\mathbf{r})} \\ \hline \end{array} = \frac{1}{\sqrt{3}} y_{ij,ij}^{(1)}(E_{ij(\mathbf{r})}^1 - E_{j(\mathbf{r})}^1) \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline a^2 \\ \hline a \\ \hline \end{array}$$

TÍNH TOÁN NGẮN MẠCH PHẦN II

Bảng 7.2 : Công thức dòng và áp lực ngắn mạch 3 pha chạm đất tại nút p

Thành phần 3 pha	Thành phần đối xứng						
$I_{\mathcal{A}(p)}^{a,b,c} = \frac{E_{\mathcal{A}(0)}}{Z_{\mathcal{F}} + Z_{\mathcal{FF}}^{(1)}}$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td style="text-align: center;">1</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">a^2</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">a</td></tr> </table>	1	a^2	a	$I_{\mathcal{A}(p)}^{0,1,2} = \frac{\sqrt{3} E_{\mathcal{A}(0)}}{Z_{\mathcal{F}} + Z_{\mathcal{FF}}^{(1)}}$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td style="text-align: center;">0</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">0</td></tr> </table>	0	1	0
1							
a^2							
a							
0							
1							
0							
$E_{\mathcal{A}(p)}^{a,b,c} = \frac{Z_{\mathcal{F}} E_{\mathcal{A}(0)}}{Z_{\mathcal{F}} + Z_{\mathcal{FF}}^{(1)}}$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td style="text-align: center;">1</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">a^2</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">a</td></tr> </table>	1	a^2	a	$E_{\mathcal{A}(p)}^{0,1,2} = \frac{\sqrt{3} Z_{\mathcal{F}} E_{\mathcal{A}(0)}}{Z_{\mathcal{F}} + Z_{\mathcal{FF}}^{(1)}}$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td style="text-align: center;">0</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">0</td></tr> </table>	0	1	0
1							
a^2							
a							
0							
1							
0							
$E_{\mathcal{A}(p)}^{a,b,c} = \left(E_{\mathcal{A}(0)} - \frac{Z_{\mathcal{F}}^{(1)} E_{\mathcal{A}(0)}}{Z_{\mathcal{F}} + Z_{\mathcal{FF}}^{(1)}} \right)_{i \neq p}$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td style="text-align: center;">1</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">a^2</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">a</td></tr> </table>	1	a^2	a	$E_{\mathcal{A}(p)}^{0,1,2} = \sqrt{3} \left(E_{\mathcal{A}(0)} - \frac{Z_{\mathcal{F}}^{(1)} E_{\mathcal{A}(0)}}{Z_{\mathcal{F}} + Z_{\mathcal{FF}}^{(1)}} \right)_{i \neq p}$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td style="text-align: center;">0</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">0</td></tr> </table>	0	1	0
1							
a^2							
a							
0							
1							
0							

Ngắn mạch 1 pha chạm đất.

Ma trận tổng dẫn ngắn mạch 1 pha chạm đất ở pha a thu được từ bảng 7.1.

$$Y_{\mathcal{F}}^{0,1,2} = \frac{Y_{\mathcal{F}}}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.24)$$

Dòng ngắn mạch và điện áp nút thu được bằng cách thay thế

từ phương trình (7.24) vào trong (7.16), (7.18) và (7.20). Dòng ngắn mạch tại nút p là:

$$\begin{bmatrix} I_{p(\mathcal{F})}^{(0)} \\ I_{p(\mathcal{F})}^{(1)} \\ I_{p(\mathcal{F})}^{(2)} \end{bmatrix} = \frac{Y_{\mathcal{F}}}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 1 + Z_{PP}^{(0)} \frac{Y_{\mathcal{F}}}{3} & Z_{PP}^{(0)} \frac{Y_{\mathcal{F}}}{3} & Z_{PP}^{(0)} \frac{Y_{\mathcal{F}}}{3} \\ Z_{PP}^{(1)} \frac{Y_{\mathcal{F}}}{3} & 1 + Z_{PP}^{(1)} \frac{Y_{\mathcal{F}}}{3} & Z_{PP}^{(1)} \frac{Y_{\mathcal{F}}}{3} \\ Z_{PP}^{(1)} \frac{Y_{\mathcal{F}}}{3} & Z_{PP}^{(1)} \frac{Y_{\mathcal{F}}}{3} & 1 + Z_{PP}^{(2)} \frac{Y_{\mathcal{F}}}{3} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Biến đổi đơn giản ta có:

$$\begin{bmatrix} I_{p(\mathcal{F})}^{(0)} \\ I_{p(\mathcal{F})}^{(1)} \\ I_{p(\mathcal{F})}^{(2)} \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{3}}{Z_{PP}^{(0)} + 2Z_{PP}^{(1)} + 3Z_{\mathcal{F}}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7.25)$$

Thành phần pha của dòng ngắn mạch tại nút p có thể thu được bằng cách nhân cả hai vế của phương trình (7.25) bởi T_s . Dòng thu được là:

$$\begin{bmatrix} I_{p(\mathcal{F})}^a \\ I_{p(\mathcal{F})}^b \\ I_{p(\mathcal{F})}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{Z_{PP}^{(0)} + 2Z_{PP}^{(1)} + 3Z_{\mathcal{F}}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Điện áp ngắn mạch tại nút p là:

$$\begin{bmatrix} E_{p(\mathcal{F})}^{(0)} \\ E_{p(\mathcal{F})}^{(1)} \\ E_{p(\mathcal{F})}^{(2)} \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} 1 + Z_{PP}^{(0)} \frac{Y_{\mathcal{F}}}{3} & Z_{PP}^{(0)} \frac{Y_{\mathcal{F}}}{3} & Z_{PP}^{(0)} \frac{Y_{\mathcal{F}}}{3} \\ Z_{PP}^{(1)} \frac{Y_{\mathcal{F}}}{3} & 1 + Z_{PP}^{(1)} \frac{Y_{\mathcal{F}}}{3} & Z_{PP}^{(1)} \frac{Y_{\mathcal{F}}}{3} \\ Z_{PP}^{(1)} \frac{Y_{\mathcal{F}}}{3} & Z_{PP}^{(1)} \frac{Y_{\mathcal{F}}}{3} & 1 + Z_{PP}^{(2)} \frac{Y_{\mathcal{F}}}{3} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Biến đổi đơn giản ta có:

$$\begin{bmatrix} E_{p(\mathcal{F})}^{(0)} \\ E_{p(\mathcal{F})}^{(1)} \\ E_{p(\mathcal{F})}^{(2)} \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{3}}{Z_{pp}^{(0)} + 2Z_{pp}^{(1)} + 3Z_{\mathcal{F}}} \begin{bmatrix} -Z_{pp}^{(0)} \\ Z_{pp}^{(0)} + Z_{pp}^{(1)} + 3Z_{\mathcal{F}} \\ -Z_{pp}^{(1)} \end{bmatrix}$$

Thành phần pha của điện áp ngắn mạch.

$$\begin{bmatrix} E_{p(\mathcal{F})}^{(0)} \\ E_{p(\mathcal{F})}^{(1)} \\ E_{p(\mathcal{F})}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3Z_{\mathcal{F}}}{Z_{pp}^{(0)} + 2Z_{pp}^{(1)} + 3Z_{\mathcal{F}}} \\ a^2 - \frac{Z_{pp}^{(0)} - Z_{pp}^{(1)}}{Z_{pp}^{(0)} + 2Z_{pp}^{(1)} + 3Z_{\mathcal{F}}} \\ a - \frac{Z_{pp}^{(0)} - Z_{pp}^{(1)}}{Z_{pp}^{(0)} + 2Z_{pp}^{(1)} + 3Z_{\mathcal{F}}} \end{bmatrix}$$

Điện áp tại các nút khác nút p là:

$$\begin{bmatrix} E_{(\mathcal{F})}^{(0)} \\ E_{(\mathcal{F})}^{(1)} \\ E_{(\mathcal{F})}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Z_{ip}^{(0)} & & \\ & Z_{ip}^{(1)} & \\ & & Z_{ip}^{(2)} \end{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{Z_{pp}^{(0)} + 2Z_{pp}^{(1)} + 3Z_{\mathcal{F}}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Biến đổi đơn giản ta có:

$$\begin{bmatrix} E_{(\mathcal{F})}^{(0)} \\ E_{(\mathcal{F})}^{(1)} \\ E_{(\mathcal{F})}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{\sqrt{3}}{Z_{pp}^{(0)} + 2Z_{pp}^{(1)} + 3Z_{\mathcal{F}}} \begin{bmatrix} Z_{ip}^{(0)} \\ Z_{ip}^{(1)} \\ Z_{ip}^{(2)} \end{bmatrix}$$

Các thành phần pha là:

$$\begin{bmatrix} E_{(\mathcal{F})}^a \\ E_{(\mathcal{F})}^b \\ E_{(\mathcal{F})}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{Z_{pp}^{(0)} + 2Z_{pp}^{(1)} + 3Z_{\mathcal{F}}} \begin{bmatrix} Z_{ip}^{(0)} + 2Z_{ip}^{(1)} \\ Z_{ip}^{(0)} - Z_{ip}^{(1)} \\ Z_{ip}^{(0)} - Z_{ip}^{(1)} \end{bmatrix}$$

Các công thức thu được trong các mục trên tổng kết trong bảng 7.3. Điện áp của một pha đối với đất xem như một đơn vị so với gốc qui chiếu. Công thức trong bảng 7.2 bao gồm điện áp một pha đối với đất, nó có thể xem như một đơn vị. Dòng lúc ngắn mạch trong các nhánh của mạng điện có thể tính toán từ công thức (7.21).

Bảng 7.3: Công thức dòng và áp ngắn mạch 1 pha chạm đất (pha a) tại nút p

Thành phần 3 pha	Thành phần đối xứng
$I_{p(f)}^{a,b,c} = \frac{3E_{p(0)}}{Z_{ff}^{(0)} + 2Z_{ff}^{(1)} + 3Z_f}$	$I_{p(f)}^{0,1,2} = \frac{\sqrt{3}E_{p(0)}}{Z_{ff}^{(0)} + 2Z_{ff}^{(1)} + 3Z_f}$
$E_{p(f)}^{a,b,c} = E_{p(0)} \begin{matrix} \frac{3Z_f}{Z_{ff}^{(0)} + 2Z_{ff}^{(1)} + 3Z_f} \\ a^2 - \frac{Z_{ff}^{(0)} - Z_{ff}^{(1)}}{Z_{ff}^{(0)} + 2Z_{ff}^{(1)} + 3Z_f} \\ a - \frac{Z_{ff}^{(0)} - Z_{ff}^{(1)}}{Z_{ff}^{(0)} + 2Z_{ff}^{(1)} + 3Z_f} \end{matrix}$	$E_{p(f)}^{0,1,2} = \frac{\sqrt{3}E_{p(0)}}{Z_{ff}^{(0)} + 2Z_{ff}^{(1)} + 3Z_f} \begin{matrix} -Z_{ff}^{(0)} \\ Z_{ff}^{(0)} + Z_{ff}^{(1)} + 3Z_f \\ -Z_{ff}^{(0)} \end{matrix}$
$E_{p(f)}^{a,b,c} = E_{p(0)} \begin{matrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{matrix} - E_{p(0)} \begin{matrix} \frac{Z_{ip}^{(0)} + 2Z_{ip}^{(1)}}{Z_{ff}^{(0)} + 2Z_{ff}^{(1)} + 3Z_f} \\ \frac{Z_{ip}^{(0)} - Z_{ip}^{(1)}}{Z_{ff}^{(0)} + 2Z_{ff}^{(1)} + 3Z_f} \\ \frac{Z_{ip}^{(0)} - Z_{ip}^{(1)}}{Z_{ff}^{(0)} + 2Z_{ff}^{(1)} + 3Z_f} \end{matrix}$ <p style="text-align: center;">$i \neq j$</p>	$E_{p(f)}^{0,1,2} = E_{p(0)} \begin{matrix} 0 \\ \sqrt{3} \\ 0 \end{matrix} - \frac{\sqrt{3}E_{p(0)}}{Z_{ff}^{(0)} + 2Z_{ff}^{(1)} + 3Z_f} \begin{matrix} Z_{ip}^{(0)} \\ Z_{ip}^{(1)} \\ Z_{ip}^{(1)} \end{matrix}$ <p style="text-align: center;">$i \neq j$</p>

7.4. TÍNH TOÁN NGẮN MẠCH BẰNG CÁCH DÙNG Z VÒNG

Dòng và áp lúc ngắn mạch có thể tính toán bằng cách dùng ma trận tổng trở vòng cho hệ thống đơn giản trình bày trong hình 7.2. Dòng điện vòng của hệ thống điện đơn giản là bằng 0 trước lúc ngắn mạch không chú ý đến tất cả các dòng nút. Đó là cần thiết vì vậy kết quả tính toán dòng điện vòng trong từng dạng ngắn mạch để xác định dòng và áp ngắn mạch. Tính toán ngắn mạch có thể thực hiện được bằng cách tính theo hệ thống 3 pha hoặc là tính theo các thành phần đối xứng. Phương pháp sau đây sẽ biểu diễn bằng cách dùng hệ thống 3 pha.

Số nhánh của hệ thống 3 pha đơn giản bằng số nhánh của mạng điện cộng với số máy phát tương ứng. Số nút bằng số nút n cộng với đất, nghĩa là bằng n+1. Số nhánh cây hay số vòng cơ bản của hệ thống đơn giản là:

$$l_n = (e + e_q) - (n + 1) + 1$$

Hay

$$l_n = e + e_q + n$$

Với e là số nhánh của hệ thống 3 pha và e_q là số máy phát tương ứng 3 pha.

Ngắn mạch tại nút p tương ứng với cộng thêm một nhánh cây từ nút đó đến đất.

Dùng để diễn tả hệ thống trong hình 7.3, điện áp lúc ngắn mạch là:

$$\vec{E}_{\mathcal{N}i(t)}^{a, \Delta, c} = \vec{E}_{\mathcal{N}i(0)}^{a, \Delta, c} + \overline{\Delta E}_{\mathcal{N}i}^{a, \Delta, c} \quad (7.26)$$

Trong đó vectơ

$$\overline{\Delta E}_{\mathcal{N}i}^{a, \Delta, c}$$

biểu diễn thay đổi trong điện áp nút thu được từ điện áp nút nguồn

$$E_{\mathcal{R}(0)}^{a, \Delta, c}$$

lúc ngắn mạch.

Phương trình đặt tính của mạng điện trong dạng vòng như sau.

$$\vec{E}_{\text{Vòng}}^{a, \Delta, c} = Z_{\text{Vòng}}^{a, \Delta, c} \cdot \vec{I}_{\text{Vòng}}^{a, \Delta, c}$$

Cho hệ thống ngắn mạch trình bày trong hình 7.3, vectơ điện áp vòng đã biết là:

$$\vec{E}_{\text{Vòng}}^{a, \Delta, c} = \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \dots \\ \hline 0 \\ \hline E_{\mathcal{R}(0)}^{a, \Delta, c} \\ \hline \end{array}$$

Kích thước của ma trận tổng trở vòng, nó bao gồm cả vòng ngắn mạch là $3(l_n + 1) \times 3(l_n + 1)$. Vectơ dòng điện vòng chưa biết trong ngắn mạch là:

$$\vec{I}_{Vòng(\mathcal{F})}^{a, k, c} = \begin{bmatrix} I_{1(\mathcal{F})}^{a, k, c} \\ \dots \\ I_{l_n(\mathcal{F})}^{a, k, c} \\ I_{l(\mathcal{F})}^{a, k, c} \end{bmatrix}$$

Trong đó

là dòng điện liên kết với vòng ngắn mạch. Dòng điện vòng có thể tính toán từ:

$$\vec{I}_{Vòng(\mathcal{F})}^{a, k, c} = (Z_{Vòng}^{a, k, c})^{-1} \vec{E}_{Vòng}^{a, k, c}$$

Dòng điện trong tất cả các nhánh của mạng điện lúc ngắn mạch có thể tính như sau:

$$\vec{i}_{(\mathcal{F})}^{a, k, c} = C \vec{I}_{Vòng(\mathcal{F})}^{a, k, c}$$

(7.27)

Với C là ma trận vòng hướng cơ bản trên 3 pha. Vectơ dòng có thể phân chia như sau:

$$\vec{i}_{(\mathcal{F})}^{a, k, c} = \begin{bmatrix} i_{l(\mathcal{F})}^{a, k, c} \\ i_{l(\mathcal{F})}^{a, k, c} \end{bmatrix}$$

Với

$$\vec{i}_{l(\mathcal{F})}^{a, k, c}$$

: Là vectơ dòng điện trong nhánh bù cây

$$\vec{i}_{l(\mathcal{F})}^{a, k, c}$$

: Là vectơ dòng điện trong nhánh cây

Do đó vectơ điện áp thay đổi là:

$$\overline{\Delta E_{Nút}}^{a, k, c} = K' [Z_{kk}^{a, k, c}] \cdot \vec{j}_{N(\mathcal{F})}^{a, k, c}$$

Với K là ma trận đường dẫn - nhánh bù cây cơ bản trên 3 pha.

$$[Z_{kk}^{a, k, c}]$$

: Là ma trận tổng trở gốc đối với nhánh bù cây

Điện áp nút lúc ngắn mạch thu được bằng cách cộng thêm điện áp thay đổi với điện áp trước lúc ngắn mạch. Phương trình (7.26) trở thành.

$$\vec{E}_{Nút(\mathcal{F})}^{a, k, c} = \vec{E}_{Nút(0)}^{a, k, c} + K' [Z_{kk}^{a, k, c}] \cdot \vec{j}_{N(\mathcal{F})}^{a, k, c}$$

(7.28)

Dòng tại nút ngắn mạch là giống như dòng trong vòng phụ là

$$\vec{j}_{N(\mathcal{F})}^{a, k, c}$$

. Phương pháp có thể là một công việc biểu diễn tính toán ngắn mạch tại nhiều vị trí trong hệ thống bằng cách cộng thêm các nhánh cây, tại mỗi thời điểm, giữa nút ngắn mạch với đất. Yêu cầu hình thành và nghịch đảo ma trận tổng trở vòng cho mỗi vị trí ngắn mạch khác nhau. Phép toán ma trận cần thiết đòi hỏi cung cấp dữ liệu ngắn mạch cho một số lớn vị trí vì vậy nó tốn rất nhiều thời gian.

Phương pháp từng bước, mỗi nhánh cây đồng thời được cộng thêm vào giữa mỗi nút và đất, yêu cầu hình thành ma trận tổng trở vòng đơn và chỉ nghịch đảo một ma trận con. Trong phương pháp này, dòng điện trong vòng phụ là thay đổi ứng với từng vị trí ngắn mạch khác nhau. Dòng điện pha được xem như là liên kết trong vòng phụ với nút ngắn mạch p nó phụ thuộc vào dạng ngắn mạch. Xem dòng điện pha là một đơn vị, dòng điện trong vòng phụ thứ p là:

Đối với ngắn mạch 3 pha.

$$\vec{j}_{I_p(\mathcal{F})}^{a, k, c} = \begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix}$$

Đối với ngắn mạch 1 pha chạm đất (trên pha a).

$$I_{L_p(\mathcal{F})}^{a,b,c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Đối với ngắn mạch hai pha (giữa pha b và pha c).

$$I_{L_p(\mathcal{F})}^{a,b,c} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Dòng trong tất cả các vòng phụ khác là xem như bằng 0.

Vectơ điện áp, dòng điện và ma trận tổng trở vòng trong phương trình biểu diễn cho toàn mạng điện, bao gồm vòng phụ có thể phân chia như sau:

$$\begin{bmatrix} E_L^{a,b,c} \\ E_{L(\mathcal{F})}^{a,b,c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_L^{a,b,c} & Z_M^{a,b,c} \\ (Z_M^{a,b,c})^t & Z_A^{a,b,c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L^{a,b,c} \\ I_{L(\mathcal{F})}^{a,b,c} \end{bmatrix} \quad (7.29)$$

Trong phương trình (7.29) vectơ

và

được xem như là các vectơ dòng điện và điện áp vòng trong hệ thống đơn giản và

và

được xem như là các vectơ dòng điện và điện áp vòng phụ.

Vectơ

có thể tính toán cho ngắn mạch tại nút p từ phương trình (7.29) bằng cách xem dòng điện trong vòng phụ là:

$$\vec{I}_{L(\mathcal{F})}^{a, k, c} = \begin{pmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \\ \vec{I}_{L(\mathcal{F})}^{a, k, c} \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7.30)$$

Trong đó

được xem như vectơ dòng 3 pha của vòng phụ thứ p. Từ phương trình (7.29) ta có.

$$Z_L^{a, k, c} \cdot \vec{I}_L^{a, k, c} + Z_M^{a, k, c} \cdot \vec{I}_{L(\mathcal{F})}^{a, k, c} = \vec{E}_L^{a, k, c} \quad (7.31)$$

Từ

phương trình (7.31) trở thành.

$$Z_L^{a, k, c} \cdot \vec{I}_L^{a, k, c} + Z_M^{a, k, c} \cdot \vec{I}_{L(\mathcal{F})}^{a, k, c} = 0$$

Đối với hệ thống đơn giản dòng điện vòng tìm được là:

$$\vec{I}_L^{a, k, c} = -(Z_L^{a, k, c})^{-1} Z_M^{a, k, c} \cdot \vec{I}_{L(\mathcal{F})}^{a, k, c} \quad (7.32)$$

Điện áp vòng phụ từ phương trình (7.29) là:

$$\vec{E}_{L(\mathcal{F})}^{a, k, c} = (Z_M^{a, k, c})^t \vec{I}_L^{a, k, c} + Z_A^{a, k, c} \cdot \vec{I}_{L(\mathcal{F})}^{a, k, c}$$

Thế

vào trong phương trình từ (7.32) ta có .

$$\vec{E}_{L(p)}^{a, k, c} = \left\{ Z_A^{a, k, c} - (Z_M^{a, k, c})' (Z_L^{a, k, c})^{-1} Z_M^{a, k, c} \right\} \vec{I}_{L(p)}^{a, k, c}$$

(7.33)

Phương trình (7.33) xác định nguồn điện áp vòng phụ, từ dòng điện vòng phụ tính bởi phương trình (7.30).

Thực tế xác định dòng ngắn mạch với nguồn điện áp trong vòng phụ thứ p

phải bằng điện áp nút thứ p trước ngắn mạch. Tính toán nguồn điện áp của vòng phụ thứ p

thu được từ phương trình (7.33) dùng tương đương để tính toán dòng điện. Dòng ngắn mạch thực tế tại nút p là:

Đối với pha a:

(thực tế) = $I_{L(p)}^a$

(tương đương) $\frac{E_{p(0)}^a}{E_{L(p)}^a}$

Đối với pha b:

(thực tế) = $I_{L(p)}^b$

(tương đương) $\frac{E_{p(0)}^b}{E_{L(p)}^b}$

.....

Dòng điện vòng

$$\vec{I}_I^{a, k, c}$$

của hệ thống đơn giản có thể thu được từ phương trình (7.32) dùng dòng điện vòng hiện tại. Dòng nhánh bù cây có thể tính toán từ phương trình (7.27) và điện áp nút, sau đó có thể xác định từ phương trình (7.28).

Trong phương trình (7.33) xem dòng điện vòng phụ

$$\vec{I}_{I_F}^{a, k, c}$$

trong các nhánh cây phụ kết nối các nút của mạng điện với đất và vì vậy nó được xem là dòng nút. Điện áp vòng phụ

$$\vec{E}_{I(F)}^{a, k, c}$$

là điện áp nút thu được từ dòng điện hiện tại. Trong phương trình (7.33).

$$Z_A^{a, k, c} - (Z_M^{a, k, c})^t (Z_I^{a, k, c})^{-1} Z_M^{a, k, c} = Z_{A_{\text{net}}}^{a, k, c}$$

Vì vậy trong phương pháp ma trận tổng trở vòng dùng để xác định ma trận tổng trở nút cho tính toán ngắn mạch.

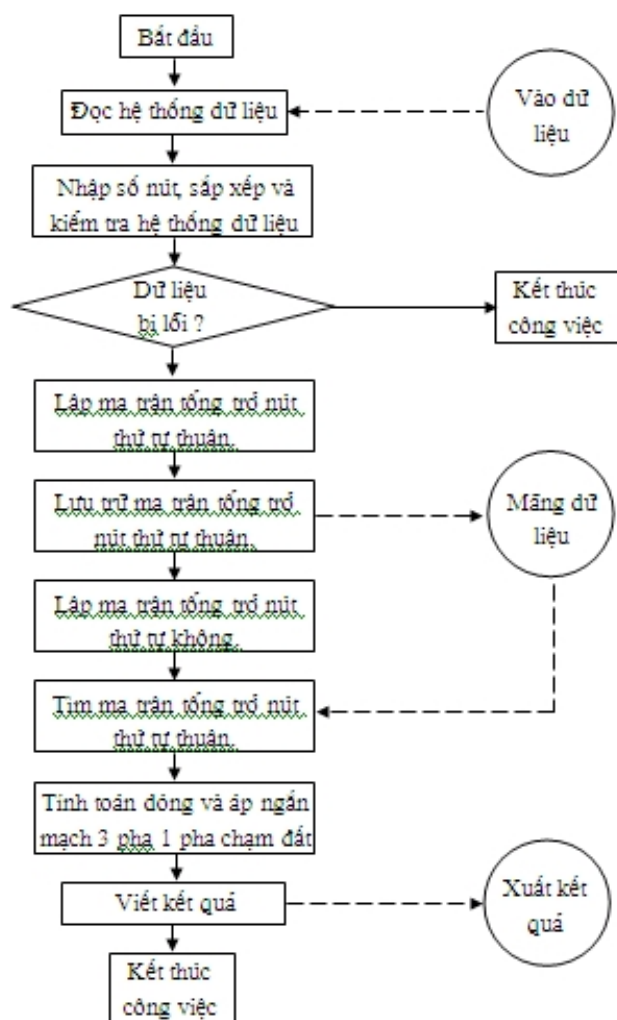
7.5. CHƯƠNG TRÌNH MÔ TẢ TÍNH TOÁN NGẮN MẠCH

Phần lớn nghiên cứu ngắn mạch là chỉ cần tính cho ngắn mạch 3 pha và 1 pha chạm đất. Tính ngắn mạch trong hệ thống điện là nhằm mục đích tính toán những sự cố, dùng ma trận tổng trở nút thứ tự thuận và thứ tự không biểu diễn như mục 7.3 và hệ thống điện đơn giản trình bày trong mục 7.2.

Dữ liệu nhập vào diễn tả hệ thống lý thuyết để thành lập nguồn năng lượng và các biến đổi trung gian. Dữ liệu cho máy phát, bộ tụ, số điểm nối và điện kháng thứ tự thuận thứ tự không. Về lý thuyết 1 pha gồm 2 thành phần, thành phần thứ nhất là cho mỗi một điểm nối dọc theo chiều dài đường dây là một điện kháng đường dây, thành phần thứ hai của đường dây là điện kháng tương hỗ đòi hỏi giữa hai dây với nhau. Máy biến áp về lý thuyết được xem như một điểm nối tại mỗi trạm với số cuộn dây, sự kết nối và điện kháng thứ tự thuận thứ tự không của nó.

Chương trình tính toán đầu tiên gán cho một dãy số nút và sắp xếp hệ thống dữ liệu cho thuận lợi, hình thành các ma trận tổng trở nút thứ tự thuận, thứ tự không. Kiểm tra và biểu diễn dữ liệu trong mỗi pha. Tiếp theo, thiết lập các ma trận tổng trở nút thứ tự thuận, thứ tự không. Ma trận được lưu trữ tạm thời trong vùng nhớ phụ để cung cấp cho chương trình tính tiếp theo. Sau đó các ma trận tổng trở nút thứ tự thuận và thứ tự không được gọi ra để dùng trong tính toán ngắn mạch. Từ ma trận đối xứng chỉ lưu trữ các thành phần trên đường chéo. Chương trình tính ngắn mạch thứ tự từng bước được trình bày trong hình 7.6.

Sơ đồ thuật toán tính toán ngắn mạch trong hệ thống điện:



Hình 7.6; Sơ đồ thuật toán tính toán ngắn mạch trong hệ thống điện

Nghiên cứu tính ổn định của quá trình quá độ phần i

Giới thiệu

Nghiên cứu tính ổn định của quá trình quá độ cung cấp những thông tin liên quan tới khả năng mất đồng bộ của hệ thống điện trong thời gian nhiễu loạn quan trọng, nguyên nhân là do mất nguồn phát, hoặc sự truyền dẫn đột ngột của các thiết bị hoặc chống đỡ sự thay đổi của phụ tải hoặc sự cố tạm thời. Đặc biệt vấn đề nghiên cứu này cung cấp những thay đổi về điện áp, dòng điện, công suất, tốc độ và môment của các máy trong hệ thống điện cũng như là sự thay đổi về điện áp của hệ thống và công suất trong khoảng thời gian ngay tức khắc theo sau sự nhiễu loạn. Độ ổn định của hệ thống điện là yếu tố quan trọng trong việc vạch phương thức vận hành. Để tăng độ tin cậy phải có chế độ bảo dưỡng liên tục cho các thiết bị điện, khi thiết kế hệ thống điện điều quan trọng là tính ổn định của hệ thống ở bất kỳ sự nhiễu loạn nào.

Công cụ phân tích hệ thống điện xoay chiều được dùng cho việc nghiên cứu tính ổn định của quá trình quá độ có được từ đặc trưng vận hành của hệ thống điện trong suốt thời gian nhiễu loạn, sự tính toán từng bước, mô tả sự vận hành của các máy được thực hiện bằng tay. Việc sử dụng máy tính để thực hiện tất cả các phép tính cho mạng lưới của máy phát là phần mở rộng tự nhiên của việc nghiên cứu chương trình tính trào lưu công suất.

Đặc tính của hệ thống điện trong suốt thời gian quá trình quá độ có thể có được từ phương trình đặc trưng của mạng điện. Việc sử dụng các phương trình đặc trưng dưới hình thức tổng trở nút được dùng trong việc tính toán ổn định của quá trình quá độ.

Trong việc nghiên cứu tính ổn định của quá trình quá độ thì việc tính toán trào lưu công suất được làm đầu tiên, để có được tình trạng của hệ thống trước sự nhiễu loạn. Trong việc tính toán này, mạng điện bao gồm hệ thống thanh góp, đường dây truyền dẫn và máy biến áp. Hơn nữa sự đặc trưng của mạng điện dùng cho việc nghiên cứu tính ổn định của quá trình quá độ bao gồm: Những thành phần cấu thành mạng điện, sơ đồ mạch tương đương đối với máy điện và trở kháng tĩnh hoặc là tổng dẫn so với đất đối với phụ tải.

Vì thế sau khi tính toán trào lưu công suất, ma trận tổng trở hay tổng dẫn của mạng điện phải được hiệu chỉnh để phản ánh sự thay đổi tính đặc trưng của mạng điện.

Đường đặc tính vận hành của máy điện đồng bộ và máy điện cảm ứng được mô tả bởi hệ phương trình vi phân. Số phương trình vi phân yêu cầu cho các máy điện còn phụ

thuộc vào chi tiết cần để mô tả đặc trưng của máy một cách chính xác. Hai phương trình vi phân bậc nhất cần phải có đối với sự đặc trưng đơn giản nhất của máy điện đồng bộ.

Sự phân tích tính ổn định của quá trình quá độ được thực hiện bởi sự kết hợp lời giải của các phương trình đại số mô tả mạng điện, với cách giải bằng phương pháp số của các phương trình vi phân. Việc giải các phương trình mạng điện dùng để nhận dạng hệ thống bằng cách lấy điện áp, dòng điện của vào hệ thống trong quá trình quá độ. Phương pháp biến đổi Euler và Runge - Kutta được thực hiện để giải các phương trình vi phân trong việc nghiên cứu tính ổn định của quá trình quá độ.

Phương trình dao động

Để xác định góc chuyển dịch giữa các máy điện và hệ thống điện trong điều kiện quá độ, điều cần thiết là phải giải các phương trình vi phân mô tả chuyển động của rôto máy điện. Từ các định luật cơ học liên quan đến vật thể quay, môment tác động trên rôto của máy điện là:

$$T = \frac{W.R^2}{g} . \alpha$$

Trong đó: T: Tổng đại số các môment, N -m

$W.R^2$: Môment quán tính, N - m²

g: Gia tốc trọng trường = 9,8m / s²

a: Gia tốc góc (rad/s²)

Góc lệch độ điện θ_e được tính từ góc lệch cơ θ_m và số đôi cực P/2 đó là:

$$\theta_e = \frac{P}{2} . \theta_m$$

Tần số f trong mỗi giây của chu kỳ là:

$$f = \frac{P}{2} . \frac{n}{60}$$

Từ phương trình (8.2) và (8.3) góc lệch độ điện tính bằng radian là:

$$\theta_e = \frac{60 f}{n} \theta_m$$

Vị trí của góc lệch độ điện d tính bằng radian của rôto liên quan đến sự quay đồng bộ hệ trục tọa độ là:

$$d = \varphi_e - \omega_0 t$$

Với: ω_0 : Là tốc độ đồng bộ định mức (rad/s)

t : Thời gian (s)

Lúc đó vận tốc góc hoặc độ trượt liên quan đến hệ trục tọa độ là:

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{d\theta_e}{dt} - \omega_0$$

Và gia tốc góc là:

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{d^2\theta_e}{dt^2}$$

Để biến đổi ta lấy đạo hàm theo thời gian của phương trình (8.4) và thay thế:

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{60 f}{n} \cdot \frac{d^2\theta_m}{dt^2}$$

Mà

$$\frac{d^2\theta_m}{dt^2} = \alpha$$

Sau đó thay thế vào trong phương trình (8.1), môment hữu ích là:

$$T = \frac{W \cdot R^2}{g} \cdot \frac{n}{60 f} \cdot \frac{d^2\delta}{dt^2}$$

Đó là giải pháp để diễn tả môment trong hệ đơn vị tương đối. Môment cơ bản được định nghĩa là môment cần thiết để triển khai công suất định mức tại tốc độ định mức đó là:

$$\text{Môment cơ bản} = \frac{\text{Đơn vị cơ bản kva} \left(\frac{555}{0,746} \right)}{2\pi \left(\frac{n}{60} \right)}$$

Mà môment cơ bản là foot - pound. Vì thế môment trong hệ đơn vị tương đối là:

$$T = \frac{\frac{W.R^2}{g} \cdot \frac{2\pi}{f} \left(\frac{n}{60} \right)^2 \frac{0,746}{550}}{\text{Đơn vị cơ bản kva}} \cdot \frac{d^2 \delta}{dt^2} \quad (8.5)$$

Hằng số quán tính H của máy điện được định nghĩa như một động năng tại tốc độ định mức trong đơn vị kw hay kva. Động năng trong foot - pound là:

$$W_d = \frac{1}{2} \cdot \frac{W.R^2}{g} \cdot \omega_0^2$$

Mà

$$\omega_0 = 2\pi \cdot \frac{n}{60}$$

Với: n là tốc độ định mức. Vì vậy.

$$H = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{W.R^2}{g} \cdot (2\pi)^2 \left(\frac{n}{60} \right)^2 \frac{0,746}{550}}{\text{Đơn vị cơ bản kva}}$$

Thay thế vào trong phương trình (8.5) là:

$$T = \frac{H}{\pi \cdot f} \cdot \frac{d^2 \delta}{dt^2}$$

Biểu diễn môment trên rôto của máy phát bao gồm môment cơ đưa vào từ các động cơ chính, môment do sự suy giảm tốc độ quay (do ma sát, gió, lõi thép,...), môment điện lấy ra và sự suy giảm môment do động cơ chính, máy phát và hệ thống điện. Môment điện và môment cơ tác động lên rôto của một động cơ được ký hiệu đối ngược nhau là kết quả của điện đưa vào và phụ tải cơ lấy ra. Bỏ qua sự suy giảm và hãm tốc độ quay, môment gia tốc T_a là:

$$T_a = T_m - T_e$$

Với T_m : Là môment cơ.

T_e : Là môment điện của khe hở không khí.

Vậy phương trình (8.6) trở thành:

$$\frac{H}{\pi \cdot f} \cdot \frac{d^2 \delta}{dt^2} = T_m - T_e$$

Từ đó môment và công suất trong đơn vị tương đối bằng nhau đối với độ lệch nhỏ trong tốc độ, phương trình (8.7) trở thành:

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{\pi \cdot f}{H} \cdot (P_m - P_e)$$

Trong đó: P_m : Công suất cơ

P_e : Công suất điện khe hở không khí.

Vậy phương trình vi phân bậc hai này có thể được viết như hai phương trình vi phân bậc nhất.

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \delta}{dt^2} &= \frac{d\omega}{dt} = \frac{\pi \cdot f}{H} \cdot (P_m - P_e) \\ \text{Và} \quad \frac{d\delta}{dt} &= \frac{d\theta_e}{dt} - \omega_0 \end{aligned} \quad (8.8)$$

Từ đó tốc độ đồng bộ định mức tính bằng radian trong mỗi giây là $2\pi f$, phương trình (8.8) trở thành.

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - 2\pi \cdot f$$

Phương trình máy điện

Máy điện đồng bộ.

Trong việc nghiên cứu ổn định của quá trình quá độ, đặc biệt chỉ phân tích những vấn đề liên quan đó trong khoảng thời gian ngắn vào khoảng thời gian 1 giây hoặc nhỏ hơn, máy điện đồng bộ có thể được mô tả bằng nguồn áp sau điện kháng quá độ có độ lớn không đổi, dù có sự thay đổi về vị trí góc. Sự biểu diễn này bỏ qua ảnh hưởng của sự lỗi

lỗi và giả thiết từ thông móc vòng không đổi và sự thay đổi nhỏ về tốc độ. Điện áp sau điện kháng quá độ được xác định từ.

$$E' = E_t + r_a \cdot I_t + jx'_d \cdot I_t$$

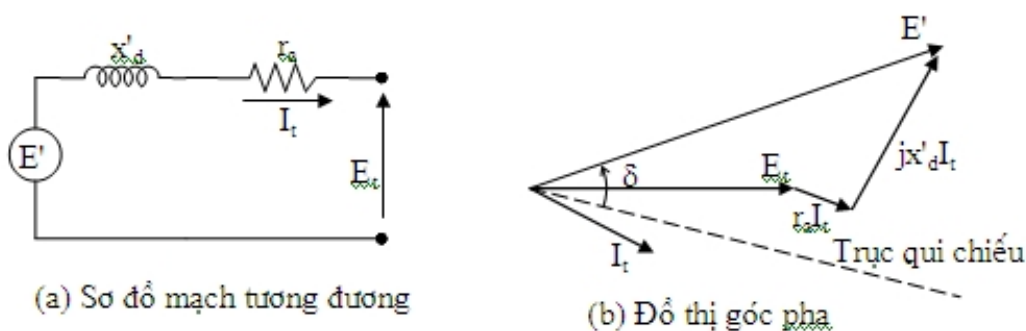
Với: E' : Là điện áp sau kháng điện quá độ

E_t : Là điện áp ở đầu cực máy điện.

I_t : Là dòng điện ở đầu cực máy điện.

r_a : Là điện trở phần ứng.

x'_d : Là điện kháng quá độ.



Hình 8.1: Sự biểu diễn của máy điện đồng bộ.

Sự biểu diễn của máy điện đồng bộ được sử dụng để giải quyết mạng điện và tương ứng đồ thị góc pha được biểu diễn như hình 8.1

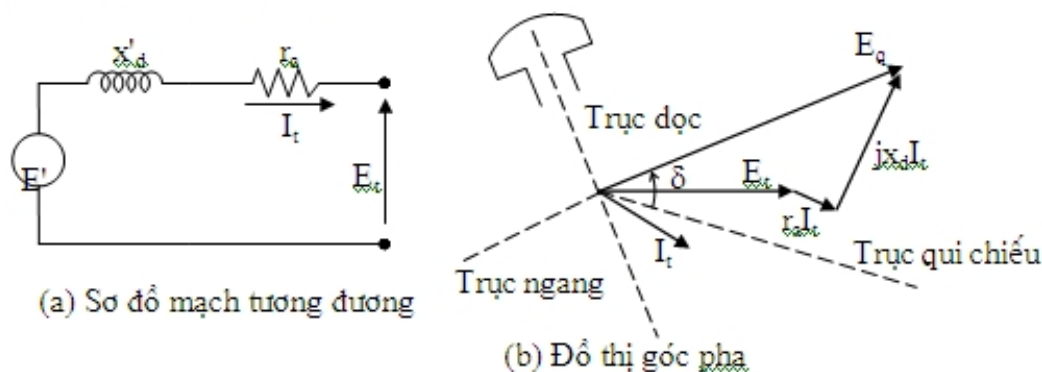
Sự lỗi lệch và sự biến thiên của từ thông móc vòng có thể được đưa vào tính toán bằng việc biểu diễn những ảnh hưởng của đại lượng xoay chiều 3 pha của máy điện đồng bộ do tác động của các thành phần dọc trục và ngang trục. Dọc trục là dọc theo đường trục của cực máy và ngang trục là sớm pha hơn dọc trục 90^0 điện. Vị trí của trục ngang có thể được xác định bởi sự tính toán điện áp giả thiết đặt lên trục này. Đây là điện áp sau điện kháng đồng bộ ngang trục và được xác định.

$$E_q = E_t + r_a I_t + jx_q I_t$$

Với: E_q : Là điện áp sau kháng điện đồng bộ ngang trục.

x_q : Là điện kháng đồng bộ ngang trục

E' Những đặc trưng đó của máy điện đồng bộ sử dụng cho cách giải tích mạng điện và đồ thị góc pha tương ứng được trình bày trên hình 8.2



Hình 8.2: Sự biểu diễn của máy điện đồng bộ

Từ thông hình sin sinh ra bởi dòng điện kích từ tác động dọc trục. Điện áp cảm ứng sinh ra bởi dòng kích từ chậm trễ sau từ thông này 90^0 vì thế gọi là điện áp ngang trục. Điện áp này có thể được xác định bằng cách cộng điện áp trên cực E_t , điện áp rơi trên điện trở phần ứng và điện áp rơi đặc trưng ảnh hưởng của sự khử từ dọc trục và ngang trục. Lúc đó bỏ qua ảnh hưởng của sự bão hòa.

$$E_T = E_t + r_a I_t + j x_d I_d + j x_q I_q$$

Trong đó: E_T : Là điện áp tương ứng với dòng điện kích từ.

x_d : Là điện kháng đồng bộ dọc trục

x_q : Là điện kháng đồng bộ ngang trục

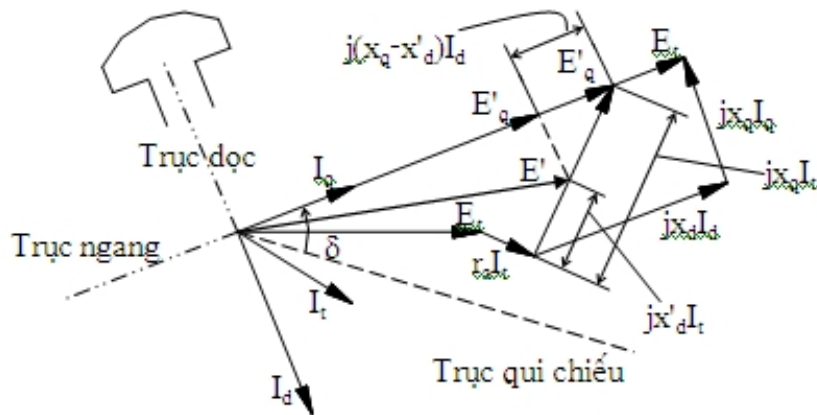
I_d : Là thành phần dọc trục của dòng điện ở cực máy

I_q : Là thành phần ngang trục của dòng điện ở cực máy.

Đồ thị góc pha biểu diễn E_T cũng như điện áp sau điện kháng quá độ được trình bày trên hình 8.3

Thành phần ngang trục của điện áp sau điện kháng quá độ từ đồ thị góc pha là:

$$E'_q = E_q - j(x_q - x'_d)I_d$$



Hình 8.3: Đồ thị góc pha để xác định thành phần ngang trục của điện áp sau điện kháng quá độ

Mà E'_q là điện áp tỷ lệ với từ thông móc vòng kết quả này từ sự kết hợp ảnh hưởng của từ trường và dòng điện phản ứng. Từ đó từ thông móc vòng sẽ không thay đổi một cách tức thời theo sau sự nhiễu loạn, E'_q cũng không thay đổi một cách tức thời. Tốc độ thay đổi của E'_q dọc theo trục ngang tùy thuộc vào điện áp kích từ được điều khiển bởi bộ điều chỉnh và bộ kích từ, điện áp tỷ lệ với dòng điện kích từ và hằng số thời gian mạch hở của quá trình quá độ dọc trục được cho bởi:

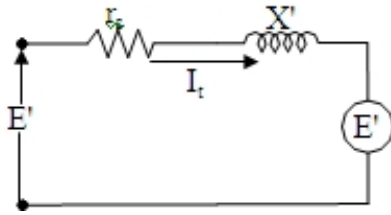
$$\frac{dE'_q}{dt} = \frac{1}{T'_{d0}} (E_{fd} - E'_q)$$

Với E_{fd} : Là số hạng đặc trưng cho điện áp kích từ tác động dọc theo trục ngang.

T'_{d0} : Là hằng số thời gian mạch hở dọc trục của quá trình quá độ.

Máy điện cảm ứng.

Việc nghiên cứu tính ổn định quá trình quá độ của phụ tải trong hệ thống điện, gồm các động cơ cảm ứng, thông thường có thể đặc trưng một cách thích hợp bởi các tổng trở mạch rẽ. Tuy nhiên trong việc nghiên cứu phụ tải sự liên quan của các động cơ cảm ứng lớn, là điều cần thiết để đặc trưng các động cơ cảm ứng một cách chi tiết. Động cơ cảm ứng được sử dụng rộng rãi trong quá trình công nghiệp và có thể có những ảnh hưởng quan trọng trong đặc trưng quá trình quá độ của hệ thống điện.



Hình 8.4: Đặc trưng đơn giản hóa máy điện cảm ứng

Một đặc trưng tuyến tính hợp lý của máy điện cảm ứng có thể thu được bằng cách đưa vào tính toán ảnh hưởng của quá trình quá độ cơ và quá trình quá độ điện từ của rôto. Ảnh hưởng của quá trình quá độ điện từ stato trong hệ thống luôn được bỏ qua. Sơ đồ mạch tương đương biểu diễn trong hình 8.4 được sử dụng để biểu diễn cách thức quá trình quá độ của một động cơ cảm ứng bao gồm ảnh hưởng của quá trình quá độ cơ điện của rôto. Với hằng số thời gian riêng không đổi.

Phương trình vi phân mô tả mức thay đổi của điện áp sau điện kháng quá độ X' là :

$$\frac{dE'}{dt} = -j2\pi f_s E' - \frac{1}{T_0} \{ E' - j(X - X') I_t \}$$

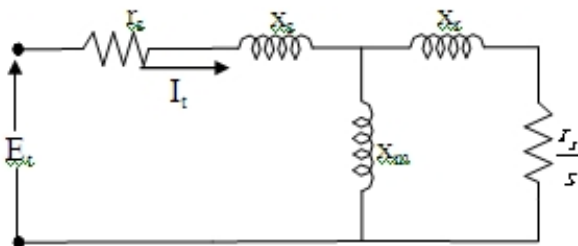
Mà hằng số thời gian mạch hở rôto T_0 tính bằng giây là:

$$T_0 = \frac{x_s + x_m}{2\pi f r_r}$$

Và dòng điện tại đầu cực là:

$$I_t = (E_t - E') \frac{1}{r_s + jX'}$$

Điện kháng X và X' có thể thu được từ trạng thái ổn định thông thường mạch tương đương của máy điện cảm ứng như trên hình (8.5) .



Hình 8.5: Sơ đồ mạch tương đương của máy điện cảm ứng ở trạng thái ổn định

Với: r_s : Là điện trở của stato trong đơn vị tương đối.

x_s : Là điện kháng của stato trong đơn vị tương đối

r_r : Là điện trở của stato trong đơn vị tương đối.

x_r : Là điện kháng của rôto trong đơn vị tương đối.

x_m : Là điện kháng từ hóa trong đơn vị tương đối.

s : Là hệ số trượt của rôto trong đơn vị tương đối

Điện trở và điện kháng đều cùng công suất cơ bản. Tỷ số điện áp cơ bản của stato và rôto bằng với tỷ số điện áp mạch hở lúc dừng. Hệ số trượt lúc dừng là:

$$s = \frac{\text{Tốc độ đồng bộ} - \text{tốc độ thực}}{\text{Tốc độ đồng bộ}}$$

Khi điện trở của rôto r_r nhỏ hơn so với điện kháng X_r thì trong tính toán của X và X' có thể bỏ qua. Từ mạch tương đương của trạng thái ổn định, thì điện kháng của mạch hở xấp xỉ là:

$$X = x_s + x_m$$

Điện kháng của khối rôto xấp xỉ là:

$$X' = x_r + \frac{x_r \cdot x_m}{x_m + x_r}$$

Phương trình hệ thống điện

Đặc trưng của phụ tải.

Phụ tải của hệ thống điện đúng hơn là các động cơ được đặc trưng bởi các mạch tương đương, để xử lý trong thời gian quá trình quá độ. Những đặc trưng được sử dụng thông thường là trở kháng tĩnh hoặc là tổng dẫn đối với đất, dòng điện không đổi tại hệ số công suất xác định, công suất tác dụng và phản kháng không đổi hay là sự kết hợp của những đặc trưng này.

Phụ tải không đổi bằng công suất tác dụng và phản kháng cho trước tại nút phụ tải hoặc là tỷ lệ phần trăm của những giá trị đã định rõ trong trường hợp biểu diễn kết hợp. Các thông số đó kết hợp với trở kháng tĩnh và dòng điện không đổi có được từ nút phụ tải cho trước và nút điện áp tính toán từ cách giải trào lưu công suất đối với hệ thống trước sự nhiễu loạn. Giá trị đầu của dòng điện đối với sự biểu diễn của dòng điện không đổi có được từ:

$$I_{p0} = \frac{P_{Lp} - jQ_{Lp}}{E_p^*}$$

Với: P_{Lp} và Q_{Lp} là phụ tải của nút đã cho trước và E_p điện áp của nút đã được tính toán, dòng điện I_{p0} chảy từ nút p đến đất, đó là nút 0. Độ lớn và hệ số góc công suất của I_{p0} vẫn giữ không đổi.

Tổng dẫn tĩnh y_{p0} sử dụng để biểu diễn phụ tải tại nút p, có thể có được từ :

$$(E_p - E_0) y_{p0} = I_{p0}$$

Trong đó: E_p là điện áp nút đã tính toán và E_0 là điện áp tại mặt đất bằng 0.

Vì thế.

$$y_{p0} = \frac{I_{p0}}{E_p}$$

Nhân cả hai số, số chia và số bị chia của phương trình (8.9) bởi E_p và tách biệt phần thực và phần ảo.

$$g_{p0} = \frac{P_{Lp}}{e_p^2 + f_p^2} \quad \text{và} \quad b_{p0} = \frac{Q_{Lp}}{e_p^2 + f_p^2}$$

$$\text{Mà } y_{p0} = g_{p0} - jb_{p0}$$

Phương trình đặc trưng của mạng điện.

Phương trình đặc trưng của mạng điện sử dụng cho việc tính toán trào lưu công suất của mạng điện, có thể được ứng dụng để mô tả đặc trưng của mạng điện trong khoảng thời gian quá trình quá độ. Sử dụng ma trận tổng trở nút với đất như hệ quy chiếu, phương trình điện áp cho nút p là:

$$E_p = \frac{(P_p - jQ_p) L_p}{E_p^*} - \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n Y_{pq} \cdot E_q$$

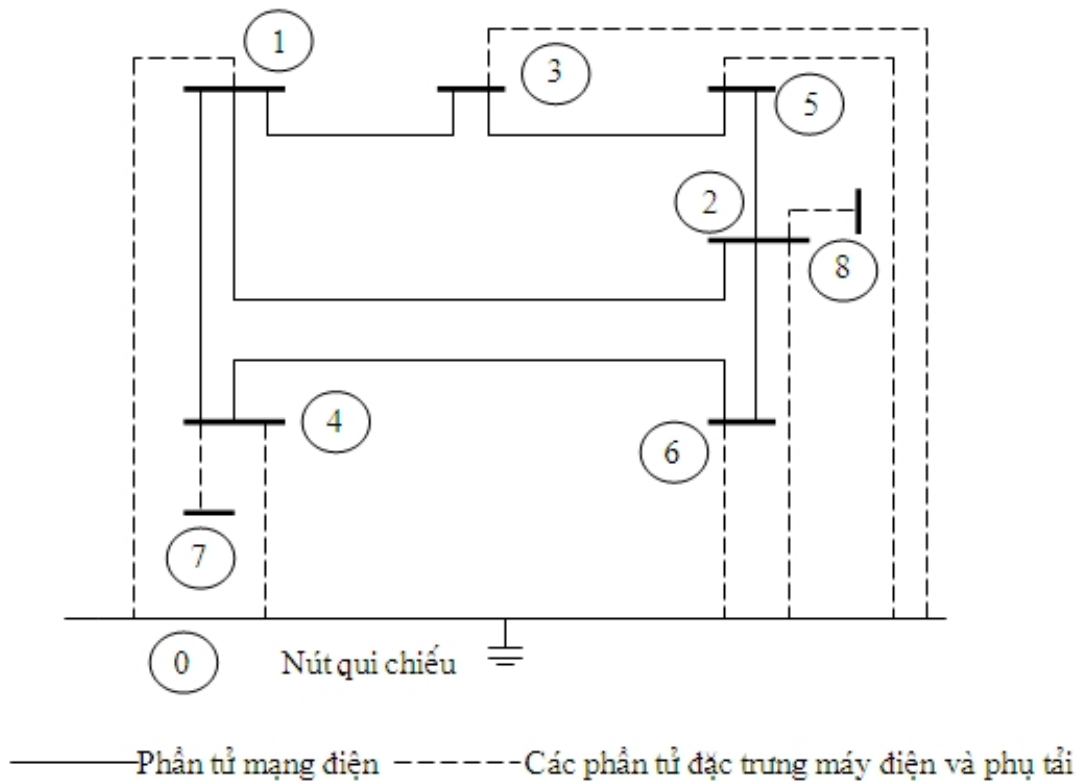
Số hạng $(P_p - jQ_p) / E_p^*$ trong phương trình (8.10) đặc trưng cho dòng điện phụ tải tại nút p. Đối với sự biểu diễn của dòng điện phụ tải không đổi.

$$\frac{P_p - jQ_p}{(E_p^k)^*} = |I_{p0}| / (\theta_p^k + \theta_p)$$

Với: φ_p là hệ số góc công suất và φ_p^k là góc lệch điện áp liên quan đến trục tọa độ. Khi công suất không đổi được dùng để đặc trưng cho phụ tải $(P_p - jQ_p)L_p$ sẽ là hằng số nhưng điện áp nút E_p sẽ thay đổi theo mỗi phép lặp. Khi phụ tải tại nút p được đặc trưng bởi tổng dẫn tĩnh đối với đất thì dòng điện tác động tại nút p bằng 0 vì thế.

$$\frac{(P_p - jQ_p) L_p}{E_p^*} = 0$$

Trong việc sử dụng phương trình (8.10) để mô tả đặc trưng của mạng điện đối với việc phân tích quá trình quá độ thì các thông số phải được hiệu chỉnh bao gồm ảnh hưởng của các phần tử tương đương cần để đặc trưng tính đồng bộ máy điện cảm ứng và phụ tải. Thông số đường dây Y_{Lpq} phải được hiệu chỉnh đối với phần tử mới và thông số đường dây thêm vào phải được tính toán cho mỗi phần tử mạng điện mới. Hệ thống trình bày trên hình 8.6 mà nó cũng được sử dụng để minh họa kỹ thuật giải quyết trào lưu công suất.



Hình 8.6: Sơ đồ hệ thống công suất đối với việc phân tích quá trình quá độ

Đặc trưng tất cả phụ tải như tổng dẫn tĩnh đối với đất, phương trình điện áp cho nút 1 là.

$$E_1 = -Y.L_{12}.E_2 - Y.L_{13}.E_3 - Y.L_{14}.E_4 - Y.L_{10}.E_0$$

$$\text{Với: } Y.L_{12} = Y_{12}.L_1$$

$$Y.L_{13} = Y_{13}.L_1$$

$$Y.L_{14} = Y_{14}.L_1$$

Các phần tử Y_{12} , Y_{13} và Y_{14} từ ma trận tổng dẫn nút của mạng điện là giống như trong sự biểu diễn trào lưu công suất. Tuy nhiên.

$$L_1 = \frac{1}{Y_{11}}$$

$$\text{Với } Y_{11} = y_{12} + y_{13} + y_{14} + y_{10}$$

Bao gồm sự biểu diễn tổng dẫn tĩnh phụ tải. Từ đó E_0 bằng 0, thông số đường dây Y_{L10} không có trong việc tính toán, phương trình điện áp cho nút 2 là:

$$E_2 = -Y.L_{21}.E_1 - Y.L_{25}.E_5 - Y.L_{26}.E_6 - Y.L_{28}.E_8$$

Với nút 8 là nút mới. Trong trường hợp này phần tử tổng dẫn đường chéo đối với nút 2 là:

$$Y_{22} = y_{21} + y_{25} + y_{26} + y_{20} + y_{28}$$

Với y_{20} là tổng dẫn tĩnh biểu diễn phụ tải, y_{28} là tổng dẫn tương đương của máy. Công thức đối với phép lặp Gauss - Seidel của mạng điện trình bày trên hình 8.6 là:

$$\begin{aligned} E_1^{k+1} &= -Y.L_{12}.E_2^k - Y.L_{13}.E_3^k - Y.L_{14}.E_4^k \\ E_2^{k+1} &= -Y.L_{21}.E_1^{k+1} - Y.L_{23}.E_3^k - Y.L_{24}.E_4^k - Y.L_{28}.E_8^k \\ E_3^{k+1} &= -Y.L_{31}.E_1^{k+1} - Y.L_{33}.E_3^k \\ E_4^{k+1} &= -Y.L_{41}.E_1^{k+1} - Y.L_{44}.E_4^k - Y.L_{47}.E_7^k \\ E_5^{k+1} &= -Y.L_{52}.E_2^{k+1} - Y.L_{53}.E_3^k \\ E_6^{k+1} &= -Y.L_{62}.E_2^{k+1} - Y.L_{64}.E_4^k \end{aligned}$$

Điện áp của nút đầu tiên thu được từ cách giải trào lưu công suất trước sự nhiễu loạn. Điện áp đầu tiên đối với nút thứ 7 và 8 có được từ mạch tương đương biểu diễn máy điện. Điện áp đối với những nút tiếp theo được tính từ phương trình vi phân mô tả đặc trưng của máy điện.

Trong quá trình tính toán thì độ lớn và góc lệch pha của điện áp nút sau tổng dẫn tương đương của máy điện được giữ không đổi. Nếu sự cố 3 pha thì được mô phỏng bằng cách đặt điện áp tại nút sự cố bằng 0 và giữ không đổi.

Nếu ma trận trở kháng nút được sử dụng đối với việc nghiên cứu tính ổn định của quá trình quá độ, thì mặt đất được xem như một điểm quy chiếu, bởi vì tất cả điện áp nút của mạng điện ngoại trừ nút sự cố thay đổi trong suốt thời gian quá trình quá độ. Để khỏi cần hiệu chỉnh ma trận trở kháng nút đối với sự thay đổi nút quy chiếu, mặt đất cũng được sử dụng như một nút quy chiếu trong việc tính toán trào lưu công suất.

Khi đất được sử dụng như một nút quy chiếu đối với việc tính toán trào lưu công suất và phụ tải được đặc trưng như nguồn dòng thì ma trận trở kháng nút chỉ gồm tụ điện, bộ điện kháng và các phần tử của đường dây đối với đất. Trong trường hợp này ma trận trở kháng nút rơi vào điều kiện xấu và tính hội tụ của cách giải đó không đạt được. Trong cách dẫn dắt khác nếu các phụ tải được đặc trưng chỉ như trở kháng để cải thiện đặc tính hội tụ thì những trở kháng này và ma trận trở kháng nút sẽ được hiệu chỉnh trong phép giải lặp đối với sự thay đổi điện áp nút. Để khắc phục khó khăn này chỉ một phần của mỗi phụ tải được đặc trưng như một trở kháng đối với đất. Phần còn lại của phụ tải có thể được đặc trưng như nguồn dòng mà nguồn dòng đó thay đổi cùng với điện áp nút để sao cho tổng dòng điện nút phải thỏa mãn với công suất của phụ tải đã xác định.

Sau khi cách giải trào lưu công suất có được thì ma trận trở kháng phải được hiệu chỉnh bao gồm các phần tử mới của mạng điện, biểu diễn máy điện và tính toán đối với những thay đổi trong sự đặc trưng của phụ tải. Mỗi đặc trưng của máy điện là một nhánh đối với nút mới, và mỗi sự biểu diễn của phần tử phụ tải thay đổi là cộng thêm một nhánh bù cây đối với đất.

Công thức lặp đối với đặc tính của mạng điện trong suốt thời gian quá độ sử dụng đất như hệ quy chiếu là:

$$E_p^{t+1} = \sum_{q=1}^{n+m} (Z_{pq} \cdot I_q) \quad p=1, 2, \dots, n; \quad p \neq f$$

Với n là số nút của mạng điện, m là số nút sau trở kháng tương đương của máy điện và f là nút sự cố. Vectơ dòng điện I_q được bao gồm dòng điện phụ tải hoặc là dòng điện không đổi hoặc là công suất không đổi và dòng điện có được từ sơ đồ mạch tương đương của máy điện.

Trong sự ứng dụng của ma trận trở kháng nút chỉ những hàng và cột đó phù hợp với máy điện, công suất không đổi, nguồn dòng không đổi cần được giữ lại đối với cách giải mạng điện. Tất cả các hàng và cột phải được duy trì lại, tuy nhiên nếu điện áp của hệ thống và luôn công suất được đòi hỏi trong việc tính toán quá trình quá độ.

Những phương pháp đã mô tả sử dụng ma trận trở kháng và tổng dẫn nút và việc biểu diễn mỗi máy như một điện áp sau trở kháng của máy là một sự ứng dụng của định lý Thevenin's. Một hệ thống xoay chiều đặc trưng cho máy điện như nguồn dòng giữa nút đầu cực máy với đất và nối song song với trở kháng của máy. Đây là sự ứng dụng của định lý Norton's. Điều này loại bỏ yêu cầu để thiết lập nút phụ sau trở kháng của mỗi máy. Dòng điện của máy được tính toán bằng cách sử dụng điện áp bên trong máy và trở kháng của máy. Dòng điện này được giữ không đổi trong cách giải lặp của mạng điện.

Kĩ thuật giải quyết

Tính toán mở đầu.

Bước đầu tiên của việc nghiên cứu tính ổn định của quá trình quá độ là tính toán trào lưu công suất để có được điều kiện của hệ thống trước sự nhiễu loạn. Sau đó dữ liệu của hệ thống phải được hiệu chỉnh để phù hợp với đặc trưng mong muốn đối với sự phân tích quá trình quá độ. Hơn nữa dòng điện của máy điện trước sự nhiễu loạn được tính toán từ:

$$I_{ij} = \frac{P_{ij} - jQ_{ij}}{E_{ij}^*} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Với m là số máy P_{ij} và Q_{ij} là công suất được cho trong lịch trình hoặc tính toán công suất tác dụng và phản kháng trên cực máy. Công suất tính toán cho máy tại nút dễ bị ảnh hưởng và điện áp các nút có được từ lời giải trào lưu công suất ban đầu. Cuối cùng điện áp sau trở kháng của máy phải được tính lại.

Khi máy điện thứ i được đặc trưng bởi nguồn áp sau điện kháng quá độ có độ lớn không đổi thì điện áp có được từ:

$$E'_{i(0)} = E_{ij} + r_{ij} \cdot I_{ij} + jx'_{ij} \cdot I_{ij}$$

Với $E'_{i(0)} = e'_{i(0)} + j f'_{i(0)}$

Và $E'_{i(0)}$ là giá trị ban đầu sử dụng trong lời giải của phương trình vi phân, góc lệch điện áp ở đầu cực lúc đầu là:

$$\delta_{i(0)} = \tan^{-1} \left(\frac{f'_{i(0)}}{e'_{i(0)}} \right)$$

Tốc độ ban đầu $w_i(0)$ tính bằng radian trong mỗi giây là $2\pi f$, mà f là tần số trong mỗi giây của chu kỳ. Công suất cơ đầu tiên đưa vào $P_{mi(0)}$ bằng với công suất điện khe hở không khí P_{ei} trước sự nhiễu loạn có thể thu được từ:

$$P_{ei} = P_{ji} + |I_{ji}|^2 \cdot r_{aj}$$

Với $|I_{ji}|^2 \cdot r_{aj}$ biểu thị cho tổn thất của stato.

Khi ảnh hưởng của chỗ lồi lõm và sự thay đổi của từ thông móc vòng được đưa vào tính toán thì điện áp sau kháng điện đồng bộ ngang trục được sử dụng để mô tả máy điện. Điện áp này được tính toán từ:

$$E_{gj} = E_{ji} + r_{aj} \cdot I_{ji} + jx_{gj} \cdot I_{ji}$$

Mà $E_{qi} = e_{qi} + jf_{qi}$

Khi đó góc lệch điện áp ở đầu cực máy lúc đầu là:

$$\delta_{(0)} = \tan^{-1} \left(\frac{f_{gj}}{e_{gj}} \right)$$

Khi biểu diễn một cách đơn giản hóa thì tốc độ ban đầu bằng $2\pi f$ và công suất cơ ban đầu bằng công suất điện khe hở không khí P_{ei} .

Sự tính toán điện áp tỷ lệ với dòng kích từ E_{ti} và điện áp tỷ lệ với từ thông móc vòng $E'_{qi(0)}$ cũng yêu cầu đối với sự biến đổi này. Điện áp này có được từ:

$$E_{Tj} = E_{ji} + r_{aj} \cdot I_{ji} + jx_{dj} \cdot I_{dj} + jx_{gj} \cdot I_{ji}$$

Và $E'_{qi(0)} = E_{qi} - (x_{qi} - x'_{di})I_{di}$

Với $E'_{qi(0)}$ là giá trị ban đầu sử dụng trong lời giải của phương trình vi phân, cuối cùng điện áp kích từ ban đầu $E_{fdi(0)}$ bằng với E_{Tj} nếu bỏ qua sự bảo hòa.

Bước tiếp theo là thay đổi các thông số của hệ thống để mô phỏng sự nhiễu loạn. Việc cắt bỏ các phần tử thích hợp của mạng điện có thể ảnh hưởng đến tổn thất của sự phát điện, phụ tải và thiết bị truyền dẫn. Một sự cố 3 pha có thể được mô phỏng bằng cách đặt điện áp tại nút sự cố bằng 0. Sau đó các phương trình của mạng điện đã hiệu chỉnh được giải quyết để có được trạng thái của hệ thống tại một thời điểm tức thời sau khi xảy ra sự nhiễu loạn.

Các phương pháp kỹ thuật đối với cách giải trào lưu công suất có thể được sử dụng để có được điện áp nút mới đối với mạng điện. Tuy nhiên trong lời giải lặp thì thanh góp sau điện kháng của máy phải được xử lý khác nhau tùy thuộc vào đặc trưng của máy. Khi máy điện được đặc trưng bởi nguồn áp có độ lớn không đổi sau điện kháng quá độ thì điện áp của nút bên trong máy được giữ cố định trong toàn bộ quá trình một lần lặp. Khi máy điện được đặc trưng bởi thành phần dọc và ngang trục, thì điện áp của nút bên trong máy được giữ cố định trong một lần lặp. Tuy nhiên ở giai đoạn cuối của mỗi phép lặp điện áp phải được tính lại để phản ánh sự thay đổi điện áp ở cực máy E_{ti} . Lúc đầu điện áp mới đối với thanh góp bên trong có được bằng cách tính toán dòng điện ở cực máy mới từ:

$$I_{ij}^{k+1} = (E_{gi}^k - E_{ij}^{k+1}) \frac{1}{r_{gi} + jx_{gi}}$$

Sau đó thành phần mới của dòng điện dọc theo trục dọc được xác định. Cuối cùng điện áp sau điện kháng đồng bộ ngang trục được tính từ:

$$E_{gi}^{k+1} = E'_{gi(0)} + (x_{gi} - x'_{gi}) I_{ij}^{k+1}$$

Với $E'_{qi(0)}$ và $d_i(0)$ góc lệch của E_{qi} được giữ cố định.

Khi lời giải mạng điện đã đạt được thì dòng điện ở cực máy trở thành giá trị ban đầu đối với cách giải các phương trình vi phân. Phương trình này được sử dụng để tính toán công suất khe hở không khí ban đầu của máy.

$$P_{e_{i(0)}} = \text{Re}(I_{i(0)} \cdot E_{i(0)}^*)$$

Khi độ lớn của điện áp sau kháng điện quá độ được giữ cố định hoặc từ:

$$P_{e_{i(0)}} = \text{Re}(I_{i(0)} \cdot E_{gi(0)}^*)$$

Khi ảnh hưởng của những chỗ lồi lõm và sự thay đổi từ thông móc vòng được đưa vào tính toán. Điện áp ban đầu $E_{qi(0)}$ có được cũng từ cách giải của mạng điện tại thời điểm tức thời sau sự nhiễu loạn.

Phương pháp biến đổi Euler

Khi máy điện được đặc trưng bằng nguồn áp có độ lớn không đổi sau điện kháng quá độ thì nó cần thiết cho việc giải 2 phương trình vi phân bậc nhất để thu được sự biến thiên góc lệch điện áp bên trong d_i , và tốc độ máy ω_i . Thật vậy đối với m máy mà tất cả các

máy được đặc trưng một cách đơn giản hóa thì cần giải 2m phương trình cùng một lúc là điều cần thiết. Những phương trình đó là:

$$\frac{d\delta_i}{dt} = \omega_{i(t)} - 2\pi f$$

$$\frac{d\omega_i}{dt} = \frac{\pi f}{H_i} (P_{mi} - P_{ei(t)}) \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Nếu không có tác động của bộ điều chỉnh thì P_{mi} vẫn không đổi và:

$$P_{mi} = P_{mi(0)}$$

Trong việc áp dụng phương pháp biến đổi Euler, phương pháp ước tính ban đầu của góc lệch điện áp bên trong và tốc độ máy tại thời điểm $(t + \Delta t)$ có được từ:

$$\delta_{i(t+\Delta t)}^{(0)} = \delta_{i(t)}^{(1)} + \left. \frac{d\delta_i}{dt} \right|_{(t)} \Delta t$$

$$\omega_{i(t+\Delta t)}^{(0)} = \omega_{i(t)}^{(1)} + \left. \frac{d\omega_i}{dt} \right|_{(t)} \Delta t \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Mà các đạo hàm được tính từ phương trình (8.11) và $P_{ei(t)}$ là công suất của máy tại thời điểm t . Khi $t = 0$ công suất của máy $P_{ei(t)}$ có được từ cách giải mạng điện tại thời điểm sau khi xảy ra nhiễu loạn.

Ước tính thứ hai có được bằng cách tính các đạo hàm tại thời điểm. Điều này đòi hỏi ước tính ban đầu phải được xác định đối với công suất của máy tại thời điểm. Công suất này có được bằng cách tính toán các thành phần mới của điện áp bên trong từ:

$$\begin{aligned} e_{i(t+\Delta t)}^{(0)} &= |E_i| \cos \delta_{i(t+\Delta t)}^{(0)} \\ f_{i(t+\Delta t)}^{(0)} &= |E_i| \sin \delta_{i(t+\Delta t)}^{(0)} \end{aligned}$$

Sau cách giải của mạng điện đã đạt được sự cân bằng thì điện áp tại nút bên trong máy cố định. Khi có sự cố 3 pha trên nút f thì điện áp nút E_f cũng giữ cố định bằng 0. với sự tính toán điện áp của nút và điện áp bên trong thì dòng điện đầu cực máy có thể được tính từ:

$$I_{fi(t+\Delta t)}^{(0)} = (E_{fi(t+\Delta t)}^{(0)} - E_f^{(0)}) \cdot \frac{1}{X_{\Sigma f} + jX'_{df}}$$

Và công suất máy tính từ:

$$P_{e,i(t+\Delta t)}^{(0)} = \operatorname{Re} \left\{ I_{i(t+\Delta t)}^{(0)} \cdot (E_{i(t+\Delta t)}^{(0)})^* \right\}$$

Ước tính thứ hai đối với góc lệch điện áp bên trong và tốc độ máy có được từ .

$$\delta_{i(t+\Delta t)}^{(1)} = \delta_{i(t)}^{(1)} + \left(\frac{\frac{d\delta_i}{dt} \Big|_{(t)} + \frac{d\delta_i}{dt} \Big|_{(t+\Delta t)}}{2} \right) \Delta t$$

$$\omega_{i(t+\Delta t)}^{(1)} = \omega_{i(t)}^{(1)} + \left(\frac{\frac{d\omega_i}{dt} \Big|_{(t)} + \frac{d\omega_i}{dt} \Big|_{(t+\Delta t)}}{2} \right) \Delta t \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Với

$$\frac{d\delta_i}{dt} \Big|_{(t+\Delta t)} = \omega_{i(t+\Delta t)}^{(0)} - 2\pi f$$

$$\frac{d\omega_i}{dt} \Big|_{(t+\Delta t)} = \frac{\pi F}{H_i} (P_{m,i} - P_{e,i(t+\Delta t)}^{(0)})$$

Điện áp cuối cùng tại thời điểm $(t + \Delta t)$ đối với thanh góp bên trong máy là:

$$e_{i(t+\Delta t)}^{(1)} = |E_i| \cos \delta_{i(t+\Delta t)}^{(1)}$$

$$f_{i(t+\Delta t)}^{(1)} = |E_i| \sin \delta_{i(t+\Delta t)}^{(1)}$$

$i = 1, 2, \dots, m$

Các phương trình của mạng được giải quyết trở lại để lấy lại điện áp cuối cùng của hệ thống tại thời điểm $(t + \Delta t)$. Điện áp nút được sử dụng cùng với điện áp bên trong để có được dòng điện của máy, công suất và luồng công suất của mạng điện. Thời gian được tăng lên Δt và một sự thử nghiệm đóng mạch để xác định, nếu sự vận hành của bộ ngắt tác động hay là tình trạng sự cố bị thay đổi. Nếu sự vận hành đã được cho trong lịch trình thì sự thay đổi thích hợp là sự đóng mạch các thông số hay biến số của mạng điện hoặc cả hai. Các phương trình của mạng được giải quyết để có được tình trạng của hệ thống tại thời điểm tức thời sau khi xảy ra sự thay đổi. Trong cách tính toán này điện áp bên trong được giữ cố định tại một trị số của dòng điện. Sau đó các ước tính có được đối với thời gian gia tăng tiếp theo. Quá trình đó được lặp lại cho đến khi thời gian t bằng thời gian cực đại T_{\max} định trước.

Trình tự của các bước đối với sự phân tích quá trình quá độ bằng phương pháp biến đổi Euler và từ cách giải trào lưu công suất bằng phương pháp lặp Gauss - Seidel sử dụng

Y_{nút}. Phương pháp đã trình bày cũng được thừa nhận rằng tất cả các phụ tải của hệ thống được đặc trưng như tổng dẫn cố định đối với đất.

Khi ảnh hưởng của chỗ lồi lõm và sự thay đổi từ thông móc vòng được tính đến trong sự đặc trưng của máy điện thì các phương trình vi phân theo sau phải được giải quyết đồng thời.

$$\begin{aligned} \frac{d\delta_i}{dt} &= \omega_{xi} - 2\pi f \\ \frac{d\omega_i}{dt} &= \frac{\pi f}{H_i} (P_{mi} - P_{ei}) \\ \frac{dE_{af}}{dt} &= \frac{1}{T_{e0i}} (E_{x0i} - E_{af}) \quad i = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (8.12)$$

Trở lại, nếu không có tác động của bộ điều chỉnh thì P_{mi} vẫn cố định và P_{mi} = P_{mi(0)}

Nếu ảnh hưởng của hệ thống điều khiển kích từ không kể đến thì E_{fdi} vẫn không đổi và E_{fdi} = E_{fdi(0)}

Nếu một máy điện của hệ thống được mô tả bằng phương trình (8.12) thì 3m phương trình được giải quyết cùng một lúc.

Phương pháp Runge - Kutta.

Trong việc áp dụng thứ tự bốn phép tính gần đúng của Runge - Kutta, trở lại đối với sự đặc trưng đơn giản hóa của máy thì sự thay đổi của góc lệch điện áp bên trong và tốc độ máy điện tính từ:

$$\begin{aligned} \Delta\delta_{i+\Delta t} &= \frac{1}{6}(k_{\delta 1} + 2k_{\delta 2} + 2k_{\delta 3} + k_{\delta 4}) \\ \Delta\omega_{i+\Delta t} &= \frac{1}{6}(l_{\omega 1} + 2l_{\omega 2} + 2l_{\omega 3} + l_{\omega 4}) \end{aligned}$$

Các chỉ số của k và l được thay đổi trong d_i và w_i tuần tự có được bằng cách sử dụng các đạo hàm để đánh giá tại những thời điểm đã xác định trước. Khi đó:

$$\begin{aligned} \delta_{i+\Delta t} &= \delta_{xi} + \frac{1}{6}(k_{\delta 1} + 2k_{\delta 2} + 2k_{\delta 3} + k_{\delta 4}) \\ \omega_{i+\Delta t} &= \omega_{xi} + \frac{1}{6}(l_{\omega 1} + 2l_{\omega 2} + 2l_{\omega 3} + l_{\omega 4}) \end{aligned} \quad (8.13)$$

Những ước tính ban đầu của sự thay đổi thu được từ.

$$k_{1i} = (\omega_{xi} - 2\pi f) \cdot \Delta t$$

$$l_{1i} = \frac{\pi f}{H_i} (P_{ni} - P_{ei}(t)) \cdot \Delta t$$

Ở đây $w_i(t)$ và $P_{ei}(t)$ là tốc độ và công suất khe hở không khí của máy tại thời điểm t . Hệ số của ước tính thứ hai về sự thay đổi trong d_i và w_i thu được từ :

$$k_{2i} = \left\{ \left(\omega_{xi} + \frac{l_{1i}}{2} \right) - 2\pi f \right\} \cdot \Delta t$$

$$l_{2i} = \frac{\pi f}{H_i} (P_{ni} - P_{ei}^{(1)}) \cdot \Delta t \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Ở đây $P_{ei}^{(1)}$ là công suất của máy khi góc lệch điện áp bên trong bằng $\delta_{i(t)} + ()$. Thật vậy, l_{2i} có thể được tính trước, các thành phần mới của điện áp cho các nút bên trong máy phải được tính từ:

$$e_i^{(1)} = |E_i| \cos\left(\delta_{xi} + \frac{k_{1i}}{2}\right)$$

$$f_i^{(1)} = |E_i| \sin\left(\delta_{xi} + \frac{k_{1i}}{2}\right) \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Tiếp theo những phương trình mạng điện được giải quyết để có được điện áp nút đối với sự tính toán công suất của máy $P_{ei}^{(1)}$.

Ước tính thứ ba có được từ:

$$k_{3i} = \left\{ \left(\omega_{xi} + \frac{l_{2i}}{2} \right) - 2\pi f \right\} \cdot \Delta t$$

$$l_{3i} = \frac{\pi f}{H_i} (P_{ni} - P_{ei}^{(2)}) \cdot \Delta t \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Với $P_{ei}^{(2)}$ có được từ cách giải thứ hai của các phương trình mạng điện với góc lệch điện áp bằng

$$\delta_{xi} + \left(\frac{k_{2i}}{2} \right)$$

và các thành phần điện áp đối với thanh góp bên trong máy bằng:

$$e_i^{(2)} = |E_i| \cos\left(\delta_{xi} + \frac{k_{2i}}{2}\right)$$

$$f_i^{(2)} = |E_i| \sin\left(\delta_{xi} + \frac{k_{2i}}{2}\right) \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Ước tính thứ tư có được từ:

$$k_{4,i} = ((\omega_{i,j} + l_{3,i}) - 2\pi f) \Delta t$$

$$k_{4,i} = \frac{\pi f}{H_f} (P_{u,i} - P_{e,i}^{(3)}) \Delta t \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Với $P_{e,i}^{(3)}$ có được từ cách giải thứ 3 của các phương trình mạng điện với góc lệch điện áp bên trong bằng $\delta_{i(t)} + k_{3,i}$ và thành phần điện áp bằng:

$$e_i^{(3)} = |E_i| \cos(\delta_{i,j} + k_{3,i})$$

$$f_i^{(3)} = |E_i| \sin(\delta_{i,j} + k_{3,i}) \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Ước tính cuối cùng của góc lệch điện áp bên trong và tốc độ máy tại thời điểm $(t + \Delta t)$ có được bởi sự thay thế các chỉ số của k và l vào phương trình (8.13). Góc lệch điện áp bên trong $\delta_{i(t+\Delta t)}$ được sử dụng để tính toán những ước tính, đối với thành phần điện áp dùng cho các nút bên trong máy điện được tính từ:

$$e_{i(t+\Delta t)} = |E_i| \cos \delta_{i(t+\Delta t)}$$

$$f_{i(t+\Delta t)} = |E_i| \sin \delta_{i(t+\Delta t)} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Các phương trình mạng điện được giải quyết đến thời điểm thứ tư để có được điện áp nút đối với sự tính toán của dòng điện, công suất máy điện và luồng công suất của mạng điện. Thời gian được tăng lên Δt và cách giải của mạng điện đạt được đối với bất kỳ sự vận hành của bộ ngắt được cho trong lịch trình và sự thay đổi trong tình trạng sự cố. Quá trình này được lặp lại cho đến khi $t = T_{max}$.

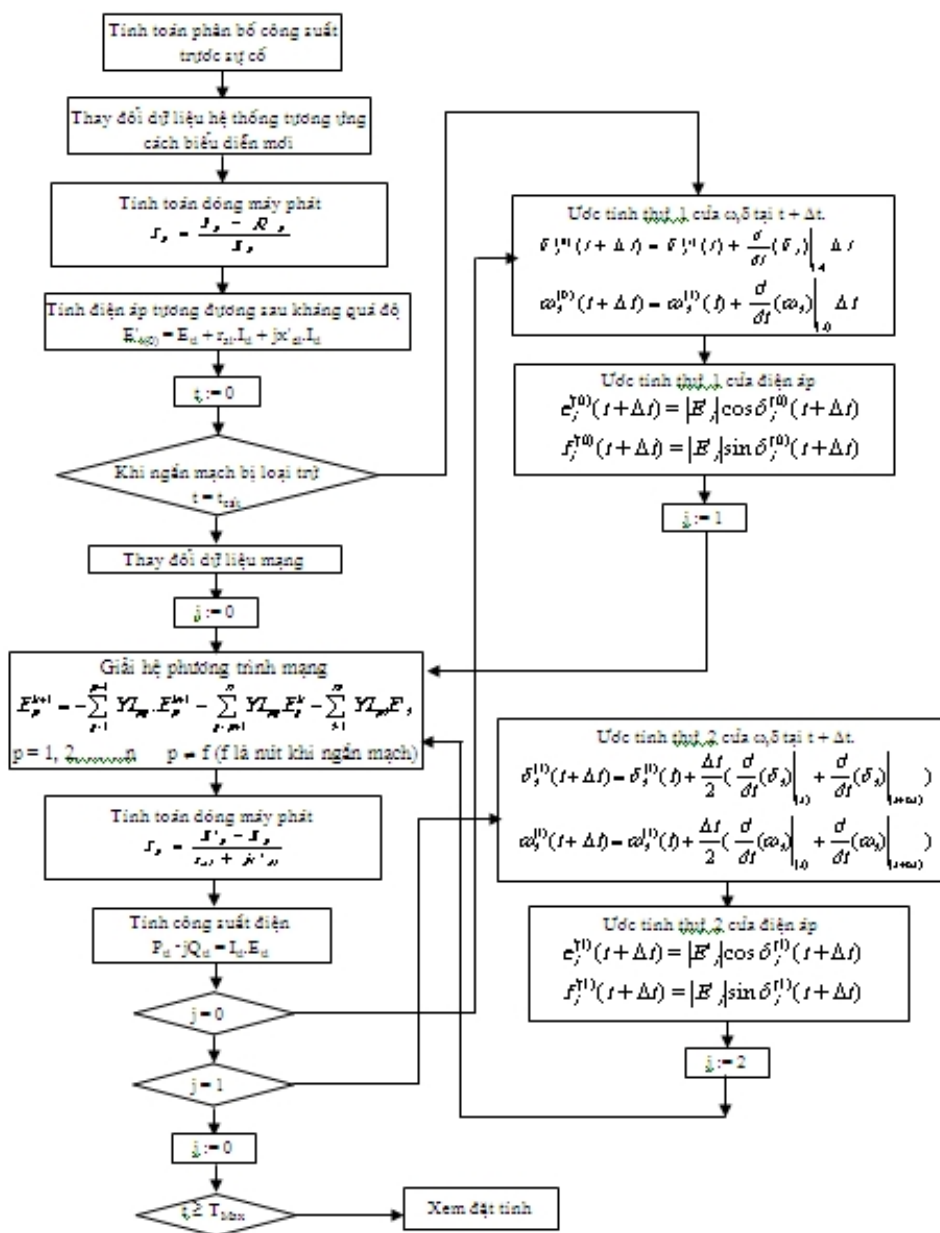
Ứng với giá trị E_i vừa tính được ta quay lại bài toán phân bố công suất để tính các giá trị điện áp nút và công suất phát ở thời điểm

$$(t + \Delta t)$$

. Quá trình tính toán lặp lại cho tới khi $t = t_{cắt}$. Sau đó cấu trúc mạng thay đổi ta cũng tiếp tục tính đến khi $t = T_{Max}$ thì dừng lại. Với các giá trị δ_i, ω_i tính toán được ta vẽ đặc tính

$$\delta_i(t), \omega_i(t)$$

để minh họa rõ ràng hơn bài toán ổn định. Sơ thuật tính toán ổn định động bằng phương pháp biến đổi Euler được trình bày dưới đây.



Nghiên cứu tính ổn định của quá trình quá độ phần II

Các hệ thống điều chỉnh và bộ kích từ.

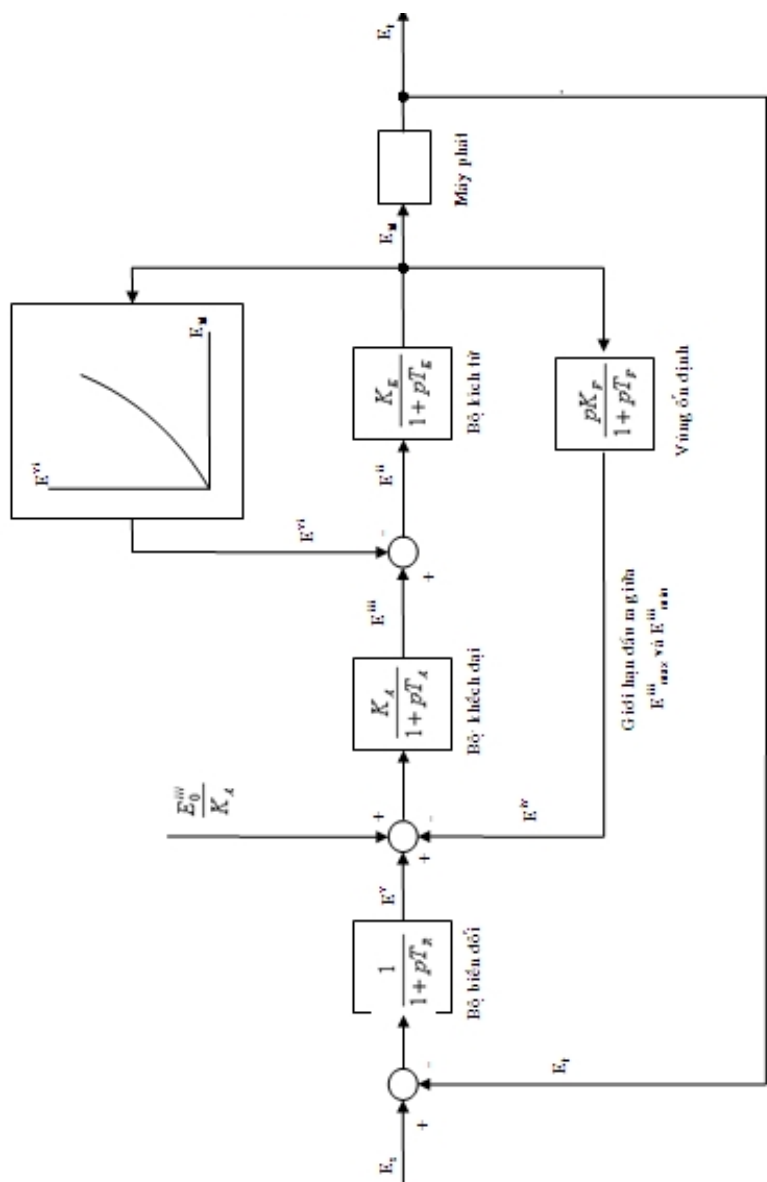
Trong kỹ thuật giải quyết đã mô tả trong phần 8.5 ảnh hưởng của bộ kích từ và hệ thống điều khiển van điều chỉnh lên sự phản ứng của hệ thống công suất được bỏ qua. Trong đặc trưng đó điện áp kích từ E_{fd} và công suất cơ P_m được giữ không đổi trong việc tính toán quá trình quá độ khi yêu cầu sự đánh giá chi tiết việc phản ứng lại của hệ thống hoặc thời gian phân tích kéo dài hơn 1 giây thì việc kể đến ảnh hưởng của bộ kích từ và hệ thống van điều chỉnh rất quan trọng.

Hệ thống điều khiển kích từ cung cấp điện áp kích từ thích hợp để duy trì điện áp của hệ thống theo mong muốn, thường là tại thanh góp điện áp cao của nhà máy điện. Một đặc trưng quan trọng của hệ thống điều khiển kích từ là khả năng đáp ứng một cách nhanh chóng đối với độ lệch điện áp trong cả hai quá trình điều khiển hệ thống bình thường và hệ thống ở tình trạng sự cố trầm trọng. Nhiều kiểu hệ thống điều khiển kích từ khác nhau được sử dụng trong hệ thống công suất. Những thành phần cơ bản của hệ thống điều khiển kích từ đó là bộ điều chỉnh, bộ khuếch đại và bộ kích từ. Bộ điều chỉnh đo điện áp điều chỉnh thực và xác định độ lệch điện áp. Tín hiệu độ lệch sinh ra bởi bộ điều chỉnh thì sau đó được khuếch đại cung cấp tín hiệu yêu cầu thay đổi dòng điện kích từ. Điều này được làm cho đến khi tạo ra sự thay đổi điện áp đầu ra của bộ kích từ. Sự thay đổi này ứng với kết quả của một mức kích từ mới đối với nguồn phát điện. Một hình thức thuận tiện của sự đặc trưng hệ thống điều khiển là một dãy sơ đồ khối liên hệ qua các chức năng chuyển đổi biến số đầu vào và số đầu ra của các thành phần chính yếu của hệ thống. Dãy sơ đồ khối dùng để đặc trưng đơn giản hóa sự hoạt động liên tục của hệ thống điều khiển bộ kích từ được trình bày trên hình 8.7. Đây là 1 trong những điều kiện quan trọng của hệ thống điều khiển bộ kích từ. Sự đặc trưng này bao gồm những chức năng chuyển đổi để mô tả bộ điều chỉnh, bộ khuếch đại, bộ kích từ và vùng ổn định. Vùng ổn định phải được điều chỉnh tương ứng để loại trừ đi những dao động không mong muốn và sự vượt quá điện áp điều chỉnh. Những phương trình vi phân liên quan đến những biến số đầu vào, đầu ra của bộ điều chỉnh, bộ khuếch đại, bộ kích từ và vùng ổn định một cách lần lượt là:

$$\begin{aligned}
\frac{dE^r}{dt} &= \frac{1}{T_r} (E_s - E_f - E^r) \\
\frac{dE^w}{dt} &= \frac{1}{T_A} \left\{ K_A \left(E^r + \frac{E_0^w}{K_A} - E^r \right) - E^w \right\} \\
\frac{dE_{st}}{dt} &= \frac{1}{T_A} (E^w - K_B E_{st}) \\
\frac{dE^r}{dt} &= \frac{1}{T_f} \left\{ K_f \frac{dE_s}{dt} - E^r \right\}
\end{aligned} \tag{8.14}$$

Với: E_s : Là điện áp được ghi trong lịch trình tính ở đơn vị tương đối.

E_0^w : Là điện áp lấy ra của bộ khuếch đại trong đơn vị tương đối trước sự nhiễu loạn.



Hình 8.7 : Sơ đồ khối biểu diễn hệ thống điều khiển kích từ

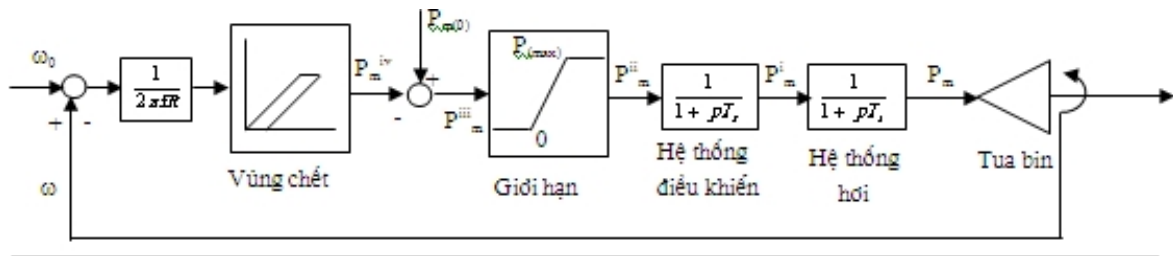
T_z : Là hằng số thời gian của bộ điều chỉnh.
 K_A : Là hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại.
 T_A : Là hằng số thời gian của bộ khuếch đại.
 K_E : Là hệ số khuếch đại của bộ kích từ.
 T_E : Là hằng số thời gian của bộ kích từ.

Và các biến số trung gian được định rõ bởi E^{ii} , E^{iii} , E^{iv} , E^v và E^{vi} . Biến số trung gian E^{ii} là:

$$E^{ii} = E^{iii} - E^{vi}$$

Mà E^{vi} tương đương với ảnh hưởng của sự khử từ do sự bão hòa trong bộ kích từ. Điều này được xác định từ

$$E^{vi} = A_t B E_{fd}$$



Hình 8.8. Sơ đồ khối đối với sự biểu diễn đơn giản hóa của hệ thống điều chỉnh tốc độ

Ở đây A, B là các hằng số dựa vào đặc tính bảo hòa của bộ kích từ.

Để tính đến các ảnh hưởng của hệ thống điều khiển kích từ, thì các phương trình (8.14) được giải đồng thời với các phương trình (8.12) mô tả máy điện.

Ảnh hưởng của sự điều chỉnh tốc độ trong thời gian quá trình quá độ có thể được đưa vào tính toán bằng cách sử dụng đặc điểm đã được đơn giản hóa của hệ thống điều khiển van điều chỉnh biểu diễn trên hình (8.8). Đặc trưng này bao gồm hàm truyền mô tả hệ thống xử lý hơi với hằng số thời gian không đổi T_s và hàm truyền mô tả hệ thống điều khiển với hằng số thời gian không đổi T_c . Các phương trình vi phân liên quan đến các biến số đầu vào và đầu ra của hàm truyền một cách lần lượt là.

$$\begin{aligned} \frac{dP_m}{dt} &= \frac{1}{T_r} (P_m' - P_m) \\ \frac{dP_m'}{dt} &= \frac{1}{T_c} (P_m'' - P_m') \end{aligned} \quad (8.15)$$

Trong đó: P_m là công suất cơ và các biến số trung gian được định rõ bởi P_m^i , P_m^{ii} , P_m^{iii} , và P_m^{iv} . Các biến số P_m^{ii} , P_m^{iii} liên quan như sau:

$$P_m^{ii} = 0 \quad P_m^{iii} \leq 0$$

$$P_m^{ii} = P_m^{iii} \quad 0 < P_m^{iii} < P_{max}$$

$$P_m^i = P_{max} \quad P_m^{iii} \geq P_{max}$$

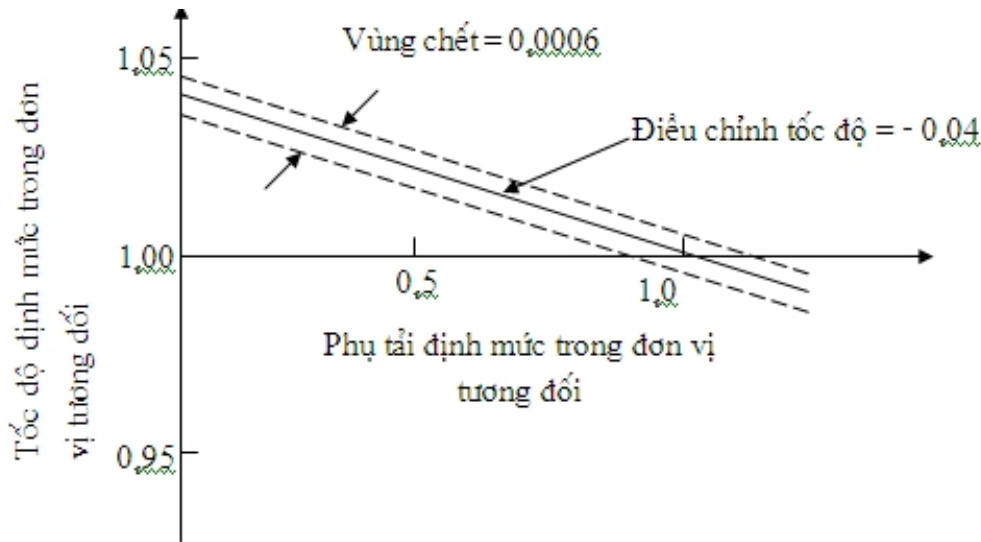
Với P_{max} : Là dung lượng cực đại của tua bin. Biến số trung gian P_m^{iii} là:

$$P_m^{iii} = P_{m(0)} - P_m^{iv}$$

Trong đó: $P_m(0)$: Là công suất cơ ban đầu. Biến số trung gian P_m^{iv} là:

$$P_m^{iv} = \frac{1}{R} \left(\frac{\omega_0 - \omega}{2\pi f} \pm DB_T \right)$$

Ở đây R là sự điều chỉnh tốc độ trong đơn vị tương đối và DB_T là sự dịch chuyển của vùng chết, đó là sự thay đổi tốc độ cần thiết để vượt qua vùng chết của hệ thống van điều chỉnh. Một đặc tính tiêu biểu của van điều chỉnh được trình bày trong hình 8.9.

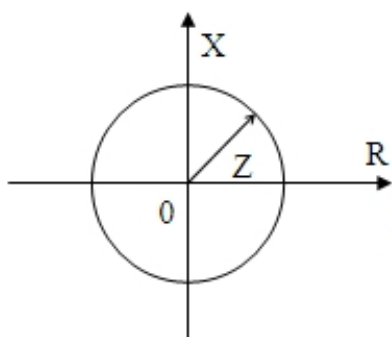


Hình 8.9: Đặc tính loại điều chỉnh công suất định mức tại tốc độ định mức

Phương trình (8.15) được giải đồng thời với phương trình (8.12) nếu những ảnh hưởng của hệ thống điều khiển van điều chỉnh được tính đến.

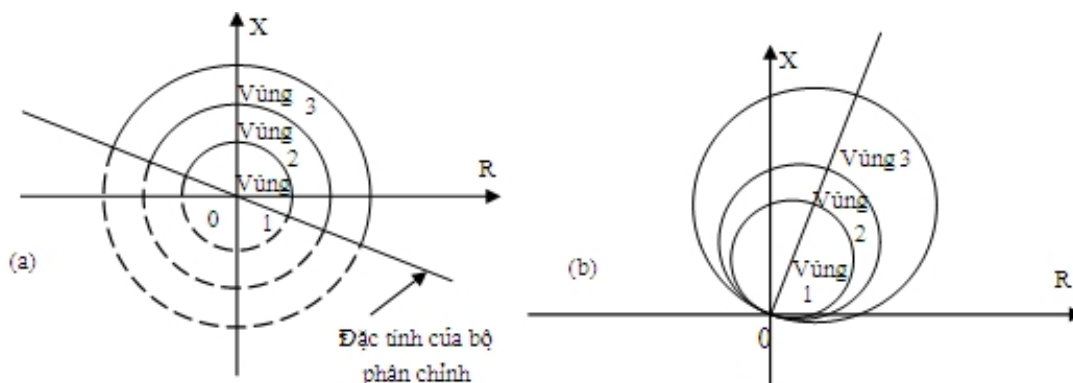
Role khoảng cách.

Sự phối hợp trong kế hoạch phát điện, truyền tải điện và việc thiết kế hệ thống bảo vệ role có hiệu quả là không thể thiếu được đối với đặc trưng độ tin cậy của hệ thống điện. Mục đích chính của role là bảo vệ hệ thống điện khỏi những ảnh hưởng của sự cố bằng sự khởi đầu vận hành cắt mạch để loại đi những thiết bị hư hỏng. Việc thiết kế hệ thống bảo vệ role phải đảm bảo vận hành chọn lọc, để không cắt nhầm thiết bị khác làm tăng thêm mức độ trầm trọng của sự nhiễu loạn và nó phải đảm bảo thiết bị hư hỏng được cắt ra nhanh chóng (kịp thời) để giảm đi ảnh hưởng của sự cố. Hơn nữa, hệ thống role phải không giới hạn khả năng thiết kế của sự phát điện và thiết bị truyền tải.



Hình 8.10: Đặc tính vận hành của role khoảng cách trên biểu đồ hệ trục RX

Một loại role quan trọng được sử dụng đối với việc bảo vệ đường dây truyền tải cao áp là role khoảng cách. Role này đáp ứng với tỉ số điện áp và dòng điện đo được mà có thể xem như một tổng trở. Một cách thuận tiện chỉ ra đặc tính vận hành của role khoảng cách là biểu đồ RX trên một vòng tròn được vẽ với bán kính bằng tổng trở đặt như hình 8.10. Khi giá trị của tổng trở nhận thấy bởi role rơi vào trong đường tròn thì role sẽ tác động. Để dự phòng việc bảo vệ chọn lọc, role khoảng cách phải có 3 bộ phận. Đặc tính tác động của mỗi bộ phận có thể được điều chỉnh độc lập. Hơn nữa, chức năng chọn lọc của role khoảng cách đòi hỏi khả năng phân biệt hướng. Điều này được cung cấp bởi hoặc bộ phận định hướng như trong role khoảng cách loại tổng trở hoặc là có sẵn trong đặc tính vận hành của role, như trong role khoảng cách loại mho. Đặc tính vận hành của hai loại role này được trình bày trong hình 8.11. Các vòng tròn tương ứng với 3 bộ phận được đánh dấu vùng 1, vùng 2 và vùng 3.

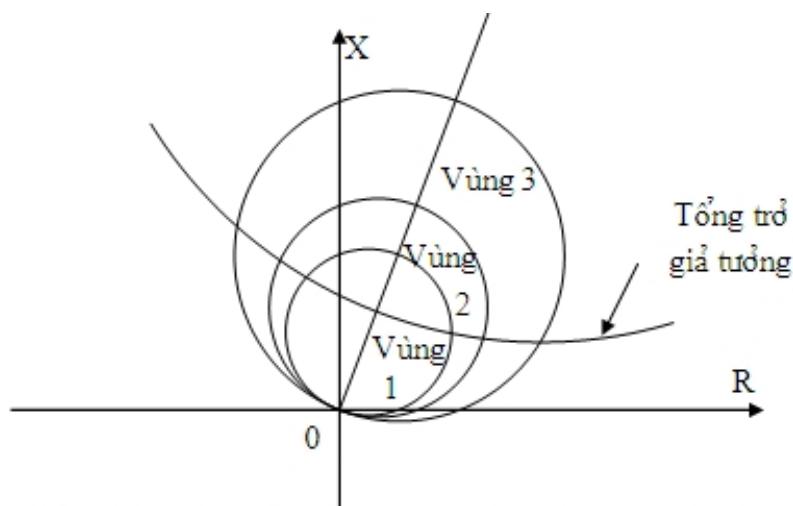


Hình 8.11: Đặc tính vận hành của role khoảng cách
(a) Loại tổng trở; (b) Loại mho

Khi sự cố xảy ra và giá trị của tổng trở đo được bởi role rơi vào vùng 1 và trên đường đặc tính của bộ phận định hướng của loại tổng trở thì tiếp điểm của vùng 1 sẽ đóng và cắt ngắt mạch tức thời. Trong trường hợp này tất cả 3 bộ phận sẽ khởi động bởi vì vùng 1 là vòng tròn nhỏ nhất. Khi trở kháng giảm xuống và rơi vào vùng 2 và 3 hay vùng 3 thì tiếp điểm của các bộ phận tương ứng sẽ đóng và cung cấp năng lượng cho role thời

gian. Tại một thời điểm đặt theo tính toán thì role thời gian sẽ đóng bộ thứ hai của tiếp điểm tương ứng với vùng 2. Nếu bộ tiếp điểm đầu tiên tương ứng với vùng 2 được đóng thì máy cắt sẽ được cắt. Nếu tiếp điểm vùng 2 không được đóng, thì tổng trở đo được bởi role không rơi vào vùng 2, khi đó role thời gian sau thời gian chỉnh định sẽ đóng bộ tiếp điểm thứ 2 tương ứng với vùng 3. Nếu bộ tiếp điểm đầu tiên tương ứng với vùng 3 được đóng thì khi đó máy cắt sẽ được cắt. Thời gian trễ đối với vùng 2 và 3 có thể được đặt độc lập. Vùng 1 và 2 cung cấp bảo vệ đoạn đầu tiên đối với phần đường dây truyền tải, ngược lại vùng 2 và 3 cung cấp sự bảo vệ đoạn sau, trong trường hợp hư hỏng những role hoặc là ngắn mạch của những thiết bị liên hợp, lúc này vẫn vận hành hợp lý.

Trong suốt sự nhiễu loạn của hệ thống và sau khi tác động của bộ ngắt vận hành để đi cắt thiết bị sự cố, sự dao động công suất sẽ xảy ra trong hệ thống truyền tải cho đến khi trạng thái vận hành bền vững mới được xác lập. Sự dao động này không làm cho role tương ứng với các phần tử không hư hỏng tác động. Sự hoạt động của hệ thống role có thể được kiểm tra đối với sự nhiễu loạn khác nhau của hệ thống điện bằng cách tính toán trở kháng, biểu kiến từng bước trong suốt sự tính toán quá trình quá độ, đó là tổng trở thấy được của role. Tổng trở biểu kiến đo được tại mỗi gia số thời gian có thể được so sánh với đặc tính khởi động của role. Cách thuận tiện của việc so sánh này là lập biểu đồ các giá trị của tổng trở trên biểu đồ RX của role như trên hình 8.12.



Hình 8.12 : Quỹ đạo của tổng trở biểu kiến trong dao động công suất

Tổng trở biểu kiến được tính từ những kết quả cuối cùng có được từ cách giải của mạng điện tại thời điểm $t + \Delta t$. Đầu tiên dòng điện trong đường dây truyền tải theo lý thuyết p-q được tính từ.

$$I_{pq} = (E_p - E_q) \cdot y_{pq}$$

Khi đó tổng trở biểu kiến đối với nút p là:

$$Z_p = \frac{E_p}{I_p}$$

Hay dạng số phức

$$R_p + jX_p = \frac{e_p + jf_p}{a_p + jb_p}$$

Trong đó:
$$R_p = \frac{e_p a_p + f_p b_p}{a_p^2 + b_p^2}$$

$$X_p = \frac{f_p a_p - e_p b_p}{a_p^2 + b_p^2}$$

Giá trị R_p và X_p là tọa độ (ở đơn vị tương đối) trên đồ thị RX của tổng trở biểu kiến tại thời điểm $t + \Delta t$.

Thông tin thông thường liên quan đến đặc tính vận hành của role bao gồm đường kính của những đường tròn đối với mỗi vùng, góc φ liên quan tới trục R và đường dọc qua tâm của đường tròn, các vòng tròn và vị trí của tâm vòng tròn dọc theo đường dây. Thông tin này được sử dụng để xác định tọa độ trong đơn vị tương đối của tâm mỗi vòng tròn. Những tâm này được xác định từ:

$$R_c = \left(\frac{\frac{D}{2} \times \text{đơn vị cơ bản kva}}{(\text{đơn vị cơ bản kv})^2 \times 10^3} \right) \cos \theta$$

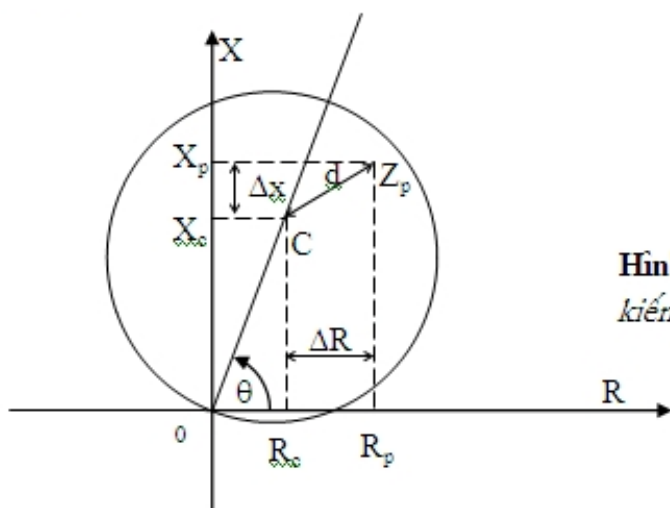
$$X_c = \left(\frac{\frac{D}{2} \times \text{đơn vị cơ bản kva}}{(\text{đơn vị cơ bản kv})^2 \times 10^3} \right) \sin \theta$$

Với D là đường kính của đường tròn trong đơn vị ohms. Khoảng cách d giữa tâm C của đường tròn và điểm tổng trở Z_p là:

$$d = \sqrt{(\Delta R)^2 + (\Delta X)^2}$$

Mà $\Delta R = R_p - R_c$ và $\Delta X = X_p - X_c$

Như trên hình 8.13 giá trị của d được so sánh với bán kính r trong đơn vị tương đối của đường tròn.



Hình 8.13: So sánh tổng trở biểu kiến và đặc tính vận hành của role

Trình tự của các bước đối với việc mô phỏng sự hoạt động của loại role khoảng cách mho trong việc nghiên cứu ổn định của quá trình quá độ được trình bày trong hình 8.14. Đối với đường dây cụ thể một tổng trở biểu kiến tính tại $t + \Delta t$ được so sánh với đặc tính vận hành của một trong ba vùng. Điều này được tính hoàn thành bằng cách tính các khoảng cách d_{11} , d_{21} và d_{31} từ điểm tổng trở biểu kiến đến các tâm của vòng tròn trong vùng 1, 2 và 3 một cách lần lượt. Mỗi khoảng cách được so sánh với bán kính đường tròn thích hợp, đó là d_{11} được so sánh với bán kính r_{11} và d_{21} được so sánh với r_{21} và d_{31} được so sánh với r_{31} . Nếu trở kháng biểu kiến trong vùng 1 thì sự hoạt động của bộ ngắt được tiến hành tức thì. Nếu tổng trở biểu kiến rơi vào vùng 2 và 3 hoặc vùng 3 thì những tiếp điểm tương ứng C_{21} và C_{31} hoặc C_{31} được đóng và role thời gian T_1 bắt đầu hoạt động. Khi thời gian được gia tăng bởi Δt thì trong tính toán quá trình quá độ role thời gian T_1 phải được tăng lên Δt , khi role thời gian tiến đến thời gian đặt T_{21} hoặc T_{31} đối với vùng 2 hoặc 3 một cách lần lượt và tiếp điểm tương ứng C_{21} hoặc C_{31} được đóng sự hoạt động của bộ cắt được tiến hành.

Khi sự hoạt động đó được tiến hành thời gian của bộ cắt được xác định bằng cách cộng vào $t + \Delta t$ của role có sẵn và thời gian mạch cắt T_{1i} , đó là thời gian yêu cầu đối với role và máy cắt để cắt đường dây. Những role tốc độ cao và mạch cắt hoạt động xấp xỉ 0,04 (s). Sự hoạt động của bộ cắt bị ảnh hưởng trong từng bước tính toán quá trình quá độ tại thời gian đã ghi trong lịch trình.

Lập chương trình giải quyết các bài toán trong hệ thống điện

Sau khi nghiên cứu xong lý thuyết, trong phần này trình bày về các chương trình tính toán trong hệ thống điện như: Cách xây dựng các ma trận mạng, bài toán trào lưu công suất, ngắn mạch, ổn định ...

Chọn ngôn ngữ lập trình:

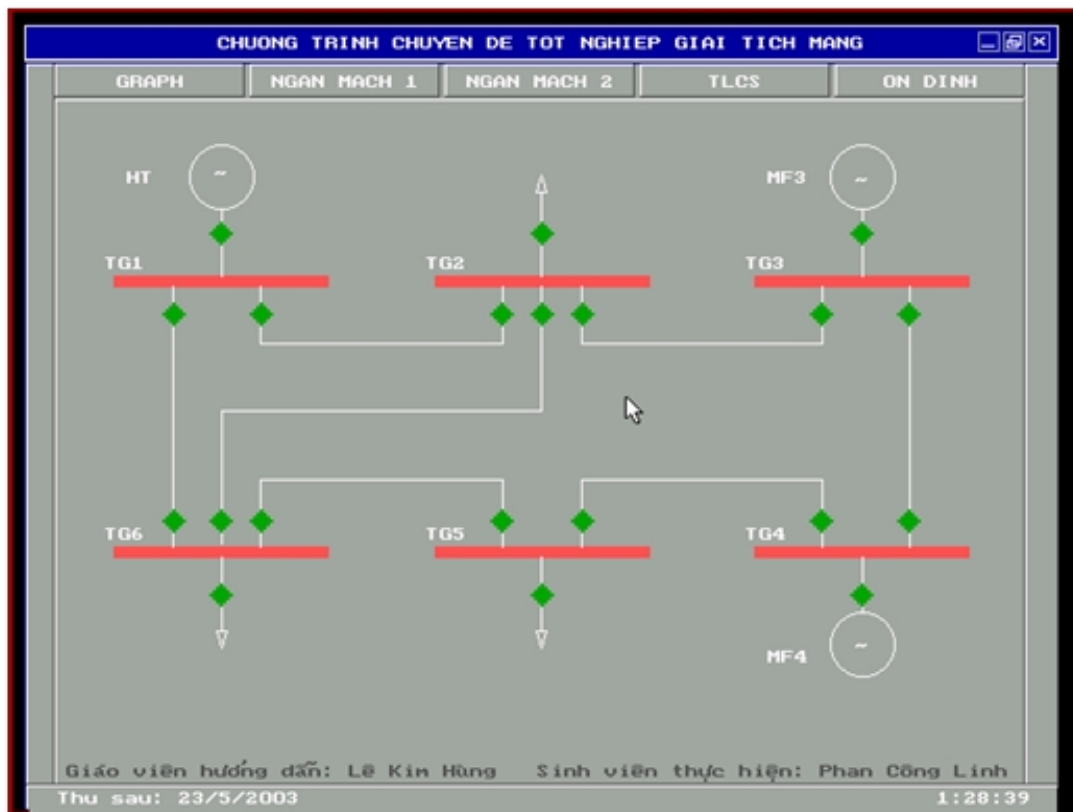
Đối với các bài toán kỹ thuật nói chung và các bài toán tính toán hệ thống điện nói riêng, thường lập trình bằng các ngôn ngữ như Fortran, Basic, Pascal... Mỗi ngôn ngữ lập trình đều có những ưu điểm riêng và được sử dụng trong những ứng dụng thích hợp. Chẳng hạn chúng ta thường hay gặp Fortran trong các bài toán có khối lượng tính toán lớn. Trong số các chương trình tính toán lưới điện đang sử dụng tại điện lực Đà Nẵng nói riêng và công ty điện lực 3 nói chung đa số đều sử dụng Fortran, ví dụ chương trình tính lưới điện của PC3, môđun tính toán của chương trình SwedNet (Thụy Điển). Tuy nhiên, sử dụng thành thạo Fortran là vấn đề không đơn giản. Basic cũng có nhược điểm tương tự là khó sử dụng.

Riêng đối với Pascal, đây là một ngôn ngữ (hay nói đúng hơn là một trình biên dịch) nổi tiếng và quen thuộc với tất cả lập trình viên. Hầu hết các lập trình viên Pascal đều yêu thích tính ổn định của trình biên dịch, sự uyển chuyển, mức độ dễ hiểu và đặc biệt là tốc độ mà Pascal mang đến.

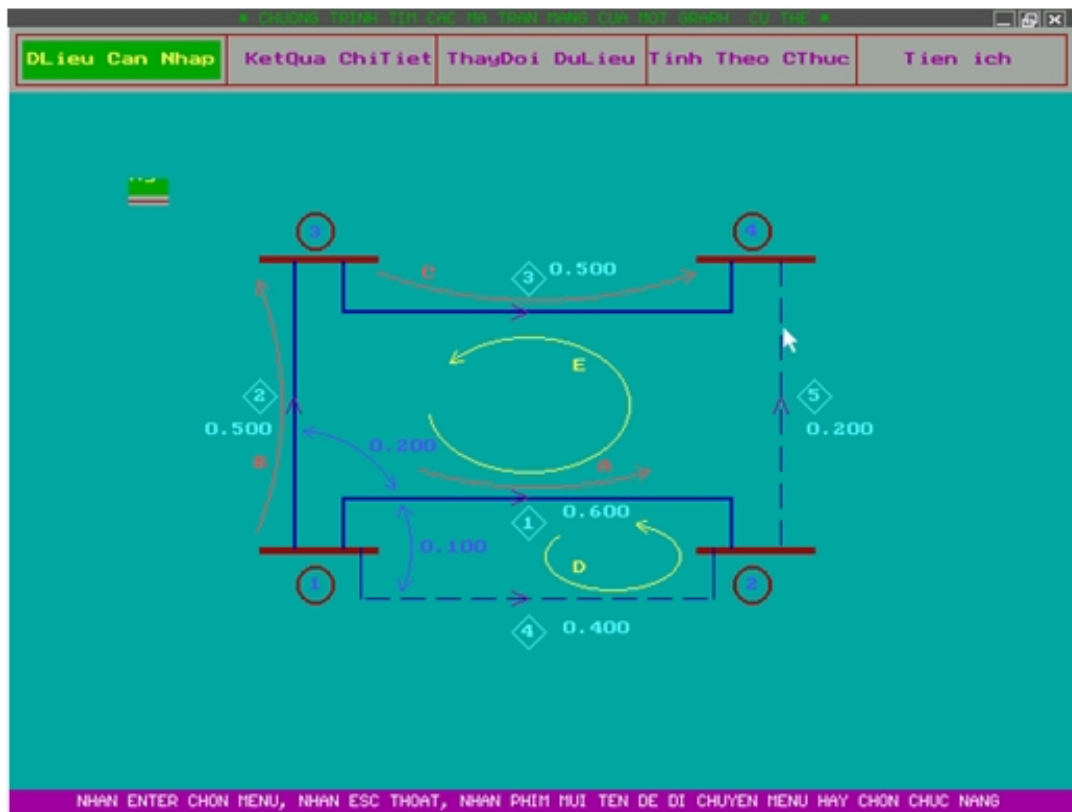
Môi trường Windows phát triển, các hãng sản xuất phần mềm đã chuyển đổi và phát triển các ngôn ngữ nói trên với các phiên bản lập trình ứng dụng Windows trực quan (Visual), chẳng hạn, hãng Borland đã đưa ra sản phẩm Delphi mà hiện nay đã có đến phiên bản thứ 6 (Delphi 6). Ngoài ra, trong lĩnh vực tính toán kỹ thuật, còn có ngôn ngữ Matlab, cũng có một công cụ rất mạnh phục vụ các tính toán phức tạp.

Trong chuyên đề này em chọn ngôn ngữ lập trình Pascal để giải quyết các bài toán trong hệ thống điện.

Chương trình mô phỏng

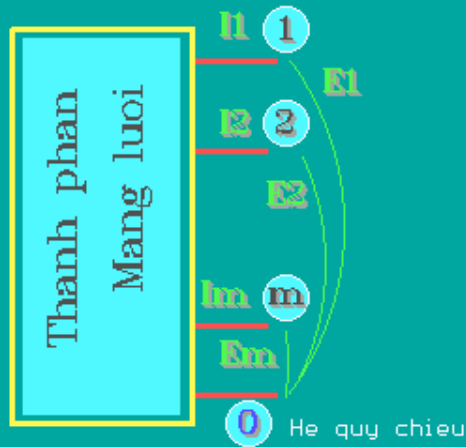


Giao diện chính để đi đến các mục của chương trình con.



Sơ đồ của bài toán mẫu để sử lý tìm các ma trận

Phương trình biểu diễn của một mạng lưới riêng



Biểu diễn của một mạng lưới riêng

Phương trình biểu diễn mạng

$$\bar{E}_{BUS} = \bar{Z}_{BUS} \cdot \bar{I}_{BUS}$$

Trong đó

- Vectơ các điện áp nút

$$\bar{E}_{BUS} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{1}$$

- Vectơ các dòng điện nút

$$\bar{I}_{BUS} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{1}$$

Phát triển mạng lưới

Thêm vào một nhánh

Thêm vào một mạch nối

AN ENTER DE TIEP TUC

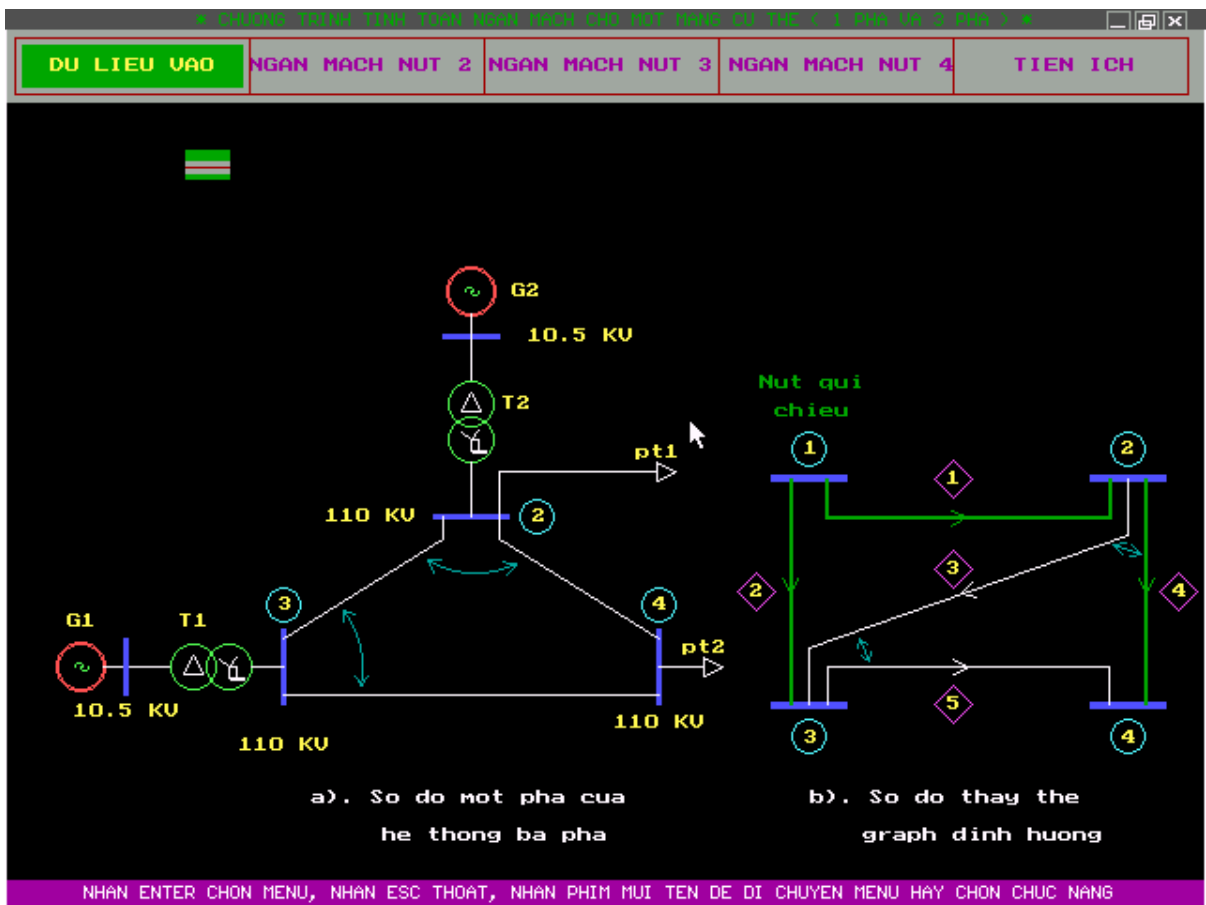
Sơ đồ biểu diễn cho 1 mạng riêng, từ đây có thể thêm 1 nhánh cây hoặc nhánh bù cây

DLieu Can Nhap
KetQua ChiTiet
ThayDoi DuLieu
Tinh Theo CThuc
Tien ich

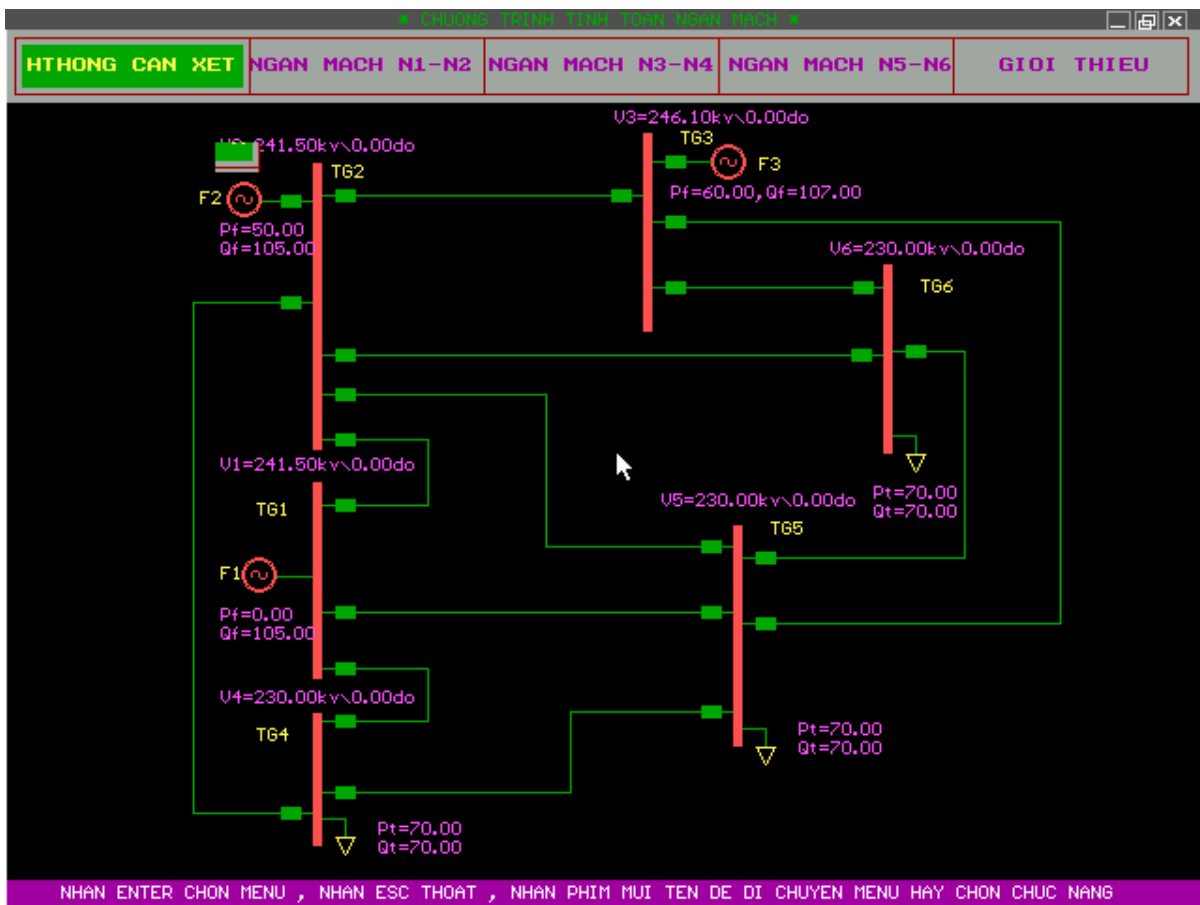
MA TRAN A **MA TRAN AC** **MA TRAN CHUYEN UI AT** **MA TRAN CHUYEN UI ACT**
 -1 1 0 0 1 0 0 -1 -1 0 -1 0 1 0 0 1 -1
 -1 0 1 0 0 1 0 1 0 0 1 -1 0 1 -1 0 0
 0 0 -1 1 0 -1 1 0 1 -1 0 0 0 0 1 0 1
 -1 1 0 0 1 0 0 0 0 1 0 1
 0 -1 0 1 -1 0 1

AN ENTER DE XEM TIEP
 NHAN ENTER CHON MENU, NHAN ESC THOAT, NHAN PHIM MUI TEN DE DI CHUYEN MENU HAY CHON CHUC NANG

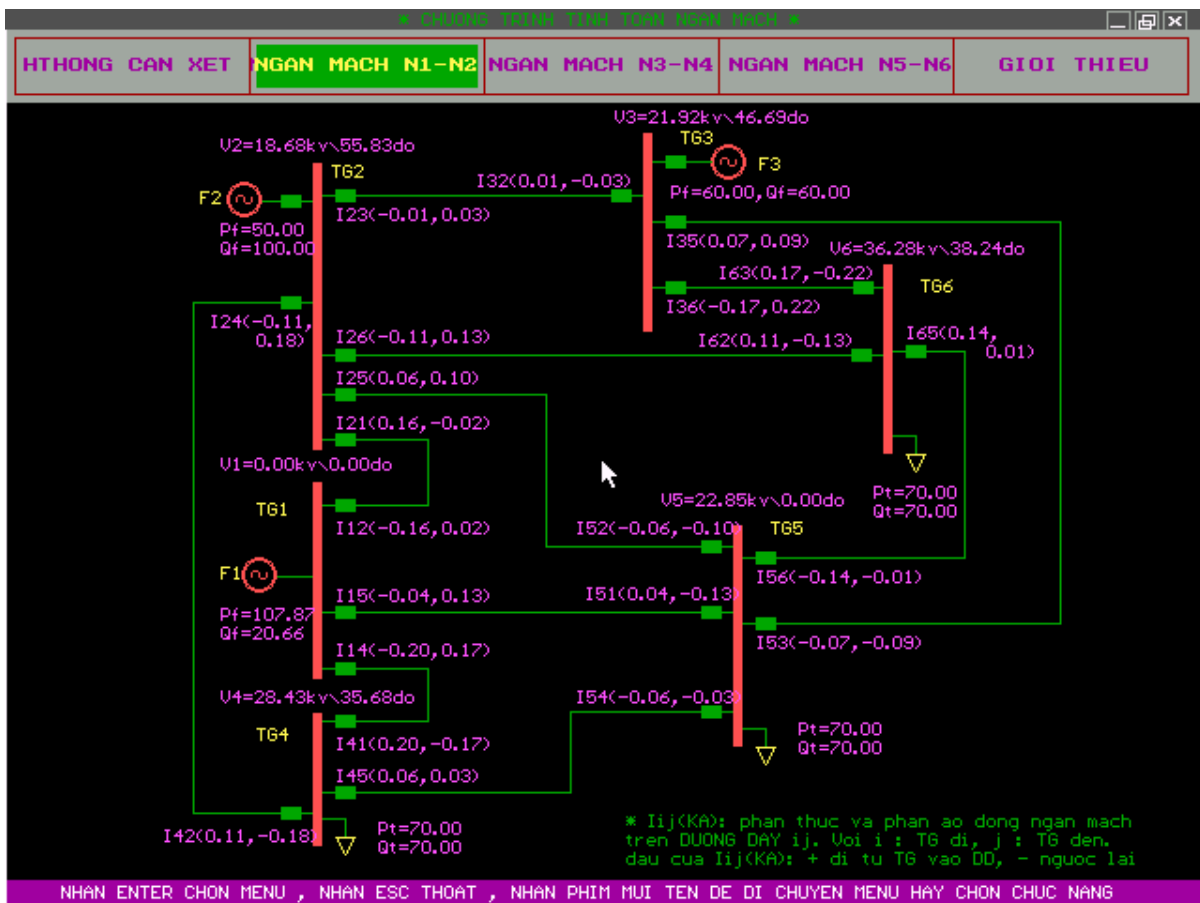
Giao diện biểu diễn hình ảnh về các ma trận mạng



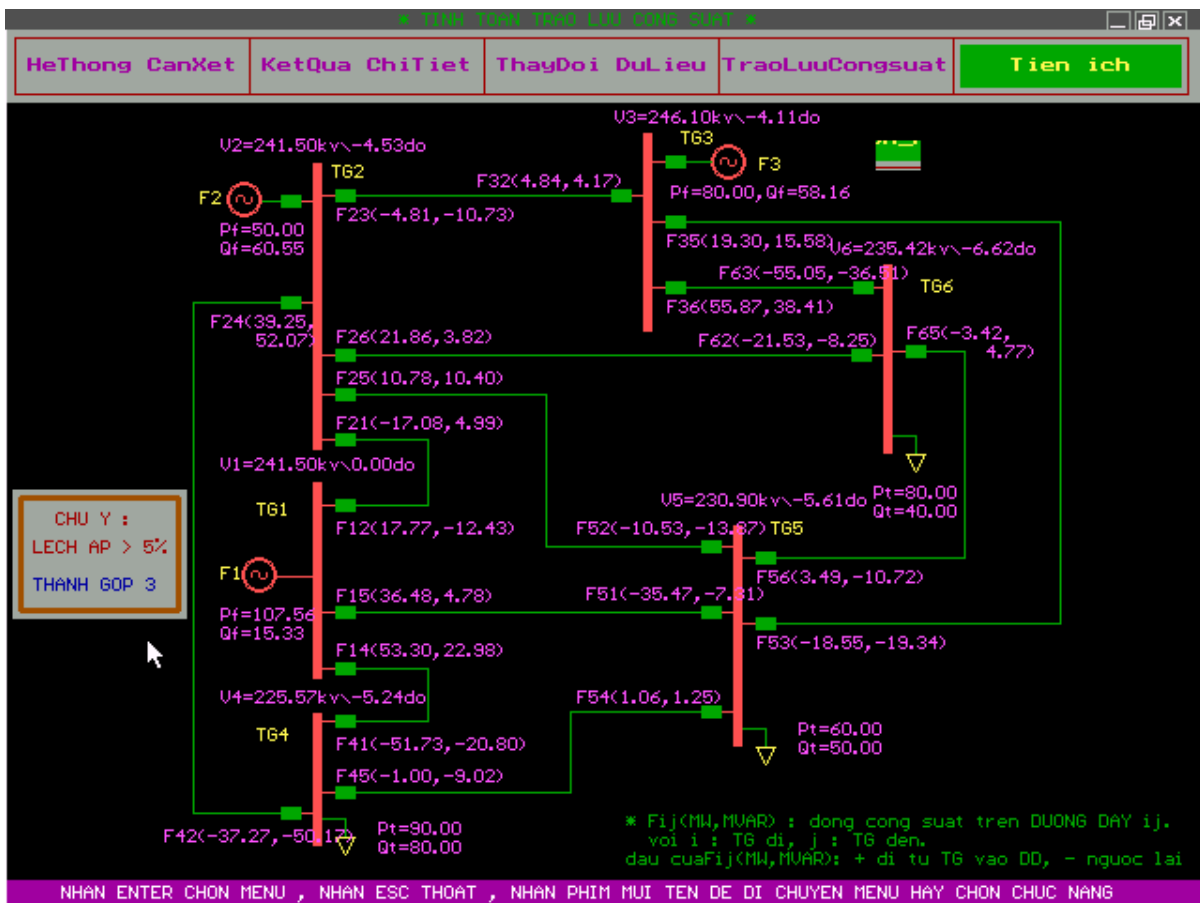
Sơ đồ của 1 mạng cụ thể để tính toán ngắn mạch



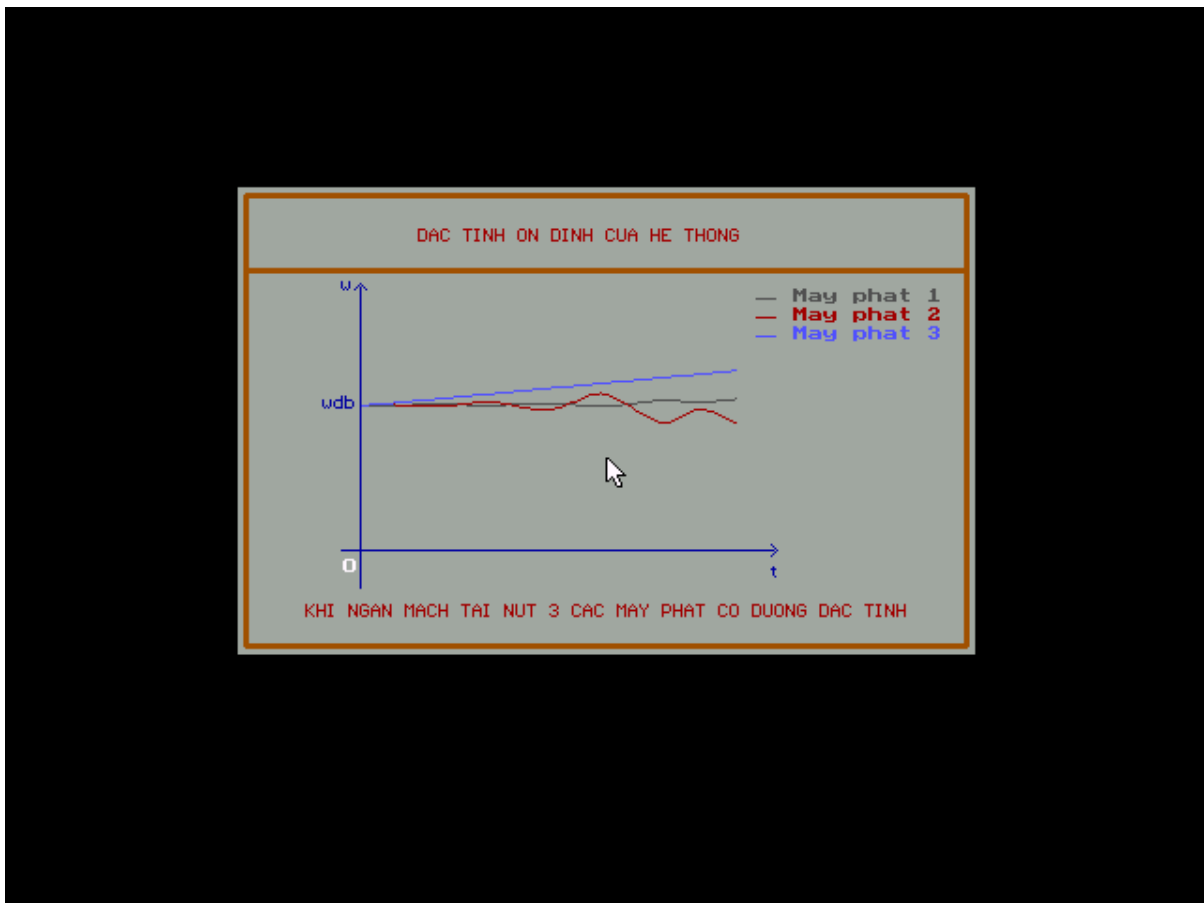
Sơ đồ cụ thể để tính toán ngấn mạch



Biểu diễn dòng ngắn mạch trên sơ đồ.



Biểu diễn công suất chạy trên đường dây



Đường đặc tính tốc độ của các máy phát khi trong mạng có sự cố.

KẾT LUẬN

Trong giải tích mạng, muốn nghiên cứu một mạng điện đầu tiên ta sử dụng những kiến thức về đại số ma trận để thành lập nên những ma trận mạng, từ đây có thể đưa ra mô hình hóa các phần tử trong hệ thống điện bằng các ma trận như ma trận tổng trở Z , ma trận nhánh cây... Ngày nay với sự phát triển của khoa học kỹ thuật cùng với công nghệ máy tính ta có thể xây dựng nên các ma trận mạng trên máy tính như ma trận A , C , $Y_{\text{nút}}$, $Z_{\text{nút}}$, đặc biệt ma trận $Z_{\text{nút}}$ bằng phương pháp mở rộng dần sơ đồ. Từ đây có thể tính được công suất phân bố trong mạng điện như NEWTON - RAPHSON phương pháp có độ hội tụ cao, để thấy được giới hạn truyền tải của đường dây và độ lệch điện áp tại các nút. Với ma trận $Z_{\text{nút}}$, $Z_{\text{vòng}}$ xây dựng được vận dụng tính các dạng ngắn mạch 1 pha, 3 pha cũng như các điểm ngắn mạch của mạng điện. Các phương trình vi phân của máy phát trong quá trình quá độ khi mạng có sự cố được giải bằng phương pháp số như phương pháp Euler, Runge-Kutta. Để xét tính ổn định động cho các máy phát khi có sự cố trong mạng ta dùng phương pháp biến đổi Euler với các bước tính ước lượng đưa ra được đường đặc tính của các máy phát tại các nút trong hệ thống điện.

Đà Nẵng, ngày 30 tháng 05 năm 2003

TÀI LIỆU THAM KHẢO.

1. ĐẶNG NGỌC DINH, TRẦN BÁCH, NGÔ HỒNG QUANG, TRỊNH HÙNG THÁM, “Hệ thống điện” Tập 1, 2, NXB, Đại học và trung học chuyên nghiệp, Hà Nội, 1981.
2. LÊ KIM HÙNG, ĐOÀN NGỌC MINH TÚ, “Ngắn mạch trong hệ thống điện”, NXB Giáo dục, 1999.
3. TRẦN BÁCH, “Ổn định của hệ thống điện”, ĐHBK Hà Nội, 2001.
4. GLENNN.W.STAGG

AHMED.H.EL-ABIAD

Computer methods in power system analysis, Mc Graw-Hill, 1988

Tham gia đóng góp

Tài liệu: GIÁO TRÌNH GIẢI TÍCH MẠNG ĐIỆN

Biên tập bởi: PGS.TS. Lê Kim Hùng

URL: <http://voer.edu.vn/c/7165d4b5>

Giấy phép: <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/>

Module: Đại số ma trận ứng dụng trong giải tích mạng

Các tác giả: PGS.TS. Lê Kim Hùng

URL: <http://www.voer.edu.vn/m/12cddd94>

Giấy phép: <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/>

Module: Giải phương trình vi phân bằng phương pháp số

Các tác giả: PGS.TS. Lê Kim Hùng

URL: <http://www.voer.edu.vn/m/266c11a4>

Giấy phép: <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/>

Module: Giải phương trình vi phân bằng phương pháp số phần II

Các tác giả: PGS.TS. Lê Kim Hùng

URL: <http://www.voer.edu.vn/m/6a6d83b8>

Giấy phép: <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/>

Module: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN BẰNG PHƯƠNG PHÁP SỐ PHẦN III

Các tác giả: PGS.TS. Lê Kim Hùng

URL: <http://www.voer.edu.vn/m/bf9b874e>

Giấy phép: <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/>

Module: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN BẰNG PHƯƠNG PHÁP SỐ PHẦN IV

Các tác giả: PGS.TS. Lê Kim Hùng

URL: <http://www.voer.edu.vn/m/9f3c5e73>

Giấy phép: <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/>

Module: Mô hình hóa các phần tử trong hệ thống điện

Các tác giả: PGS.TS. Lê Kim Hùng

URL: <http://www.voer.edu.vn/m/14fbab64>

Giấy phép: <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/>

Module: Các ma trận mạng và phạm vi ứng dụng phần I

Các tác giả: PGS.TS. Lê Kim Hùng

URL: <http://www.voer.edu.vn/m/3041b006>

Giấy phép: <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/>

Module: Các ma trận mạng và phạm vi ứng dụng phần II

Các tác giả: PGS.TS. Lê Kim Hùng

URL: <http://www.voer.edu.vn/m/08ba46c0>

Giấy phép: <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/>

Module: Các thuật toán dùng cho việc thành lập những ma trận mạng

Các tác giả: PGS.TS. Lê Kim Hùng

URL: <http://www.voer.edu.vn/m/1af7d4eb>

Giấy phép: <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/>

Module: Trào lưu công suất

Các tác giả: PGS.TS. Lê Kim Hùng

URL: <http://www.voer.edu.vn/m/fe429f28>

Giấy phép: <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/>

Module: Tính toán ngắn mạch phần I

Các tác giả: PGS.TS. Lê Kim Hùng

URL: <http://www.voer.edu.vn/m/16ed7e1e>

Giấy phép: <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/>

Module: TÍNH TOÁN NGẮN MẠCH PHẦN II

Các tác giả: PGS.TS. Lê Kim Hùng

URL: <http://www.voer.edu.vn/m/dcae3a08>

Giấy phép: <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/>

Module: Nghiên cứu tính ổn định của quá trình quá độ phần I

Các tác giả: PGS.TS. Lê Kim Hùng

URL: <http://www.voer.edu.vn/m/e11217b8>

Giấy phép: <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/>

Module: Nghiên cứu tính ổn định của quá trình quá độ phần II

Các tác giả: PGS.TS. Lê Kim Hùng

URL: <http://www.voer.edu.vn/m/78801a40>

Giấy phép: <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/>

Chương trình Thư viện Học liệu Mở Việt Nam

Chương trình Thư viện Học liệu Mở Việt Nam (Vietnam Open Educational Resources – VOER) được hỗ trợ bởi Quỹ Việt Nam. Mục tiêu của chương trình là xây dựng kho Tài nguyên giáo dục Mở miễn phí của người Việt và cho người Việt, có nội dung phong phú. Các nội dung đều tuân thủ Giấy phép Creative Commons Attribution (CC-by) 4.0 do đó các nội dung đều có thể được sử dụng, tái sử dụng và truy nhập miễn phí trước hết trong môi trường giảng dạy, học tập và nghiên cứu sau đó cho toàn xã hội.

Với sự hỗ trợ của Quỹ Việt Nam, Thư viện Học liệu Mở Việt Nam (VOER) đã trở thành một cổng thông tin chính cho các sinh viên và giảng viên trong và ngoài Việt Nam. Mỗi ngày có hàng chục nghìn lượt truy cập VOER (www.voer.edu.vn) để nghiên cứu, học tập và tải tài liệu giảng dạy về. Với hàng chục nghìn module kiến thức từ hàng nghìn tác giả khác nhau đóng góp, Thư Viện Học liệu Mở Việt Nam là một kho tàng tài liệu khổng lồ, nội dung phong phú phục vụ cho tất cả các nhu cầu học tập, nghiên cứu của độc giả.

Nguồn tài liệu mở phong phú có trên VOER có được là do sự chia sẻ tự nguyện của các tác giả trong và ngoài nước. Quá trình chia sẻ tài liệu trên VOER trở lên dễ dàng như đếm 1, 2, 3 nhờ vào sức mạnh của nền tảng Hanoi Spring.

Hanoi Spring là một nền tảng công nghệ tiên tiến được thiết kế cho phép công chúng dễ dàng chia sẻ tài liệu giảng dạy, học tập cũng như chủ động phát triển chương trình giảng dạy dựa trên khái niệm về học liệu mở (OCW) và tài nguyên giáo dục mở (OER). Khái niệm chia sẻ tri thức có tính cách mạng đã được khởi xướng và phát triển tiên phong bởi Đại học MIT và Đại học Rice Hoa Kỳ trong vòng một thập kỷ qua. Kể từ đó, phong trào Tài nguyên Giáo dục Mở đã phát triển nhanh chóng, được UNESCO hỗ trợ và được chấp nhận như một chương trình chính thức ở nhiều nước trên thế giới.