

**Bài giảng**

**LÝ THUYẾT ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG 2**

**GV: ĐỖ QUANG THÔNG**

**BỘ MÔN: TỰ ĐỘNG VÀ KỸ THUẬT TÍNH**

**KHOA: KỸ THUẬT ĐIỀU KHIỂN**

## **Tài liệu:**

1. Lý thuyết ĐKTĐ 2. Đỗ Quang Thông, Vũ Đức Trường-NXB HVKTQS 2010;
2. Lý thuyết ĐKTĐ tuyến tính. Nguyễn Doãn Phước-NXB KHKT, 2004;
3. Lý thuyết ĐKTĐ. Nguyễn Thị Phương Hà, Huỳnh Thái Hoàng-NXB ĐHBK Tp HCM, 2005.

## **Các ký hiệu viết tắt**

LTĐKTD: Lý thuyết điều khiển tự động

HT: Hệ thống

ĐK: Điều khiển

HTĐKTD: Hệ thống điều khiển tự động

HTĐKTDTT: Hệ thống điều khiển tự động tuyến tính

TBĐK: Thiết bị điều khiển

ĐTĐK: Đối tượng điều khiển

PTVP: Phương trình vi phân

HST: Hàm số truyền

ĐKBĐ: Điều kiện ban đầu

SĐCT: Sơ đồ cấu trúc

KĐH: Khâu động học

ĐTTG: Đặc tính thời gian

ĐTTS: Đặc tính tần số

ĐTTSBĐ: Đặc tính tần số biên độ

ĐTTSP: Đặc tính tần số pha

ĐTTSBĐP: Đặc tính tần số biên độ pha

HTSBĐ: Hàm tần số biên độ

HTSP: Hàm tần số pha

CCHC: Cơ cấu hiệu chỉnh

HCNT: Hiệu chỉnh nối tiếp

PTHSHHTT: Phương trình hiệu số hữu hạn tuyến tính

HTĐKTĐGD: Hệ thống điều khiển tự động gián đoạn

PTX: Phần tử xung

KĐHGĐ: Khâu động học gián đoạn

KĐHLT: Khâu động học liên tục

# Phần 1

## HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG PHI TUYẾN

### Chương 1

## CÁC KHÁI NIỆM VÀ ĐỊNH NGHĨA CƠ BẢN VỀ HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG PHI TUYẾN

### 1.1. KHÁI QUÁT CHUNG

***Khái niệm:*** HTĐKTD phi tuyến là HTĐKTD được mô tả bằng các phương trình toán học phi tuyến. HTĐKTD chỉ cần có một phần tử có đặc tính tính phi tuyến được thuộc về HTĐKTD phi tuyến.

HTĐKTĐ phi tuyến tồn tại dưới hai hình thức:

- các khâu phi tuyến có sẵn trong HTĐKTĐ;
- *các khâu phi tuyến được người thiết kế đưa vào nhằm đạt được một chế độ hay chất lượng mong muốn (Fuzzy, mạng nơron).*

## 1.2. ĐẶC ĐIỂM CỦA HTĐKTĐ PHI TUYẾN

- Trong HTĐKTĐ phi tuyến không áp dụng được nguyên lý xếp chồng, phép biến đổi Laplace và Fourier;
- Không có phương pháp nghiên cứu tổng quát; mỗi phương pháp chỉ áp dụng được trong những trường hợp cụ thể;
- Có khả năng xuất hiện hiện tượng tự dao động;
- Trạng thái của HT không những phụ thuộc vào tham số và cấu trúc của nó mà còn phụ thuộc các ĐKBĐ, giá trị lượng vào.

# 1.3. CÁC PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU HTĐKTĐ PHI TUYẾN

HTĐKTĐ phi tuyến được mô tả bằng phương trình vi phân phi tuyến bậc n:

$$F_1\{y(t), y'(t), \dots, y^{(n)}(t), t\} = F_2\{x(t), x'(t), \dots, x^{(m)}(t), t\} \quad (1.1)$$

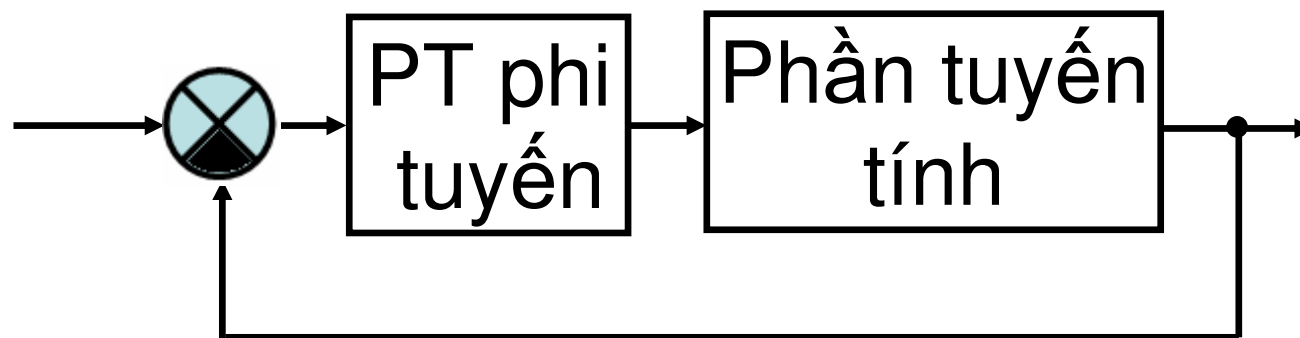
trong đó:

$F_1(\cdot)$ ,  $F_2(\cdot)$ -các hàm phi tuyến.

Hiện nay chưa có phương pháp giải tích tổng quát giải phương trình (1.1) mà phải dùng phương pháp gần đúng hoặc phương pháp số trên máy tính.



Thông thường tách riêng ra một phần tử có tính phi tuyến mạnh nhất, có ảnh hưởng lớn nhất đối với chất lượng của HT, các phần tử còn lại được tuyến tính hoá và được gộp chung lại thành phần tuyến tính (H.1-3)



H. 1-3. Sơ đồ chức năng HTĐKTD phi tuyến

*Hiện nay có các phương pháp nghiên cứu HTĐKTD phi tuyến sau:*

- phương pháp không gian pha (mặt phẳng pha);
- phương pháp tuyến tính hóa điều hòa;
- phương pháp Liapunov thứ hai;
- phương pháp ổn định tuyệt đối của Popov;
- phương pháp tuyến tính hóa thống kê;
- phương pháp Back-stepping.

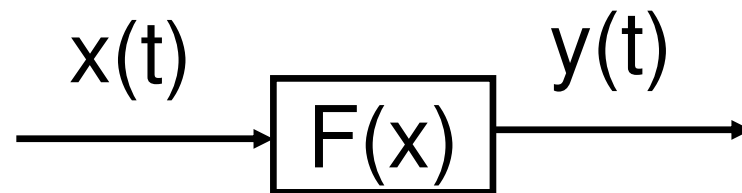
## 1.4. CÁC KHÂU PHI TUYẾN ĐIỂN HÌNH

Các khâu phi tuyến trong thực tế thường xuất hiện dưới dạng khâu phi tuyến không quán tính, được mô tả bằng phương trình tổng quát sau

$$y(t)=F[x(t)], \quad (1.2)$$

trong đó  $F[.]$ -hàm phi tuyến.

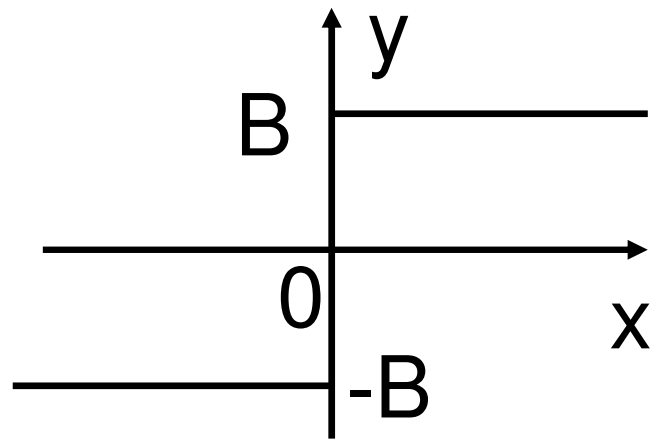
Sơ đồ chức năng khâu phi tuyến dạng (1.2) được biểu diễn trên H.1-4



H.1-4. *Khâu phi tuyến không quán tính*

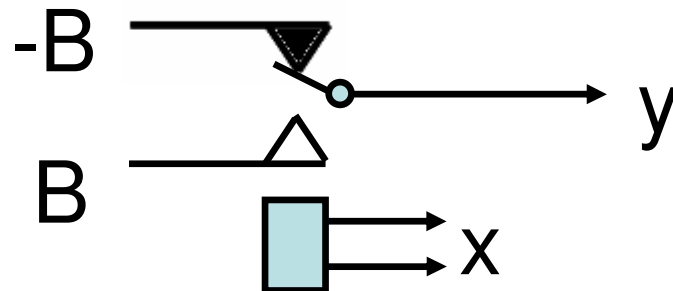
## 1.4.1. Khâu rơ le hai vị trí

Đây là khâu rơ le lý tưởng có hai tiếp điểm. Đặc tính tĩnh và phương trình tĩnh của nó được mô tả trên H.1-5.



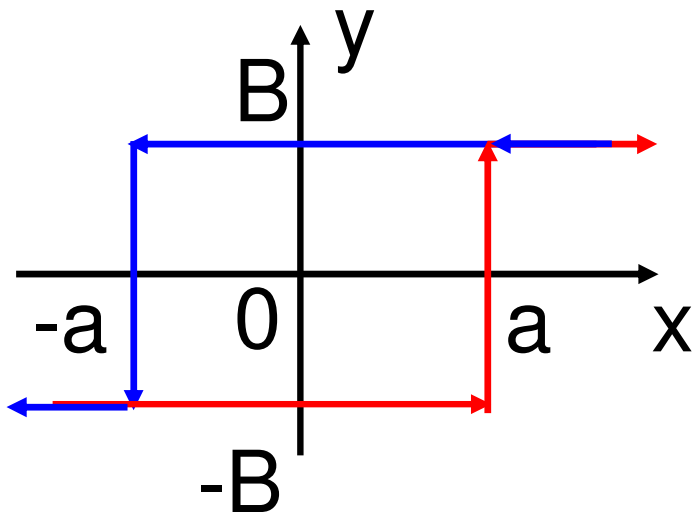
$$y = \begin{cases} B, & x > 0; \\ -B, & x < 0. \end{cases}$$

H.1-5. Đặc tính tĩnh của khâu rơ le hai vị trí



## 1.4.2. Khâu rẽ hai vị trí có trễ

Đây là khâu rẽ le thực tế có hai tiếp điểm. Đặc tính tĩnh và phương trình tĩnh của nó được mô tả trên H.1-7.



H.1-7. Đặc tính tĩnh của khâu rẽ hai vị trí có trễ

Khi  $dx/dt > 0$ :

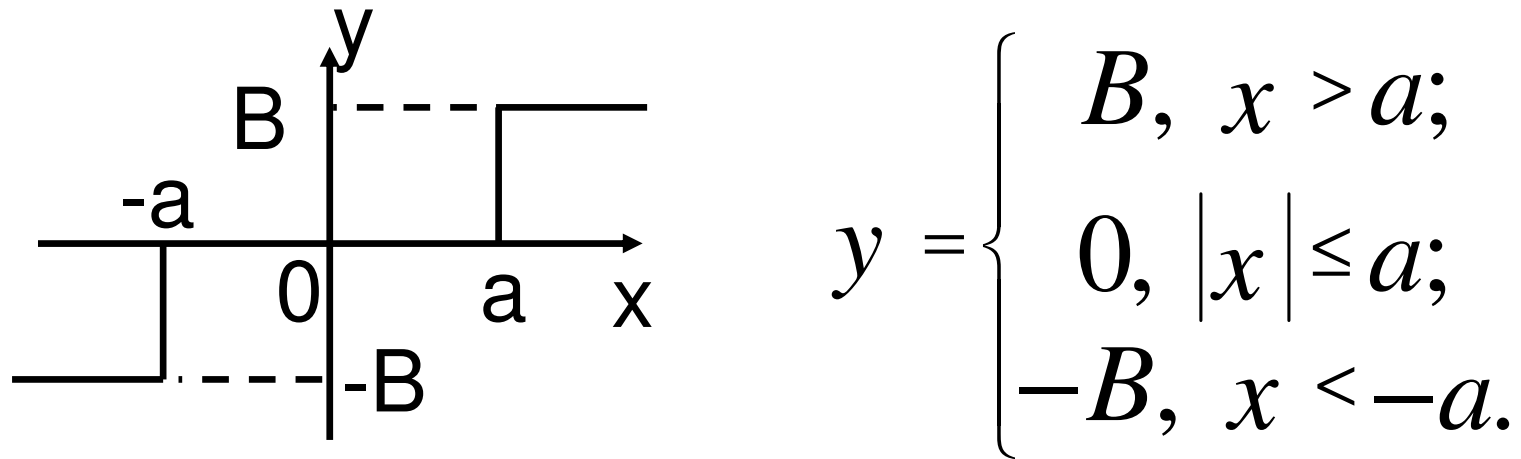
$$y = \begin{cases} B, & x \geq a; \\ -B, & x < a. \end{cases}$$

Khi  $dx/dt < 0$ :

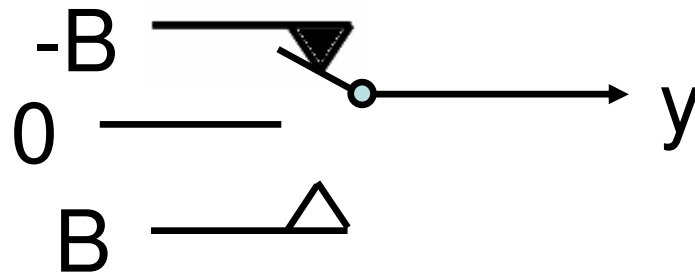
$$y = \begin{cases} B, & x > -a; \\ -B, & x \leq -a. \end{cases}$$

### 1.4.3. Khâu rơ le ba vị trí

Đây là khâu rơ le lý tưởng có ba tiếp điểm. Đặc tính tĩnh và phương trình tĩnh của nó được mô tả trên H.1-6.

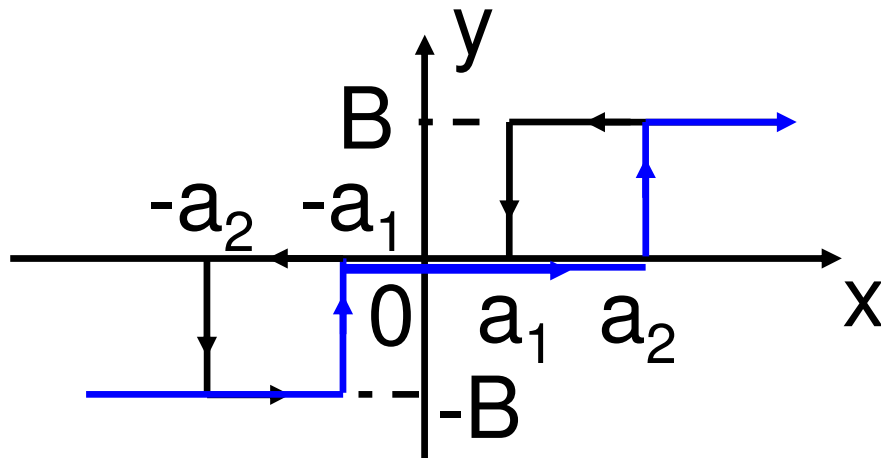


H.1-6. *Đặc tính tĩnh của khâu rơ le ba vị trí*



## 1.4.4. Khâu rơ le ba vị trí có trễ

Đây là khâu rơ le thực tế có ba tiếp điểm. Đặc tính tĩnh và phương trình tĩnh của nó được mô tả trên H.1-8.



H.1-8. Đặc tính tĩnh của khâu rơ le ba vị trí có trễ

Khi  $dx/dt > 0$

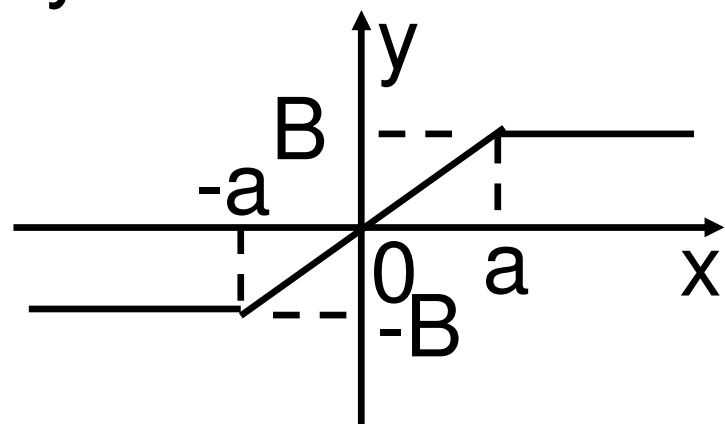
$$y = \begin{cases} B, & x > a_2 \\ 0, & -a_1 \leq x \leq a_2 \\ -B, & x < -a_1 \end{cases}$$

Khi  $dx/dt < 0$

$$y = \begin{cases} B, & x > a_1 \\ 0, & -a_2 \leq x \leq a_1 \\ -B, & x < -a_2 \end{cases}$$

## 1.4.5. Khâu khuếch đại bão hòa

Tất cả các phần tử khuếch đại điện tử, điện cơ, thủy lực, khí nén,... đều có các đặc tính tĩnh dạng này.



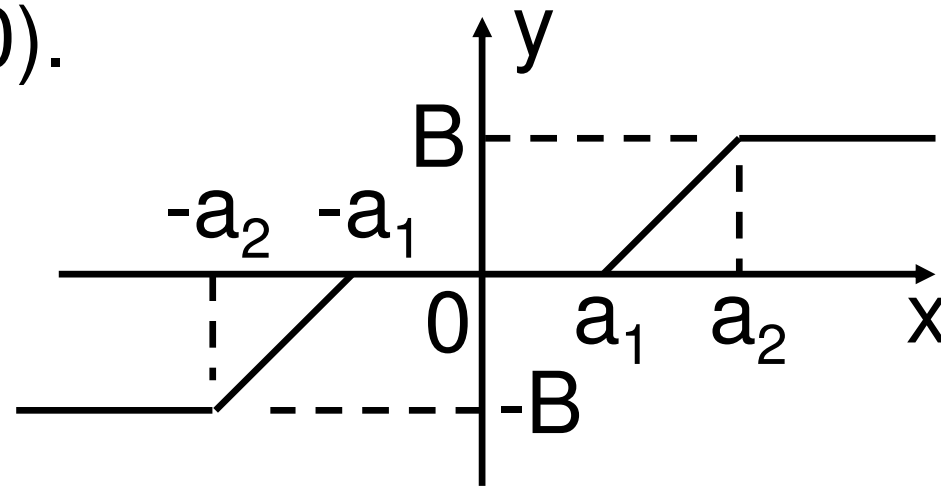
$$y(x) = \begin{cases} B, & \text{khi } x > a \\ \frac{B}{a}x, & \text{khi } -a \leq x \leq a \\ -B, & \text{khi } x < -a. \end{cases}$$

H.1.9-Đặc tính tĩnh của  
khâu KĐBH



## 1.4.6. Khuếch đại bão hòa có vùng không nhạy

Khuếch đại phi tuyến dạng này có trong tất cả các phần tử khuếch đại công suất thực tế. Khi tín hiệu đầu vào nhỏ, đặc tính sẽ có vùng chết, trong khi tín hiệu đầu vào lớn sẽ làm cho đầu ra bị hạn chế (H.1-10).

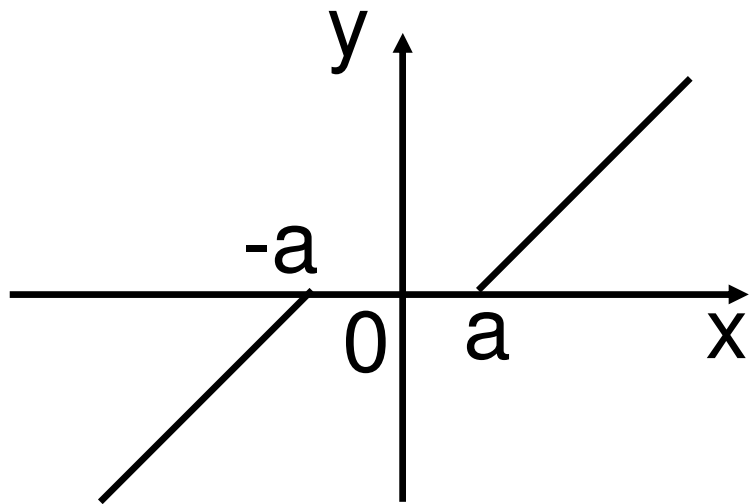


H.1-10.

$$y(x) = \begin{cases} B, & \text{khi } x > a_2 \\ \frac{B}{a_2 - a_1} (x - a_1), & \text{khi } a_1 \leq x \leq a_2 \\ 0, & \text{khi } -a_1 \leq x \leq a_1 \\ \frac{B}{a_2 - a_1} (x + a_1), & \text{khi } -a_2 \leq x \leq -a_1 \\ -B, & \text{khi } x < -a_2. \end{cases}$$

### 1.4.7. Khâu có vùng không nhạy

Các mạch khuếch đại, các cơ cấu chấp hành, khi tín hiệu đầu vào nhỏ, sẽ có vùng không nhạy. Đặc tính tĩnh của khâu có vùng không nhạy được đưa ra trên H.1-11.



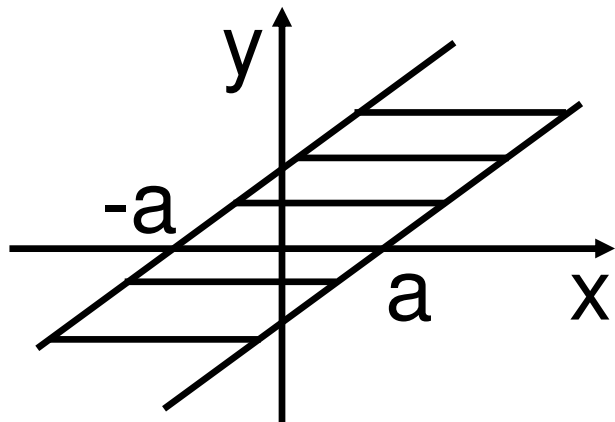
H.1-11

$$y = \begin{cases} 0, & |x| \leq a \\ k(x-a), & x > a \\ k(x+a), & x < -a. \end{cases}$$

## 1.4.8. Các khâu phi tuyến có đặc tính đa trị

### 1.4.8.1. Khâu khe hở (độ rơ)

Dạng phi tuyến thường gặp trong các HT truyền động cơ khí là khe hở, thí dụ, khe hở xuất hiện trong bộ phận truyền động bằng bánh răng. Đặc tính tĩnh và mô hình cơ học của khâu kiểu khe hở như mô tả trên H.1-12



H.1-12

$$y = \begin{cases} x - a, & \text{khi } \dot{x} > 0 \text{ and } |x - x_0| \geq 2a; \\ x + a, & \text{khi } \dot{x} < 0 \text{ and } |x - x_0| \geq 2a; \\ x_0, & \text{khi } |x - x_0| < 2a. \end{cases}$$

## Chương 2

# KHẢO SÁT HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG PHI TUYẾN BẰNG PHƯƠNG PHÁP KHÔNG GIAN PHA

## 2.1. PHƯƠNG PHÁP KHÔNG GIAN PHA

**Khái quát chung:** Đây là phương pháp đồ họa để nghiên cứu các HTĐKTD phi tuyến.

## **Ưu điểm:**

- cho phép quan sát chuyển động của HTĐKTĐ phi tuyến với các ĐKBĐ khác nhau;
- áp dụng với nhiều đối tượng phi tuyến;
- dễ dàng phân tích các HTĐKTĐ bậc 2 (PP mặt phẳng pha).

## Nhược điểm:

- chỉ được dùng để nghiên cứu HT có bậc không lớn hơn hai, bởi vì, khi HT có bậc cao hơn, việc dựng đồ thị gặp nhiều khó khăn.

Nếu trạng thái của HTĐKTĐ phi tuyến được mô tả bằng bằng hệ  $n$  phương trình vi phân:

$$\dot{y}_i = f_i(y_1, y_2, \dots, y_n, t); \quad i = 1 \div n \quad (2.1)$$

trong đó tham số  $t$  chỉ ra rằng tác động bên ngoài thay đổi theo thời gian, thì nghiệm của nó hoàn toàn được xác định bằng ĐKBĐ  $y_{i0}$ . Nghiệm này được gọi là chuyển động “không bị nhiễu loạn”.

Sự thay đổi ĐKBĐ đi một giá trị  $\Delta y_{i_0}$  dẫn đến sự thay đổi nghiệm. Sai lệch của nghiệm đó so với nghiệm không nhiễu loạn gọi là chuyển động nhiễu loạn.

Hệ phương trình (2.1) khi tính đến sự thay đổi ĐKBĐ có dạng:

$$\dot{y}_i + \Delta \dot{y}_i = f_i(y_1 + \Delta y_1, y_2 + \Delta y_2, \dots, y_n + \Delta y_n, t).$$

Có thể biến đổi hệ phương trình trên về dạng:

$$\Delta \dot{y}_i = F_i(\Delta y_1, \Delta y_2, \dots, \Delta y_n, t). \quad (2.2)$$

Hệ phương trình (2.2) được gọi là hệ phương trình đối với các sai lệch. Nếu

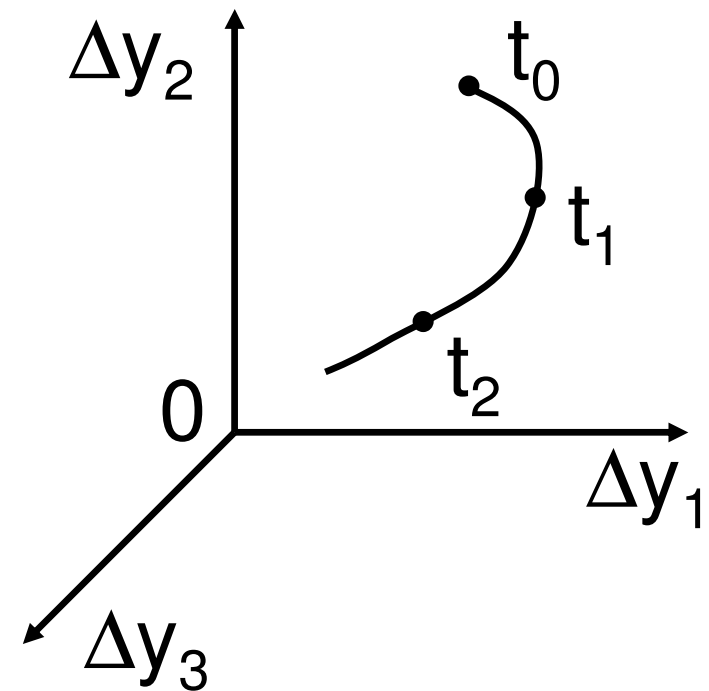


$$F_i(\Delta y_1, \Delta y_2, \dots, \Delta y_n, t) = F_i(\Delta y_1, \Delta y_2, \dots, \Delta y_n)$$

tức là tác động bên ngoài không đổi, hoặc không có tác động bên ngoài, thì HT được gọi là ôtonôm (tự trị). Trong HT không tự trị tác động bên ngoài thay đổi theo thời gian. Việc nghiên cứu tính ổn định của chuyển động không bị nhiễu loạn được chuyển sang nghiên cứu nghiệm của hệ phương trình (2.2). Nghiệm này mô tả chuyển động của HT về trạng thái cân bằng trong các tọa độ  $\Delta y_i$ .

## Khái niệm không gian pha:

Các giá trị tức thời các tọa độ  $\Delta y_i$  của HTĐKTD phi tuyến được biểu diễn dưới dạng các điểm trong không gian Đề Các  $n$  chiều gọi là không gian pha.



H.2-1

## Khái niệm quỹ đạo pha:

Vị trí hình học của các điểm phù hợp với sự thay đổi nối tiếp trạng thái của HT trong không gian pha được gọi là quỹ đạo pha (H.2-1).

**Khái niệm ảnh pha:** Tập hợp đầy đủ tất cả các quỹ đạo pha tương ứng với tất cả ĐKBĐ có thể có, được gọi là ảnh pha của HT.

Nội dung của phương pháp không gian pha là chuyển hệ tọa độ theo thời gian về các hệ tọa độ pha với các biến thời gian được ẩn đi. Trong không gian pha, các biến pha là thành phần nguyên hàm và đạo hàm các cấp

$$f(y^{(0)}, y^{(1)}, y^{(2)}, \dots, y^{(n)})$$

(ở đây, để đơn giản cách viết, bỏ đi ký hiệu  $\Delta$ )

**Mặt phẳng pha:** Đối với HT có bậc của phương trình bằng hai thì không gian pha chính là mặt phẳng pha. Thông thường trong mặt phẳng pha, một tọa độ biểu diễn chuyển động của HT, tọa độ kia là tốc độ biến thiên của chuyển động.

Trong mặt phẳng pha, động học HTĐKTĐ phi tuyến được mô tả bằng hệ hai phương trình vi phân phi tuyến bậc 1:

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = f_1(y_1, y_2) \\ \frac{dy_2}{dt} = f_2(y_1, y_2), \end{cases}$$

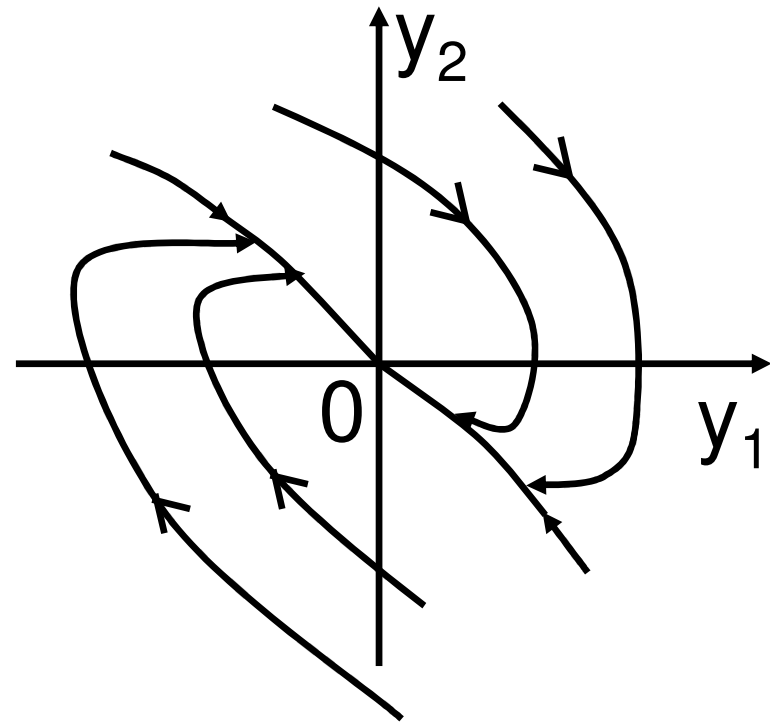
trong đó  $y_1$  là hoành độ, là biến số chính của HT;  
 $y_2$  là tung độ, là tốc độ biến thiên của  $y_1$ :

$$\dot{y}_1 = y_2 \quad \frac{dy_2}{dy_1} = \frac{dy_2/dt}{dy_1/dt} = \frac{f_2(y_1, y_2)}{f_1(y_1, y_2)}.$$

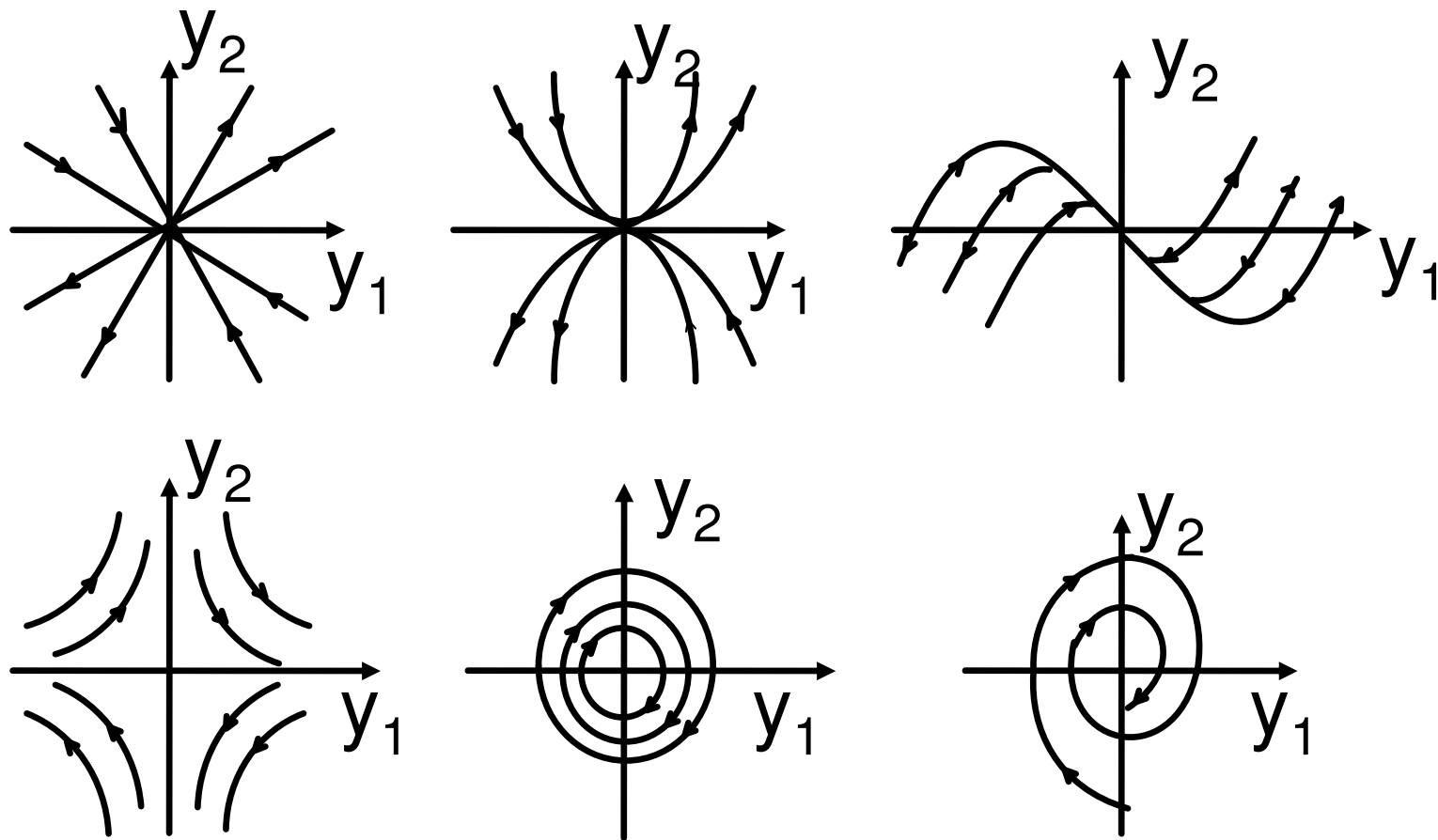
**Các điểm đặc biệt:** giá trị  $dy_2/dy_1$  xác định tang góc nghiêng đối với trục hoành (trục  $y_1$ ) của quỹ đạo pha. Trong hàng loạt trường hợp, với những giá trị nhất định của  $y_1, y_2$  xuất hiện dạng vô định  $0/0$ . Các điểm này được gọi là điểm đặc biệt. Chúng đặc trưng cho trạng thái cân bằng của HT.

Đánh dấu trên quỹ đạo pha bằng các mũi tên chỉ chiều thay đổi trạng thái của HT, có thể xác định tính ổn định của trạng thái cân bằng: nếu tất cả các quỹ đạo pha đều hội tụ tới điểm

đặc biệt thì đó là điểm cân bằng bền (H.2-2). Ở nửa trên trục hoành các quỹ đạo hướng sang phải, còn ở nửa dưới quỹ đạo hướng sang trái.



H.2-2. Thí dụ một dạng quỹ đạo pha



H.2-3. Các dạng điểm đặc biệt

## Các đường đặc biệt trong mặt phẳng pha:

*Đường đặc biệt là đường quỹ đạo pha khép kín và được gọi là chu trình giới hạn. Nó xác định khả năng có thể xảy ra tự dao động trong HT.*

Để nghiên cứu quỹ đạo pha gần điểm đặc biệt, ta chuyển gốc tọa độ về điểm đặc biệt đó. Lúc này các biến số  $y_1, y_2$  được xác định bằng cách phân tích hàm phi tuyến  $f_1(y_1, y_2), f_2(y_1, y_2)$  thành chuỗi Macloranh và chỉ giữ lại các thành phần bậc nhất:

$$\begin{cases} f_1(y_1, y_2) \approx a_1 y_1 + a_2 y_2 \\ f_2(y_1, y_2) \approx b_1 y_1 + b_2 y_2; \end{cases}$$



$$a_1 = \left. \frac{\partial f_1}{\partial y_1} \right|_{y_1=0, y_2=0} ; a_2 = \left. \frac{\partial f_1}{\partial y_2} \right|_{y_1=0, y_2=0} ;$$

$$b_1 = \left. \frac{\partial f_2}{\partial y_1} \right|_{y_1=0, y_2=0} ; b_2 = \left. \frac{\partial f_2}{\partial y_2} \right|_{y_1=0, y_2=0} .$$

Từ đây nhận được hệ phương trình vi phân tuyến tính hóa

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = a_1 y_1 + a_2 y_2 \\ \frac{dy_2}{dt} = b_1 y_1 + b_2 y_2 \end{cases}$$

## Từ phương trình

$$\frac{dy_1}{dt} = a_1 y_1 + a_2 y_2 \Rightarrow \frac{dy_1^2}{dt^2} = a_1 \frac{dy_1}{dt} + a_2 \frac{dy_2}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dy_1^2}{dt^2} - (a_1 + b_2) \frac{dy_1}{dt} + (a_1 b_2 - a_2 b_1) y_1 = 0.$$

Biến đổi tương tự, nhận được:

$$\frac{dy_2^2}{dt^2} - (a_1 + b_2) \frac{dy_2}{dt} + (a_1 b_2 - a_2 b_1) y_2 = 0.$$

Lúc này, các biến  $y_1$ ,  $y_2$  là nghiệm của phương trình vi phân dạng:

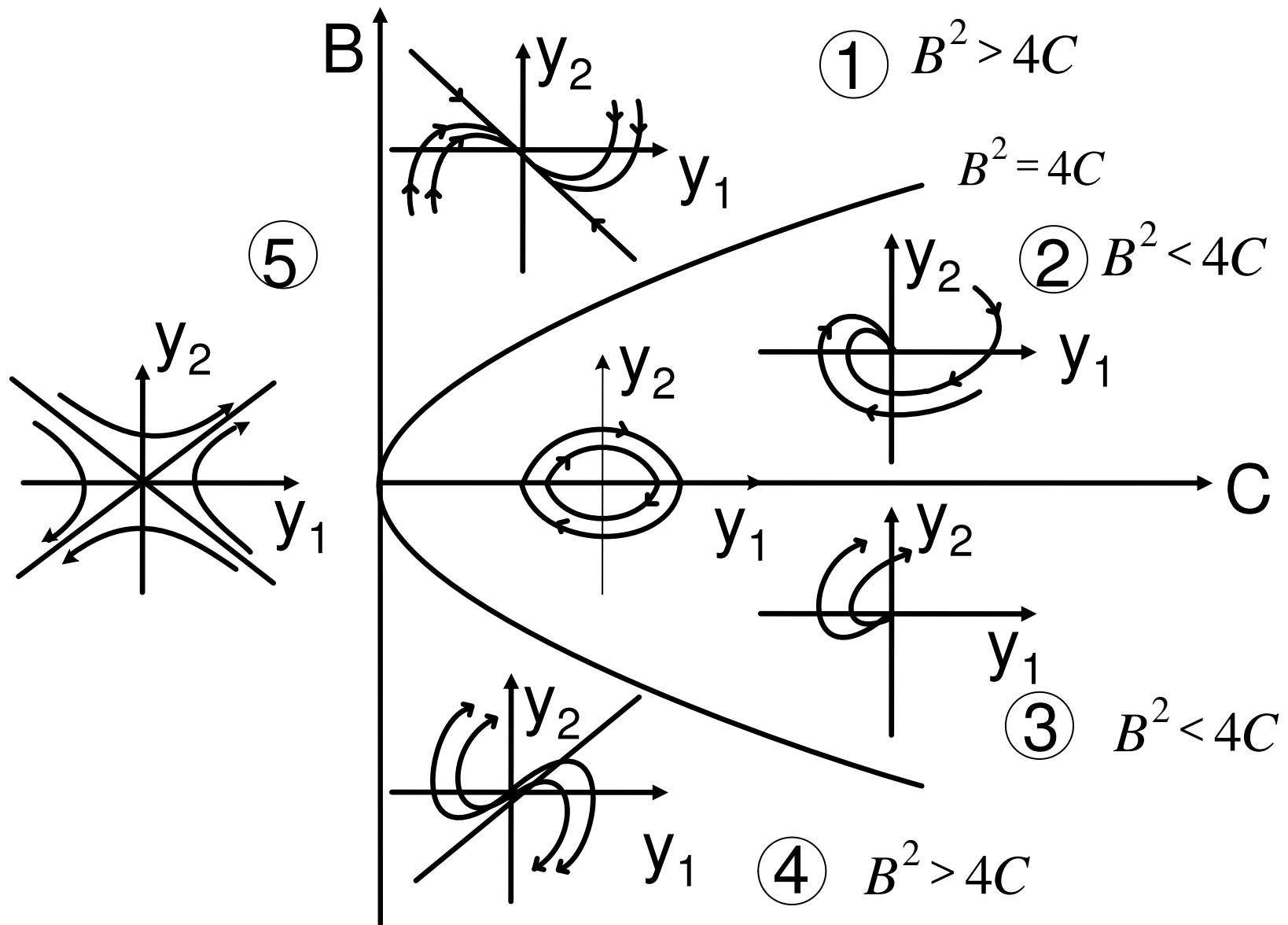
$$\frac{dy^2}{dt^2} + B \frac{dy}{dt} + Cy = 0.$$

Phương trình đặc trưng của nó có dạng:

$$s^2 + Bs + C = 0; \Delta = B^2 - 4C.$$

Phương trình này có hai nghiệm:  $s_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2}$

Quỹ đạo pha của HT được xác định trên cơ sở phân bố nghiệm của phương trình đặc trưng trên mặt phẳng nghiệm (H.2-4).

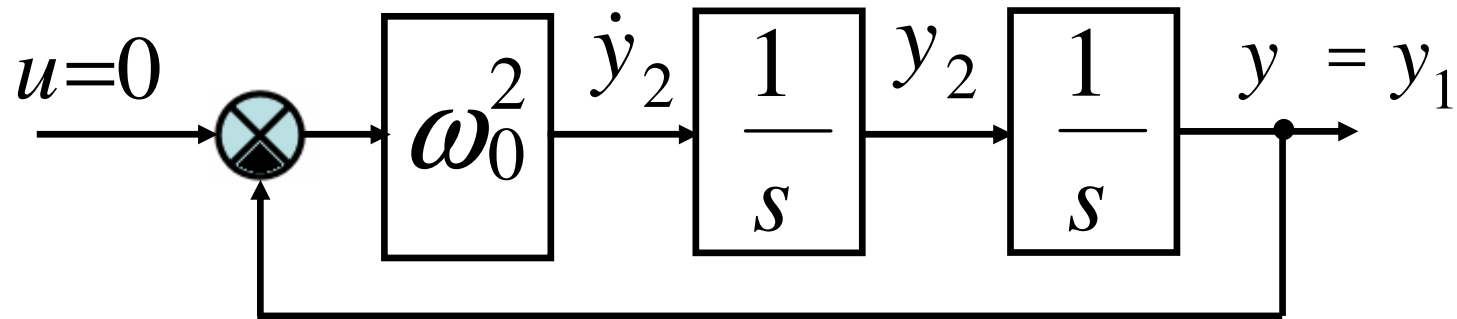


H. 2-4. Dạng quỹ đạo pha phụ thuộc vào phân bố nghiệm của phương trình đặc trưng

## **Đặc điểm của phương pháp mặt phẳng pha:**

- phần tuyến tính của HT có bậc không lớn hơn hai, vì khi bậc cao hơn (không gian pha), tính trực quan của phương pháp bị hạn chế;
- phương pháp được áp dụng với HT dừng (tham số không thay đổi theo thời gian);
- phương pháp được áp dụng thuận tiện với HT gồm một phần tử phi tuyến và một phần tử tuyến tính.

*Thí dụ 2.1.* Dạng quỹ đạo pha của HTTT có SĐCT trên H.2-5.



H.2-5

Hệ phương trình vi phân mô tả HT có dạng:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 = \frac{dy_1}{dt} \\ \dot{y}_2 = -\omega_0^2 y_1 = \frac{dy_2}{dt} \end{cases}$$

Chia phương trình thứ hai cho phương trình thứ nhất, nhận được

$$\frac{dy_2}{dy_1} = -\omega_0^2 \frac{y_1}{y_2} \Rightarrow y_2 dy_2 = -\omega_0^2 y_1 dy_1 \Rightarrow \frac{y_2^2}{2} + \omega_0^2 \frac{y_1^2}{2} = C.$$

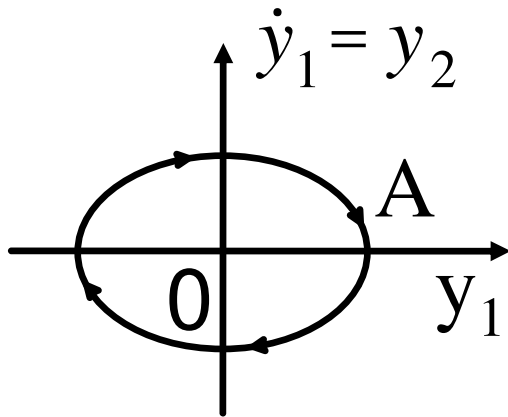
Thí dụ, với điều kiện đầu:

$$y_2(0)=0, y_1(0)=A$$

$$\Rightarrow C = \omega_0^2 \frac{A^2}{2}$$

phương trình trên là phương

trình ellip:  $\frac{y_2^2}{2} + \omega_0^2 \frac{y_1^2}{2} = \omega_0^2 \frac{A^2}{2}.$

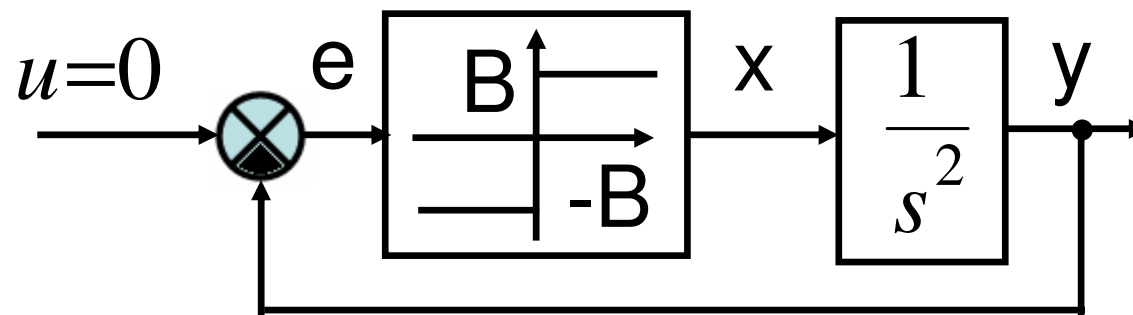


H. 2-6.

## 2.2. THÍ DỤ KHẢO SÁT MỘT SỐ HTĐKTD PHI TUYẾN BẰNG PHƯƠNG PHÁP MẶT PHẪNG PHA

### 2.2.1. HT với khâu rơ le hai vị trí

*Thí dụ 2.2.* Khảo sát HTĐKTD phi tuyến trên H.2-7 bằng phương pháp mặt phẳng pha.



H.2-7

- Bước 1: Xác định các phương trình HT:



$$\left. \begin{array}{l} \frac{y}{x} = \frac{1}{s^2} \\ e = u - y \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \Rightarrow s^2 y = x = f(e) \\ \Rightarrow \frac{d^2 y}{dt^2} = \begin{cases} B & \text{khi } e > 0 (y < 0) \\ -B & \text{khi } e < 0 (y > 0). \end{cases} \end{array}$$

+ Khi  $y < 0$ :

$$\frac{dy}{dt} = y_2, y_1 = y; \quad \Rightarrow \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{dy_2}{dt} = B \quad \Rightarrow \begin{cases} \frac{dy_2}{dt} = B \\ \frac{dy_1}{dt} = y_2. \end{cases}$$

+ Khi  $y > 0$ :

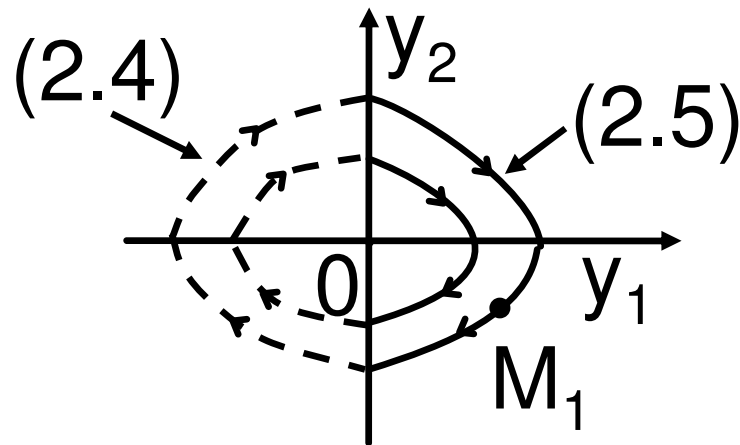
$$\begin{cases} \frac{dy_2}{dt} = -B \\ \frac{dy_1}{dt} = y_2. \end{cases}$$

- Bước 2: Xác định phương trình quỹ đạo pha:

$$+ \text{ Khi } y < 0: \quad \frac{dy_1}{dy_2} = \frac{y_2}{B} \Rightarrow y_1 = \frac{1}{2B}(y_2)^2 + C_1 \quad (2.4)$$

$$+ \text{ Khi } y > 0: \quad \frac{dy_1}{dy_2} = \frac{-y_2}{B} \Rightarrow y_1 = \frac{-1}{2B}(y_2)^2 + C_2 \quad (2.5)$$

- Bước 3: Vẽ quỹ đạo pha HT

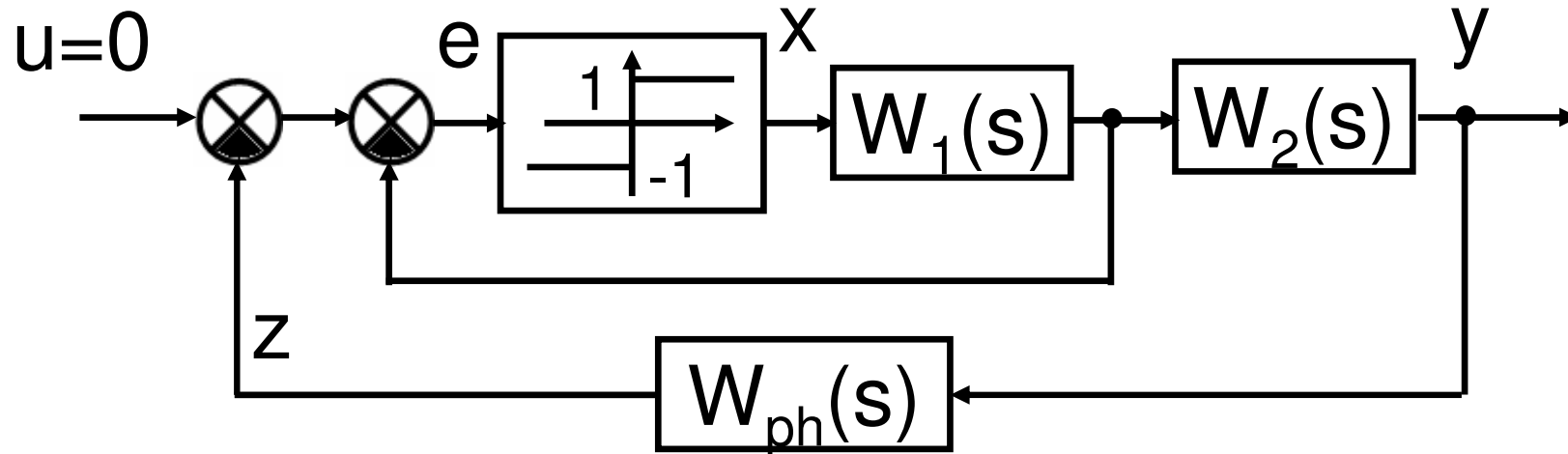


quỹ đạo pha của HT trên gồm hai nửa parabol khép kín H.2-8. Do đó, HT tự dao động.

H. 2-8. Họ quỹ đạo pha

*Thí dụ 2.3.* Khảo sát HT trên H.2-9 với khâu phi tuyến hai vị trí và các khâu tuyến tính được mô tả bằng các HST:

$$W_1(s) = \frac{1}{s} \quad W_2(s) = \frac{1}{Ts} \quad W_{ph}(s) = K$$



H.2-9.

Từ SĐCT của HT ta có:

$$e = u - z - \int_0^t x dt; \quad x = \begin{cases} 1 & \text{khi } e > 0 \\ -1 & \text{khi } e < 0; \end{cases} \quad T \frac{d^2 y}{dt^2} = x;$$

Suy ra:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \begin{cases} \frac{1}{T} & \text{khi } Ky + T \frac{dy}{dt} < 0 \\ -\frac{1}{T} & \text{khi } Ky + T \frac{dy}{dt} > 0 \end{cases}$$

đặt  $y_1 = y$ ,  $y_2 = dy / dt$ ,

Phân chia mặt phẳng pha thành hai miền điểm bằng đường thẳng:

$$K y_1 + T y_2 = 0$$

thì miền phía trên  
đường thẳng này  
sẽ có

$$\frac{d^2 y_1}{dt^2} = -\frac{1}{T} \quad (2.8)$$

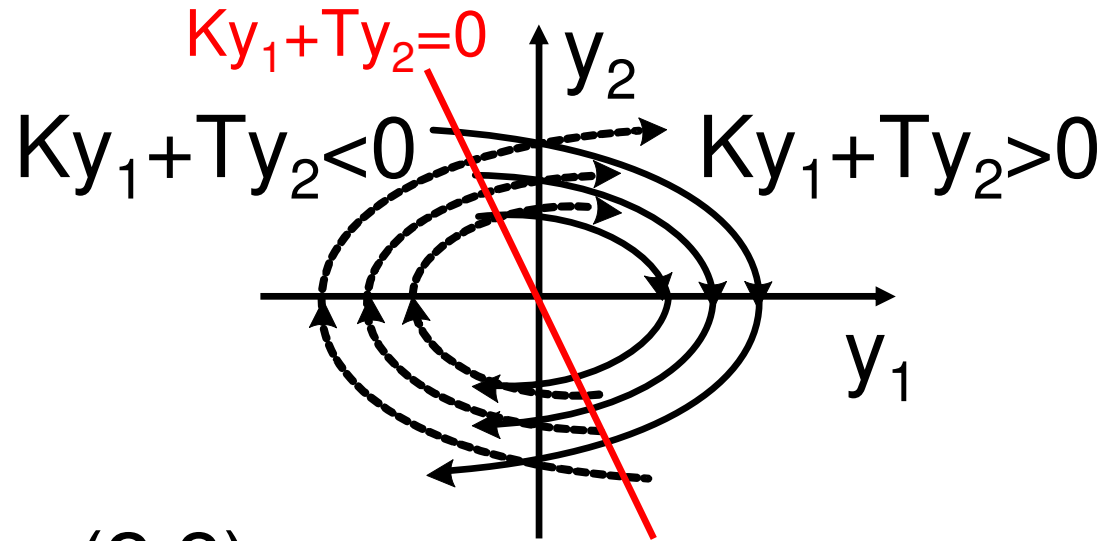
còn miền phía dưới sẽ có

$$\frac{d^2 y_1}{dt^2} = \frac{1}{T} \quad (2.9)$$

Từ (2.8) nhận được

$$y_2 = \frac{dy_1}{dt} = -\frac{t}{T} + C_1$$

$$\Rightarrow y_1 = -\frac{t^2}{2T} + C_1 t + C_2 = -\frac{T}{2} \left( \frac{-t}{T} + C_1 \right)^2 + \left( C_2 + \frac{T C_1^2}{2} \right)$$

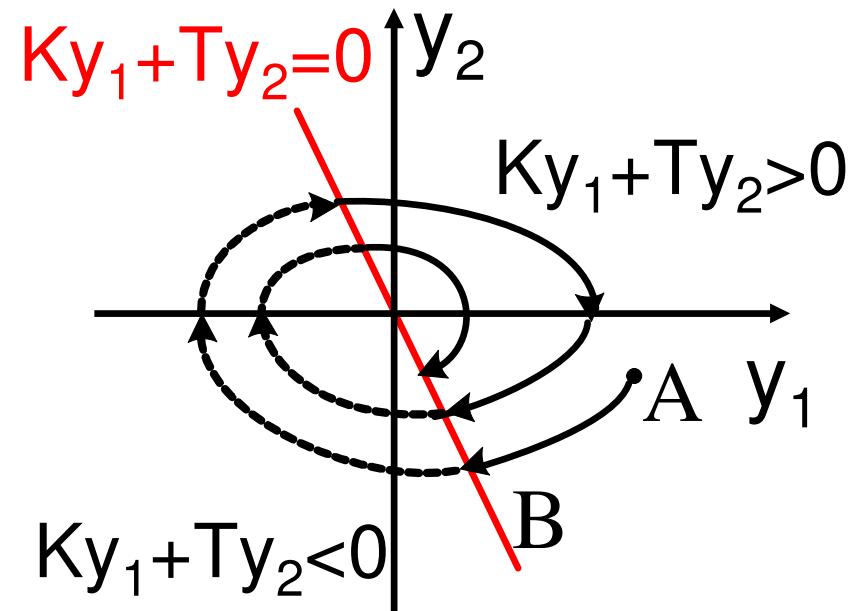


$$y_1 = -\frac{T}{2}(y_2)^2 + K_1 \quad (2.10)$$

Tương tự, từ (2.9) nhận được

$$y_1 = \frac{T}{2}(y_2)^2 + K_2 \quad (2.11)$$

Bây giờ ta đã có thể xây dựng một quỹ đạo pha đi từ điểm đầu tùy ý nhưng cho trước trong mặt phẳng pha. Chẳng hạn đó là điểm A trên H.2-11.



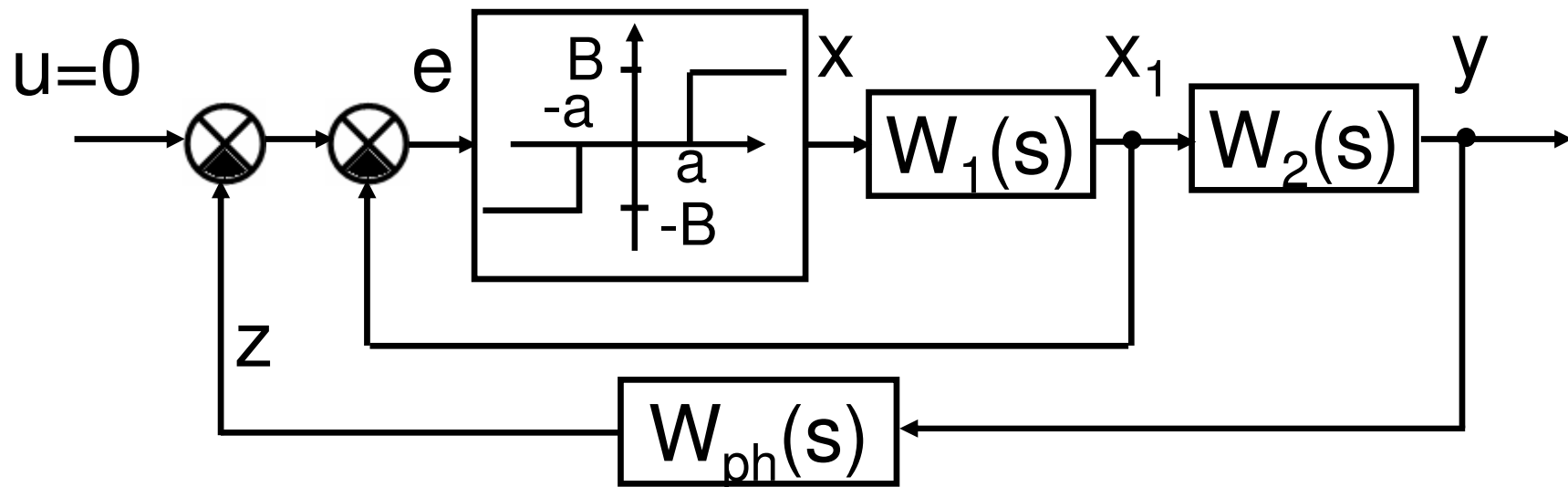
H.2-11

Nhận thấy rằng, quỹ đạo pha của HT có xu hướng tiến dần về gốc tọa độ và kết thúc tại đó. Từ đó, ta rút ra được những kết luận sau về chất lượng của HT:

- có một điểm cân bằng là gốc tọa độ trong mặt phẳng pha ;
- không có dao động điều hòa;
- ổn định tại gốc tọa độ;
- có miền ổn định là toàn bộ mặt phẳng pha (ổn định tuyệt đối).

*Thí dụ 2.4.* Khảo sát HT trên H.2-16 với khâu phi tuyến ba vị trí và các khâu tuyến tính được mô tả bằng các HST:

$$W_1(s) = \frac{1}{s} \quad W_2(s) = \frac{1}{Ts+1} \quad W_{ph}(s) = K$$



H.2-16.



$$e = u - z - \int_0^t x dt = -Ky - \left( T \frac{dy}{dt} + y \right).$$

Suy ra

$$T \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} = \begin{cases} B & \text{khi } T \frac{dy}{dt} + (K+1)y < -a \\ -B & \text{khi } T \frac{dy}{dt} + (K+1)y > a \\ 0 & \text{khi } \left| T \frac{dy}{dt} + (K+1)y \right| < a. \end{cases} \quad (2.16)$$

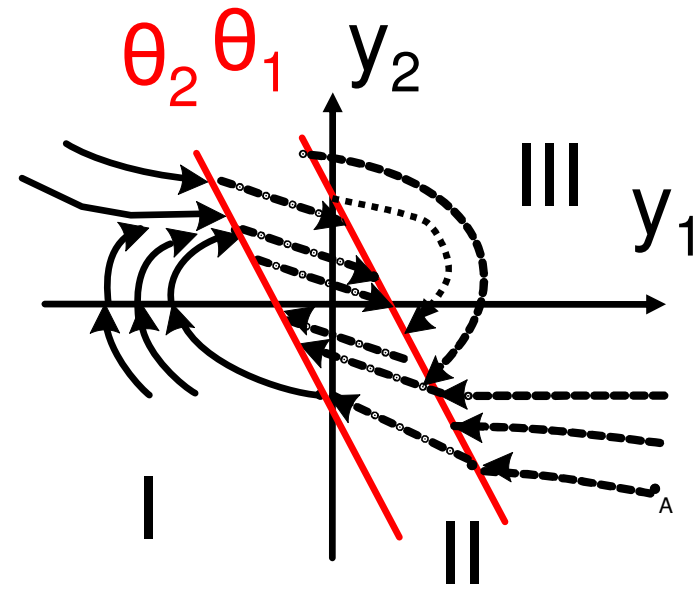
Sử dụng mặt phẳng pha là mặt phẳng có trục hoành là  $y_1 = y$  trục tung là  $y_2 = dy_1/dt$ , sau đó chia nó thành ba miền điểm khác nhau bằng hai đường thẳng

$$\theta_1 := T y_2 + (K+1) y_1 = a;$$

$$\theta_2 := T y_2 + (K+1) y_1 = -a.$$

Lúc này (2.16) có dạng

$$T \frac{dy_2}{dt} + y_2 = \begin{cases} B & \text{trong (I)} \\ -B & \text{trong (III)} \\ 0 & \text{trong (II)}. \end{cases}$$



H.2-17

Trong miền I:  $\frac{dy_2}{dt} = \frac{B-y_2}{T}; \frac{dy_1}{dt} = y_2; \Rightarrow \frac{dy_1}{dy_2} = \frac{T y_2}{B-y_2}$

$$\Rightarrow y_1 = -T y_2 - TB \ln|y_2 - B| + C_1;$$

Trong miền II:  $\frac{dy_2}{dt} = \frac{-y_2}{T}; \quad \frac{dy_1}{dt} = y_2; \Rightarrow \frac{dy_1}{dy_2} = -T.$

$$\Rightarrow y_1 = -Ty_2 + C_2.$$

Trong miền III:

$$\frac{dy_2}{dt} = -\frac{B+y_2}{T}; \quad \frac{dy_1}{dt} = y_2; \quad \Rightarrow \frac{dy_1}{dy_2} = -\frac{Ty_2}{B+y_2}$$

$$\Rightarrow y_1 = -Ty_2 + TB \ln|y_2 + B| + C_3.$$

## Chương 3

# PHƯƠNG PHÁP TUYẾN TÍNH HÓA ĐIỀU HÒA

## 3.1. PHƯƠNG PHÁP TTHĐH

### 3.1.1. Khái quát chung

#### *Ưu điểm:*

- có thể áp dụng với các HT bậc thấp và bậc cao;
- do nó sử dụng phương pháp phân tích trên miền tần số của các HT tuyến tính nên rất dễ dàng áp dụng và cho phép đánh giá các tham số chuyển động trong HT;

- áp dụng tương đối dễ dàng đối với các phần tử phi tuyến cứng có trong các HTĐKTĐ.

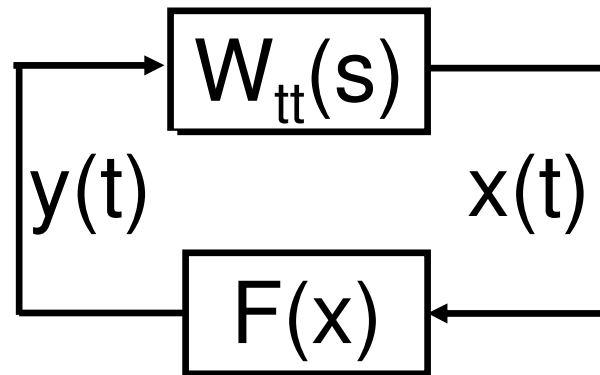
***Nhược điểm:*** là phương pháp tính toán gần đúng.

Việc nghiên cứu HTĐKTĐ phi tuyến bằng phương pháp tuyến tính hóa điều hòa được thực hiện qua hai giai đoạn :

- *giai đoạn 1*: thay thế khâu phi tuyến trong HT bằng khâu tuyến tính tương đương, có HST phụ thuộc vào các tham số chuyển động trong HT; bằng cách đó ta nhận được HST của HT được tuyến tính hóa điều hòa;

- *giai đoạn 2*: bằng phương pháp bất kỳ của LTĐKTĐ tuyến tính, tìm chuyển động của HT đã tuyến tính hóa điều hòa.

Để thực hiện phương pháp tuyến tính hóa điều hòa thì trong cấu trúc của HT được nghiên cứu cần tách ra phần tuyến tính và khâu phi tuyến  $F(x)$  (H.3-1).



H. 3-1.

## ***Điều kiện áp dụng phương pháp tuyến tính hóa điều hòa:***

- khâu phi tuyến tạo ra tín hiệu có hài bậc nhất trội hơn các hài bậc hai trở lên và không có thành phần một chiều;
- phần tuyến tính có tính chất của bộ lọc thấp tần: loại bỏ các hài bậc cao.

Lúc này tín hiệu  $x(t)$  được làm gần đúng với hài bậc nhất:

$$x(t) = A(t) \sin[\psi(t) + \psi_0], \quad (3.1)$$



trong đó biên độ  $A(t)$  và pha  $\Psi(t)$  có thể được xác định như sau:

$$A(t) = A_0 \exp\left[\int_0^t \xi_t(\tau) d\tau\right]; \quad \psi(t) = \int_0^t \omega(\tau) d\tau.$$

$\xi_t$ -hệ số suy giảm, phụ thuộc vào thời gian,  $\omega$ -tần số dao động.

Giả sử trong một chu kỳ dao động các giá trị của hệ số suy giảm  $\xi_t$  và tần số  $\omega$  thay đổi không đáng kể, nên có thể cho rằng chúng không thay đổi. Khi đó, có thể biểu diễn tín hiệu  $y(t)$  bằng chuỗi Fourier:

$$y(t) = a(A, \omega) A \sin \psi + b(A, \omega) A \cos \psi + R, \quad (3.2)$$

trong đó  $R$  - tổng các hài bậc cao;  $a(A, \omega)$ ,  $b(A, \omega)$  - các hệ số tuyến tính hóa điều hòa của khâu phi tuyến

$$a(A, \omega) = \frac{1}{\pi A} \int_0^{2\pi} f(A \sin \psi) \sin \psi d\psi$$

$$b(A, \omega) = \frac{1}{\pi A} \int_0^{2\pi} f(A \sin \psi) \cos \psi d\psi.$$

Lúc này khâu phi tuyến được thay thế bằng HST tương đương. Để xác định nó cần thực hiện biến đổi Laplace (3.1) và (3.2):

$$X(s) = A_0 \omega [(s - \xi)^2 + \omega^2]^{-1}$$

$$Y(s) = A_0 [(s - \xi)^2 + \omega^2]^{-1} [a(A, \omega) \omega + b(A, \omega)(s - \xi)].$$

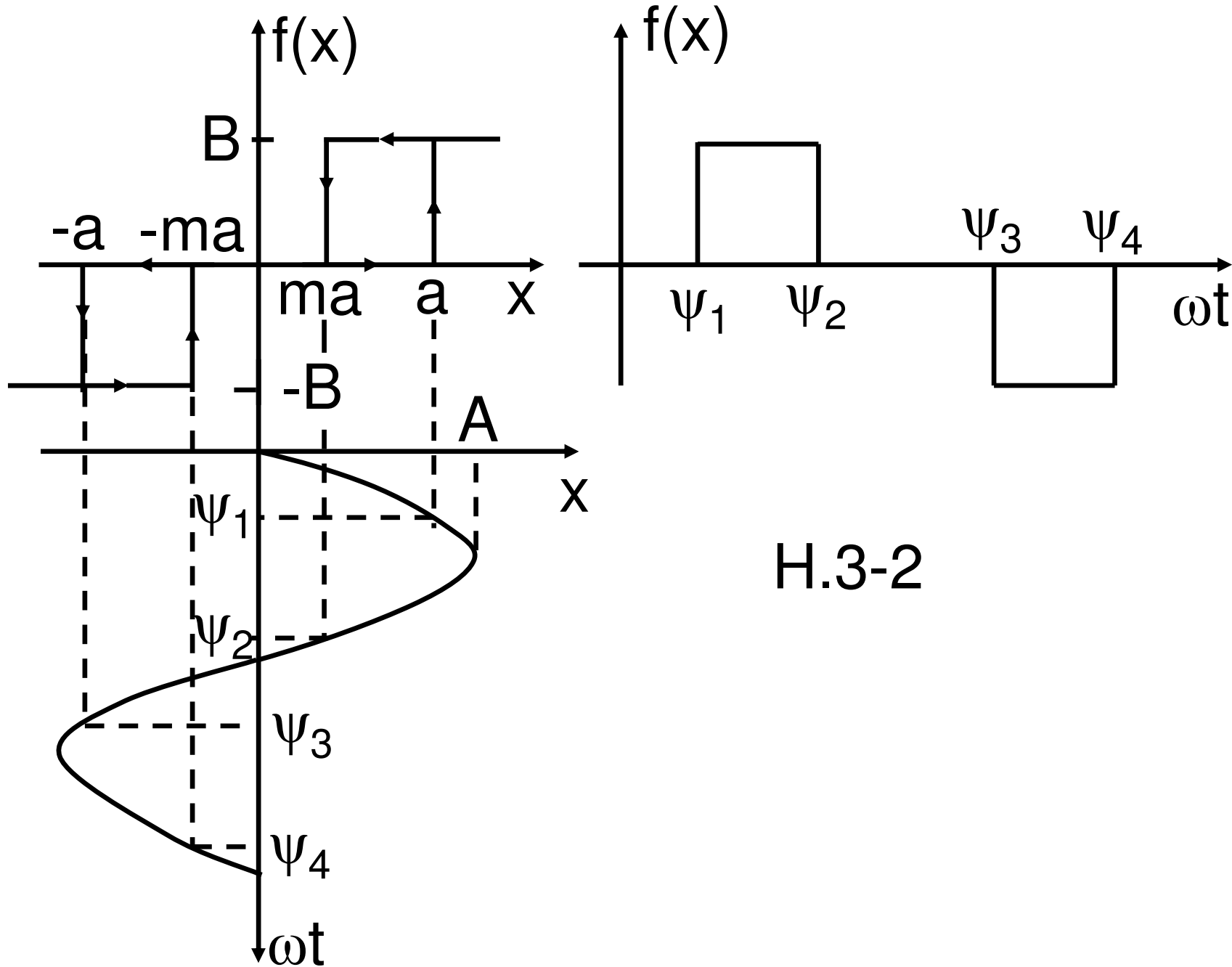
Vì vậy, HST tương đương của khâu phi tuyến được xác định như sau:

$$W_{tđ}(s, A, \xi, \omega) = \frac{Y(s)}{X(s)} = a(A, \omega) + \omega^{-1}(s - \xi)b(A, \omega). \quad (3.3)$$

## **3.1.2. Hệ số tuyến tính hóa điều hòa của một số khâu phi tuyến**

### ***3.1.2.1. Khâu rơle ba vị trí có trễ***

Trên H.3-2 biểu diễn tín hiệu đầu ra của khâu rơle ba vị trí có trễ dưới tác động của tín hiệu hình sin ở đầu vào.



H.3-2

# Tính toán hệ số tuyến tính hóa điều hòa

$$a(A, \omega) = \frac{1}{\pi A} \int_0^{2\pi} f[A \sin(\omega t)] \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{1}{\pi A} \int_0^{2\pi} f(A \sin \psi) \sin \psi d(\psi),$$

trong đó  $\psi = \omega t$

$$\begin{aligned} a(A, \omega) &= \frac{2}{\pi A} \int_{\psi_1}^{\psi_2} f(A \sin \psi) \sin \psi d(\psi) = \frac{2}{\pi A} \int_{\psi_1}^{\psi_2} B \sin \psi d\psi \\ &= \frac{2B}{\pi A} (\cos \psi_1 - \cos \psi_2). \end{aligned}$$

Từ H.3-2 ta có:  $A \sin \psi_1 = a \Rightarrow \cos \psi_1 = \sqrt{1 - \left(\frac{a}{A}\right)^2}$

$$A \sin \psi_2 = ma \Rightarrow \cos \psi_2 = -\sqrt{1 - \left(\frac{ma}{A}\right)^2}$$

$$a(A, \omega) = \frac{2B}{\pi A} \left( \sqrt{1 - \left(\frac{a}{A}\right)^2} + \sqrt{1 - \left(\frac{ma}{A}\right)^2} \right).$$

Biến đổi tương tự, nhận được:

$$b(A, \omega) = \frac{2}{\pi A} \int_{\psi_1}^{\psi_2} B \cos \psi d\psi = \frac{2B}{\pi A} (\sin \psi_2 - \sin \psi_1)$$

$$\Rightarrow b(A, \omega) = \frac{2Ba}{\pi A^2} (m-1).$$

### 3.1.3. Khảo sát hiện tượng tự dao động

Chuyển động riêng của HT đã tuyến tính hóa điều hòa được xác định bằng nghiệm phương trình đặc trưng:

$$W_{tt}(s)W_{td}(s, A, \xi, \omega) + 1 = 0. \quad (3.6)$$

Phương trình đặc trưng phụ thuộc vào các tham số chưa biết  $A$ ,  $\xi$ ,  $\omega$ . Nghiệm của nó cũng phụ thuộc vào  $A$ ,  $\xi$ ,  $\omega$ .

Khi trong HT xảy ra chuyển động tuần hoàn (tự dao động) thì hệ số suy giảm  $\xi=0$ , lúc này HST tương đương của khâu phi tuyến có dạng



$$W_{t\vec{d}}(s, A, \omega) = a(A, \omega) + \frac{s}{\omega} b(A, \omega).$$

Khi này phương trình đặc trưng của HT (3.6) có dạng

$$W_{tt}(s)W_{t\vec{d}}(s, A, \omega) + 1 = 0. \quad (3.7)$$

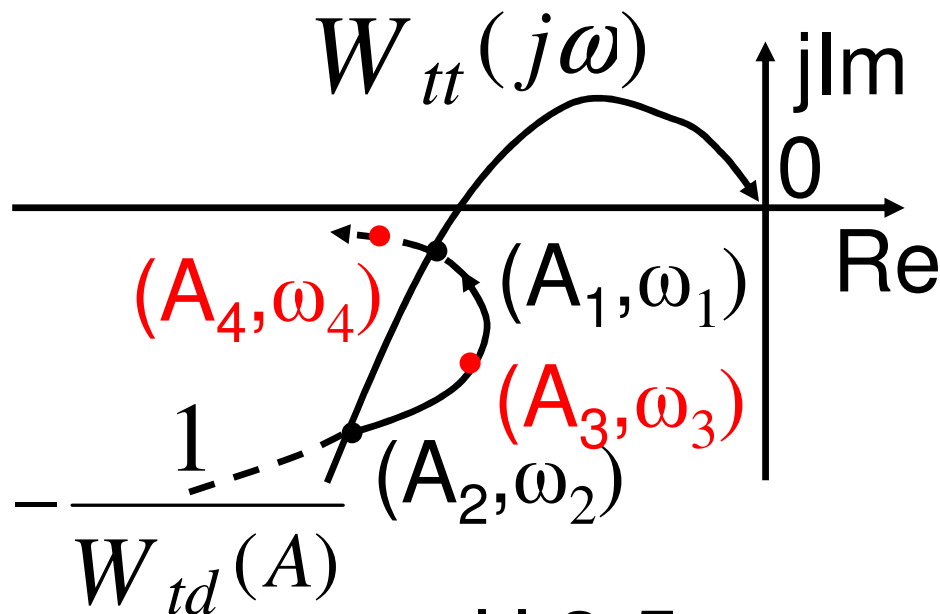
Từ đây nhận được

$$W_{tt}(j\omega) = -\frac{1}{W_{t\vec{d}}(A)}. \quad (3.8)$$

Cần tìm  $A, \omega$ .

### 3.1.3.1. Phân tích tính ổn định của tự dao động và xác định biên độ, tần số dao động

*Phương pháp cân bằng điều hoà (phương pháp Gôlpharba L.C.)*



H.3-5

Giải PTĐT (3.8)

bằng đồ họa:

- dựng đồ thị của hàm  $-1/W_{td}(A)$  với chiều mũi tên chỉ chiều tăng của  $A$ ;
- dựng đồ thị của

$W_{tt}(j\omega)$  với chiều mũi tên chỉ chiều tăng của  $\omega$ ;

Dao động ổn định chỉ xảy ra tại giao điểm mà tại đó, nếu chuyển động theo đường cong  $-1/W_{td}(A)$  theo hướng tăng của biên độ  $A$  sẽ ra khỏi vùng kín được tạo ra bằng các đường cong đó, thí dụ, điểm  $(A_1, \omega_1)$  trên H.3-5. Khi này dựa vào đường cong  $-1/W_{td}(A)$  xác định biên độ dao động  $A$ , còn theo đường cong  $W_{tt}(j\omega)$  xác định tần số dao động  $\omega$ .

*Thí dụ 3.1.* Xác định sự tồn tại tự dao động và biên độ dao động trong HTĐKTĐ phi tuyến trên H.1-3, trong đó phần tuyến tính có HST

$$W_{tt}(s) = \frac{k}{s(T_1s + 1)(T_2s + 1)}$$

phần tử phi tuyến là khâu rơ le 3 vị trí không có trễ (H.1-6). Giả sử  $k=14 \text{ s}^{-1}$ ;  $T_1=0,1 \text{ s}$ ;  $T_2=0,2 \text{ s}$ .

Khâu rơ le ba vị trí không có trễ có HST tương đương:

$$W_{td}(A) = \frac{4B}{\pi A} \sqrt{1 - \left(\frac{a}{A}\right)^2}.$$

## *Phương pháp sử dụng tiêu chuẩn ổn định Mikhailôp*

Phương pháp này được thực hiện qua các bước như sau:

- tìm số phức đặc trưng của HT kín và tách nó ra thành phần thực  $U(A, \omega)$  và phần ảo  $V(A, \omega)$

$$D(j\omega, A) = U(\omega, A) + jV(\omega, A)$$

- tìm điều kiện để đường cong Mikhailôp bắt đầu tại (hoặc đi qua) gốc tọa độ, tức là giải hệ phương trình

$$\begin{cases} U(\omega, A) = 0 \\ V(\omega, A) = 0; \end{cases} \text{ nhờ đó tìm được biên độ dao}$$

động  $A$  và tần số dao động  $\omega$ ;

- tiến hành kiểm tra tính ổn định của tự dao động (tự dao động sẽ ổn định, nếu như khi tăng biên độ  $A$  sẽ làm cho HT kín ổn định, tức là hai phương trình  $U(A, \omega) = 0$  và  $V(A, \omega) = 0$  có đủ  $n$  nghiệm và  $\omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_n$ , trong đó nghiệm của phương trình  $V(A, \omega) = 0$  có chỉ số lẻ; nghiệm của phương trình  $U(A, \omega) = 0$  có chỉ số chẵn).

*Thí dụ 3.2.* Xác định biên độ và tần số dao động của HTĐKTD phi tuyến trong thí dụ 3.1.

Sau khi thực hiện tuyến tính hoá điều hoà khâu phi tuyến, nhận được HST HT kín dưới dạng

$$W_k(s, A) = \frac{W_{tt}(s)W_{tđ}(A, \omega)}{W_{tt}(s)W_{tđ}(A, \omega) + 1}$$

$$W_{tt}(s) = \frac{k}{s(T_1s + 1)(T_2s + 1)}$$

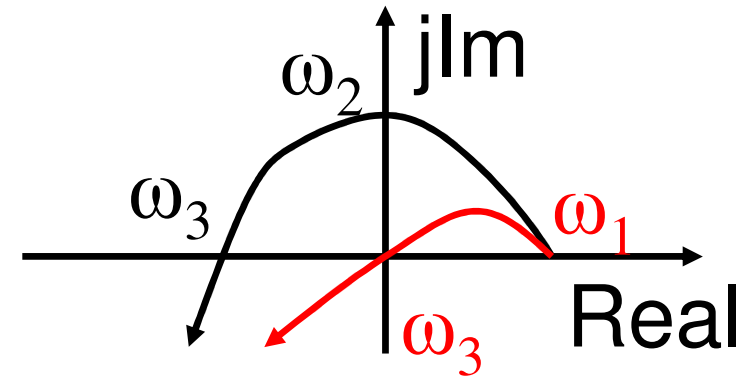
$$\Rightarrow D(s, A) = (T_1s + 1)(T_2s + 1)s + kW_{tđ}(A, \omega)$$

$$D(j\omega, A) = -\omega^2(T_1 + T_2) + kW_{td}(A, \omega) + j\omega(1 - \omega^2 T_1 T_2)$$

$$\begin{cases} U(A, \omega) = -\omega^2(T_1 + T_2) + kW_{td}(A, \omega) = 0 \\ V(A, \omega) = \omega(1 - \omega^2 T_1 T_2) = 0. \end{cases}$$

Từ phương trình thứ hai nhận được nghiệm

$$\omega_1 = 0; \quad \omega_3 = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}}.$$



Do khi  $\omega_1 = 0$  thì  $U(A, \omega) = kW_{td}(A, \omega) > 0$ , nên thay  $\omega_3$  vào phương trình thứ nhất, sau đó biến đổi, nhận được



$$M(A) = 0; \quad (3.9)$$

$$M(A) = \pi^2 (T_1 + T_2)^2 A^4 - 16 k^2 B^2 T_1^2 T_2^2 A^2 + 16 k^2 B^2 T_1^2 T_2^2 a^2 \quad (3.10)$$

Phương trình trên có 2 nghiệm

$$A_{1,2} = \frac{8 k^2 B^2 T_1^2 T_2^2 \pm 4 k B T_1 T_2 \sqrt{4 k^2 B^2 T_1^2 T_2^2 - \pi^2 (T_1 + T_2)^2 a^2}}{\pi^2 (T_1 + T_2)^2}$$

với điều kiện  $k \geq \frac{\pi (T_1 + T_2) a}{2 B T_1 T_2}$

$$A_2 = \sqrt{\frac{8 k^2 B^2 T_1^2 T_2^2 + 4 k B T_1 T_2 \sqrt{4 k^2 B^2 T_1^2 T_2^2 - \pi^2 (T_1 + T_2)^2} a^2}{\pi^2 (T_1 + T_2)^2}}$$

**(3.11, a)**

$$A_1 = \sqrt{\frac{8 k^2 B^2 T_1^2 T_2^2 - 4 k B T_1 T_2 \sqrt{4 k^2 B^2 T_1^2 T_2^2 - \pi^2 (T_1 + T_2)^2} a^2}{\pi^2 (T_1 + T_2)^2}}$$

**(3.11, b)**

Trong đó chỉ có một nghiệm

$$A_2 = \sqrt{\frac{8 k^2 B^2 T_1^2 T_2^2 + 4 k B T_1 T_2 \sqrt{4 k^2 B^2 T_1^2 T_2^2 - \pi^2 (T_1 + T_2)^2} a^2}{\pi^2 (T_1 + T_2)^2}}$$

là biên độ tự dao động trong HT. *Chứng minh:*

HT trên là HT bậc 3. Phương trình

$$V(A, \omega) = \omega (1 - \omega^2 T_1 T_2) = 0$$

đã có 2 nghiệm  $\omega_1 = 0$  và  $\omega_3$ . Bây giờ, khi tăng biên độ dao động  $A$ , cần phải chỉ ra sự tồn tại nghiệm  $\omega_2$  của phương trình

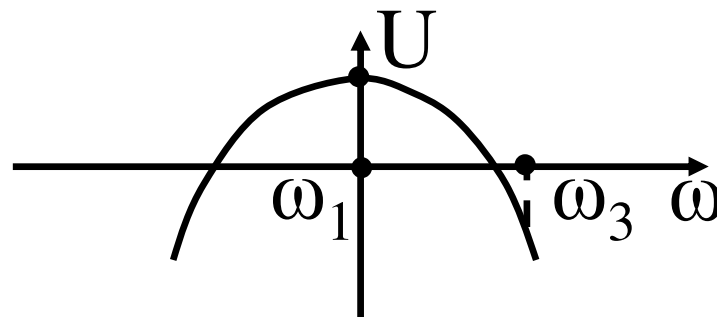
$$U(A, \omega) = -\omega^2(T_1 + T_2) + kW_{t\dot{d}}(A, \omega) = 0$$

và  $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$ . Ta đã có

$$U(A, \omega) \Big|_{\omega=0} = kW_{t\dot{d}}(A, \omega) > 0;$$

mà  $U(A, \omega)$  là hàm bậc 2 đối với biến  $\omega$ , vì vậy, chỉ cần chỉ ra rằng, khi tăng biên độ  $A$  so với giá trị  $A_2$  thì hàm

$$U(A, \omega) \Big|_{\omega=\omega_3} = -\omega_3^2(T_1 + T_2) + kW_{t\dot{d}}(A, \omega_3) < 0. \quad (3.12)$$

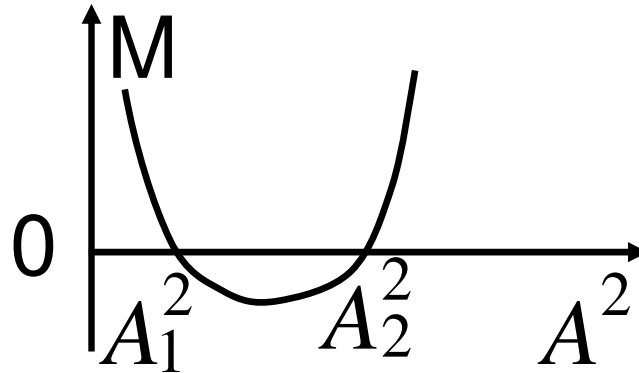


Sau khi biến đổi (3.12), nhận được

$$M(A) > 0; \quad (3.13)$$

trong đó  $M(A, \omega_3)$  được xác định từ (3.10).

Xét dấu của (3.10). Biểu thức này có giá trị âm khi  $A^2$  nằm trong khoảng  $(A_1^2, A_2^2)$ , trong đó



$$A_1^2 = \frac{8 k^2 B^2 T_1^2 T_2^2 - 4 k B T_1 T_2 \sqrt{4 k^2 B^2 T_1^2 T_2^2 - \pi^2 (T_1 + T_2)^2 a^2}}{\pi^2 (T_1 + T_2)^2}$$

$$A_2 = \frac{8 k^2 B^2 T_1^2 T_2^2 + 4 k B T_1 T_2 \sqrt{4 k^2 B^2 T_1^2 T_2^2 - \pi^2 (T_1 + T_2)^2 a^2}}{\pi^2 (T_1 + T_2)^2}$$

và có giá trị dương khi khi  $A_2$  nằm ngoài khoảng đó. Rõ ràng chỉ có giá trị biên độ  $A_2$  mới thoả mãn điều kiện (3.13) khi nó tăng. Như vậy,  $A_2$  là biên độ tự dao động trong HT.

Thay số vào (3.11,a), nhận được  $A=1,1841$ ; thay số vào (3.11,b), nhận được  $A=0,10036$ .

## *Phương pháp sử dụng tiêu chuẩn ổn định Nyquist*

cần thực hiện như sau:

- xác định điều kiện để ĐTTSBĐP của HT hở đi qua điểm  $(-1, j0)$ ; từ đó xác định biên độ và tần số dao động;
- tiến hành kiểm tra tính ổn định của tự dao động. (tự dao động sẽ ổn định, nếu như khi tăng biên độ  $A$  sẽ làm cho HT kín ổn định, tức là, ĐTTSBĐP của HT hở không bao điểm  $(-1, j0)$  hoặc bao điểm này  $l/2$  lần theo chiều dương, với  $l$  là số nghiệm PTĐT của HT hở nằm ở nửa bên phải mặt phẳng nghiệm).

*Thí dụ 3.3.* Xác định biên độ và tần số dao động của HTĐKTĐ phi tuyến trong thí dụ 3.1.

Sau khi thực hiện tuyến tính hoá điều hoà khâu phi tuyến, nhận được HST của HT hở như sau

$$W_h(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)s};$$

trong đó  $K = kW_{td}(A)$ .

Hàm số truyền tần số của HT hở có dạng

$$W_h(j\omega, A) = \frac{K}{j\omega(j\omega T_1 + 1)(j\omega T_2 + 1)}.$$

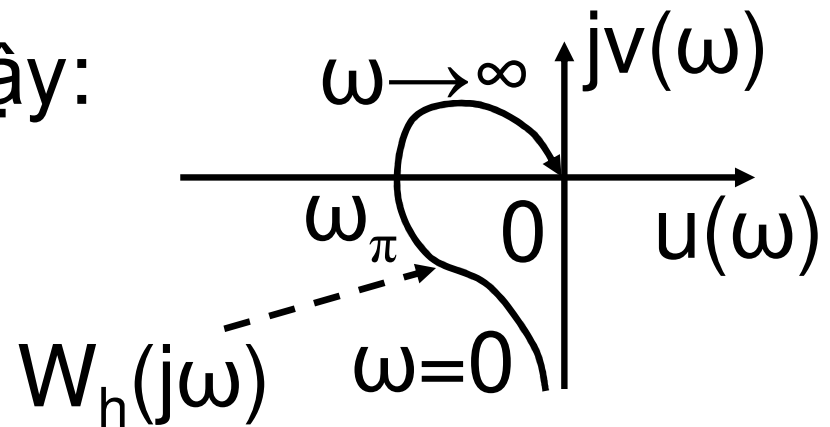


$$\begin{aligned}
 W_h(j\omega) &= \frac{K}{j\omega(1+j\omega T_1)(1+j\omega T_2)} = -\frac{jK(1-j\omega T_1)(1-j\omega T_2)}{\omega(1+\omega^2 T_1^2)(1+\omega^2 T_2^2)} \\
 &= -\frac{\omega K(T_1+T_2) + jK(1-\omega^2 T_1 T_2)}{\omega(1+\omega^2 T_1^2)(1+\omega^2 T_2^2)} = u(\omega) + jv(\omega).
 \end{aligned}$$

Khi  $\omega = \omega_\pi$  thì  $v(\omega) = 0$ , vì vậy:

$$K(1 - \omega_\pi^2 T_1 T_2) = 0$$

$$\Rightarrow \omega_\pi = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}}.$$



Để HT nằm trên biên giới ổn định (tồn tại tự dao động) hàm tần số phần thực của HT ở tần số  $\omega_\pi$  phải bằng -1. Từ đây nhận được phương trình có dạng (3.9) và nghiệm của nó có dạng (3.11).

Để tự dao động trong HT ổn định thì khi tăng giá trị biên độ, tại tần số  $\omega_\pi$ , hàm tần số phần thực của HT ở phải lớn hơn -1. Từ đây nhận được bất đẳng thức dạng (3.13).

## *Xác định biên độ dao động bằng tiêu chuẩn ổn định Hurwitz*

Các bước thực hiện như sau:

- tìm PTĐT của HT kín (3.7):

$$W_{tt}(s)W_{tđ}(s, A, \omega) + 1 = 0.$$

- sử dụng tiêu chuẩn Hurwitz để viết điều kiện HT nằm trên biên giới ổn định ( $a_0 > 0$ ;  $a_n > 0$ ;  $\Delta_1 \div \Delta_{n-2} > 0$ ;  $\Delta_{n-1} = 0$ ; hoặc  $a_0 > 0$ ;  $a_n = 0$ ;  $\Delta_1 \div \Delta_{n-1} > 0$ ); từ đó xác định biên độ dao động A;

- tiến hành kiểm tra tính ổn định của tự dao động.  
(tự dao động trong HT sẽ ổn định, nếu như khi tăng biên độ dao động  $A$  sẽ làm cho HT trở nên ổn định ( $a_0 > 0$  và tất cả các định thức Hurwitz trở nên dương))

*Thí dụ 3.4.* Xác định biên độ dao động của HTĐKTĐ trong thí dụ 3.1.

Sau khi thay thế HST tương đương của khâu phi tuyến vào phương trình đặc trưng (3.7) và biến đổi, nhận được

$$\pi A T_1 T_2 s^3 + \pi A (T_1 + T_2) s^2 + \pi A s + 4 B k \sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}} = 0$$

$$a_0 = \pi A T_1 T_2; \quad a_1 = \pi A (T_1 + T_2);$$

$$a_2 = \pi A; \quad a_3 = 4 B k \sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}}$$

Tất cả các hệ số đều dương.

Bậc của HT bằng 3 và  $a_i > 0$  ( $i=0\div 3$ ) nên nó nằm trên biên giới ổn định khi  $\Delta_1 > 0$  ;  $\Delta_2 = 0$

$$\Delta_1 = a_1(A, \omega) > 0; \quad (3.14, a)$$

$$\Delta_2 = a_1(A, \omega)a_2(A, \omega) - a_0(A, \omega)a_3(A, \omega) \quad (3.14, b)$$

Từ đây nhận được kết quả như trong thí dụ 3.2.

Thay  $A=1,1841$  vào (3.14) nhận được  $\Delta_1=1,116$ ;  $\Delta_2=0$ ; thay  $A=1,1842$  vào (3.14) nhận được  $\Delta_1=1,1161$ ;  $\Delta_2=0,0003$ . Như vậy, dao động với biên độ  $A=1,1841$  là dao động ổn định.

Thay  $A=0,10036$  vào (3.14) nhận được  $\Delta_1=0,0946$ ;  $\Delta_2=-1,1161.10^{-14}$ ; thay  $A=0,1004$  vào (3.14) nhận được  $\Delta_1=0,0946$ ;  $\Delta_2=-0,0017$ ; thay  $A=0,1005$  vào (3.14) nhận được  $\Delta_1=0,0947$ ;  $\Delta_2=-0,0053$ . Như vậy, không thể tồn tại dao động với biên độ  $A=0,10036$ .

## Chương 4

# TÍNH ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG PHI TUYẾN

## 4.1. KHÁI NIỆM VỀ TÍNH ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG PHI TUYẾN

Nếu trạng thái của HTĐKTĐ phi tuyến được mô tả bằng bằng hệ n phương trình vi phân:

$$\dot{y}_i = f_i(y_1, y_2, \dots, y_n, t); \quad i = 1 \div n \quad (4.1)$$

trong đó tham số  $t$  chỉ ra rằng tác động bên ngoài của HT thay đổi theo thời gian, thì nghiệm của nó hoàn toàn được xác định bằng điều kiện ban



đầu  $y_{i0}$ . Nghiệm này được gọi là chuyển động “không bị nhiễu loạn”. Sự thay đổi ĐKBĐ đi một giá trị  $\Delta y_{i0}$  dẫn đến sự thay đổi nghiệm. Sai lệch của nghiệm đó so với nghiệm không nhiễu loạn gọi là chuyển động nhiễu loạn.

Hệ phương trình (4.1) khi tính đến sự thay đổi ĐKBĐ có dạng:

$$\dot{y}_i + \Delta \dot{y}_i = f_i(y_1 + \Delta y_1, y_2 + \Delta y_2, \dots, y_n + \Delta y_n, t).$$

Có thể biến đổi hệ phương trình trên về dạng:

$$\Delta \dot{y}_i = F_i(\Delta y_1, \Delta y_2, \dots, \Delta y_n, t). \quad (4.2)$$

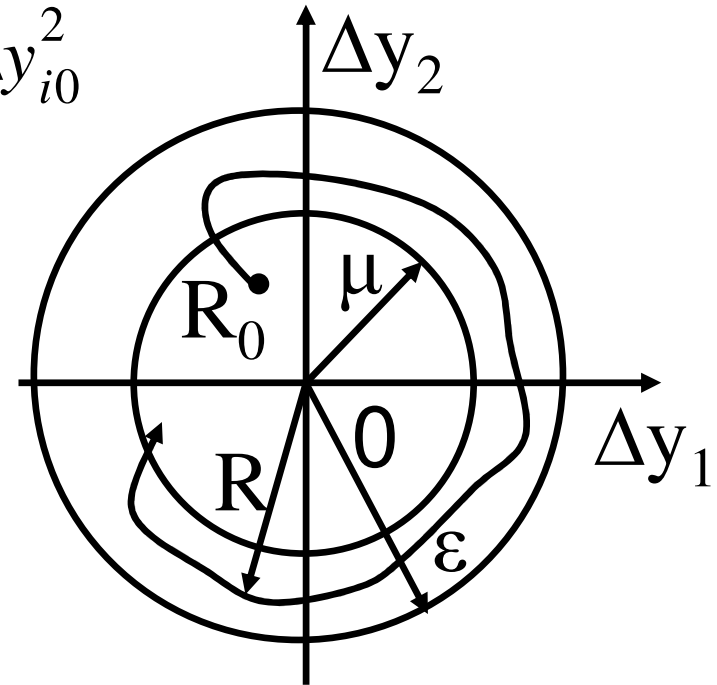
Xét quỹ đạo pha của HT khi không có tác động bên ngoài:  $R^2 = \sum_{i=1}^n \Delta y_i^2$

Tại thời điểm ban đầu:  $R_0^2 = \sum_{i=1}^n \Delta y_{i0}^2$

**Khái niệm ổn định**

**Lyapunôp:** chuyển động không bị nhiễu sẽ ổn định nếu với mọi  $\varepsilon$  (H.4-1) dương nhỏ bao nhiêu tùy ý, ta cũng có thể chọn được một số  $\mu$

sao cho với mọi  $\Delta y_{i0}$  ban đầu thỏa mãn điều kiện  $R_0 < \mu$  thì sai lệch  $\Delta y_i$  thỏa mãn bất đẳng thức



H.4-1

*$R < \varepsilon$  với mọi  $0 \leq t \leq \infty$ . Nếu  $R \rightarrow 0$  khi  $t \rightarrow \infty$  thì chuyển động không bị nhiễu sẽ ổn định tiệm cận. Còn nếu như không thể tìm được  $\mu = \mu(\varepsilon)$  để  $R < \varepsilon$  với mọi  $0 \leq t \leq \infty$  thì chuyển động không bị nhiễu sẽ không ổn định.*

Nếu như các điều kiện ổn định của HT chỉ được thực hiện bắt đầu từ các giá trị  $\varepsilon < \varepsilon_{\text{tới hạn}}$ , tức là chỉ trong một dải xác định các ĐKBĐ thì ta nói rằng *HT ổn định trong phạm vi nhỏ*. Khi không có hạn chế trên thì *HT ổn định trong phạm vi lớn* hay *ổn định tiệm cận toàn bộ*.

## **4.2 TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH LYAPUNÓP (SV tự nghiên cứu)**

## 4.3. TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH TUYỆT ĐỐI PÔPÔ

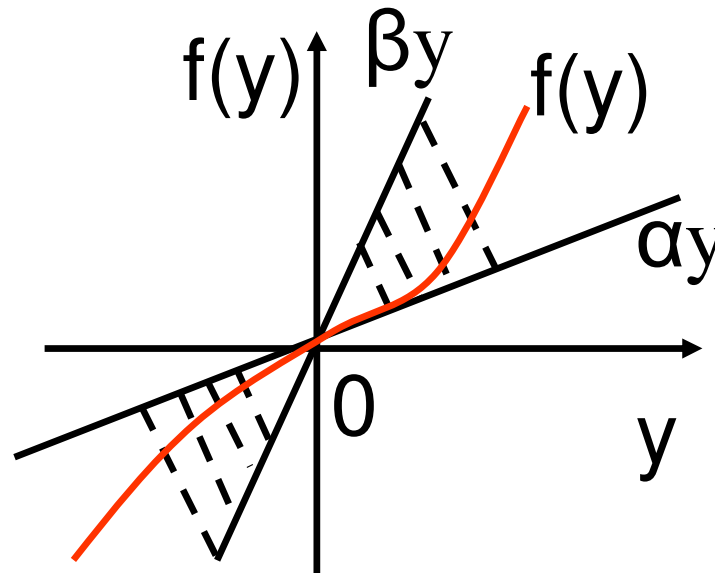
Vấn đề xác định tính ổn định tuyệt đối của HTĐKTD phi tuyến với khâu phi tuyến dạng đơn trị là xác định xem HT được mô tả bằng phương trình đối với các sai lệch

$$c_0 y^{(n)} + c_1 y^{(n-1)} + \dots + c_{n-1} y^{(1)} + c_n y + f(y) = 0 \quad (4.20)$$

có ổn định không, nếu như khi thay  $f(y)=ay$ , trong đó  $a$ -một số bất kỳ, thoả mãn bất đẳng thức  $\alpha < a < \beta$ , thì nhận được phương trình tuyến tính ổn định

Ở đây  $\alpha$  và  $\beta$  liên hệ với đặc tính tĩnh của phần tử phi tuyến bằng bất đẳng thức

$$\alpha < \frac{f(y)}{y} < \beta \quad (4.21)$$



Hình 4-11. Góc giới hạn đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến

**Ổn định tuyệt đối** là tính ổn định trong phạm vi lớn của HT được mô tả bằng phương trình (4.20) với đặc tính tĩnh đơn trị bất kỳ của phần tử phi tuyến thoả mãn (4.21).

### **4.3.1. Trường hợp phần tuyến tính ổn định hoặc nằm trên biên giới ổn định**

Thông thường  $\alpha=0$ . Để xác định tính ổn định tuyệt đối của HT, ta thiết lập hàm Pôpôp như sau

$$\Pi(j\omega) = (1 + j\omega h)W(j\omega) + \frac{1}{\beta} \quad (4.22)$$

trong đó  $\beta$  được xác định bằng (4.21);  
 $W(j\omega)$ -hàm tần số biên độ pha phần tuyến tính;  
 $h$ -một hằng số nào đó.

Giả sử hàm  $W(s)$  có tất cả các cực có phần thực âm và không có quá hai cực bằng không (có không quá hai khâu tích phân).

**Cách phát biểu thứ nhất định lý Pôpôp:** *HT sẽ ổn định tuyệt đối, nếu như có thể chọn được một số thực  $h$ , mà trong dải tần  $\omega \geq 0$  bất đẳng thức sau đúng*

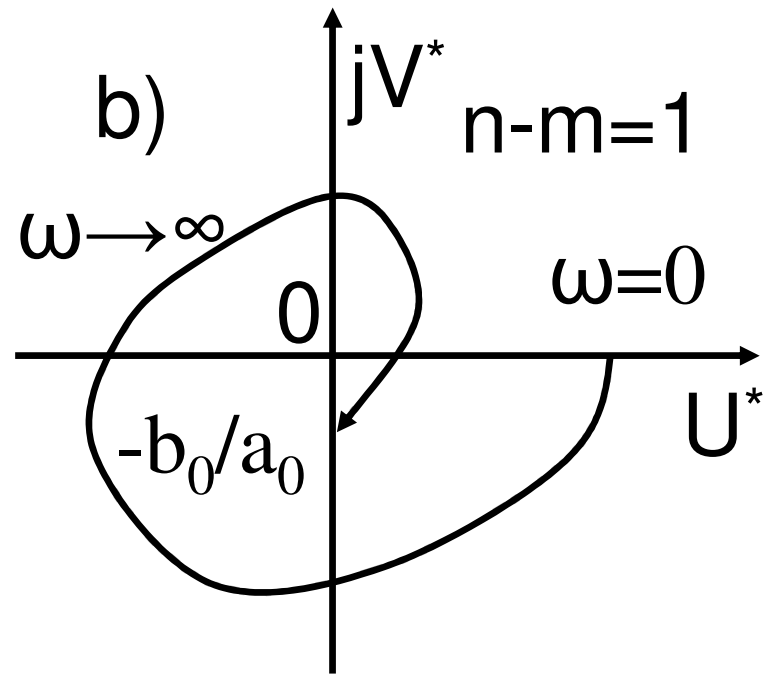
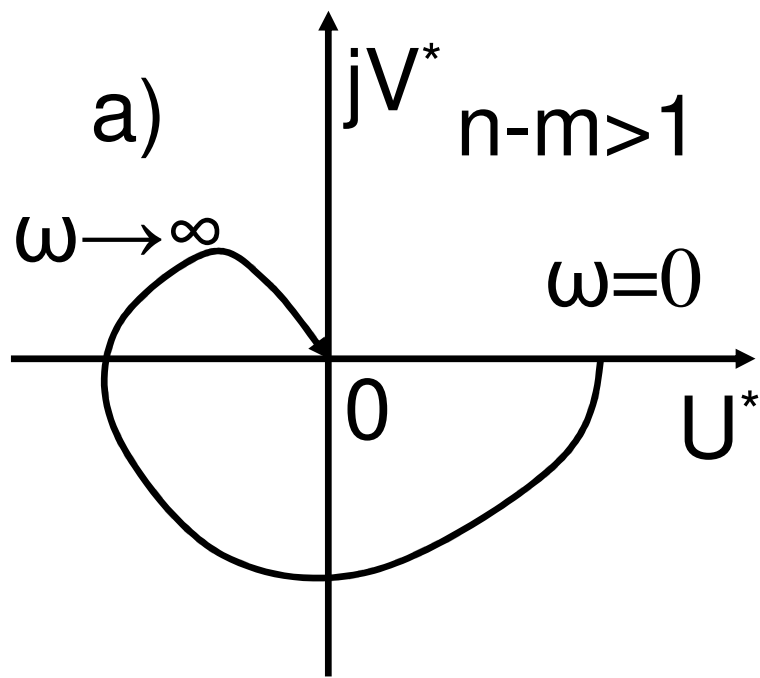
$$\operatorname{Re} [\Pi(j\omega)] > 0 \quad (4.23)$$



Nếu  $W(s)$  có một cực bằng không, thì còn phải cần thêm  $\text{Im}[W(j\omega)] \rightarrow -\infty$  khi  $\omega \rightarrow 0$ ; còn nếu như có hai cực bằng không thì phải cần thêm  $\text{Re}[W(j\omega)] \rightarrow -\infty$  khi  $\omega \rightarrow 0$  và  $\text{Im}[W(j\omega)] < 0$  khi  $\omega$  nhỏ.

Cách phát biểu thứ hai định lý Pôpôp đưa ra minh họa hình học trực quan. Để thực hiện việc này, trên mặt phẳng phức dựng ĐTTS biên độ pha biến dạng của phần tuyến tính (H.4-12)

$$W^*(j\omega) = \text{Re}[W(j\omega)] + j\omega \text{Im}[W(j\omega)] = U^*(\omega) + jV^*(\omega) \quad (4.24)$$



H. 4.12. *Đặc tính tần số biến dạng của phần tuyến tính*

Bất phương trình (4.23) khi tính đến (4.22) có dạng

$$\operatorname{Re} [\Pi(j\omega)] = \operatorname{Re} \left[ (1 + j\omega h) W(j\omega) + \frac{1}{\beta} \right] > 0$$

$$\Rightarrow \operatorname{Re} [W(j\omega)] - \omega h \operatorname{Im} [W(j\omega)] + \frac{1}{\beta} > 0.$$

Từ (4.24) ta có

$$U^*(\omega) = \operatorname{Re}[W(j\omega)]; \quad V^*(\omega) = \omega \operatorname{Im}[W(j\omega)].$$

Vì vậy

$$U^*(\omega) - hV^*(\omega) + \frac{1}{\beta} > 0.$$

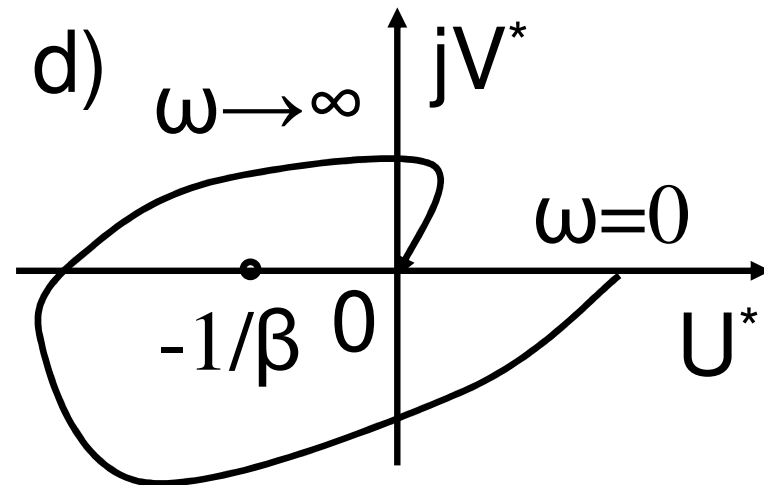
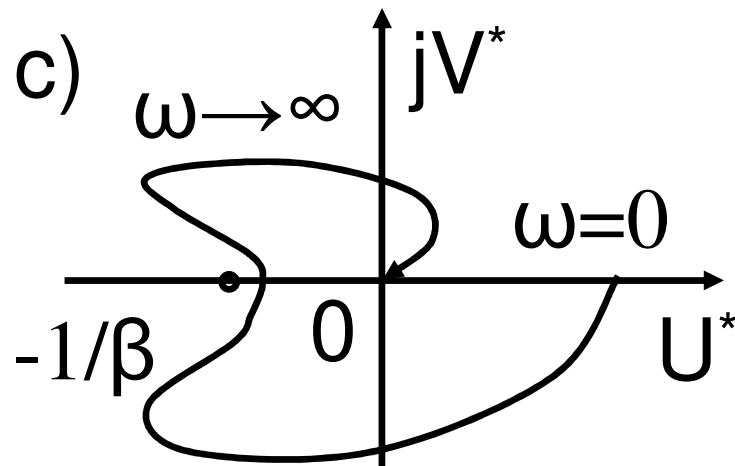
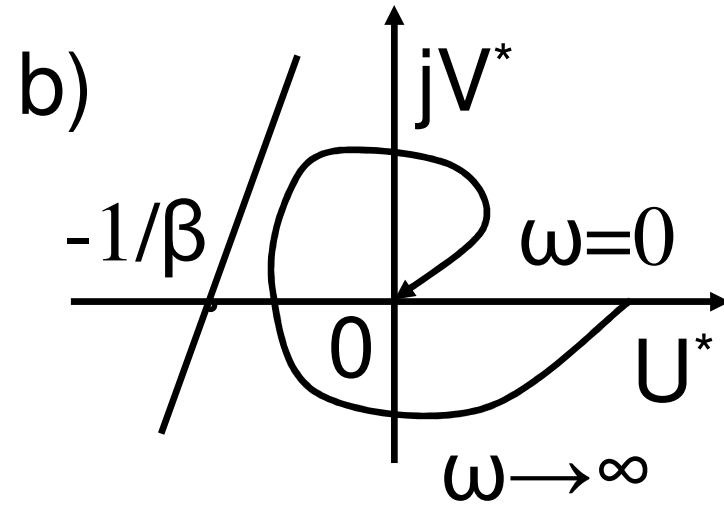
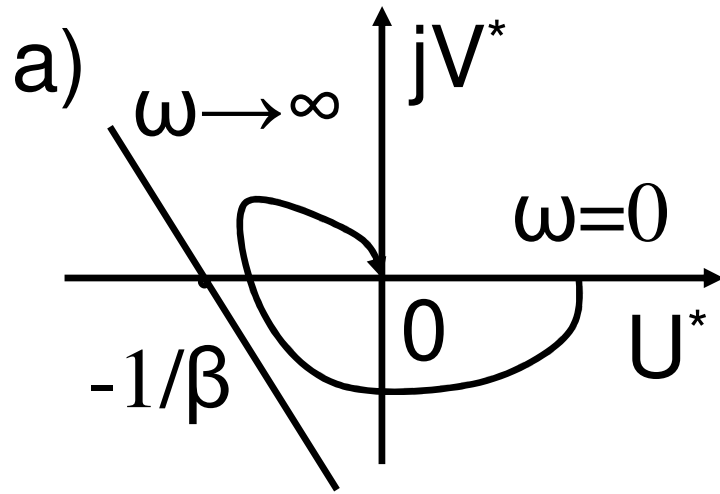
Nhận thấy rằng, vế trái của bất đẳng thức trên

$$U^*(\omega) - hV^*(\omega) + \frac{1}{\beta} = 0$$

chính là phương trình đường thẳng trên mặt phẳng  $W^*(j\omega)$ .

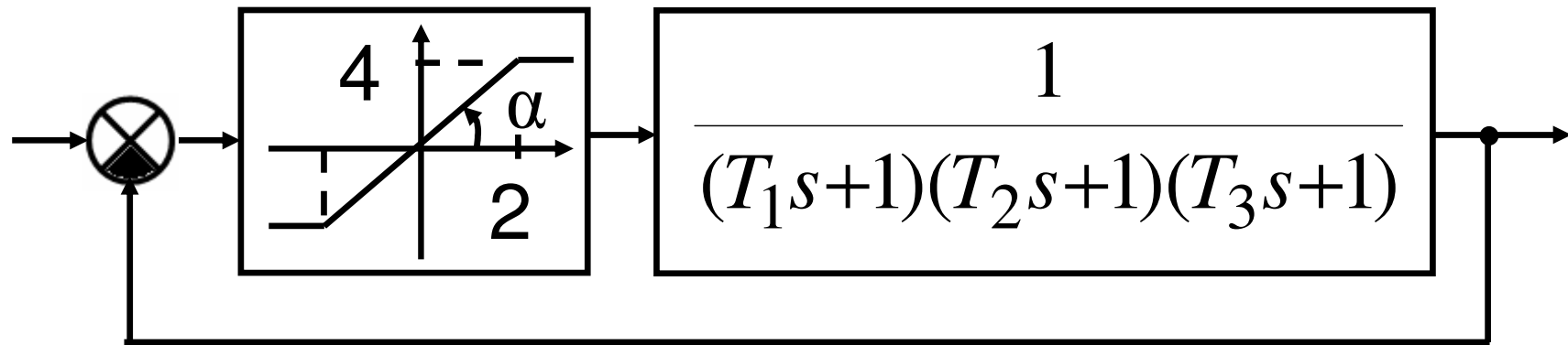
Cách phát biểu thứ hai tiêu chuẩn ổn định tuyệt đối Pôpô: Để HTĐKTD phi tuyến ổn định tuyệt đối thì qua điểm  $(-1/\beta, j0)$  trên mặt phẳng phức chỉ cần chọn được một đường thẳng sao cho ĐTTS biên độ pha biến dạng  $W^*(j\omega)$  nằm phía bên phải nó.

**Cách phát biểu thứ ba:** nếu qua điểm  $(-1/\beta, j0)$  có thể kẻ một đường thẳng không cắt và không tiếp xúc với ĐTTS biên độ pha biến dạng  $W^*(j\omega)$ , thì HTĐKTD phi tuyến sẽ ổn định tuyệt đối H.4-13.



H. 4-13. Các HT ổn định tuyệt đối (a, b)  
và không ổn định tuyệt đối (c, d)

*Thí dụ 4.1.* Xét tính ổn định tuyệt đối cho HTĐKTD phi tuyến trên H.4-14.



HST của phần tuyến tính:  $W(s) = \frac{1}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)}$

$T_1=0,5$  s,  $T_2=0,2$  s,  $T_3=0,1$  s.

Xác định góc giới hạn đặc tính phi tuyến:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{2} = 2 = k;$$

Như vậy điểm có tọa độ  $(-1/\beta, j0)$  sẽ là  $(-0,5, j0)$ .

Xét tính ổn định của phần tuyến tính:

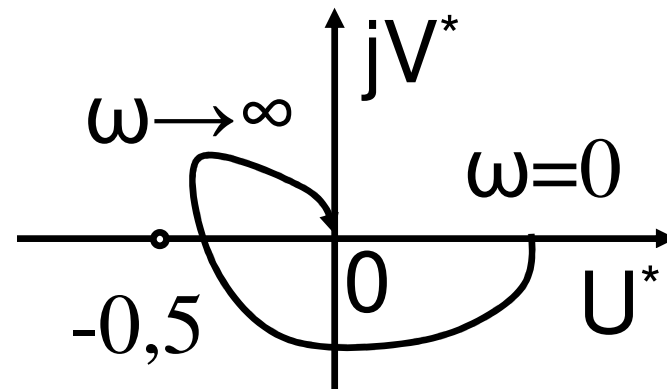
$$W(s) = \frac{1}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)}$$

Dễ dàng thấy rằng phần tuyến tính ổn định.

Dựng ĐTTS biên độ pha biến dạng (H.4-15).

$$W^*(j\omega) = \text{Re} [W(j\omega)] + j\omega \text{Im} [W(j\omega)] = U^*(\omega) + jV^*(\omega)$$

H.4-15





Nhận thấy rằng, qua điểm  $(-0,5, j0)$  có thể dựng được đường thẳng không cắt và không tiếp xúc với  $W^*(j\omega)$ . Vì vậy, HT ổn định tuyệt đối.

## Chương 5

# ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG CỦA HT ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG PHI TUYẾN

(SV tự nghiên cứu)

**Phần 2**  
**HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG**  
**GIÁN ĐOẠN**

**Chương 6**

**MÔ HÌNH TOÁN HỌC CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU  
KHIỂN TỰ ĐỘNG GIÁN ĐOẠN TUYẾN TÍNH**

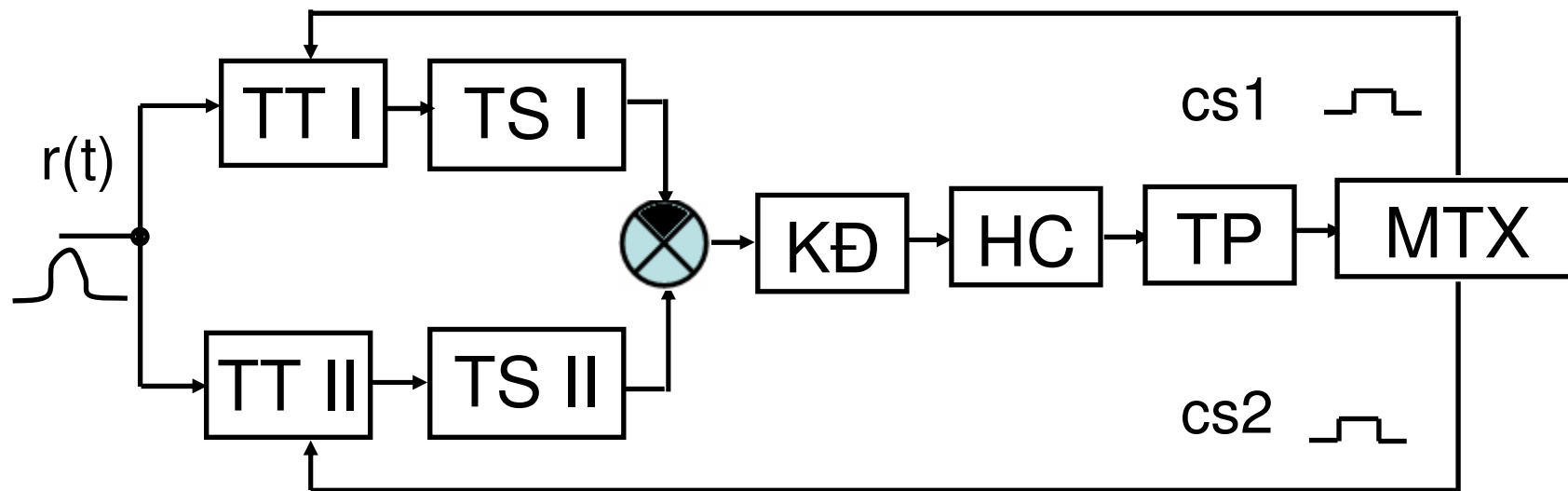
**6.1. KHÁI NIỆM CHUNG VỀ HỆ THỐNG ĐIỀU  
KHIỂN TỰ ĐỘNG GIÁN ĐOẠN TUYẾN TÍNH**

**6.1.1. Khái niệm và phân loại hệ thống điều  
khiển tự động gián đoạn tuyến tính**

## 6.1.1. Khái niệm và phân loại hệ thống điều khiển tự động gián đoạn tuyến tính

HTĐKTĐGD là các HTĐKTĐ trong đó việc truyền và xử lý thông tin *không được thực hiện một cách liên tục* như trong các HTĐKTĐ liên tục mà vào *từng thời điểm thời gian gián đoạn*. Việc xuất hiện các HTĐKTĐGD là do các nguyên nhân sau đây:

Một trong các phần tử của HT làm việc gián đoạn. Thí dụ, HT bám thời gian xung trong các đài điều khiển tên lửa.



Trong các HTĐKTĐGD (HTĐKTĐ số) có thể thực hiện các thuật toán ĐK phức tạp nhằm nâng cao chất lượng ĐK. Mặt khác, có thể thay đổi thuật toán ĐK một cách linh hoạt bằng cách thay đổi chương trình máy tính mà không cần thay đổi phần cứng như trong các HTĐKTĐ liên tục. HTĐKTĐGD có nhược điểm ở chỗ có sai số gián đoạn, nhưng điều đó có thể được khắc phục bằng việc tăng độ phân giải của các bộ biến đổi tín hiệu từ dạng liên tục sang dạng số (AD) và giảm sai số dụng cụ.

# ***HTĐKTĐGD có thể được phân loại theo các dấu hiệu sau:***

Theo bản chất cấu tạo HTĐKTĐGD được phân chia thành:

- ***HTĐKTĐ xung.*** HTĐKTĐ xung tuyến tính là HTĐKTĐ mà ngoài các khâu được mô tả bằng các phương trình vi phân (PTVP) tuyến tính bình thường (các khâu liên tục) còn chứa các khâu xung, biến đổi tác động đầu vào liên tục thành các xung đứng cách đều nhau theo thời gian. Trong lớp HTĐKTĐ này còn có dạng *HTĐKTĐ liên tục-gián đoạn*-đó là các HTĐKTĐ có cả các khâu liên tục và máy tính số;

- ***HTĐKTĐ SỐ.*** Đó là các HTĐKTĐ trong đó xảy ra quá trình lượng tử hoá tín hiệu liên tục theo thời gian và theo mức và có chứa máy tính số cùng các thiết bị vào ra để thực hiện thuật toán ĐK.

Theo đặc tính phương trình toán học mô tả HT, HTĐKTĐGD được chia thành các nhóm sau:

*-HTĐKTĐGD tuyến tính:*

*-HTĐKTĐGD phi tuyến*

Theo tính chất của các tham số, HTĐKTĐGD được chia ra thành các nhóm sau:

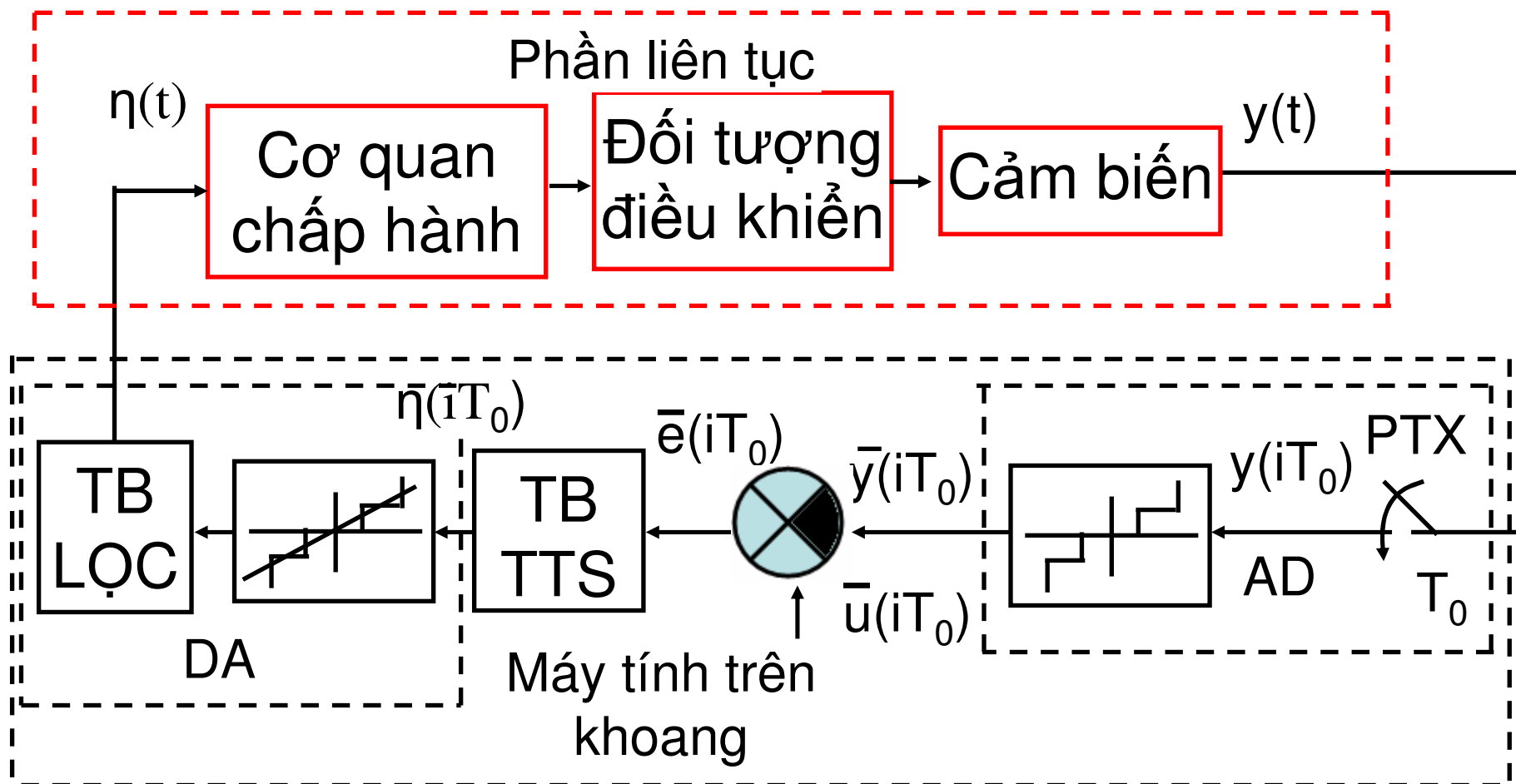
*- HTĐKTĐGD dừng*

*- HTĐKTĐGD không dừng*



## **6.1.2. Khái niệm lượng tử hoá các tín hiệu liên tục**

Để nghiên cứu sự cần thiết và bản chất quá trình lượng tử hoá các tín hiệu liên tục, ta xem xét cấu tạo và hoạt động của HTĐKTĐ khí cụ bay sử dụng máy tính trên khoang (MTTK), H.6-2.



Hình 6-2. HT điều khiển khí cụ bay sử dụng máy tính trên khoang

Việc biến đổi các tín hiệu liên tục, thí dụ  $y(t)$  thành mã máy có thể chia một cách quy ước ra thành 3 giai đoạn như sau: *lượng tử hoá theo thời gian, lượng tử hoá theo mức và mã hoá.*

### ***Lượng tử hoá theo thời gian***

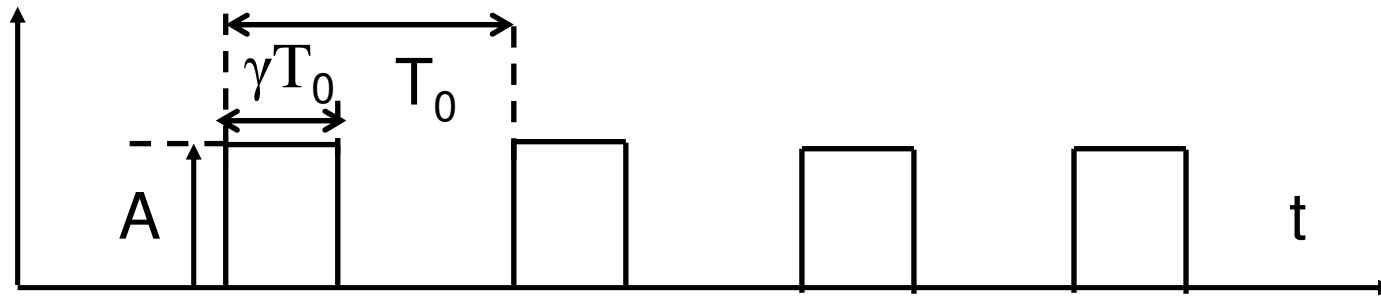
Lượng tử hoá theo thời gian là sự biến đổi hàm liên tục ban đầu  $y(t)$  thành chuỗi các giá trị rời rạc  $y(t_i)$ , trong đó  $t_i$  là các thời điểm thời gian. Khoảng cách giữa các thời điểm  $t_i$  có thể là bất kỳ, nhưng thực tế thường không đổi  $t_i = iT_0$ , trong đó  $T_0$  là bước lượng tử, hay chu kỳ gián đoạn.

Trên H.6-2 việc lượng tử hoá theo thời gian được biểu diễn quy ước bằng phần tử xung (PTX), đóng và mở mạch tức thời sau các khoảng thời gian  $T_0$ . Ở đầu ra của PTX nhận được chuỗi các xung  $y(iT_0)$ , được điều chế bằng tín hiệu  $y(t)$ .

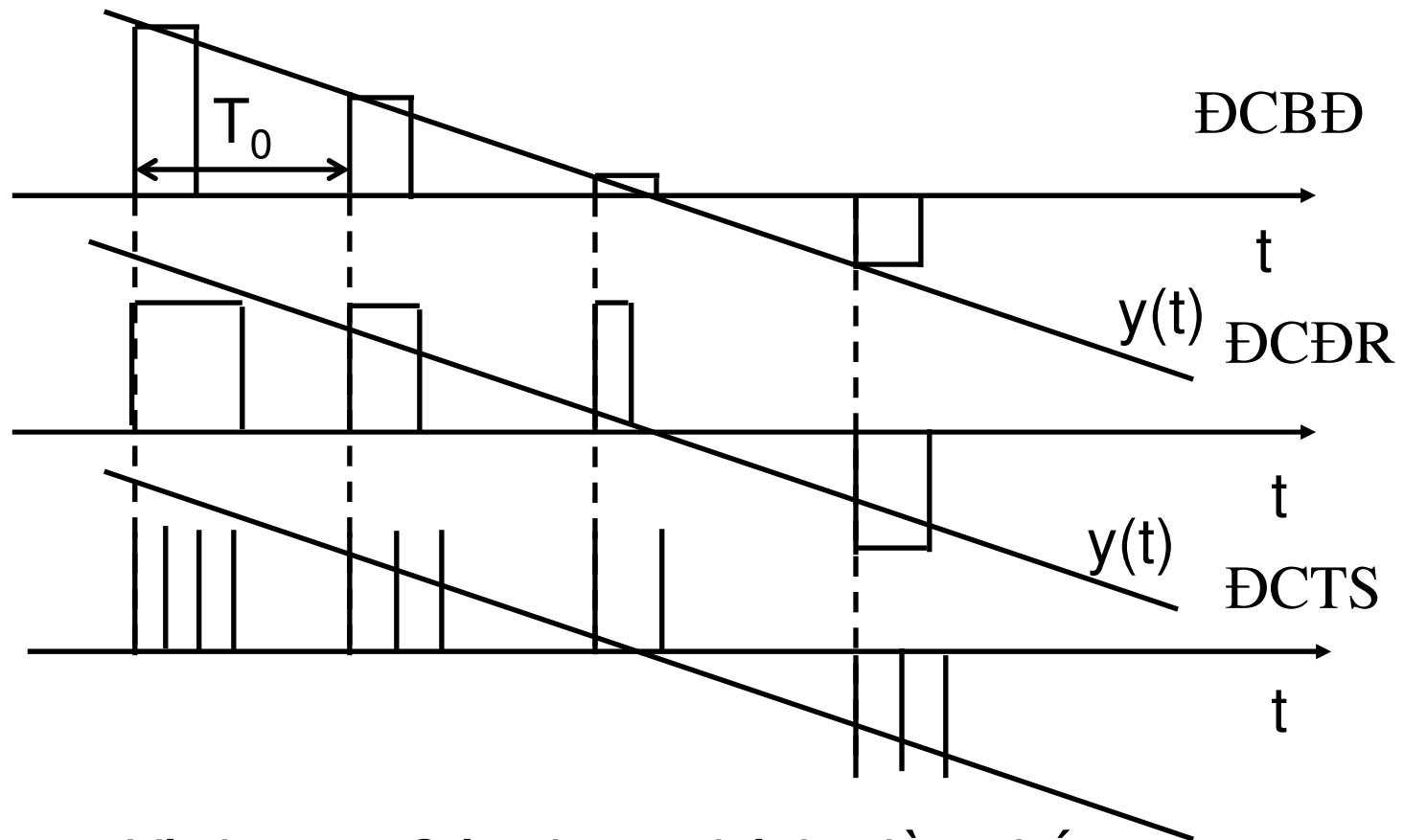
Quá trình điều chế xung được thực hiện bằng cách thay đổi một tham số nào đó của các xung lặp lại theo chu kỳ theo quy luật thời gian nhất định.

Các tham số chính của chuỗi xung bị điều chế (H.6-3) là độ cao (hay biên độ)  $A$ , độ rộng xung ( $\gamma T_0$ ), khoảng cách giữa các xung (hay chu kỳ)  $T_0$ . Đại lượng  $y(t)$  xác định quy luật điều chế được gọi là đại lượng điều chế. Căn cứ vào tham số nào của xung bị thay đổi theo quy luật của đại lượng điều chế người ta phân biệt (H6-4):

- *điều chế biên độ (ĐCBBĐ);*
- *điều chế độ rộng xung (ĐCĐR);*
- *điều chế thời gian xung (ĐCTG).*



Hình 6-3. Các tham số chính của chuỗi xung bị điều chế



Hình 6-4. Các dạng chính điều chế xung

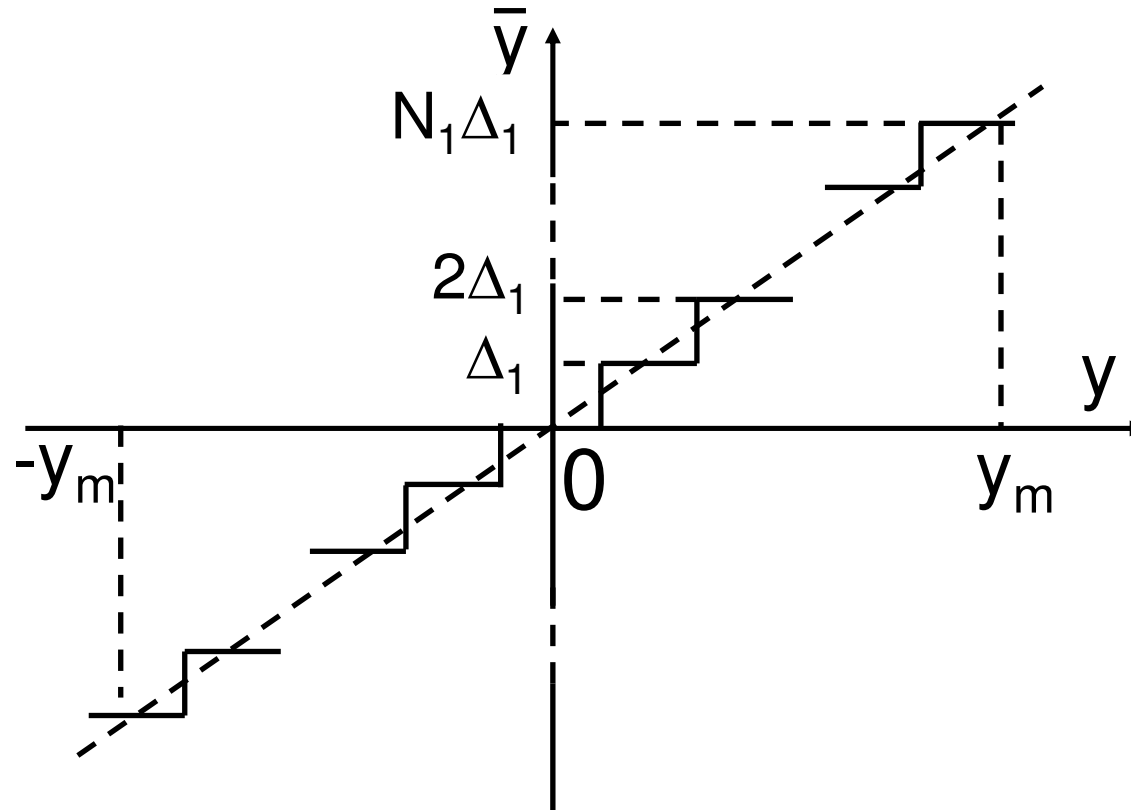
## ***Lượng tử hoá theo mức***

Lượng tử hoá theo mức là sự thay thế các giá trị của đại lượng liên tục  $y(t)$  bằng các giá trị gián đoạn phân biệt gần nhất tại các thời điểm thời gian nhất định, phù hợp với đặc tính tĩnh của bộ biến đổi AD, H.6-5.

Nếu bộ biến đổi AD có số bit là  $k$ , thì số mức lượng tử là  $N_1 = 2^k - 1$ . Khi đó, giá trị của bit thấp nhất  $\Delta_1$  chính là độ phân biệt của nó. Dải thay đổi lượng vào của nó được xác định là

$$|y_m| = N_1 \Delta_1.$$

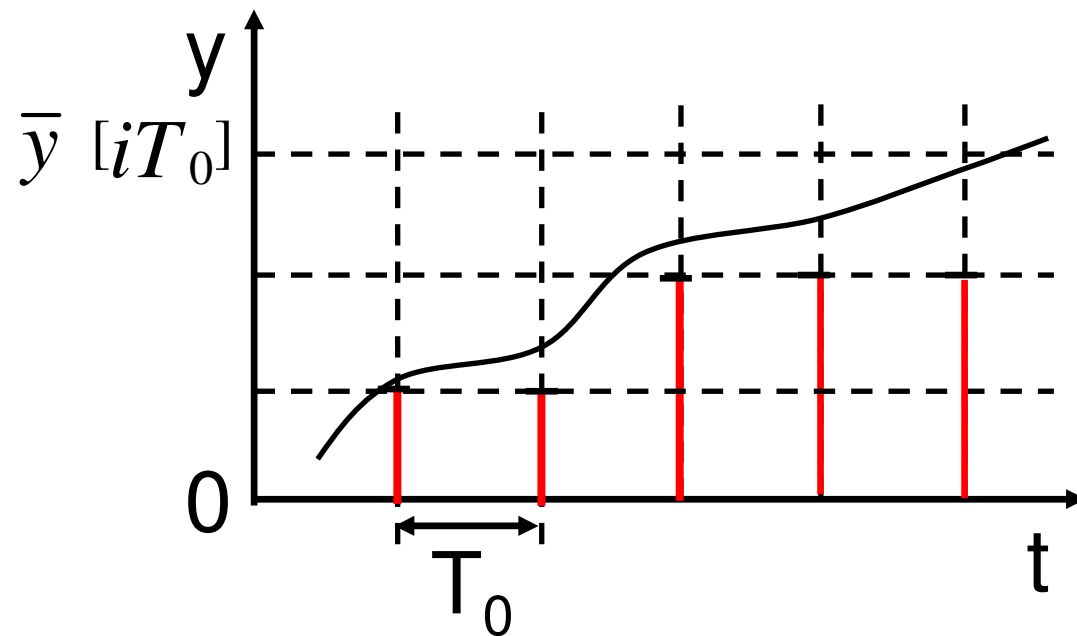
## Lượng tử hóa theo mức



Hình 6-5. *Đặc tính tĩnh của bộ biến đổi AD*



Khi lượng tử hoá đồng thời theo thời gian và theo mức thì tại các thời điểm thời gian rời rạc  $iT_0$  tín hiệu liên tục  $y(t)$  được thay thế bằng các giá trị gián đoạn gần nhất với giá trị của nó, H.6-6.



Hình 6-6.

## ***Mã hoá***

Mã hoá là sự biến đổi tín hiệu thành mã số trong máy tính.

Việc biến đổi các tín hiệu từ dạng liên tục thành dạng số được thực hiện với tốc độ hạn chế và mang vào HTĐKTD một khoảng thời gian giữ chậm  $\tau_1$ , được xác định bằng thời gian cần thiết để tín hiệu ra của AD được thiết lập với độ chính xác nhất định.

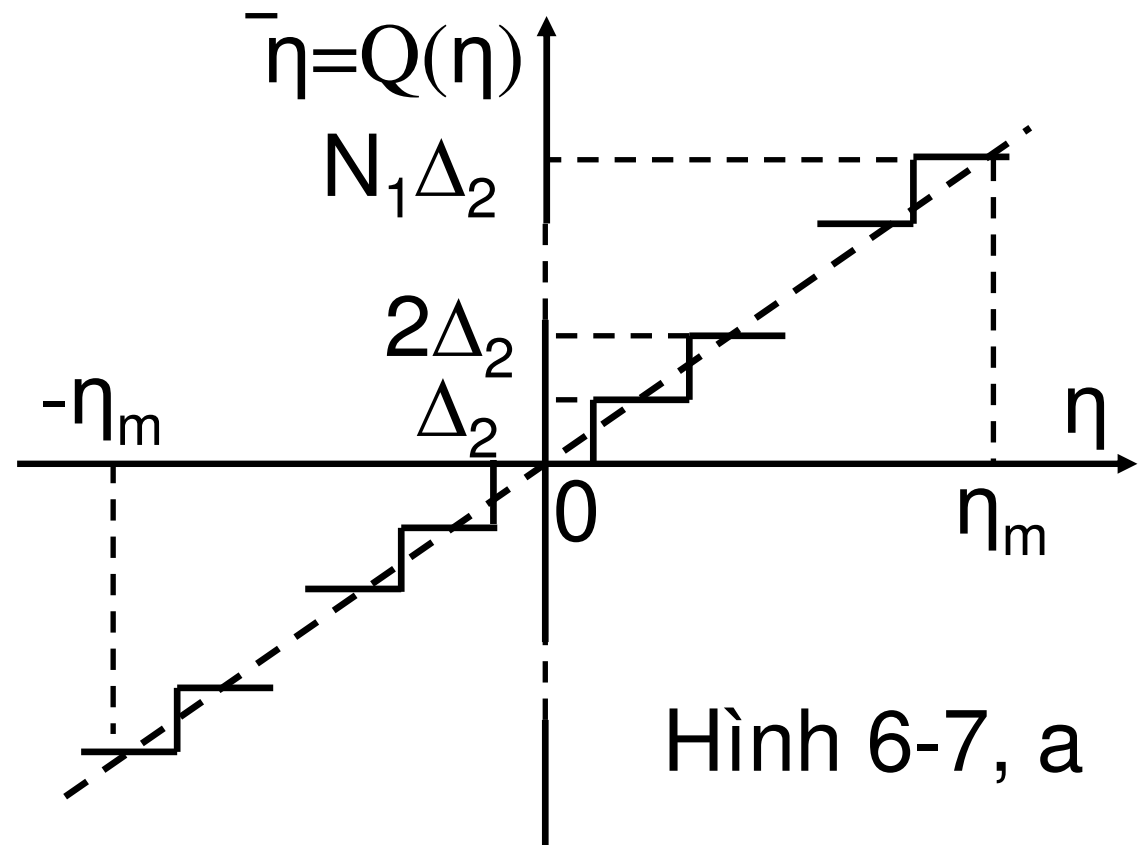
Do tín hiệu ra của máy tính  $\bar{\eta} (iT_0)$  là các xung hẹp, thậm trí là cực hẹp, nên khi thực hiện điều khiển đối tượng hoạt động liên tục cần phải biến đổi nó về dạng tín hiệu điều khiển liên tục  $\eta(t)$ . Công việc này được thiết bị ra của máy tính (DA) thực hiện. Quá trình biến đổi tín hiệu từ dạng mã số thành dạng liên tục được thực hiện qua hai giai đoạn: *giải mã và ghi nhớ (ngoại suy)*.

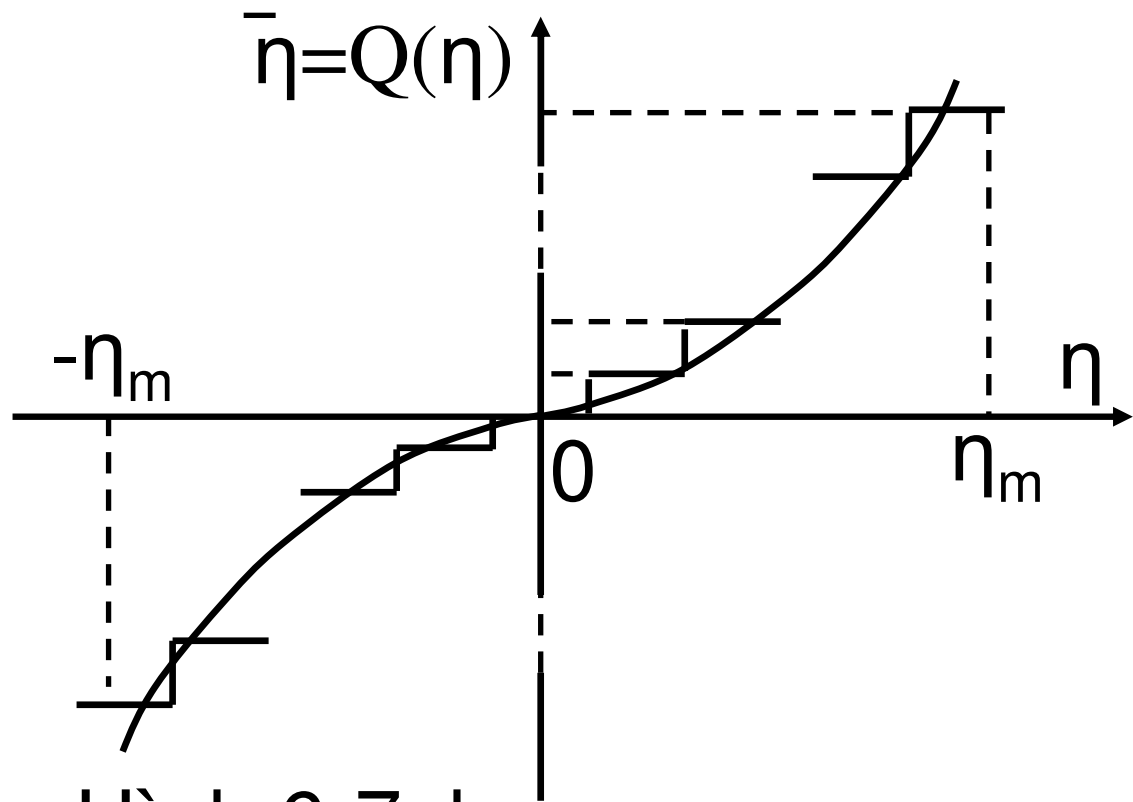
## ***Giải mã***

Giải mã là sự biến đổi mã số thành tín hiệu xung điều chế biên độ. Giải mã đồng hành với lượng tử hoá tín hiệu theo mức phù hợp với đặc tính tĩnh của bộ biến đổi DA (H.6-7). Đặc tính tĩnh của nó có thể tuyến tính hoặc phi tuyến. Trường hợp đầu tiên tương ứng với lượng tử hoá đều theo mức, khi mà bước lượng tử không phụ thuộc vào giá trị của tín hiệu được biến đổi (H.6-7, a).

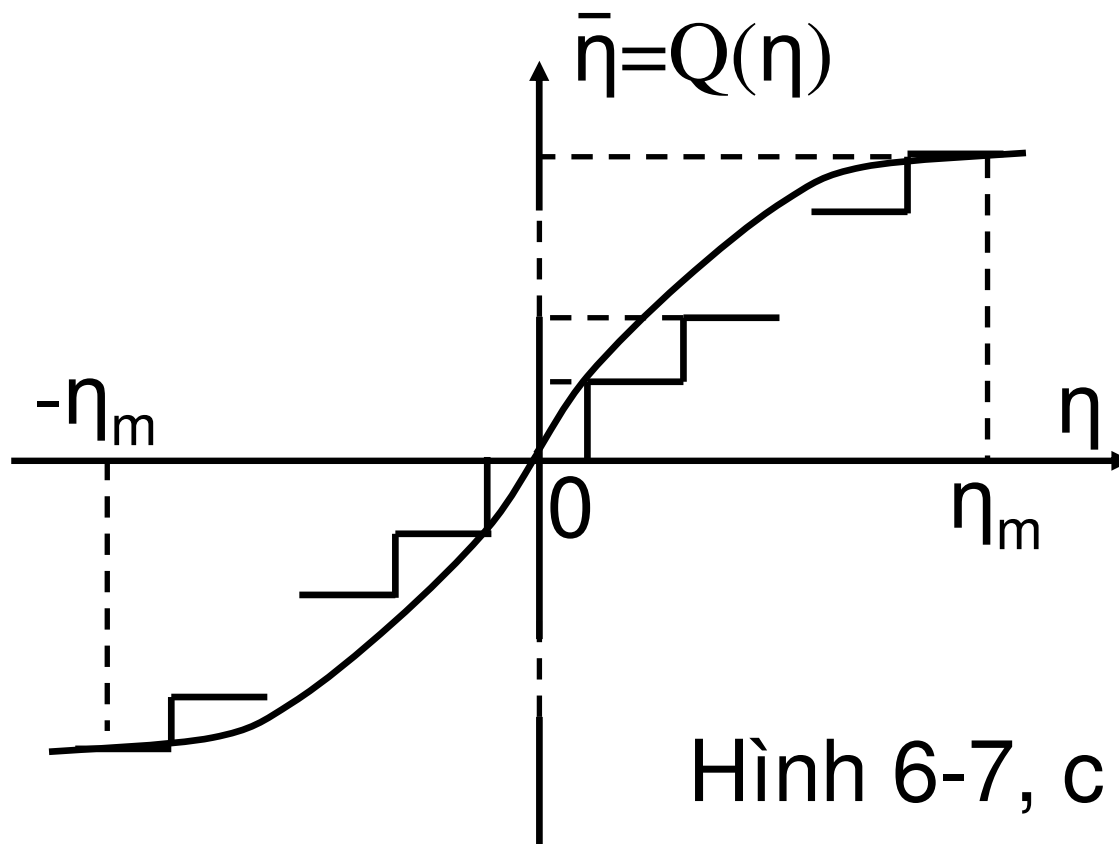
Trong trường hợp thứ hai, số lượng mức của đặc tính tĩnh  $N_2=2^k-1$ , còn dải tuyến tĩnh  $\eta_M < N_2\Delta_2$ , trong đó  $k$  là số bít,  $\Delta_2$ -giá trị của bít thấp nhất (H.6-7, b).

Quá trình giải mã cũng gây ra thời gian giữ chậm  $\tau_2$ , thông thường  $\tau_2 > \tau_1$ .





Hình 6-7, b



Hình 6-7, c

## ***Ghi nhớ***

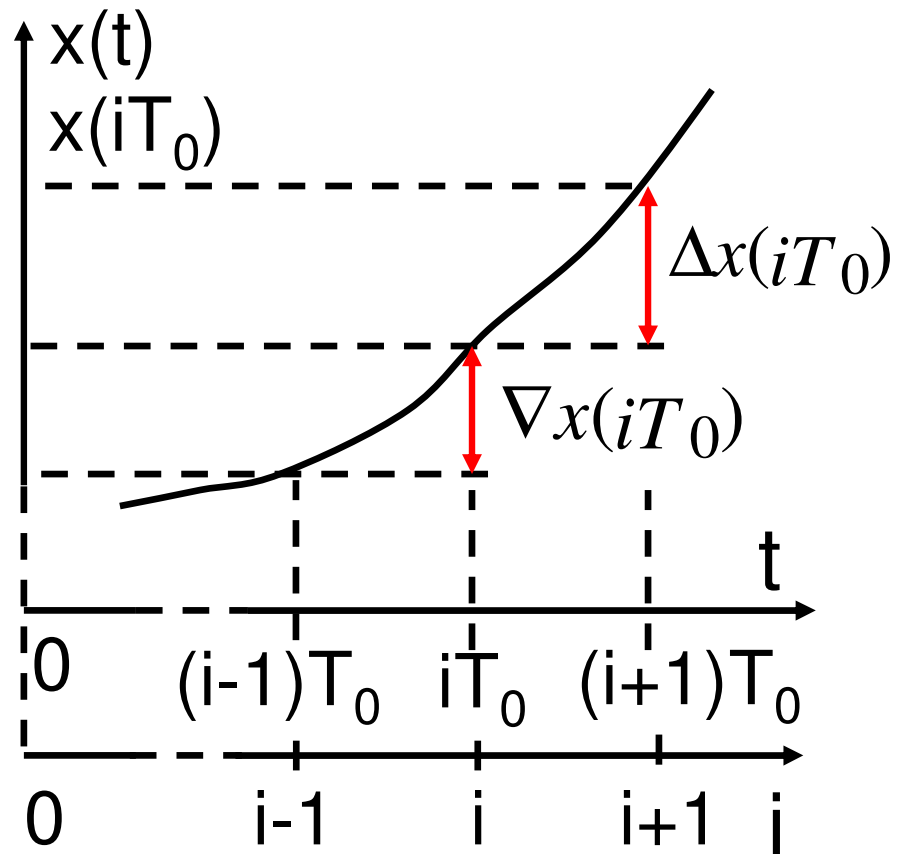
Ghi nhớ (ngoại suy) chính là sự duy trì tín hiệu ra của máy tính ở mức không đổi trong toàn bộ chu kỳ gián đoạn  $T_0$ . Trong một số trường hợp có thể sử dụng các dạng ngoại suy khác: tuyến tính, bình phương,... để đảm bảo “là phẳng” tốt hơn các tín hiệu ra của máy tính.

## 6.2. CÔNG CỤ TOÁN HỌC NGHIÊN CỨU CÁC HTĐKTĐ GIÁN ĐOẠN

### 6.2.1. Phương trình HSHHTT (sai phân TT)

#### *Hàm chẵn song*

Hàm chẵn song, ký hiệu là  $x(iT_0)$  hay  $x(i)$ , là hàm được xác định từ hàm liên tục  $x(t)$  tại các thời điểm gián đoạn  $iT_0$ , trong đó  $i$  là số nguyên.





## ***Khái niệm các hiệu hữu hạn***

Hiệu hữu hạn thuận (ngược) bậc không chính là giá trị của hàm chẵn song

$$\Delta_0 x(iT_0) = \nabla_0 x(iT_0) = \nabla_0 x(i) = x(i).$$

Tương ứng với đạo hàm bậc nhất trong HTĐKTD liên tục là *hiệu hữu hạn thuận bậc nhất*, ký hiệu là  $\Delta x(iT_0)$  hay  $\Delta x(i)$

$$\Delta x(iT_0) = \Delta x(i) = x(i+1) - x(i) \quad (6.1)$$

hoặc *hiệu hữu hạn ngược bậc nhất* (H.6-8)

$$\nabla x(iT_0) = \nabla x(i) = x(i) - x(i-1). \quad (6.2)$$

Tương ứng với đạo hàm bậc hai trong HTĐKTD liên tục là *hiệu hữu hạn thuận bậc hai*, ký hiệu là  $\Delta_2 x(iT_0)$  hay  $\Delta_2 x(i)$

$$\begin{aligned}\Delta_2 x(iT_0) &= \Delta_2 x(i) = \Delta x(i+1) - \Delta x(i) \\ &= x(i+2) - 2x(i+1) + x(i)\end{aligned}\quad (6.3, a)$$

hoặc *hiệu hữu hạn ngược bậc hai*, ký hiệu là

$$\nabla_2 x(iT_0) \quad \text{hay} \quad \nabla_2 x(i)$$

$$\begin{aligned}\nabla_2 x(i) &= \nabla x(i) - \nabla x(i-1) \\ &= x(i) - 2x(i-1) + x(i-2)\end{aligned}\quad (6.3, b)$$

Có thể xác định các hiệu hữu hạn thuận và ngược bậc cao hơn. Để tính toán các hiệu hữu hạn bậc cao, có thể sử dụng các công thức truy hồi (đệ quy)

$$\Delta_k x(i) = \Delta_{k-1} x(i+1) - \Delta_{k-1} x(i)$$

$$\nabla_k x(i) = \nabla_{k-1} x(i) - \nabla_{k-1} x(i-1)$$

Sử dụng phương pháp quy nạp toán học, nhận được công thức tổng quát

$$\nabla_k x(i) = \sum_{r=0}^k (-1)^r c_k^r x[(i-r)] \quad c_k^r = \frac{k!}{r! (k-r)!}$$

*Thí dụ, hiệu hữu hạn ngược bậc ba*

$$\nabla_3 x(i) = x(i) - 3x(i-1) + 3x(i-2) - x(i-3)$$

***Phương trình hiệu số hữu hạn tuyến tính  
(phương trình sai phân)***

Tương tự như PTVP trong HTĐKTĐ liên tục, ta đưa vào khái niệm PTHSHH. Khi sử dụng các hiệu hữu hạn ngược, PTHSHH có dạng

$$\begin{aligned} & \hat{a}_0 \nabla_n y(i) + \hat{a}_1 \nabla_{n-1} y(i) + \dots + \hat{a}_n y(i) \\ & = \hat{b}_0 \nabla_m x(i) + \hat{b}_1 \nabla_{m-1} x(i) + \dots + \hat{b}_m x(i) \end{aligned} \quad (6.6)$$

Khái niệm HT dừng, không dừng, PTHSHH  
thuần nhất, không thuần nhất.

Nghiệm của phương trình (6.6) cũng gồm có hai  
thành phần

$$y(i) = y_{td}(i) + y_{cb}(i)$$

Có thể viết lại phương trình (6.6) dưới dạng

$$\begin{aligned} a_0 y(i) + a_1 y(i-1) + \dots + a_n y(i-n) \\ = b_0 x(i) + b_1 x(i-1) + \dots + b_m x(i-m) \end{aligned} \quad (6.10)$$

Phương trình (6.10) có chứa lượng vào và lượng ra trước đó một số hữu hạn các chu kỳ gián đoạn nên được gọi là các *PTSHH truy hồi (đệ quy)*. Có thể xác định được lượng ra  $y(i)$  từ (6.10)

$$y(i) = \frac{1}{a_0} \{ b_0 x(i) + b_1 x(i-1) + \dots + b_m x(i-m) - [a_1 y(i-1) + \dots + a_n y(i-n)] \}.$$

*Thí dụ 6.1.* Biến đổi PTSHH sau về dạng truy hồi

$$2 \nabla_3 y(i) - 3 \nabla_2 y(i) + 4 \nabla y(i) = \nabla_2 x(i)$$

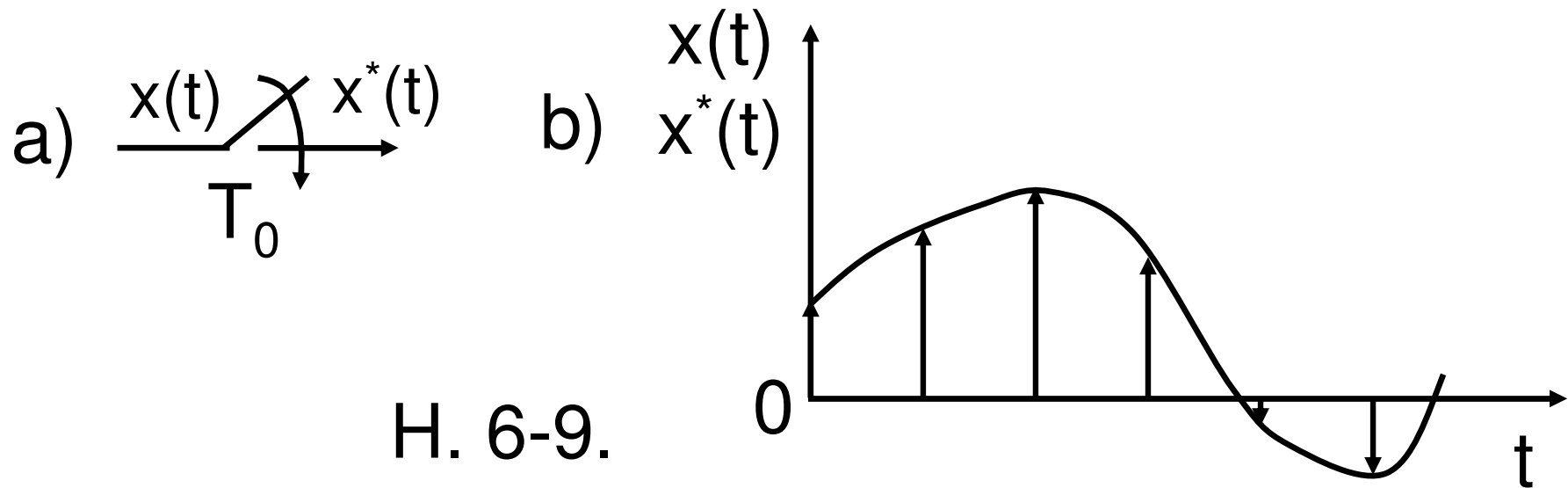
Khai triển các hiệu số hữu hạn ngược và thay thế vào phương trình trên, nhận được

$$\begin{aligned} & 3y(i) - 4y(i-1) + 3y(i-2) - 2y(i-3) \\ &= x(i) - 2x(i-1) + x(i-2) \end{aligned}$$

## 6.2.2. Mô hình toán học quá trình lượng tử hoá theo thời gian và phép biến đổi Laplace gián đoạn

Quá trình lượng tử hoá tín hiệu liên tục theo thời gian là giai đoạn đặc trưng trong hoạt động của bộ biến đổi AD. Tiến hành mô tả toán học quá trình đó. Để thực hiện việc này, xem xét mô hình mạch xung đơn giản (H.6-9, a). Giả sử rằng quá trình lượng tử hoá theo thời gian được thực hiện bằng một PTX lý tưởng có khả năng đóng mở tức thì sau các khoảng thời gian bằng nhau  $T_0$ .





Nếu hàm liên tục  $x(t)$  có dạng được mô tả như trên H.6-9, b thì tín hiệu ra  $x^*(t)$  của PTX là chuỗi các xung  $\delta$  được điều chế bằng hàm  $x(t)$ , tức là các xung có độ rộng nhỏ vô hạn, có độ cao bằng  $x(t)$  tại các thời điểm thời gian gián đoạn  $iT_0$ . Khi đó,  $x^*(t)$  có thể được biểu diễn như sau:

$$x^*(t) = x(t) \delta_{T_0}(t), \quad (6.13)$$

trong đó 
$$\delta_{T_0}(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \delta(t - iT_0) \quad (6.14)$$

là chuỗi xung cách đều nhau, có độ cao bằng 1. Có thể xem phương trình (6.13) như là biểu thức mô tả tín hiệu điều chế biên độ xung có sóng mang là chuỗi xung  $\delta$  và hàm điều chế  $x(t)$ . Biểu thức này chính là mô tả toán học quá trình lượng tử hoá theo thời gian tín hiệu liên tục  $x(t)$  trong miền thời gian.

Nghiên cứu quá trình lượng tử hoá theo thời gian trong miền tần số. Thực hiện biến đổi Laplace phương trình (6.13), nhận được *biến đổi Laplace gián đoạn* tín hiệu  $x^*(t)$ :

$$X^*(s) = L[x^*(t)] = \int_0^{\infty} x(t) \delta_{T_0}(t) e^{-st} dt \quad (6.15)$$

Biểu diễn  $\delta_{T_0}(t)$  dưới dạng chuỗi Fourier:

$$\delta_{T_0}(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} c_i e^{ji\Omega t},$$

trong đó  $\Omega=2\pi/T_0$ -tần số đóng ngắt PTX;  
hệ số của chuỗi

$$c_i = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} \delta_{T_0}(t) e^{-ji\Omega t} dt$$

$$= \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \delta(t - iT_0) e^{-ji\Omega t} dt.$$

Trong vùng lấy tích phân  $[-T_0/2 \div T_0/2]$  chỉ có một xung  $\delta=1$ . Như vậy

$$c_i = \frac{1}{T_0}$$

Do đó

$$\delta_{T_0}(t) = \frac{1}{T_0} \sum_{i=-\infty}^{\infty} e^{ji\Omega t} \quad (6.16)$$

Từ (6.15) và (6.16), nhận được

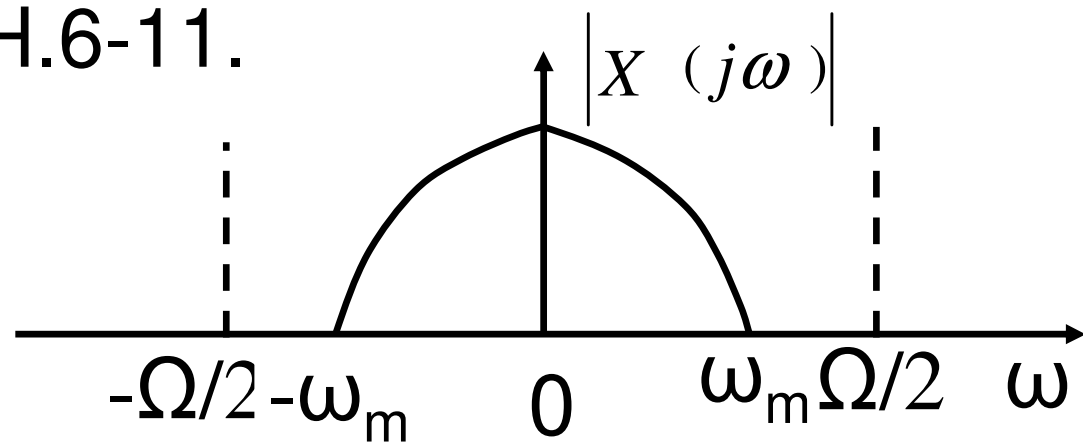
$$X^*(s) = L[x^*(t)] = \int_0^{\infty} \frac{1}{T_0} \sum_{i=-\infty}^{\infty} x(t) e^{-(s - ji\Omega)t} dt$$

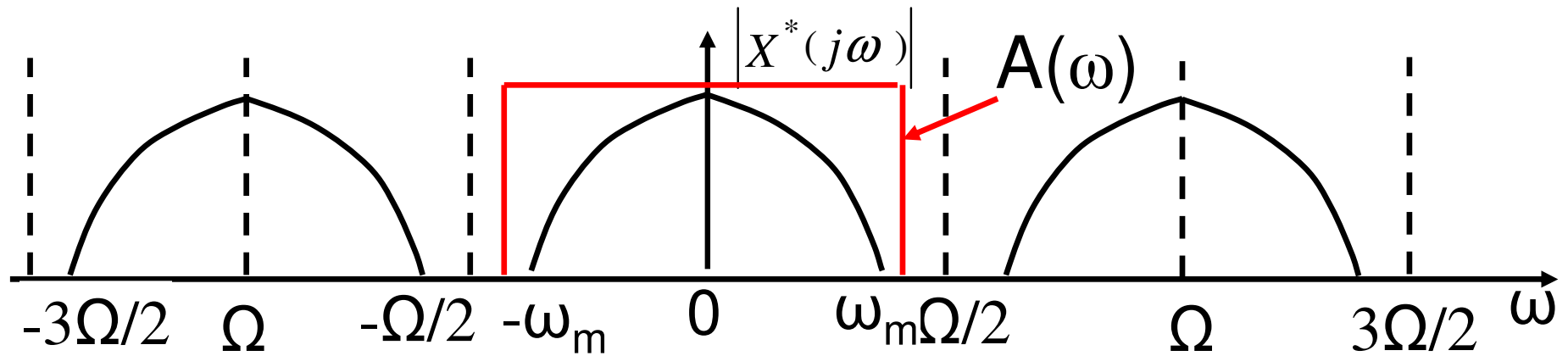
$$X^*(s) = \frac{1}{T_0} \sum_{i=-\infty}^{\infty} X(s - ji\Omega) \quad (6.17)$$

dấu “\*” trong ký hiệu  $X^*(s)$  để phân biệt với phép biến đổi Laplace liên tục  $X(s)$  của hàm  $x(t)$ .

Phương trình (6.17) có dạng chuỗi vô hạn. Từ đây suy ra rằng, tín hiệu ra của PTX ngoài phổ của tín hiệu  $x(t)$  còn chứa các thành phần cao tần. Giả sử phổ của tín hiệu  $x(t)$  bị hạn chế và có dạng như trên H.6-10 thì phổ của tín hiệu ra  $x^*(t)$  của PTX trong dải  $[-\Omega/2, \Omega/2]$  có chứa phổ của tín hiệu vào, ngoài ra còn có các thành phần cao tần khác, như trên H.6-11.

H.6-10.





H.6-11

Từ H.6-11 có thể nhận thấy rằng, nếu tín hiệu vào  $x(t)$  có độ rộng phổ tần số  $\omega_m < \Omega/2$  thì nó có thể được khôi phục lại hoàn toàn bằng cách mắc sau PTX một bộ lọc dải thông hẹp lý tưởng với ĐTTTS biên độ (ĐTTSBĐ)  $A(\omega)$ . Đó chính là ý nghĩa của *định lý Kachenhikốp*, được phát biểu như sau:

Để khôi phục được chính xác tín hiệu liên tục  $x(t)$  từ tín hiệu xung  $x^*(t)$  thì PTX phải có tần số làm việc lớn hơn hoặc bằng hai lần thành phần cao tần nhất của phổ tín hiệu  $x(t)$  ( $\Omega \geq 2\omega_m$ ).

Từ (6.13) và (6.14) nhận được

$$x^*(t) = \sum_{i=0}^{\infty} x(iT_0) \delta(t - iT_0)$$

Thực hiện biến đổi Laplace gián đoạn biểu thức trên, nhận được

$$\begin{aligned} X^*(s) &= L[x(iT_0)] = \int_0^{\infty} \sum_{i=0}^{\infty} x(iT_0) \delta(t - iT_0) e^{-st} dt \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} x(iT_0) \int_0^{\infty} \delta(t - iT_0) e^{-st} dt = \sum_{i=0}^{\infty} x(i) e^{-siT_0} \end{aligned} \quad (6.18)$$



## ***Một số tính chất của phép biến đổi Laplace gián đoạn***

- ***Tính tuần hoàn***  $X^*(s) = X^*(s + jk\Omega)$

Như vậy, trên mặt phẳng phức, hàm  $X^*(s)$  có tính tuần hoàn theo trục ảo với chu kỳ  $j\Omega$ . Do đó, chỉ cần nghiên cứu nó trong dải  $[-j\Omega/2, j\Omega/2]$ .

Để đơn giản hoá việc sử dụng phép biến đổi Laplace gián đoạn, đặt  $z = e^{sT_0}$ , nhận được ***phép biến đổi Z***. Từ (6.18) nhận được

$$X(z) = Z[x(i)] = \sum_{i=0}^{\infty} x(i) z^{-i} \quad (6.19)$$

- *Tính tuyến tính*

Nếu các hàm  $x_1(i)$ ,  $x_2(i)$  có các ảnh biến đổi  $z$  tương ứng bằng  $X_1(z)$ ,  $X_2(z)$ ,  $a$  và  $b$  là các hằng số thì

$$Z [a x_1(i) \pm b x_2(i)] = a X_1(z) \pm b X_2(z)$$

- *Chuyển dịch trong miền thời gian*

Nếu hàm  $x(i)$  có ảnh biến đổi  $Z$  là  $X(z)$  và các ĐKBĐ  $x(0)=x(\pm 1)=\dots=x[(\pm(k-1))]=x(\pm k)=0$

thì 
$$Z [x(i \pm k)] = z^{\pm k} X(z),$$

trong đó,  $k$  là số nguyên.

- Ảnh của hiệu hữu hạn bậc  $k$

+ Đối với hiệu hữu hạn ngược bậc nhất (6.2)

$$\begin{aligned} Z[\nabla x(i)] &= Z[x(i) - x(i-1)] \\ &= (1 - z^{-1})X(z) + z^{-1}x(-1) \end{aligned}$$

Nếu ĐKBĐ bằng không thì nhận được

$$Z[\nabla x(i)] = (1 - z^{-1})X(z).$$

+ *Tổng quát: ảnh của hiệu hữu hạn ngược bậc  $k$  với các ĐKBĐ bằng không*

$$Z[\nabla_k x(i)] = (1 - z^{-1})^k X(z)$$

Các công thức nhận được của ảnh các hiệu hữu hạn thuận và ngược về mặt hình thức gợi nhớ các công thức tính ảnh các đạo hàm các hàm liên tục.

- *Giá trị giới hạn của hàm chẵn song*

+ *Khi sử dụng ảnh của hiệu hữu hạn ngược bậc nhất*

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x(k) = \lim_{z \rightarrow 1} [(1 - z^{-1}) X(z)].$$

- *Biến đổi Z tích chập của hàm chẵn song*

Nếu như

$$Z [f_1(i)] = F_1(z)$$

và

$$Z [f_2(i)] = F_2(z)$$

thì

$$\begin{aligned} & Z \left[ \sum_{k=0}^i f_1(k) f_2(i-k) \right] \\ &= Z \left[ \sum_{k=0}^i f_1(i-k) f_2(k) \right] \\ &= F_1(z) F_2(z). \end{aligned}$$

## 6.2.3. Các tác động điển hình

### 6.2.3.1. Phương pháp tính toán hàm ảnh z của các hàm gián đoạn

- bước 1: xác định hàm ảnh  $X(s)$  của hàm liên tục  $x(t)$  tương ứng;
- bước 2: tìm  $X(z)$  theo công thức sau:

$$X(z) = \sum_{\forall s_c} \operatorname{Res}_{s_c} \left\{ \frac{z}{z - e^{s T_0}} X(s) \right\}$$
$$= \sum_{\forall s_c} \frac{1}{(k-1)!} \lim_{s \rightarrow s_c} \left\{ \frac{d^{(k-1)}}{ds^{(k-1)}} \left[ \frac{z}{z - e^{s T_0}} X(s) (s - s_c)^k \right] \right\} \quad (6.27)$$

trong đó:  $s_c$  là các điểm cực của  $X(s)$ ; Res là thặng dư của hàm trong dấu ngoặc nhọn tại điểm cực  $s_c$  của  $X(s)$ ;  $k$  là bội của cực  $s_c$ .

*Lưu ý: sau bước 1 có thể phân tích hàm  $X(s)$  thành các phân thức đơn giản, sau đó sử dụng B.6-1 để tìm ảnh  $X(z)$ .*

*Thí dụ 6.2.* Tìm hàm ảnh  $z$  của hàm gián đoạn  $x(i) = viT_0$ .

Hàm liên tục  $x(t) = vt$  có ảnh Laplace liên tục  $X(s) = v/s^2$ . Hàm này có một cực kép  $s=0$ .

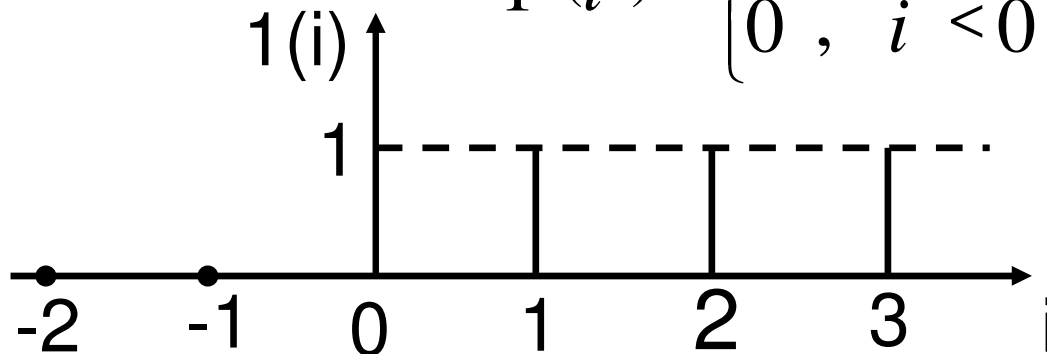
$$X(z) = \frac{1}{(2-1)!} \lim_{s \rightarrow 0} \left\{ \frac{d^{(2-1)}}{ds^{(2-1)}} \left[ \frac{z}{z - e^{sT_0}} \frac{v}{s^2} (s - 0)^2 \right] \right\}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{v z T_0 e^{sT_0}}{(z - e^{sT_0})^2} = \frac{vT_0 z}{(z-1)^2}$$

### 6.2.3.2. Các tác động tiên định

*Hàm chẵn song bậc thang đơn vị*  $1(i)$  là hàm có dạng

$$1(i) = \begin{cases} 1, & i \geq 0; \\ 0, & i < 0. \end{cases} \quad (6.28)$$



H. 6-12.



- đặt  $x(i)=1(i)$ , khi đó  $X(s)=1/s$ ;

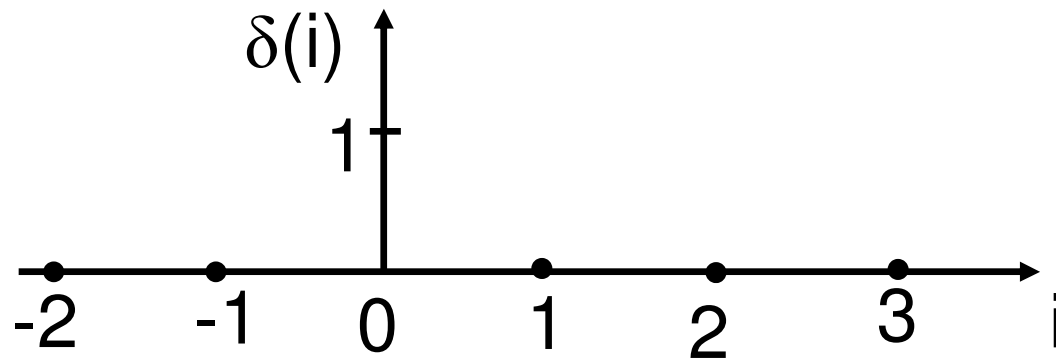
Hàm  $x(s)$  có một cực  $s=0$ . Như vậy

$$X(z) = \lim_{s \rightarrow 0} \left( \frac{z^{-s}}{z^{-e^{sT_0}}} \frac{s}{s} \right) = \frac{z}{z-1} \quad (6.29, a)$$

$$X(z) = \frac{1}{1-z^{-1}} \quad (6.29, b)$$

*Hàm chẵn song xung đơn vị*  $\delta(i)$  là hàm có dạng

$$\delta(i) = \begin{cases} 1, & i = 0; \\ 0, & i \neq 0. \end{cases} \quad (6.30)$$



H. 6-13.

Ảnh của hàm chẵn song xung đơn vị: thay (6.30) vào (6.19), nhận được  $Z[\delta(i)] = 1$  (6.31)

*Hàm đồng biến  $x(i) = viT_0$*

Ảnh của hàm trên có dạng (xem thí dụ 6.2)

$$X(z) = \frac{vT_0 z}{(z-1)^2} \quad (6.32, a)$$

$$X(z) = \frac{vT_0}{z(1-z^{-1})^2} \quad (6.32, b)$$

**Hàm đồng biến**  $x(i) = a(i T_0)^2$

Ảnh Laplace của hàm liên tục  $x(t) = at^2$  có dạng

$$X(s) = \frac{2a}{s^3}$$

Sử dụng (6.30) để xác định ảnh z của hàm trên

$$X(z) = \frac{1}{(3-1)!} \lim_{s \rightarrow 0} \left\{ \frac{d^{(3-1)}}{ds^{(3-1)}} \left[ \frac{z}{z - e^{s T_0}} \frac{2a}{s^3} (s - 0)^3 \right] \right\}$$

$$X(z) = \frac{aT_0^2 z(z+1)}{(z-1)^3} \quad (6.33, a)$$

$$X(z) = \frac{aT_0^2(z+1)}{z^2(1-z^{-1})^3} \quad (6.33, b)$$

## 6.3. CÁC ĐẶC TRƯNG ĐỘNG HỌC CỦA HTĐKTĐ GIÁN ĐOẠN

### 6.3.1. HST của HTĐKTĐ gián đoạn (khâu động học gián đoạn)

Xét HTĐKTĐGD hoặc KĐHGĐ.

Giả sử ở đầu vào của nó có hàm gián đoạn  $x(i)$  tác động. Ở đầu



ra nhận được hàm gián đoạn  $y(i)$ . Các hàm này có các ảnh tương ứng là  $X(z)$  và  $Y(z)$ .

*HST của HTĐKTĐGD (KĐHGĐ) là tỉ số giữa hàm ảnh lượng ra  $Y(z)$  với hàm ảnh lượng vào  $X(z)$  trong phép biến đổi Z khi ĐKBĐ bằng không.*

PTHSHH của HTĐKTĐGD được thiết lập từ các hiệu hữu hạn ngược (6.6)

$$\begin{aligned} & \hat{a}_0 \nabla_n y(i) + \hat{a}_1 \nabla_{n-1} y(i) + \dots + \hat{a}_n y(i) \\ & = \hat{b}_0 \nabla_m x(i) + \hat{b}_1 \nabla_{m-1} x(i) + \dots + \hat{b}_m x(i) \end{aligned}$$

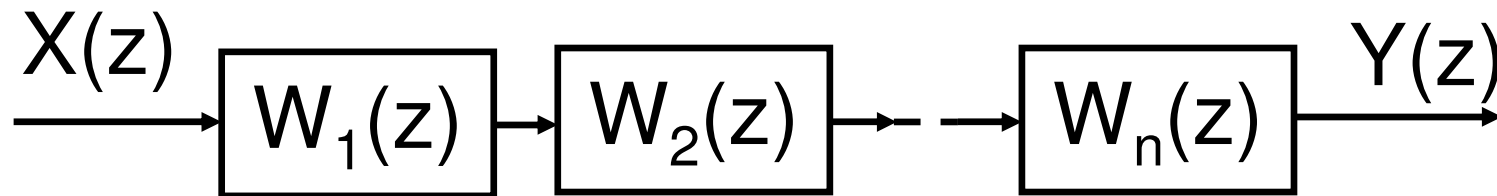
Thực hiện biến đổi Z hai vế phương trình trên khi ĐKBĐ bằng không, nhận được

## HST của HTĐKTĐGDĐ (KĐHGĐ)

$$W(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\hat{b}_0(1 - z^{-1})^m + \hat{b}_1(1 - z^{-1})^{m-1} + \dots + \hat{b}_m}{\hat{a}_0(1 - z^{-1})^n + \hat{a}_1(1 - z^{-1})^{n-1} + \dots + \hat{a}_n} \quad (6.34)$$

Các quy tắc tính HST tương đương của HTĐKTĐGDĐ

**- Mắc nối tiếp các khâu động học gián đoạn**

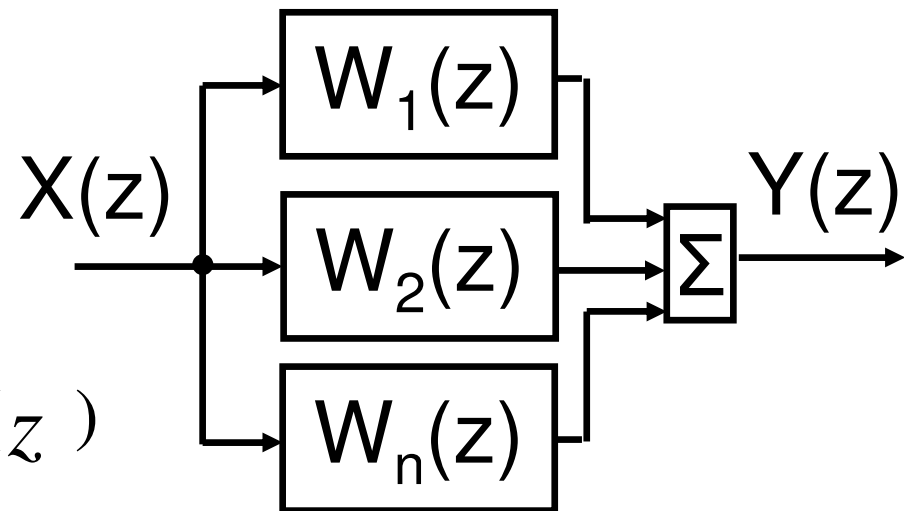


HST tương đương của các KĐHGĐ mắc nối tiếp được tính như sau

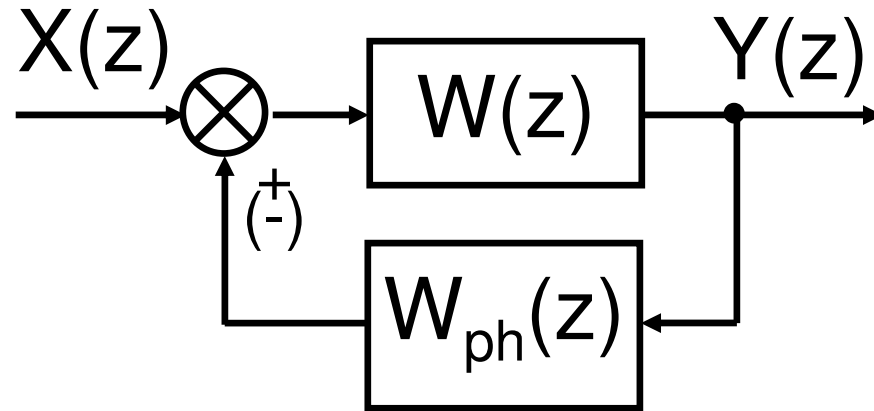
$$W_{td}(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \prod_{i=1}^n W_i(z)$$

**- Mắc song song cùng chiều các khâu động học gián đoạn**

$$W_{td}(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \sum_{i=1}^n W_i(z)$$



## - *Mắc phản hồi các khâu động học gián đoạn*



$$W_{td}(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{W(z)}{1 \mp W(z)W_{ph}(z)} \quad (6.36)$$

trong đó: dấu “+” khi phản hồi âm; dấu “-” khi phản hồi dương.

Hai KĐH mắc phản hồi tạo thành vòng kín tính toán cơ bản.



Khi phản hồi âm và  $W_{ph}(z)=1$ , nhận được vòng kín phản hồi âm đơn vị. Lúc này (6.36) có dạng

$$W_{td}(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{W(z)}{1+W(z)}$$

## 6.3.2. Phép biến đổi ngược Z và các phương pháp tính toán lượng ra trong HTĐKTĐGD

### *Phép biến đổi ngược Z*

Phép biến đổi Z (6.19) cho phép xác định hàm ảnh  $X(z)$  khi biết hàm gián đoạn gốc  $x(i)$ . *Phép biến đổi ngược Z*

$$x(i) = Z^{-1}[X(z)] = \frac{1}{2\pi j} \oint_{|z|=1} X(z) z^{i-1} dz$$

cho phép xác định hàm gián đoạn gốc  $x(i)$  khi biết hàm ảnh  $X(z)$ .

***Các phương pháp tính toán lượng ra trong miền thời gian của HTĐKTĐGD (KĐHGĐ):***

- ***Phương pháp thặng dư***

$$Y(z) = W(z) X(z) \quad (6.37)$$

Nếu  $Y(z)$  trong (6.37) có dạng

$$Y(z) = \frac{\sum_{k=0}^m b_k z^{m-k}}{\sum_{l=0}^n a_l z^{n-l}};$$

Trường hợp  $m \leq n$ :  $y(i)$  được xác định như sau:

$$y(i) = \sum_{\forall z_c = z_c} \text{Res} \left\{ Y(z) z^{i-1} \right\}$$

$$= \sum_{\forall z_c} \frac{1}{(k-1)!} \lim_{z \rightarrow z_c} \left\{ \frac{d^{(k-1)}}{dz^{(k-1)}} [Y(z) (z - z_c)^k z^{i-1}] \right\} \quad (6.38)$$

trong đó:  $z_c$ -các điểm cực của hàm  $Y(z)$ ;  $k$ -bội của mỗi cực.

- *Sử dụng phương trình hiệu số hữu hạn*

Biến đổi HST của KĐHGĐ về dạng

$$W_{td}(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^m b_k z^{-k}}{\sum_{l=0}^n a_l z^{-l}} \quad (6.39)$$

trong đó  $a_0=1$ .

Biến đổi (6.39) về dạng sau

$$\begin{aligned}
 & Y(z) + a_1 Y(z) z^{-1} + a_2 Y(z) z^{-2} + \dots + a_n Y(z) z^{-n} \\
 & = X(z) b_0 + b_1 X(z) z^{-1} + b_2 X(z) z^{-2} + \dots + b_m X(z) z^{-m}
 \end{aligned}$$

Sử dụng tính chất chuyển dịch trong miền thời gian của phép biến đổi Z với ĐKBĐ bằng không, nhận được

$$\begin{aligned}
 & y(i) + a_1 y(i-1) + a_2 y(i-2) + \dots + a_n y(i-n) \\
 & = x(i) b_0 + b_1 x(i-1) + b_2 x(i-2) + \dots + b_m x(i-m)
 \end{aligned}$$

Viết lại phương trình trên về dạng sau:

$$y(i) = - \sum_{l=1}^n a_l y(i-l) + \sum_{k=0}^m b_k x(i-k) \quad (6.40)$$

Tiếp theo, cho  $i=0, 1, 2, \dots, n$  và sử dụng các ĐKBĐ để xác định hàm  $y(i)$ .

*Thí dụ 6.3.* Tìm hàm gốc của tín hiệu gián đoạn khi biết ảnh của nó

$$Y(z) = \frac{T_0^2 z(z+1)}{(z-1)^3}$$

Phương pháp 1: sử dụng (6.38). Hàm  $Y(z)$  có một cực  $z=1$  bội 3.

$$y(i) = \frac{1}{(3-1)!} \lim_{z \rightarrow 1} \left\{ \frac{d^{(3-1)}}{dz^{(3-1)}} \left[ \frac{T_0^2 z(z+1)}{(z-1)^3} (z-1)^3 z^{i-1} \right] \right\}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{T_0^2}{2} \lim_{z \rightarrow 1} \left\{ \frac{d^2}{dz^2} [z^{i+1} + z^i] \right\} \\
&= \frac{T_0^2}{2} \lim_{z \rightarrow 1} \left\{ \frac{d}{dz} [(i+1) z^i + i z^{i-1}] \right\} \\
&= \frac{T_0^2}{2} \lim_{z \rightarrow 1} \{ [(i+1) i z^{i-1} + i (i-1) z^{i-2}] \} = (iT_0)^2
\end{aligned}$$

Phương pháp 2: sử dụng (6.39) và (6.40). Cho rằng

$$Y(z) = W(z) X(z) \Big|_{X(z)=1} = \frac{T_0^2 z (z+1)}{(z-1)^3} \quad (6.41)$$

trong đó

$$x(i) = \delta(i) = \begin{cases} 1, & i = 0; \\ 0, & i \neq 0. \end{cases}$$

Biến đổi (6.41) về dạng

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{0 + T_0^2 z^{-1} + T_0^2 z^{-2}}{1 - 3z^{-1} + 3z^{-2} - z^{-3}}$$

$$Y(z)[1 - 3z^{-1} + 3z^{-2} - z^{-3}] = X(z)[0 + T_0^2 z^{-1} + T_0^2 z^{-2}]$$



$$y(i) = T_0^2 \delta(i-1) + T_0^2 \delta(i-2) + 3y(i-1) - 3y(i-2) + y(i-3)$$

Khi các ĐKBĐ bằng không, nhận được

$$i = 0 \Rightarrow y(0) = 0$$

$$i = 1 \Rightarrow y(1) = T_0^2 + 0 + 0 + 0 + 0 = T_0^2;$$

$$i = 2 \Rightarrow y(2) = 0 + T_0^2 + 3T_0^2 - 0 + 0 = (2T_0)^2;$$

Tổng quát  $y(i) = (iT_0)^2$

### **6.3.3. Các đặc tính thời gian của HTĐKTĐGD**

Các ĐTTG là phản ứng của HTĐKTĐGD (KĐHGĐ) với tác động nào đó khi ĐKBĐ bằng không. Các tác động được sử dụng để nghiên cứu các ĐTTG là hàm chấn song bậc thang đơn vị và hàm chấn song xung đơn vị.

### 6.3.3.1. Đặc tính quá độ xung

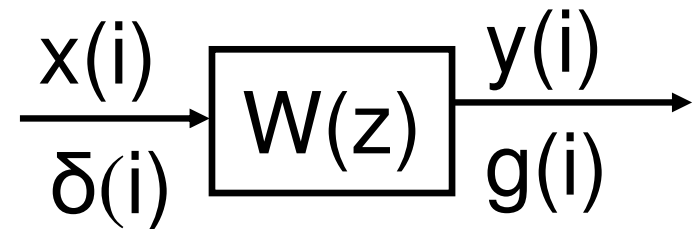
*Hàm quá độ xung (hàm trọng lượng)*  $g(i)$  của HTĐKTĐGD (KĐHGĐ) là phản ứng của nó với hàm chẵn song xung đơn vị  $\delta(i)$  (6.30) khi ĐKBĐ bằng không.

Từ định nghĩa HST

$$W(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

$$x(i) = \delta(i) \Rightarrow X(z) = 1$$

$$\Rightarrow W(z) = Y(z)$$



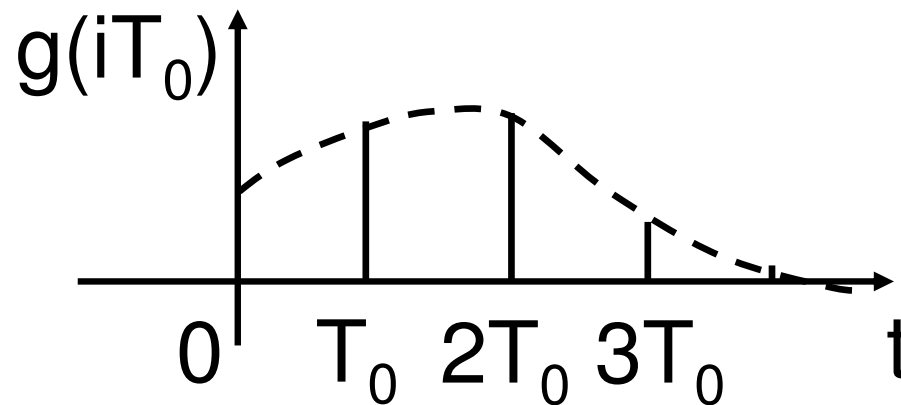
Mặt khác, khi đưa vào đầu vào HTĐKTĐGD tín hiệu  $x(i)=\delta(i)$ , ở đầu ra nhận được tín hiệu  $y(i)$  lại chính là  $g(i)$  (H.6-18). Theo định nghĩa phép biến đổi Z

$$Y(z) = G(z) = \sum_{i=0}^{\infty} g(i) z^{-i}$$
$$\Rightarrow W(z) = \sum_{i=0}^{\infty} g(i) z^{-i} \quad (6.42)$$

Vì vậy, HST là biến đổi Laplace gián đoạn của hàm quá độ xung.

$$g(i) = Z^{-1}[W(z)].$$

Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của hàm quá độ xung  $g(iT_0)$  vào thời gian ( $t=iT_0$ ) là *đặc tính quá độ xung* của HTĐKTĐGD (KĐHGĐ) (H.6-19).



H. 6-19

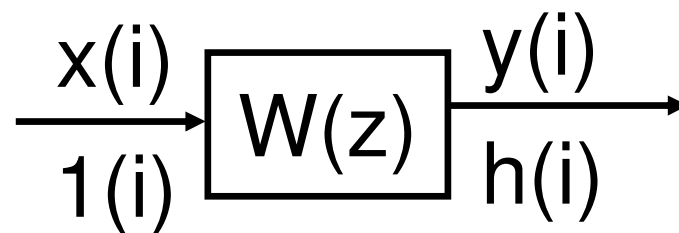
từ hàm quá độ xung  $g(i)$  có thể tìm được phản ứng của hệ thống dưới tác động bất kỳ cho trước:

$$\begin{aligned}
 y(i) &= \sum_{k=0}^i x(k) g(i-k) \\
 &= \sum_{k=0}^i x(i-k) g(k).
 \end{aligned}
 \tag{6.43}$$

### 6.3.3.2. Đặc tính quá độ

**Hàm quá độ  $h(i)$**  của HTĐKTDGD (KĐHGĐ) là phản ứng của nó với hàm chấn song bậc thang đơn vị  $1(i)$  (6.28) khi ĐKBĐ bằng không.

Ta tìm mối liên hệ giữa hàm quá độ và hàm quá độ xung.



$$h(i) = \sum_{k=0}^i 1(k) g(i-k) = \sum_{k=0}^i g(i-k)$$

Đặt  $r=i-k$  (khi  $k=0$  thì  $r=i$ ,  $k=i$  thì  $r=0$ ) vào phương trình trên, nhận được

$$h(i) = \sum_{r=i}^0 g(r) = \sum_{r=0}^i g(r) \quad (6.47)$$

Như vậy, hàm quá độ là tổng các giá trị của hàm quá độ xung.

**- Các phương pháp tính toán hàm quá độ**

**+ Phương pháp sử dụng biến đổi ngược Z**

Từ định nghĩa HST, nhận được

$$Y(z) = W(z) X(z); \quad X(z) = \frac{z}{z-1}$$

$$\Rightarrow Y(z) = W(z) \frac{z}{z-1}$$

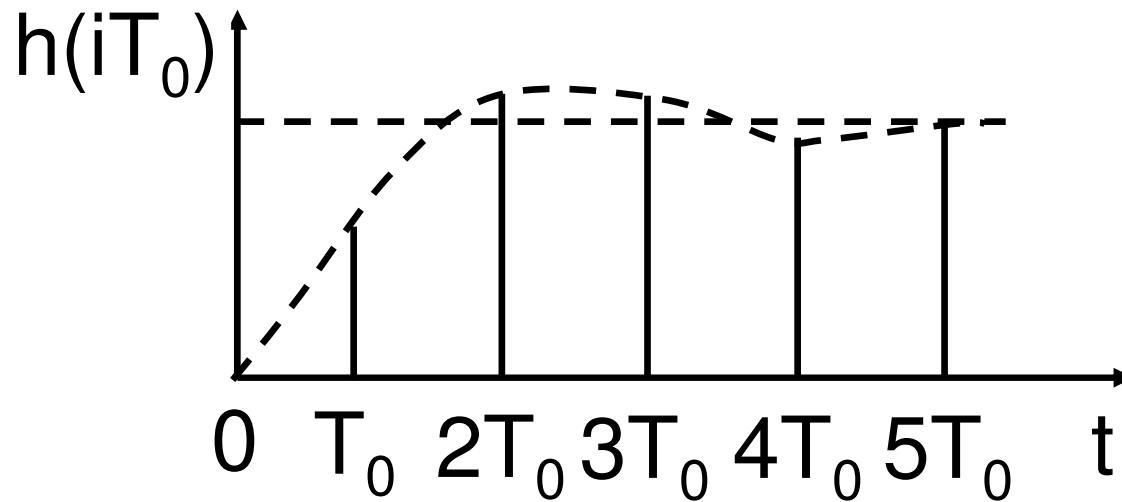
$$\Rightarrow h(i) = y(i) = Z^{-1} \left[ W(z) \frac{z}{z-1} \right]$$

Tiếp theo sử dụng (6.38) hoặc (6.40) để nhận được kết quả cuối cùng của hàm quá độ.

*+ Sử dụng (6.47) khi đã biết  $g(i)$*

Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của hàm quá độ  $h(iT_0)$  vào thời gian ( $t=iT_0$ ) là *đặc tính quá độ* của HTĐKTĐGD (KĐHGĐ).





*+ Phương pháp sử dụng Control System Toolbox trong Matlab để dựng ĐTQĐ*

1- biến đổi SĐCT của HTĐKTĐGD về dạng chỉ chứa các mối liên hệ cơ bản, và mỗi KĐHGĐ có biểu thức HST dưới dạng sau

$$W(z) = \frac{\sum_{k=0}^m b_k z^{m-k}}{\sum_{l=0}^n a_l z^{n-l}}$$

2- mở *Matlab*

3- mô tả các KĐHGĐ bằng các lệnh *tf*, dùng các phép tính “+”, “\*”, lệnh *feedback* để mô tả mối liên hệ giữa các KĐHGĐ;

- lệnh *tf* có cú pháp như sau

$sys=tf([b_0 \ b_1 \ b_2 \ \dots \ b_m], [a_0 \ a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n], T_0)$ ,

trong đó  $T_0$  là chu kỳ gián đoạn;

- dùng phép nhân để mô tả các KĐHGĐ mắc nối tiếp;
  - dùng phép cộng để mô tả các KĐHGĐ mắc song song cùng chiều;
  - dùng lệnh *feedback* để mô tả một vòng kín;
- 4- dùng lệnh *step* để dựng ĐTQĐ.

*Thí dụ 6.4.* Dựng ĐTQĐ của HT bám gián đoạn có SĐCT như trên H.6-22; chu kỳ gián đoạn  $T_0=0,02$  s.

## 6.3.4. Các đặc tính tần số của HT điều khiển tự động gián đoạn

### *Khái niệm hàm số truyền tần số*

Có thể nhận được HST tần số của HTĐKTĐGD từ biểu thức HST bằng cách thay  $z = e^{j\omega T_0}$

$$W^*(j\omega) = W(z) \Big|_{z = e^{j\omega T_0}} \quad (6.48)$$

Có thể viết biểu thức HST tần số dưới dạng

$$W^*(j\omega) = P^*(\omega) + j Q^*(\omega) = A^*(\omega) e^{j\varphi^*(\omega)}$$

trong đó  $P^*(\omega)$ -hàm tần số phần thực;

$Q^*(\omega)$ -hàm tần số phần ảo;

$A^*(\omega)$ -hàm tần số biên độ;

$\varphi^*(\omega)$ -hàm tần số phần pha.

Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của  $P^*(\omega)$  vào tần số được gọi là ĐTTS phần thực.

Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của  $Q^*(\omega)$  vào tần số được gọi là ĐTTS phần ảo.

Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của  $A^*(\omega)$  vào tần số được gọi là ĐTTS biên độ.

Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của  $\varphi^*(\omega)$  vào tần số được gọi là ĐTTS pha.

Từ (6.42) và (6.48), ta có

$$W^*(j\omega) = \sum_{i=0}^{\infty} g(i) e^{-ji\omega T_0} \quad (6.49)$$

Xét biểu thức  $\sum_{i=0}^{\infty} g(i) e^{-(j\omega + jk\Omega)iT_0}$

trong đó  $\Omega = 2\pi/T_0$ .

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{\infty} g(i) e^{-(j\omega + jk\Omega)iT_0} &= \sum_{i=0}^{\infty} g(i) e^{-j\omega iT_0} e^{-jk\Omega iT_0} \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} g(i) e^{-j\omega iT_0} e^{-jki2\pi} \end{aligned}$$

Do  $e^{-jki2\pi} = \cos(ki2\pi) - j \sin(ki2\pi) = 1$

Vì vậy

$$\sum_{i=0}^{\infty} g(i) e^{-(j\omega + jk\Omega)iT_0} = \sum_{i=0}^{\infty} g(i) e^{-ji\omega T_0} \quad (6.50)$$

Từ (6.49) và (6.50) suy ra rằng HST tần số của HTĐKTĐGD có tính tuần hoàn với chu kỳ  $j\Omega$ . Dễ dàng nhận thấy rằng, hàm tần số biên độ, hàm tần số phần thực là các hàm chẵn:  $A^*(-\omega) = A^*(\omega)$ ,  $P^*(-\omega) = P^*(\omega)$ ; các hàm tần số phần ảo, hàm tần số pha là hàm lẻ:  $Q^*(-\omega) = -Q^*(\omega)$ ,  $\varphi^*(-\omega) = -\varphi^*(\omega)$ . Từ tính chất này

và tính tuần hoàn của HST tần số suy ra rằng ĐTTS của HTĐKTĐGD hoàn toàn được xác định khi biết các giá trị của nó trong dải  $[0, \pi/T_0]$ .

### ***Các đặc tính tần số giả***

Việc xây dựng các ĐTTS logarit *tiệm cận* được thực hiện với hàm của *tần số giả tương đối*  $\vartheta$  *hay tuyệt đối*  $\lambda$ .

Để chuyển sang *tần số giả tương đối*  $\vartheta$  *hay tuyệt đối*  $\lambda$  người ta sử dụng *phép thay thế song tuyến tính*



$$z = \frac{1 + w}{1 - w} \quad (6.51)$$

hay thay thế ngược  $w = \frac{z - 1}{z + 1}$  (6.52)

được gọi là *phép biến đổi w*.

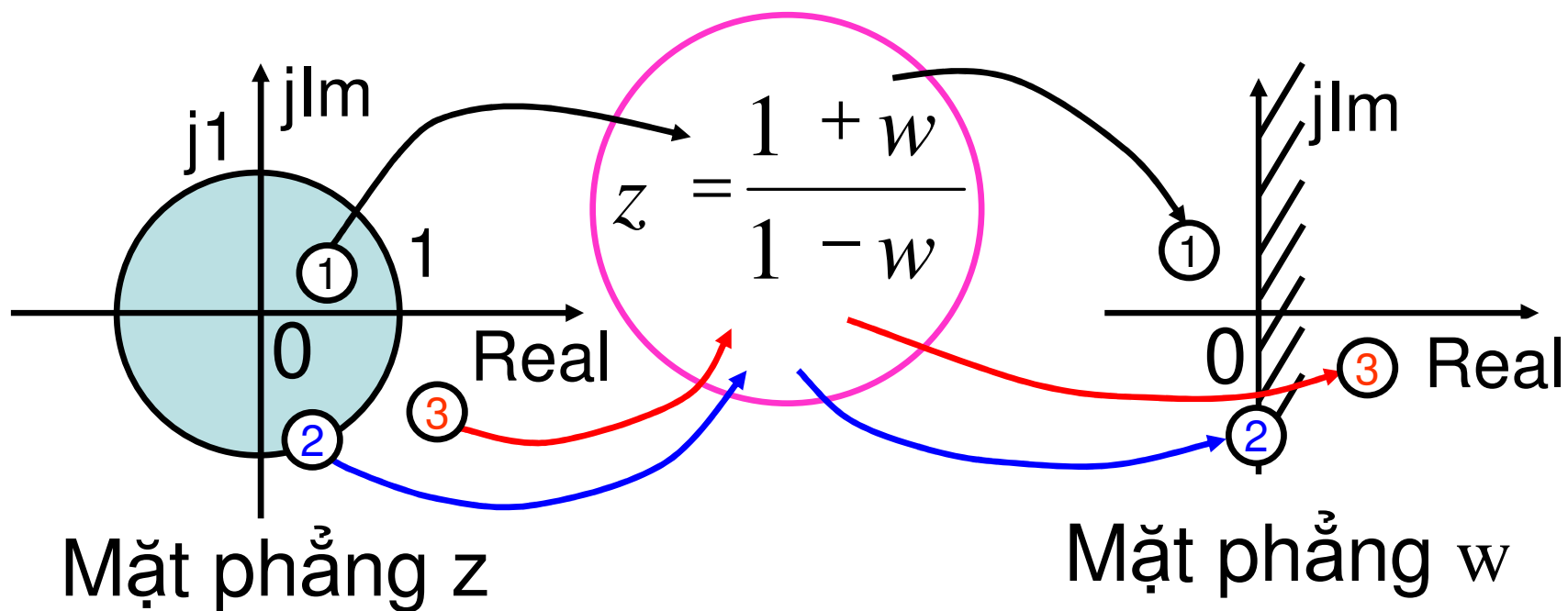
Biến đổi (6.52) như sau

$$\begin{aligned} w &= \frac{z - 1}{z + 1} = \frac{e^{j\omega T_0} - 1}{e^{j\omega T_0} + 1} = \frac{\cos(\omega T_0) + j \sin(\omega T_0) - 1}{\cos(\omega T_0) + j \sin(\omega T_0) + 1} \\ &= j \operatorname{tg} \left( \frac{\omega T_0}{2} \right) = j\vartheta \end{aligned}$$

Phép biến đổi (6.51) thực hiện một ánh xạ phía trong đường tròn bán kính đơn vị, tâm tại gốc tọa độ ( $|z| < 1$ ) của mặt phẳng phức  $z$  vào nửa trái mặt phẳng phức  $w$ , phía ngoài đường tròn bán kính đơn vị ( $|z| > 1$ ) vào nửa phải mặt phẳng phức  $w$ , đường tròn bán kính đơn vị ( $|z| = 1$ ) thành trục ảo mặt phẳng phức  $w$  (H.6-26). **CM:** Nếu  $w$  nằm ở nửa trái mặt phẳng phức, tức là  $w = -\alpha \pm j\beta$  (trong đó  $\alpha > 0$ ), từ (6.51) nhận được

$$z = \frac{1 - \alpha \pm j\beta}{1 + \alpha \mp j\beta} \quad |z| = \frac{\sqrt{(1-\alpha)^2 + \beta^2}}{\sqrt{(1+\alpha)^2 + \beta^2}} < 1$$

Bằng cách chứng minh tương tự, nhận thấy rằng khi  $w$  nằm ở nửa bên phải mặt phẳng phức thì  $|z| > 1$ , còn khi  $w$  nằm trên trục ảo thì  $|z| = 1$ .



H. 6-26. Ý nghĩa toán học của phép biến đổi  $w$

Khi xây dựng ĐTTS logarit tiệm cận của các HTĐKTĐGD, người ta thường sử dụng tần số giả tuyệt đối  $\lambda$  hơn sử dụng tần số giả tương đối  
*Tần số giả tuyệt đối  $\lambda$  được xác định như sau:*

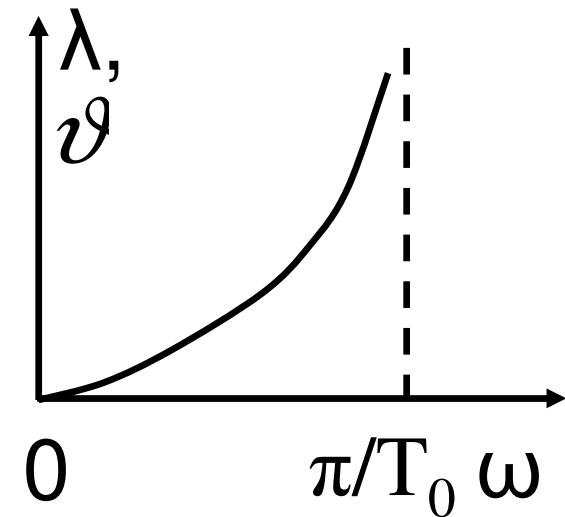
$$\lambda = \frac{2}{T_0} \operatorname{tg} \left( \frac{\omega T_0}{2} \right) = \frac{2}{T_0} \vartheta$$

Tương ứng với nó, phép biến đổi  $w$ , lúc này có dạng

$$z = \frac{1 + \frac{T_0}{2} w}{1 - \frac{T_0}{2} w} \quad (6.53)$$

$$w = \frac{2z - 1}{T_0 z + 1} \quad (6.54)$$

Khi tần số  $\omega$  nhỏ, tần số giả tuyệt đối  $\lambda \approx \omega$  vì  $\operatorname{tg} \left( \frac{\omega T_0}{2} \right) \approx \left( \frac{\omega T_0}{2} \right)$ , tức là ĐTTS ở vùng tần số thấp thực tế trùng với ĐTTS tương ứng  $W(j\omega)$  của



HTĐKTĐ liên tục. Khi tần số  $\omega$  thay đổi trong dải  $[0, \pi/T_0]$  các tần số giả  $v, \lambda$  thay đổi trong dải  $[0, \infty[$ .

## ***Sử dụng Control System Toolbox để thực hiện biến đổi song tuyến tính:***

bước 1: khai báo KĐHGĐ bằng lệnh *tf*;

bước 2: Sử dụng lệnh *d2c* để tìm HST *w* của KĐHLT. Cú pháp của lệnh này như sau:

```
d2c(sys,'tustin')
```

trong đó *sys*-KĐHGĐ đã được khai báo bằng lệnh *tf*; 'tustin'-sử dụng phương pháp tích phân tustin.

*Thí dụ 6.5.* Sử dụng Control System Toolbox để thực hiện biến đổi song tuyến tính hai chiều KĐHGĐ có HST như sau ( $T_0=0.1s$ ):

$$W(z) = \frac{0,05z + 0,05}{z-1}.$$

```
clear all; clc;
```

```
T0=0.1;
```

```
sys1=tf([0.05 0.05],[1 -1],T0)
```

```
sys2=d2c(sys1,'tustin')
```

```
sys3=c2d(sys2,T0,'tustin')
```

## ***Sử dụng Control System Toolbox để dựng ĐTTS logarit của HTĐKTĐGD***

Mô tả HTĐKTĐGD hở mà HT kín có phản hồi âm đơn vị. Tiếp theo sử dụng lệnh *bode* hoặc *margin* để dựng ĐTTS logarit (lưu ý rằng khi này sử dụng tần số  $\omega$  như trong HTĐKTĐ liên tục).



## 6.4. CÁC KHÂU GIÁN ĐOẠN ĐIỀN HÌNH

### 6.4.1. Khâu tổng

#### *Khái niệm*

Khâu tổng là KĐHGĐ có PTHSHH

$$\hat{a}_0 \nabla_1 y (i) = \hat{b}_1 x (i)$$

hoặc dưới dạng

$$\nabla_1 y (i) = k x (i) \quad (6.55)$$

trong đó:  $x(i)$ -lượng vào;  $y(i)$ -lượng ra

$$k = \frac{\hat{b}_1}{\hat{a}_0} \quad \text{hệ số biến đổi (hay hệ số truyền).}$$

## ***Hàm số truyền***

Thực hiện biến đổi Z hai vế phương trình (6.55) khi ĐKBĐ bằng không, nhận được

$$(1 - z^{-1})Y(z) = k X(z)$$

Vì vậy, HST của khâu tổng có dạng:

$$W(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{k}{(1 - z^{-1})} \quad (6.56)$$

hay dưới dạng

$$W(z) = \frac{kz}{(z - 1)} \quad (6.57)$$

HST của khâu tổng (6.56) có dạng giống với HST của khâu tích phân liên tục.

### ***Đặc tính tần số***

#### ***Đặc tính tần số biên độ***

Thay  $z = e^{j\omega T_0}$  vào biểu thức HST (6.56) hoặc (6.57), nhận được HST tần số của khâu tổng

$$W^*(j\omega) = \frac{k}{(1 - e^{-j\omega T_0})}$$

Để dựng ĐTTS biên độ (ĐTTSBĐ) của các KĐHGĐ có thể sử dụng công thức Euler

$$e^{-j\omega T_0} = \cos(\omega T_0) - j \sin(\omega T_0)$$

và thực hiện các biến đổi tiếp theo. Tuy nhiên, công việc này phức tạp, và từ biểu thức giải tích nhận được cũng khó đưa ra phán xét về dạng ĐTTSBĐ của chúng, nhất là với các KĐHGĐ có HST phức tạp.

Dưới đây, giới thiệu phương pháp dựng ĐTTSBĐ của các KĐHGĐ bằng Matlab.

## *Đặc tính tần số logarit*

Để nhận được HTSBĐ logarit và HTS pha logarit của khâu tổng có thể sử dụng phép biến đổi song tuyến tính (6.51) hoặc công thức (6.53) để biến đổi công thức (6.56) về dạng cần thiết, sau đó dựng các ĐTTS giả. Dưới đây, sử dụng công cụ Control System Toolbox trong Matlab để dựng các ĐTTS logarit. Khi đó cần sử dụng HST dưới dạng (6.57).

## ***Các đặc tính thời gian***

### ***- Đặc tính quá độ***

Đưa vào đầu vào khâu tổng hàm chẵn song bậc thang đơn vị  $1(i)$  và tính toán giá trị của hàm quá độ  $h(i)$  khi ĐKBĐ bằng không. Từ (6.55) và (6.2), nhận được

$$h(i) = h[(i-1)] + k \cdot 1(i)$$

$$i=0 \quad h(0) = h(-1) + k \cdot 1(0) = k;$$

$$i=1 \quad h(1) = h(0) + k \cdot 1(1) = k + k = 2 \cdot k = (i+1) \cdot k;$$

$$i=2 \quad h(2) = h(1) + k \cdot 1(2) = 2 \cdot k + k = (i+1) \cdot k;$$

Tổng quát, hàm quá độ của khâu tổng có dạng

$$h(i) = (i+1)k.$$

- *Đặc tính quá độ xung*

Đưa vào đầu vào của khâu tổng hàm chẵn song xung đơn vị  $\delta(i)$  và tính toán giá trị hàm quá độ xung  $g(i)$  khi ĐKBĐ bằng không.

Thực hiện biến đổi như trên, nhận được hàm quá độ xung

$$g(i) = k.$$

## 6.5. CÁC HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG LIÊN TỤC-GIÁN ĐOẠN

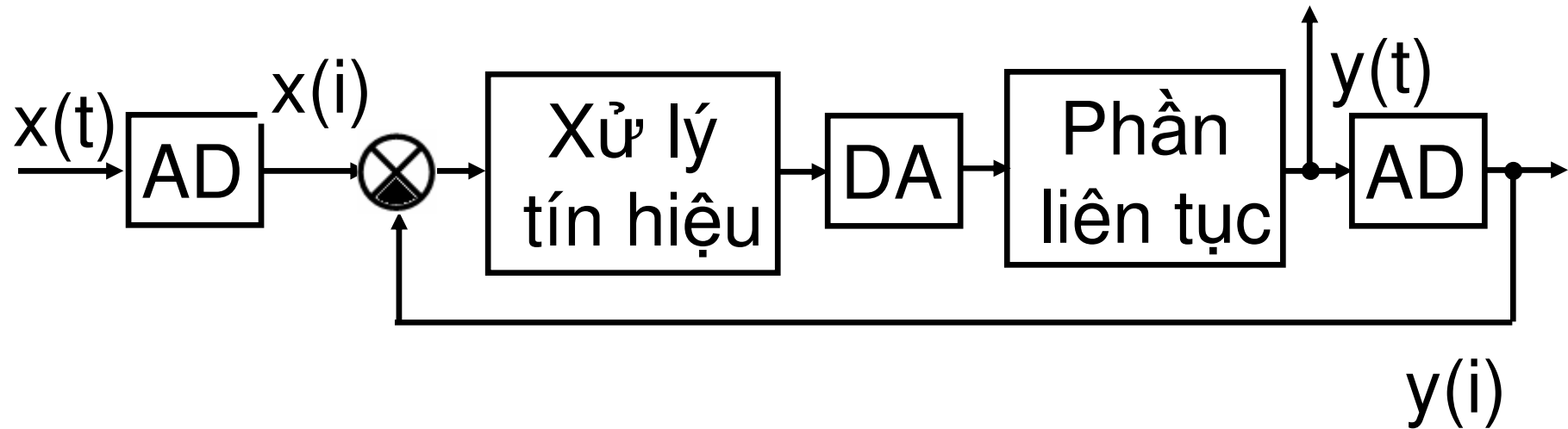
### 6.5.1. Khái niệm và phân loại

Đa số các thiết bị chấp hành và ĐTĐK trong các HTĐKTD là các phần tử hoạt động liên tục. Việc sử dụng các tính năng ưu việt của phương pháp xử lý tín hiệu gián đoạn để ĐK các phần tử này tạo ra một lớp các *HTĐKTD liên tục-gián đoạn*. Trong HTĐKTD này, như trên H.6-2 ta thấy có các phần tử đặc trưng sau:

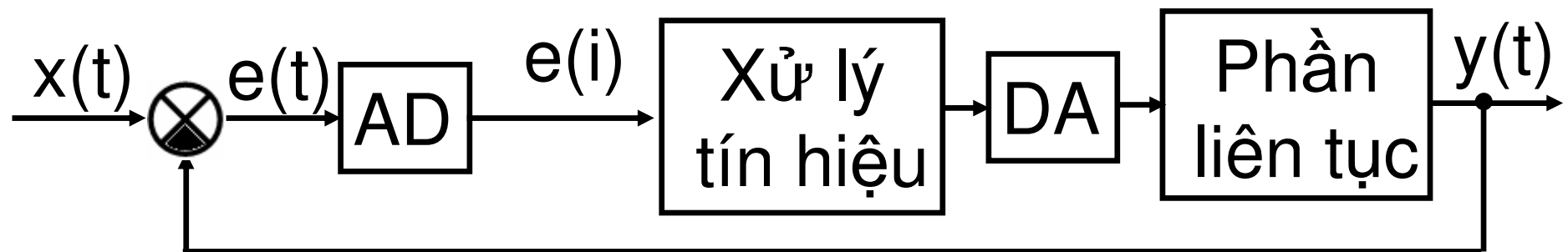


- máy tính số thực hiện chức năng lưu giữ chương trình, tính toán và hiệu chỉnh;
  - phần tử AD thực hiện biến đổi tín hiệu từ dạng liên tục về dạng số;
  - phần tử DA thực hiện biến đổi tín hiệu từ dạng số về dạng liên tục;
  - các phần tử chức năng liên tục cần thiết khác.
- HTĐKTĐ liên tục-gián đoạn về cấu trúc có thể được chia ra thành hai loại:

- đo sai lệch gián đoạn, xử lý tín hiệu gián đoạn



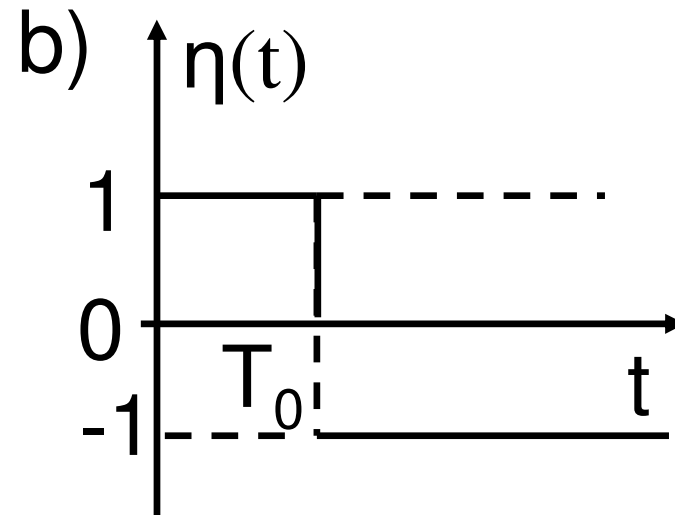
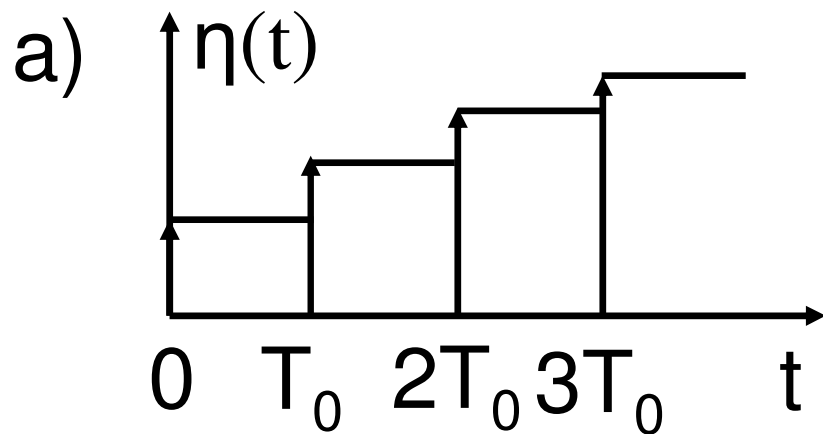
- đo sai lệch liên tục, xử lý tín hiệu gián đoạn



## **6.5.2. Mô tả toán học khâu ghi nhớ (ngoại suy)**

Trong phần 6.2.2 đã chỉ ra rằng, phổ tần số của tín hiệu gián đoạn có chứa phổ tần số của tín hiệu liên tục và các thành phần cao tần bổ sung. Để khôi phục hình dáng gần đúng của tín hiệu một chiều thì trước phần tử liên tục phải đặt một khâu ghi nhớ. ĐTTSBĐ của khâu này phải có dạng của bộ lọc thấp tần để loại trừ các thành phần phổ cao tần không mong muốn của tín hiệu gián đoạn.

Hiện nay có nhiều dạng và sơ đồ khâu ghi nhớ. Ở đây chúng ta nghiên cứu *khâu ghi nhớ bậc không*. Khâu ghi nhớ này biến đổi chuỗi xung lý tưởng (các mã) thành hàm bậc thang  $\eta(t)$ .



Khi đưa tới đầu vào khâu ghi nhớ tín hiệu  $x(i)=\delta(i)$ , ở đầu ra nhận được xung vuông có độ rộng  $T_0$ . Hàm  $\eta(t)$  có thể được biểu diễn như sau

$$\eta(t) = 1(t) - 1(t - T_0)$$

Thực hiện biến đổi Laplace hai vế phương trình trên với ĐKBĐ bằng không, nhận được hàm ảnh tín hiệu ra của khâu ghi nhớ

$$\eta(s) = L[\eta(t)] = \frac{1}{s} - \frac{1}{s} e^{-sT_0} = \frac{1 - e^{-sT_0}}{s}$$

Từ đây nhận được HST của khâu ghi nhớ

$$W_{ghn}(s) = \frac{\eta(s)}{X(s)} = \frac{1}{s} - \frac{1}{s} e^{-sT_0} = \frac{1 - e^{-sT_0}}{s}.$$

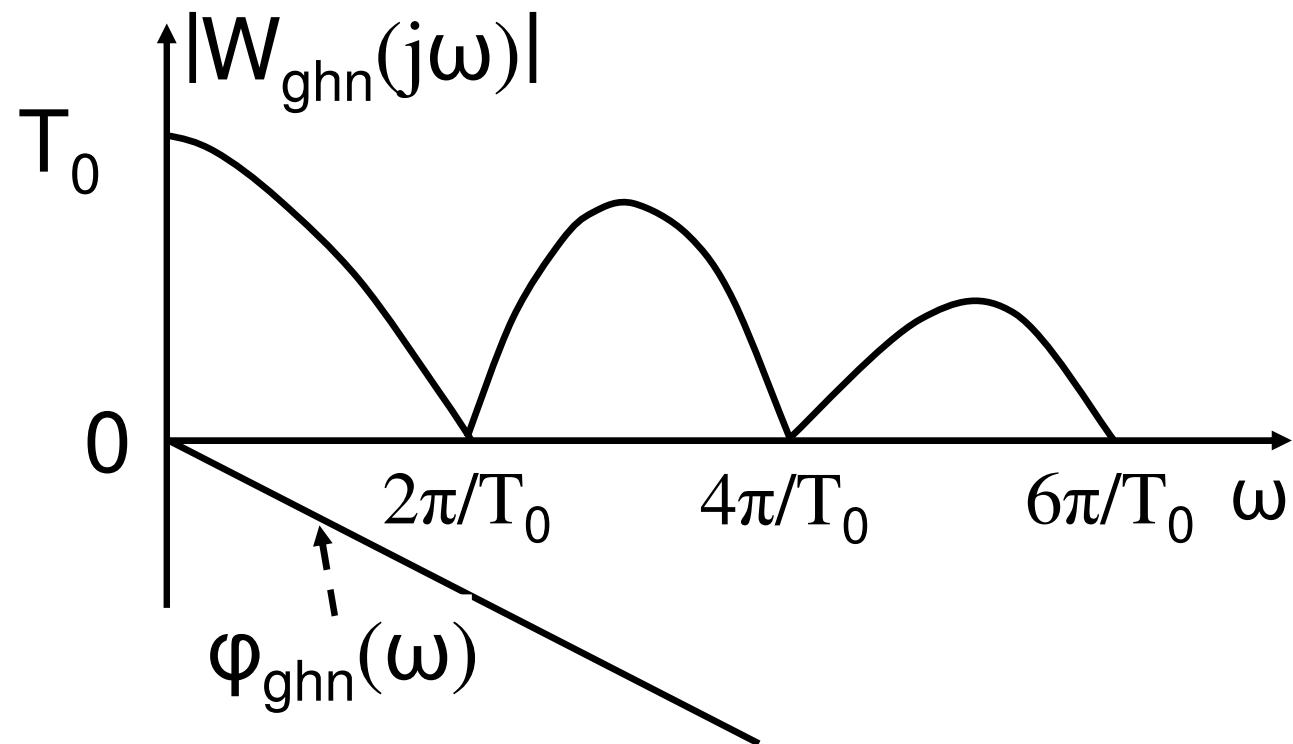
ĐTTSBĐ của khâu ghi nhớ

$$\begin{aligned} A_{ghn}(\omega) &= |W_{ghn}(j\omega)| = \frac{1}{\omega} |1 - e^{-j\omega T_0}| \\ &= \frac{1}{\omega} \sqrt{[1 - \cos(\omega T_0)]^2 + \sin^2(\omega T_0)} \\ &= T_0 \frac{\sin\left(\frac{\omega T_0}{2}\right)}{\left(\frac{\omega T_0}{2}\right)} \end{aligned}$$

## ĐTTS pha của khâu ghi nhớ

$$\varphi_{ghn}(\omega) = \arg (W_{ghn}(j\omega))$$

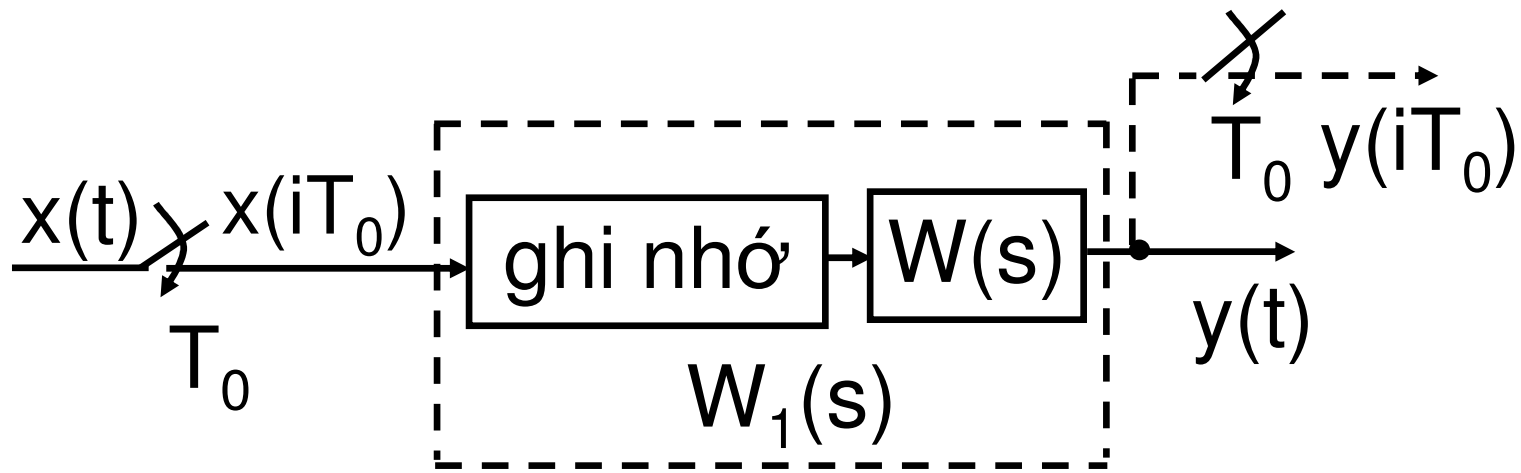
$$= \operatorname{arctg} \frac{\sin(\omega T_0)}{1 - \cos(\omega T_0)} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\omega T_0}{2}$$



Các thành phần phổ cao tần của tín hiệu gián đoạn bị giảm đi đáng kể khi đi qua khâu ghi nhớ. Khâu ghi nhớ đưa vào HT độ trễ pha tỉ lệ với  $T_0/2$ . Các mạch ngoại suy bậc cao hơn đưa vào HT độ trễ pha nhiều hơn.



### 6.5.3. HST z HTĐKTD liên tục-gián đoạn



Xét khâu động học liên tục (KĐHLT) với HST  $W(s)$ . PTX với chu kỳ gián đoạn  $T_0$  mô tả thao tác lượng tử hoá theo thời gian tín hiệu  $x(t)$ . Tín hiệu đã được lượng tử hoá  $x(iT_0)$  đi qua khâu ghi nhớ và được đưa đến KĐHLT với HST  $W(s)$ . Tại đầu ra của nó nhận được tín hiệu liên tục  $y(t)$ .

Nếu chỉ xem xét lượng ra ở các thời điểm trùng với thời điểm lượng tử hoá theo thời gian của lượng vào  $x(t)$ , thì để nhận được hàm chấn song  $y(iT_0)$  cần đưa vào đầu ra của KĐHLT một PTX giả định làm việc đồng bộ với PTX ở đầu vào.

Thực hiện biến đổi Laplace gián đoạn hàm  $y(iT_0)$  và  $x(iT_0)$ , nhận được các hàm ảnh  $Y(z)$  và  $X(z)$ . Từ đây nhận được HST tương đương của khâu ghi nhớ và KĐHLT  $W(z)$

$$\begin{aligned}
 W(z) &= \frac{Y(z)}{X(z)} = Z[W_{gnh}(s)W(s)] \\
 &= Z\left[\frac{1 - e^{-sT_0}}{s}W(s)\right]
 \end{aligned}$$

$$W(z) = \frac{z-1}{z} Z\left[\underbrace{\frac{W(s)}{s}}_{F(s)}\right] = \frac{z-1}{z} Z\left[\underbrace{F(s)}_{F(z)}\right] = \frac{z-1}{z} F(z) \quad (6.70)$$

trong đó  $F(s) = W(s)/s$  - HST quy đổi;

$$F(z) = Z[F(s)].$$

## Phương pháp tính HST $z$ $W(z)$ của KĐHLT:

### a) Phương pháp thặng dư

- bước 1: tìm HST quy đổi  $F(s) = W(s)/s$ ;
- bước 2: tìm tất cả các cực  $s_c$  của  $F(s)$ ;
- bước 3: tìm  $F(z)$  theo công thức (6.27), như sau:

$$F(z) = \sum_{\forall s_c} \operatorname{Res}_{s_c} \left\{ \frac{z}{z - e^{s T_0}} F(s) \right\}$$

trong đó:  $s_c$  - các điểm cực của  $F(s)$ ;  $k$  là bội của cực  $s_c$ ;

$$= \sum_{\forall s_c} \frac{1}{(k-1)!} \lim_{s \rightarrow s_c} \left\{ \frac{d^{(k-1)}}{ds^{(k-1)}} \left[ \frac{z}{z - e^{s T_0}} F(s) (s - s_c)^k \right] \right\}$$

- bước 4: tìm  $W(z)$  theo công thức (6.70).

*Thí dụ 6.6.* Tìm HST  $z$  của khâu tích phân liên tục  $W(s)=k/s$ .

$$F(s) = \frac{W(s)}{s} = \frac{k}{s^2}$$

Hàm  $F(s)$  có một cực kép  $s=0$ , vì vậy

$$F(z) = \frac{1}{(2-1)!} \lim_{s \rightarrow 0} \left\{ \frac{d^{(2-1)}}{ds^{(2-1)}} \left[ \frac{z}{z - e^{sT_0}} \frac{k}{s^2} (s - 0)^2 \right] \right\}$$

$$F(z) = \frac{kT_0 z}{(z-1)^2} \quad W(z) = \frac{z-1}{z} F(z) = \frac{kT_0}{(z-1)}$$

## *b) Phương pháp tra bảng*

*Thí dụ 6.7.* Tìm HST  $z$  của KĐH liên tục

$$W(s) = \frac{k}{s(Ts+1)}$$

bằng phương pháp tra bảng.

$$F(s) = \frac{k}{s^2(Ts+1)} = k \left( \frac{1}{s^2} - \frac{T}{s} + \frac{T^2}{(Ts+1)} \right)$$

Từ B.6.1 nhận được

$$F(z) = k \left[ \frac{T_0 z}{(z-1)^2} - \frac{Tz}{z-1} + \frac{Tz}{z - e^{-\frac{T_0}{T}}} \right]$$



*Phương pháp sử dụng Control System Toolbox để tính HST z của khâu động học liên tục:*

bước 1: khai báo KĐHLT bằng lệnh *tf*;

bước 2: Sử dụng lệnh *c2d* để tìm HST z của KĐHLT. Cú pháp của lệnh này như sau:

`c2d(sys,T0,'zoh')`

trong đó *sys*-KĐH đã được khai báo bằng lệnh *tf*; *T<sub>0</sub>*-chu kỳ gián đoạn, 'zoh'-sử dụng khâu ghi nhớ bậc không.

*Thí dụ 6.8.* Sử dụng Control System Toolbox để tính HST z trong thí dụ 6.4 khi  $k=12$ ,  $T_0=0,1$

s.

```
k=12;
```

```
sys=tf(k,[1 0]);
```

```
T0=0.1;
```

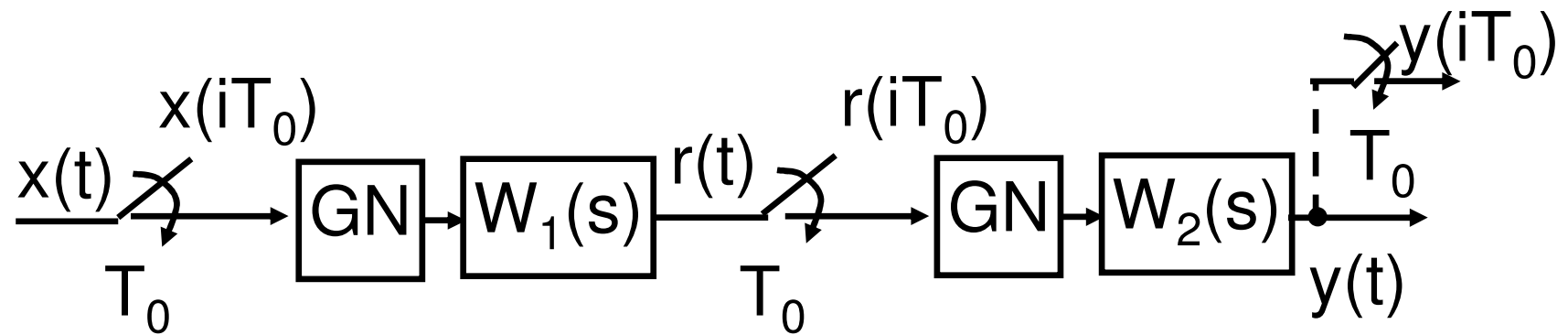
```
c2d(sys,T0,'zoh')
```

## **6.5.4. Các quy tắc biến đổi SĐCT của các HT điều khiển tự động liên tục-gián đoạn**

Các quy tắc biến đổi SĐCT trong các HTĐKTĐ liên tục-gián đoạn cũng giống các quy tắc tương ứng trong các HTĐKTĐ liên tục. Sự khác biệt liên quan đến sự có mặt của PTX và khâu ghi nhớ. Quy tắc cơ bản được phát biểu như sau: các KĐHLT được mắc nối tiếp trong HT mà không bị cách ly bằng PTX cần phải được xem xét như một KĐHLT.

# ***Mắc nối tiếp các khâu động học được cách ly bằng các phần tử xung***

Giả sử có hai KĐHLT được mắc bị cách ly bởi PTX. Ta tìm HST tương đương của chúng.



Các PTX làm việc đồng bộ với nhau. Ta có

$$R(z) = X(z)W_1(z)$$

$$W_1(z) = \frac{z-1}{z} Z \left[ \frac{W_1(s)}{s} \right]$$

$$Y(z) = R(z) W_2(z)$$

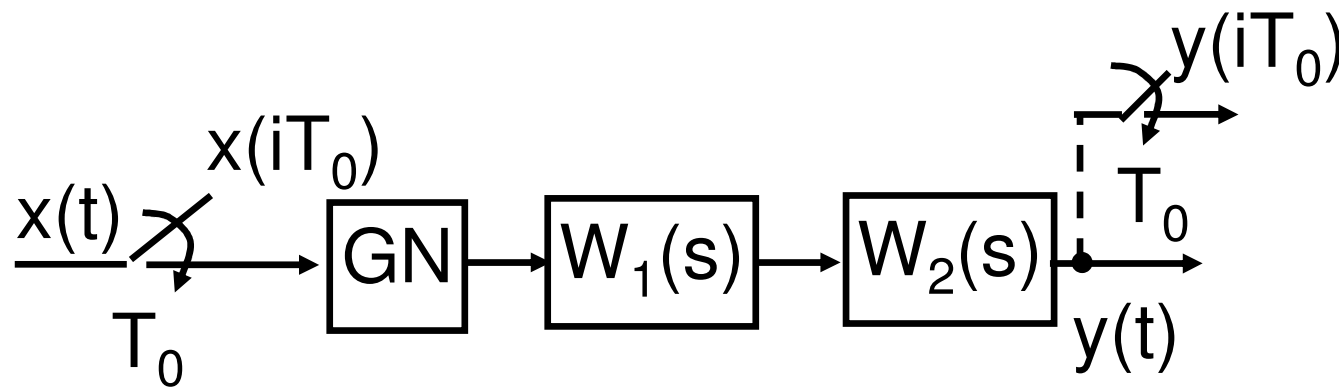
$$W_2(z) = \frac{z-1}{z} Z \left[ \frac{W_2(s)}{s} \right]$$

$$\Rightarrow Y(z) = X(z) W_1(z) W_2(z) = X(z) W_{td}(z)$$

$$W_{td}(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = W_1(z) W_2(z) = \frac{z-1}{z} Z \left[ \frac{W_1(s) W_2(s)}{s} \right]$$

# ***Mắc nối tiếp các khâu động học không được cách ly bằng các phần tử xung***

Giả sử có hai KĐHLT được mắc không bị cách ly bởi PTX. Ta tìm HST tương đương của chúng.



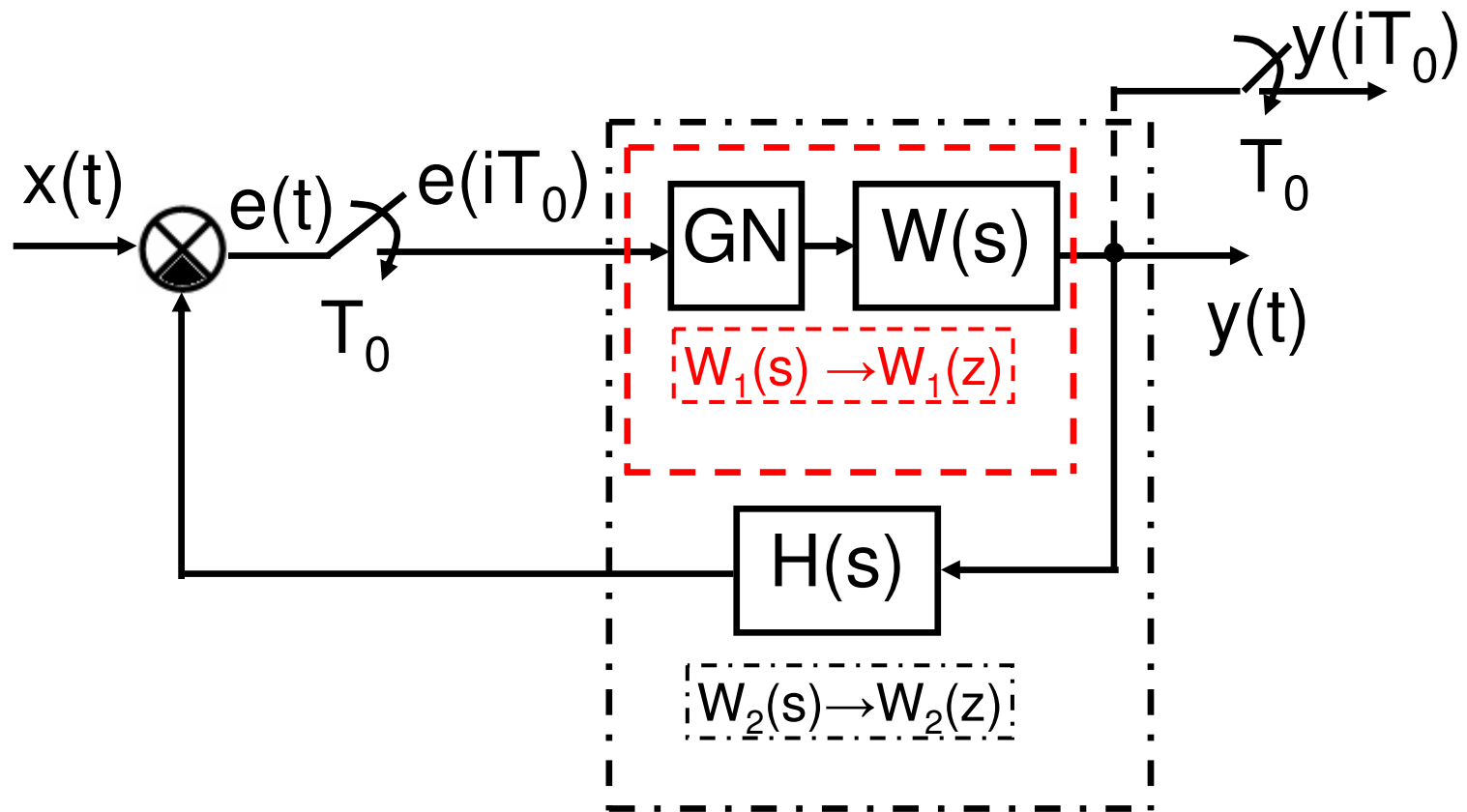
Các PTX làm việc đồng bộ với nhau. Ta có

$$Y(z) = X(z)W_{td}(z)$$

$$W_{td}(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z-1}{z} Z \left[ \frac{W_1(s)W_2(s)}{s} \right] \neq W_1(z)W_2(z)$$

## ***HT kín có rời rạc tín hiệu sai số***

Xét HTĐKTĐGD có SĐCT như sau.



$$W_1(z) = \frac{z-1}{z} Z [F_1(s)]$$

$$F_1(s) = \frac{W(s)}{s}$$

$$W_2(z) = \frac{z-1}{z} Z [F_2(s)]$$

$$F_2(s) = \frac{W(s)H(s)}{s}$$

Khi này xảy ra hai trường hợp.

**Trường hợp 1.** Nếu hàm  $F_2(s)$  có bậc của mẫu số lớn hơn bậc của tử số từ hai đơn vị trở lên, thì hàm quá độ xung của nó liên tục tại thời điểm  $t=0$  (khi PTX làm việc), tức là

$$g_2(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} [s F_2(s)] = 0$$



Khi đó HST kín của HT được xác định như sau

$$E(z) = X(z) - E(z)W_2(z)$$

$$\Rightarrow E(z) = \frac{X(z)}{1 + W_2(z)}$$

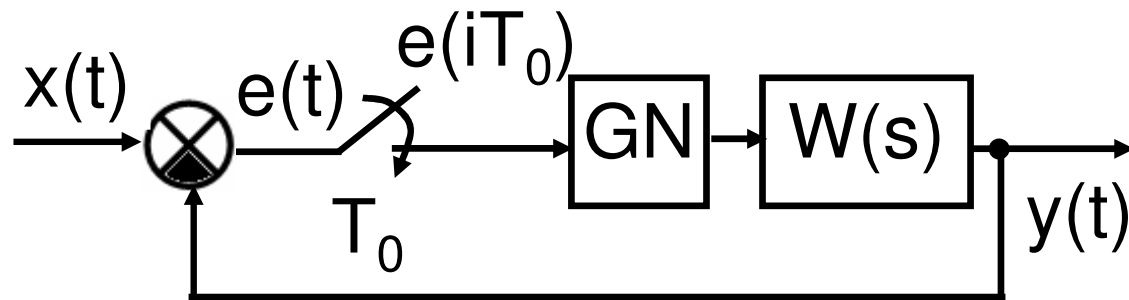
$$Y(z) = E(z)W_1(z) = \frac{X(z)W_1(z)}{1 + W_2(z)}$$

$$\Rightarrow W_k(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{W_1(z)}{1 + W_2(z)} \quad (6.72)$$

Khi  $H(s)=1$  công thức trên có dạng

$$W_k(z) = \frac{\frac{z-1}{z} [F_1(z)]}{1 + \frac{z-1}{z} [F_1(z)]} = \frac{W_h(z)}{1 + W_h(z)} \quad (6.73)$$

*Thí dụ 6.9.* Tìm HST của HTĐKTĐ có sơ đồ như sau



$$W(s) = \frac{k}{s}$$

Ta có  $F_1(s) = F_2(s) = \frac{k}{s^2}$

Hàm  $F_2(s)$  có bậc của mẫu số lớn hơn bậc của tử số hai đơn vị, vì vậy HST kín được xác định theo (6.73)

$$W_k(z) = \frac{W_h(z)}{1 + W_h(z)}$$

trong đó  $W_h(z) = \frac{z-1}{z} [F_1(z)] = \frac{kT_0}{z-1}$

$$\Rightarrow W_k(z) = \frac{kT_0}{z + kT_0 - 1}$$

**Trường hợp 2.** Nếu hàm  $F_2(s)$  có bậc của mẫu số lớn hơn bậc của tử số một đơn vị thì hàm quá độ xung của nó  $g_2(t) = L^{-1}[F_2(s)]$  sẽ đột biến (gián đoạn) tại thời điểm  $t=0$  (khi PTX làm việc), tức là  $g_2(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} [s F_2(s)] \neq 0$

Sự đột biến tín hiệu này dẫn đến sự không đơn trị của sai lệch tác động lên PTX, đến lượt mình nó gây ra các tính chất khác nhau của các quá trình trong HTĐKTĐGD kín.

Để xác định đơn trị các quá trình trong HTĐKTĐ gián đoạn kín người ta đưa thêm một khâu giữ chậm một chu kỳ gián đoạn  $z^{-1}$  vào mạch phản hồi. Như vậy, HST của HTĐKTĐGD kín trong trường hợp này được xác định như sau

$$\Rightarrow W_k(z) = \frac{W_1(z)}{1 + z^{-1}W_2(z)}$$

Tuy nhiên, *trường hợp này ít xảy ra.*

## Chương 7

### PHÂN TÍCH CÁC HTĐKTĐ GIÁN ĐOẠN

#### 7.1. TÍNH ỔN ĐỊNH CỦA CÁC HTĐKTĐ GIÁN ĐOẠN

**7.1.1. Điều kiện cần và đủ để HTĐKTĐGD ổn định khi xét trên mặt phẳng  $s$  và mặt phẳng  $z$**   
Điều kiện ổn định của HTĐKTĐGD kín: nghiệm tự do (nghiệm riêng) của phương trình (đa thức) đặc trưng, hay quá trình quá độ của nó tắt dần theo thời gian.

$$y_{td}(i) = \sum_{k=1}^n A_k z_k^i \quad i=0, 1, 2, 3, \dots, \quad (7.1)$$

$$z_k = e^{s_k T_0}$$

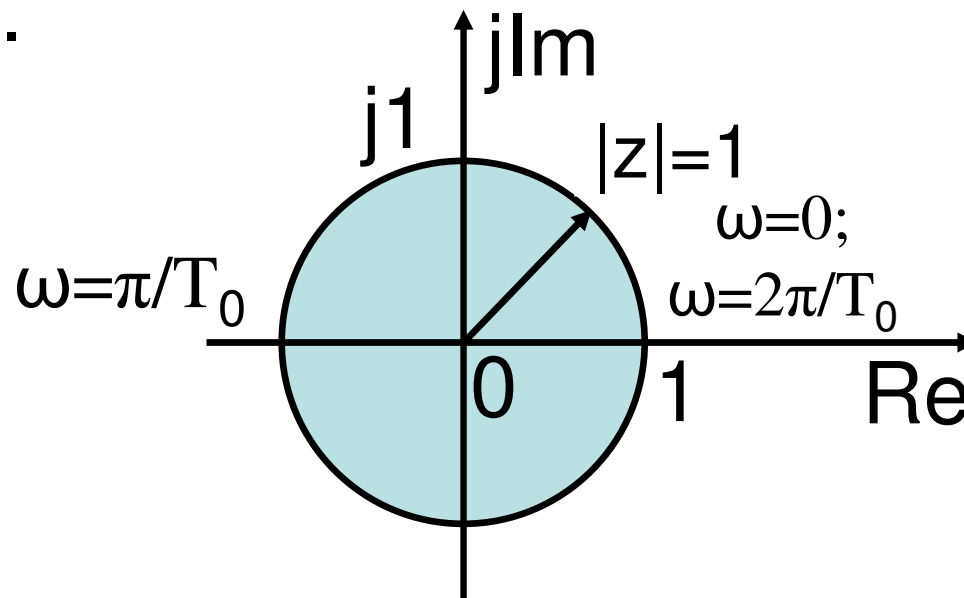
là nghiệm phương trình (đa thức) đặc trưng của HTĐKTĐGD kín

$$D(z) = d_0 z^n + d_1 z^{(n-1)} + \dots + d_n = 0. \quad (7.2)$$

Do  $z_k^i = e^{s_k i T_0}$ , nên suy ra rằng:

- nếu  $s_k$  nằm ở nửa trái của mặt phẳng phức  $s$  thì  $z_k^i$  sẽ tắt dần theo thời gian khi  $i \rightarrow \infty$ .
- nếu tất cả các nghiệm  $s_k$  nằm ở nửa trái của mặt phẳng phức  $s$  thì HT ổn định.

Thay  $s = \alpha \pm j\omega$  vào biểu thức của  $z$ , nhận được số phức  $z = e^{(\alpha \pm j\omega)T_0}$ . Với mỗi giá trị của tần số  $\omega$ , số phức  $z$  được biểu diễn trên mặt phẳng phức  $z$  bằng một véc tơ có gốc nằm ở gốc tọa độ, ngọn có tọa độ tương ứng với phần thực và phần ảo của nó.





Khi  $\alpha=0$ , tức là  $z = e^{j\omega T_0}$  thì  $|z|=1$ . Vì vậy, trục ảo của mặt phẳng phức  $s$  tương ứng với đường tròn có tâm ở gốc tọa độ, bán kính đơn vị trên mặt phẳng phức  $z$ . Khi tần số  $\omega$  thay đổi trong khoảng  $[0, 2\pi/T_0]$  thì ngọn của véc tơ  $z$  quay một vòng trên đường tròn này.

Thay  $s=-\alpha \pm j\omega$  (với  $\alpha>0$ ) vào biểu thức của  $z$ , nhận được

$$|z| = \left| e^{-\alpha T_0 \pm j\omega T_0} \right| = e^{-\alpha T_0} \left| e^{\pm j\omega T_0} \right| < 1.$$

Vì vậy, nửa trái của mặt phẳng phức  $s$  tương ứng với phía trong đường tròn có tâm ở gốc tọa độ, bán kính đơn vị của mặt phẳng phức  $z$ .

Thay  $s = \alpha \pm j\omega$  (với  $\alpha > 0$ ) vào biểu thức của  $z$ , nhận được

$$|z| = \left| e^{\alpha T_0 \pm j\omega T_0} \right| = e^{\alpha T_0} \left| e^{\pm j\omega T_0} \right| > 1.$$

Vì vậy, nửa phải của mặt phẳng phức  $s$  tương ứng với phía ngoài đường tròn có tâm ở gốc tọa độ, bán kính đơn vị của mặt phẳng phức  $z$ .

Do đó, *điều kiện cần và đủ để HTĐKTĐGD ổn định là phương trình đặc trưng  $D(z)=0$  có tất cả các nghiệm nằm phía trong đường tròn bán kính đơn vị, tâm ở gốc tọa độ trên mặt phẳng phức  $z$ .*

*Điều kiện để HTĐKTĐGD nằm trên biên giới ổn định là phương trình đặc trưng có ít nhất một nghiệm nằm trên đường tròn bán kính đơn vị, tâm ở gốc tọa độ và không có nghiệm nào nằm ngoài đường tròn này.*

HT chỉ cần có một nghiệm nằm ngoài đường tròn bán kính đơn vị sẽ không ổn định.

## 7.1.2. Các tiêu chuẩn ổn định

### ***7.1.2.1. Tiêu chuẩn ổn định Hurwitz phát biểu cho HTĐKTĐGD***

Phép biến đổi  $w$  thực hiện một ánh xạ phía trong đường tròn có tâm ở gốc tọa độ, bán kính đơn vị ( $|z| < 1$ ) trên mặt phẳng phức  $z$  vào nửa trái mặt phẳng phức  $w$ , bản thân đường tròn đó thành trục ảo, còn phía ngoài đường tròn đó thành nửa phải mặt phẳng phức này. Vì vậy, biến  $w$  trong HTĐKTĐGD có vai trò giống với

biến  $s$  trong HTĐKTĐ liên tục. Sử dụng phép đặt

$$z = \frac{1+w}{1-w} \text{ đối với PTĐT (7.2)}$$

$$D(z) = d_0 z^n + d_1 z^{(n-1)} + \dots + d_n = 0$$

nhận được PTĐT của HTĐKTĐGD dưới dạng

$$a_0 w^n + a_1 w^{n-1} + \dots + a_{n-1} w + a_n = 0. \quad (7.3)$$

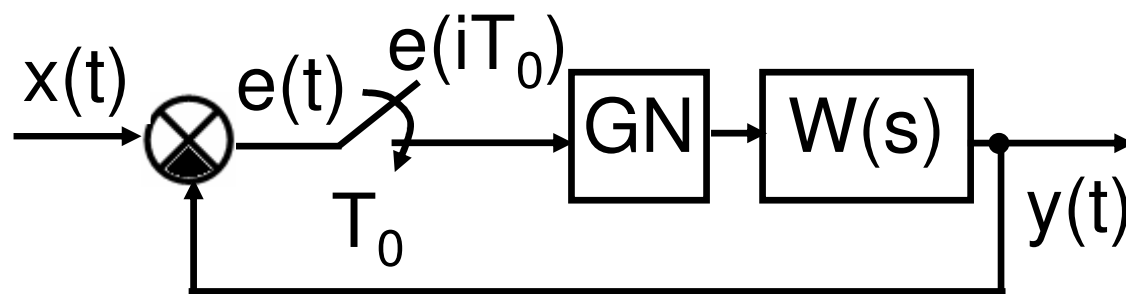
Phương trình (7.3) có dạng giống với PTĐT của HTĐKTĐ liên tục. Vì vậy, có thể phát biểu *tiêu chuẩn ổn định Hurwitz* cho HTĐKTĐGD như sau: *khi  $a_0 > 0$ , điều kiện cần và đủ để HTĐKTĐGD kín ổn định là tất cả các định thức Hurwitz dương ( $\Delta_k > 0$ , trong đó  $k=1 \div n$ ).*

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \cdots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & \cdots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & a_n \end{bmatrix}$$

*HT sẽ nằm trên biên giới ổn định khi:*

- 1)  $a_0 > 0$  và  $\Delta_n = 0$  trong khi các định thức  $\Delta_1 \div \Delta_{n-2} > 0$ . Điều này xảy ra khi  $a_0 > 0$ ,  $\Delta_1 \div \Delta_{n-1} > 0$  và  $a_n = 0$ ; hoặc  $a_0 > 0$ ,  $\Delta_1 \div \Delta_{n-2} > 0$ ,  $a_n > 0$  và  $\Delta_{n-1} = 0$  ;
- 2)  $a_0 = 0$ ;  $a_1 \div a_n > 0$ .

*Thí dụ 7.1. Xác định điều kiện để HTĐKTD trong thí dụ 6.8 ổn định, nằm trên biên giới ổn định?*



$$W(s) = \frac{k}{s}$$

$$W_h(z) = \frac{z-1}{z} F_1(z) = \frac{kT_0}{z-1}$$

$$W_k(z) = \frac{kT_0}{z + kT_0 - 1}$$

PTĐT của HT trên có dạng

$$D(z) = z + kT_0 - 1 = 0$$

Phương pháp 1: Từ PTĐT nhận được  $z = 1 - kT_0$

Điều kiện cần và đủ để HT trên ổn định là  $|z| < 1$ .

Vì vậy  $kT_0 < 2$ .

HT trên sẽ nằm trên biên giới ổn định khi  $|z| = 1$ , cụ thể là  $z = -1$ . Vì vậy,  $kT_0 = 2$ .



Phương pháp 2:

Thay  $z = \frac{1+w}{1-w}$  vào PTĐT, nhận được

$$D(w) = (2 - kT_0)w + kT_0 = 0.$$

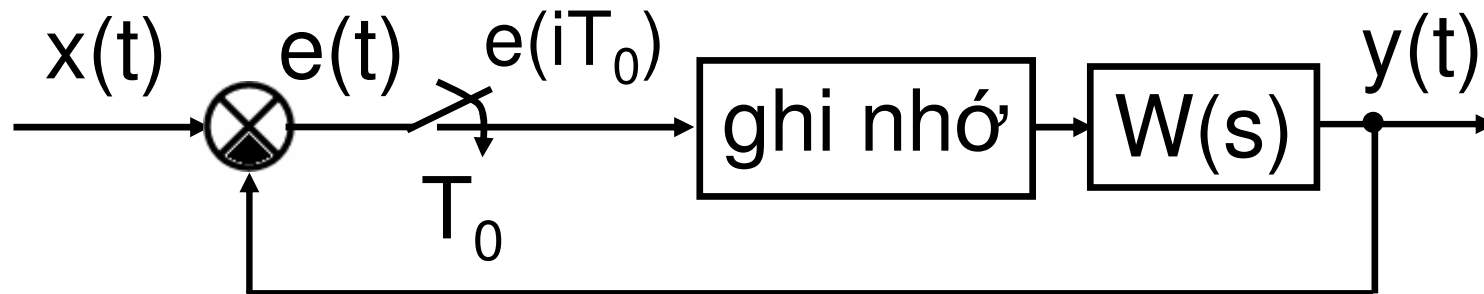
PT trên có bậc  $n=1$ . Áp dụng tiêu chuẩn Hurwitz, nhận được điều kiện để HT ổn định

$$a_0 = (2 - kT_0) > 0 \Rightarrow kT_0 < 2; \quad a_1 = kT_0 > 0.$$

$$\Rightarrow kT_0 < 2.$$

HT trên nằm trên biên giới ổn định khi  $a_0=0$ . Vì vậy,  $kT_0=2$ .

*Thí dụ 7.2.* Tìm điều kiện để HTĐKTD liên tục-gián đoạn trên H.7-2 ổn định; nằm trên biên giới ổn định? trong đó  $W(s) = \frac{k(T_2 s + 1)}{s^2}$ .



H.7-2. HT bám liên tục-gián đoạn

Ta có 
$$W(s) = \frac{kT_2}{s} + \frac{k}{s^2}$$

$$F(s) = \frac{kT_2}{s^2} + \frac{k}{s^3}$$

$$F(z) = \frac{kT_2T_0z}{(z-1)^2} + \frac{kT_0^2z(z+1)}{2(z-1)^3}$$

$$W_h(z) = \frac{z-1}{z} F(z) = \frac{kT_0T_2}{(z-1)} + \frac{kT_0^2(z+1)}{2(z-1)^2}$$

**Phương pháp 1:** Biện luận nghiệm ĐTĐT

HST của HT kín có dạng:

$$W_k(z) = \frac{2kT_0T_2(z-1) + kT_0^2(z+1)}{2(z-1)^2 + 2kT_0T_2(z-1) + kT_0^2(z+1)}$$

ĐTĐT của HT kín có dạng:

$$D(z) = 2z^2 + (kT_0^2 + 2kT_0T_2 - 4)z + kT_0^2 - 2kT_0T_2 + 2.$$

Trường hợp ĐTĐT có nghiệm thực, tức là

$$k^2T_0^4 + 4k^2T_0^3T_2 + 4k^2T_0^2T_2^2 - 16kT_0^2 \geq 0$$

$$\text{hay} \quad k(T_0 + 2T_2)^2 \geq 16.$$

Nghiệm của ĐTĐT có dạng:

$$z_1 = \frac{-(kT_0^2 + 2kT_0T_2 - 4) + \sqrt{k^2T_0^4 + 4k^2T_0^3T_2 + 4k^2T_0^2T_2^2 - 16kT_0^2}}{4};$$

$$z_2 = \frac{-(kT_0^2 + 2kT_0T_2 - 4) - \sqrt{k^2T_0^4 + 4k^2T_0^3T_2 + 4k^2T_0^2T_2^2 - 16kT_0^2}}{4}.$$

Điều kiện để HT ổn định là  $|z| < 1$ , vì vậy

$$\begin{cases} k < \frac{2}{T_0 T_2}; \\ T_2 > \frac{T_0}{2}. \end{cases}$$

Điều kiện để HT nằm trên biên giới ổn định là  $z_1 = -1$  và  $|z_2| \leq 1$ , hoặc  $z_2 = -1$  và  $|z_1| \leq 1$  vì vậy

$$\begin{cases} k = \frac{2}{T_0 T_2}; \\ T_2 > \frac{T_0}{2}. \end{cases}$$

Trường hợp ĐTĐT có nghiệm phức, tức là

$$k^2 T_0^4 + 4k^2 T_0^3 T_2 + 4k^2 T_0^2 T_2^2 - 16k T_0^2 < 0$$

hay  $k (T_0 + 2T_2)^2 < 16.$

$$z_{1,2} = \frac{-(kT_0^2 + 2kT_0T_2 - 4) \pm j \sqrt{16kT_0^2 - k^2T_0^4 - 4k^2T_0^3T_2 - 4k^2T_0^2T_2^2}}{4}.$$

Điều kiện để HT ổn định là  $|z| < 1$ , vì vậy

$$\begin{cases} k < \frac{2}{T_0 T_2}; \\ T_2 > \frac{T_0}{2}. \end{cases}$$

Điều kiện để HT nằm trên biên giới ổn định là  $|z|=1$ , vì vậy

$$\begin{cases} k < \frac{2}{T_0 T_2}; \\ T_2 = \frac{T_0}{2}; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k < \frac{4}{T_0^2}; \\ T_2 = \frac{T_0}{2}. \end{cases}$$

Như vậy, trong thí dụ trên có một điều kiện để HT ổn định và hai điều kiện để HT nằm trên biên giới ổn định.

Phương pháp 2: sử dụng tiêu chuẩn Hurwitz:

+ xác định ĐTĐT của HT kín

$$W_k(z) = \frac{c_0 z^m + c_1 z^{m-1} + \dots + c_m}{\underbrace{d_0 z^n + d_1 z^{n-1} + \dots + d_n}_{D(z)}}$$

+ sử dụng phép biến đổi song tuyến tính đối với ĐTĐT:

$$D(z) \Big|_{z = \frac{1+w}{1-w}} = \frac{\overbrace{a_0 w^n + a_1 w^{n-1} + \dots + a_n}^{D(w)}}{(1-w)^n}$$

$$D(w) = (4 - 2kT_0T_2)w^2 + (2kT_0T_2 - kT_0^2)w + kT_0^2$$



Ở đây  $n=2$ ;  $a_0 = (4 - 2kT_0T_2)$ ;

$$a_1 = (2kT_0T_2 - kT_0^2); \quad a_2 = kT_0^2.$$

Áp dụng tiêu chuẩn Hurwitz, nhận được điều kiện để HT ổn định:

$$\begin{cases} a_0 > 0 \\ a_1 > 0 \\ a_2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_2 > \frac{T_0}{2}; \\ k < \frac{2}{T_0T_2}. \end{cases}$$

Điều kiện để HT nằm trên biên giới ổn định:

$$\begin{cases} a_0 > 0 \\ \Delta_2 = a_2\Delta_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k < \frac{2}{T_0T_2}; \\ T_2 = \frac{T_0}{2}; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k < \frac{4}{T_0^2}; \\ T_2 = \frac{T_0}{2}. \end{cases}$$

Ngoài ra, HT còn nằm trên biên giới ổn định khi  $a_0=0$ ,  $a_1>0$ , tức là

$$\left\{ \begin{array}{l} k = \frac{2}{T_0 T_2}; \\ T_2 > \frac{T_0}{2}. \end{array} \right.$$

### **7.1.2.2. Tiêu chuẩn ổn định Mikhailóp phát biểu cho HTĐKTĐGD**

Xét đa thức đặc trưng của HTĐKTĐGD

$$\begin{aligned} D(z) &= d_0 z^n + d_1 z^{(n-1)} + \dots + d_{n-1} z^1 + d_n \\ &= d_0 (z - z_1)(z - z_2) \dots (z - z_n) \end{aligned}$$

trong đó  $z_i$  là nghiệm của ĐTĐT ( $i=1 \div n$ ).

Thay  $z = e^{j\omega T_0}$  vào đa thức trên, nhận được số phức đặc trưng

$$D^*(j\omega) = d_0(e^{j\omega T_0 - z_1})(e^{j\omega T_0 - z_2}) \dots (e^{j\omega T_0 - z_n}) = A^*(\omega) e^{j\varphi^*(\omega)}$$

Như vậy, số phức đặc trưng  $D^*(j\omega)$  có mô đun  $A^*(\omega)$  và argumen  $\varphi^*(\omega)$  là các hàm phụ thuộc vào  $\omega$ . Trên mặt phẳng phức nó được biểu diễn bằng một véc tơ, được gọi là véc tơ đặc trưng, có gốc nằm ở gốc tọa độ, ngọn phụ thuộc vào  $A^*(\omega)$  và  $\varphi^*(\omega)$ . Khi  $\omega$  thay đổi từ  $-\pi/T_0$  đến  $\pi/T_0$  ngọn của nó vẽ trên mặt phẳng phức một đường cong, được gọi là đường cong Mikhailốp.

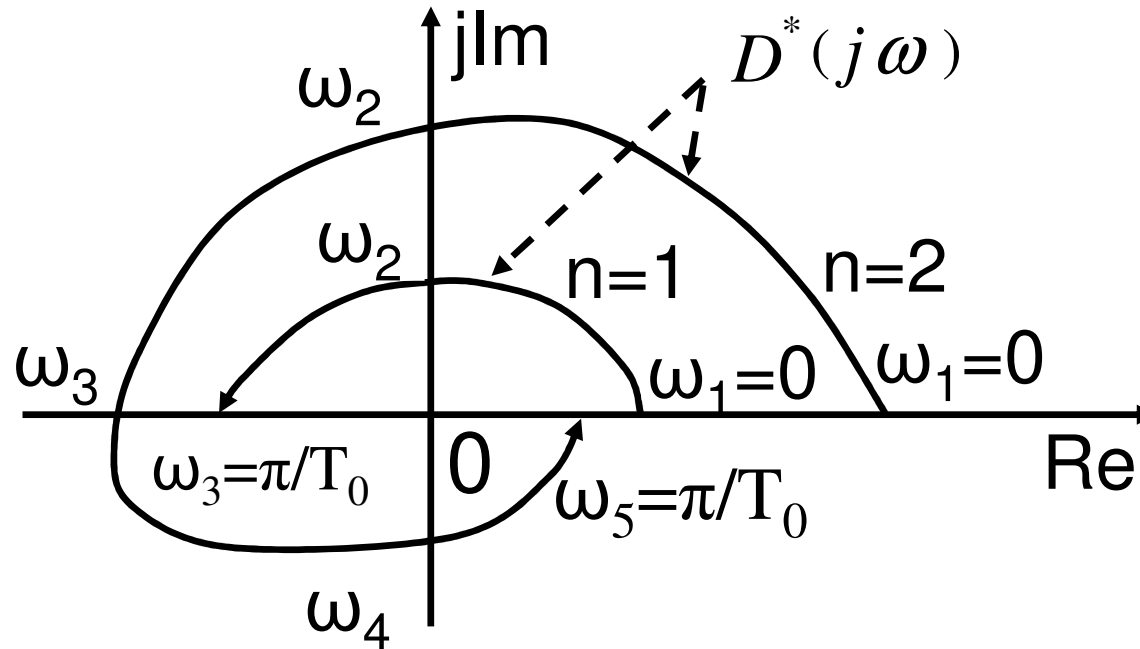
Biến đổi số phức đặc trưng về dạng sau

$$D^*(j\omega) = P^*(\omega) + jQ^*(\omega)$$

trong đó  $P^*(\omega)$  và  $Q^*(\omega)$  là các hàm của  $\cos(\omega T_0)$  và  $\sin(\omega T_0)$ .

$$\text{Do } z = e^{j\omega T_0} = \cos(\omega T_0) + j\sin(\omega T_0)$$

nên trong biểu thức  $Q^*(\omega)$  bao giờ cũng có thể tách ra được thừa số  $\sin(\omega T_0)$ . Vì vậy, khi  $\omega = k\pi/T_0$  (với  $k$  là số nguyên) thì  $Q^*(\omega) = 0$ . Tức là, khi  $\omega$  biến thiên từ 0 tới  $\pi/T_0$ , đường cong Mikhailóp bắt đầu và kết thúc tại trục thực.



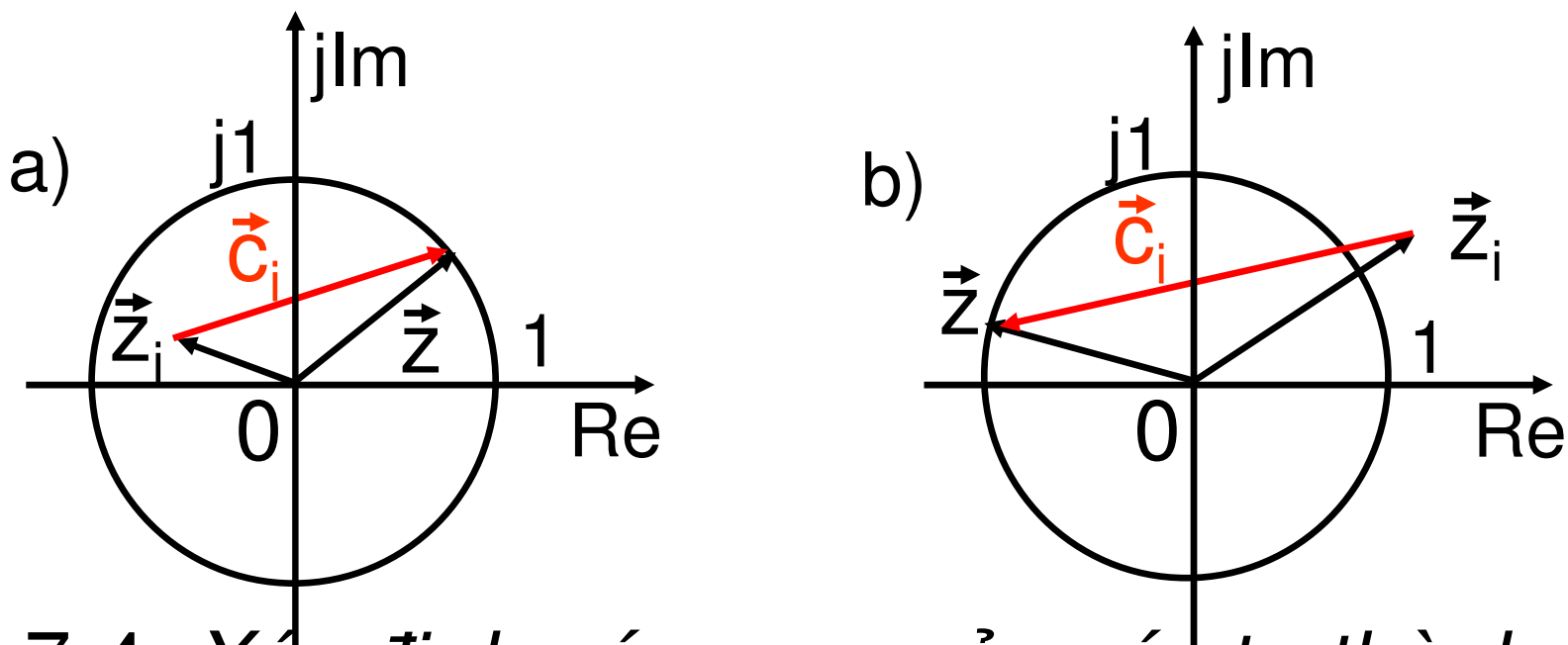
*Thí dụ các đường cong Mikhailốp của các HTĐKTĐGD trên mặt phẳng  $s$*

Mỗi thừa số  $(e^{j\omega T_0} - z_i)$  là một số phức thành phần có mô đun  $A_i^*(\omega)$  và argumen  $\varphi_i^*(\omega)$  cũng là các hàm phụ thuộc vào  $\omega$ . Như vậy, argument của số phức đặc trưng được xác định như sau

$$\varphi^*(\omega) = \sum_{i=1}^n \varphi_i^*(\omega)$$

Trên mặt phẳng phức  $z$ , số phức thành phần được biểu diễn bằng một véc tơ  $\vec{c}_i$  :  $\vec{c}_i = \vec{z} - \vec{z}_i$

Véc tơ này có gốc nằm tại ngọn của véc tơ  $\vec{z}_i$ , ngọn nằm trên đường tròn có tâm ở gốc tọa độ, bán kính đơn vị, tại vị trí phù hợp với giá trị  $\omega$ .



H.7-4. *Xác định góc quay của véc tơ thành phần*  
*Trường hợp nghiệm  $z_i$  của ĐTĐT  $D(z)$  nằm trong*  
*hình tròn có tâm ở gốc tọa độ, bán kính đơn vị*  
 (H.7-4, a). Khi này nhận thấy rằng, khi  $\omega$  thay đổi  
 từ  $-\pi/T_0$  đến  $\pi/T_0$ , véc tơ thành phần quay quanh  
 gốc của nó một góc  $\varphi_i^* = 2\pi$ .



*Trường hợp nghiệm  $z_i$  của đa thức đặc trưng  $D(z)$  nằm ngoài hình tròn có tâm ở gốc tọa độ, bán kính đơn vị (H.7-4, b). Khi này nhận thấy rằng, khi  $\omega$  thay đổi từ  $-\pi/T_0$  đến  $\pi/T_0$ , véc tơ thành phần quay quanh gốc của nó một góc  $\varphi_i^* = 0$ . Như vậy, nếu tất cả các nghiệm của ĐTĐT nằm trong hình tròn có tâm ở gốc tọa độ, bán kính đơn vị, thì khi  $\omega$  thay đổi từ  $-\pi/T_0$  đến  $\pi/T_0$ , argument của véc tơ đặc trưng thay đổi một lượng là*

$$\Delta \arg D^*(j\omega) \Big|_{-\frac{\pi}{T_0} \leq \omega \leq \frac{\pi}{T_0}} = 2n\pi$$

hay  $\Delta \arg D^*(j\omega) \Big|_{0 \leq \omega \leq \frac{\pi}{T_0}} = 2n\pi / 2$

*Cách phát biểu thứ nhất tiêu chuẩn ổn định Mikhailóp cho HTĐKTĐGD*: điều kiện cần và đủ để HTĐKTĐGD kín ổn định là: khi  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $\pi/T_0$  véc tơ đặc trưng  $D^*(j\omega)$  bắt đầu trên phần dương của trục thực quay quanh gốc tọa độ theo chiều dương một góc  $n\pi$ , trong đó  $n$ -bậc của đa thức đặc trưng.

*Hai cách phát biểu khác của tiêu chuẩn ổn định Mikhailóp:*

*Cách phát biểu thứ hai tiêu chuẩn ổn định*

*Mikhailóp:* điều kiện cần và đủ để HTĐKTĐGD kín ổn định là: khi  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $\pi/T_0$  đường cong Mikhailóp bắt đầu trên phần dương của trục thực lần lượt đi qua  $2n$  góc phần tư theo chiều dương, trong đó  $n$ -bậc của ĐTĐT.

*Cách phát biểu thứ ba tiêu chuẩn ổn định*

*Mikhailóp*: điều kiện cần và đủ để HTĐKTĐGD kín ổn định là: khi  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $\pi/T_0$  hai

phương trình

$$\begin{cases} Q^*(\omega) = 0 \\ P^*(\omega) = 0 \end{cases}$$

phải có đủ  $2n+1$  nghiệm  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_{2n+1}$ ; trong đó, các nghiệm phương trình  $Q^*(\omega)=0$  có chỉ số lẻ, các nghiệm phương trình  $P^*(\omega)=0$  có chỉ số chẵn; và  $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < \dots < \omega_{2n+1}$ .

*Phát biểu tiêu chuẩn ổn định Mikhailóp cho trường hợp HTĐKTĐGD kín nằm trên biên giới ổn định.* HTĐKTĐGD kín nằm trên biên giới ổn định khi nghiệm  $z_i$  của PTĐT nằm trên đường tròn có tâm ở gốc tọa độ, bán kính đơn vị. Như vậy, khi tần số  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $\pi/T_0$ , tại một giá trị  $\omega_0$  nào đó số phức thành phần bằng không. Tức là, tại tần số đó, số phức đặc trưng của HT kín  $D^*(j\omega_0)=0$ .

Do đó, HTĐKTĐGD kín nằm trên biên giới ổn định khi đường cong Mikhailop bắt đầu tại (hoặc đi qua, hoặc kết thúc tại) gốc tọa độ khi  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $\pi/T_0$ .

*Thí dụ 7.3.* Xác định điều kiện để HTĐKTĐ trong thí dụ 7.1 ổn định; nằm trên biên giới ổn định?

ĐTĐT của HT trên có dạng

$$D(z) = z + kT_0 - 1.$$

Thay  $z = e^{j\omega T_0}$  vào đa thức trên, nhận được số phức đặc trưng

$$D^*(j\omega) = \cos(\omega T_0) + kT_0 - 1 + j \sin(\omega T_0).$$

Từ đây nhận được

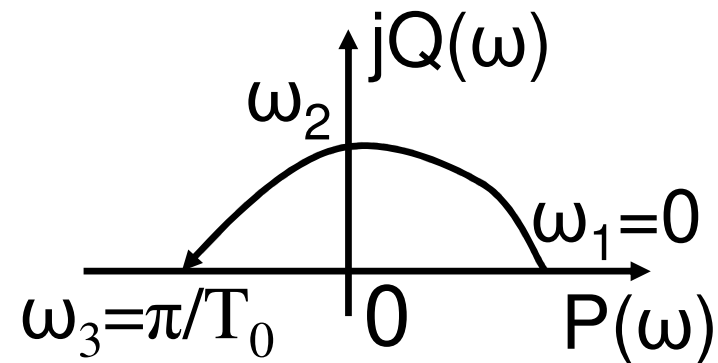
$$\begin{cases} Q^*(\omega) = \sin(\omega T_0) \\ P^*(\omega) = \cos(\omega T_0) + k T_0 - 1. \end{cases}$$

Trong khoảng tần số  $[0 \ \pi/T_0]$  phương trình  $\sin(\omega T_0) = 0$  có hai nghiệm  $\omega_1 = 0$  và  $\omega_3 = \pi/T_0$ . Để HT trên ổn định thì phương trình

$$\cos(\omega T_0) + k T_0 - 1 = 0$$

phải có một nghiệm  $\omega_2$  nằm trong khoảng tần số  $0 < \omega < \pi/T_0$ . Ta có

$$\cos(\omega T_0) = 1 - k T_0$$



Để phương trình trên có nghiệm trong khoảng tần số  $0 < \omega < \pi/T_0$  thì

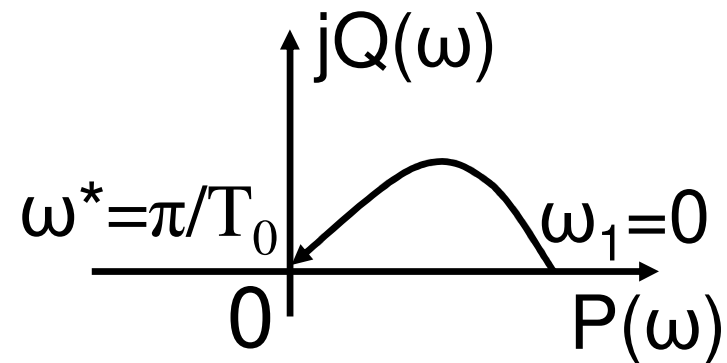
$$|1 - kT_0| < 1 \quad \Rightarrow \quad 0 < kT_0 < 2. \quad \Rightarrow \quad kT_0 < 2.$$

Điều kiện để HT trên nằm trên biên giới ổn định: khi  $\omega_1=0$  thì  $Q^*(\omega_1)=0$  và  $P^*(\omega_1)=kT_0 > 0$ , như vậy

đường cong Mikhailôp phải kết thúc tại gốc tọa độ, tức là  $\omega_2=\omega_3=\pi/T_0$ :

$$\omega_2^* = \frac{\arccos(1 - kT_0)}{T_0} = \frac{\pi}{T_0}$$

$$\Rightarrow kT_0 = 2.$$





Sử dụng các lệnh của Control System Toolbox:

```
k=2;
```

```
T0=0.8;
```

```
sys=tf([1 k*T0-1],[1],T0);
```

```
nyquist(sys)
```

*Thí dụ 7.4.* Xác định điều kiện để HTĐKTD trong thí dụ 7.2 ổn định; nằm trên biên giới ổn định?

ĐTĐT của HT kín có dạng

$$D(z) = 2z^2 + (kT_0^2 + 2kT_0T_2 - 4)z + kT_0^2 - 2kT_0T_2 + 2.$$

Thay  $z = e^{j\omega T_0} = \cos(\omega T_0) + j \sin(\omega T_0)$

vào đa thức trên, nhận được

$$D^*(j\omega) = P^*(\omega) + jQ^*(\omega)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Q^*(\omega) = [4 \cos(\omega T_0) + k T_0^2 + 2k T_0 T_2 - 4] \sin(\omega T_0); \\ P^*(\omega) = 4 \cos^2(\omega T_0) + (k T_0^2 + 2k T_0 T_2 - 4) \cos(\omega T_0) + k T_0^2 - 2k T_0 T_2. \end{cases}$$

Để HT trên ổn định thì trong khoảng tần số  $[0 \pi/T_0]$  phương trình  $Q^*(\omega)=0$  phải có 3 nghiệm:

$$\omega_1 = 0, \quad \omega_3 = \frac{1}{T_0} \arccos\left(\frac{4 - k T_0^2 - 2k T_0 T_2}{4}\right), \quad \omega_5 = \pi/T_0;$$

phương trình  $P^*(\omega)=0$  phải có 2 nghiệm:

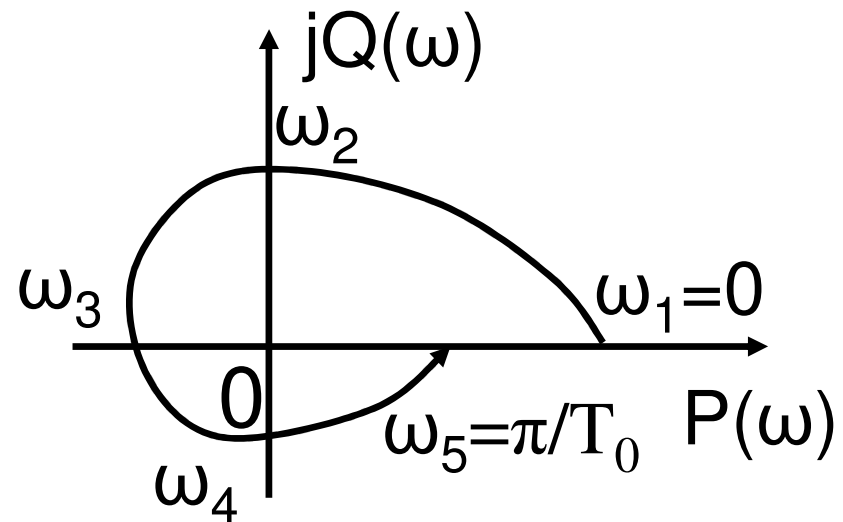
$$\omega_2 = \frac{1}{T_0} \arccos \frac{4 - kT_0^2 - 2kT_0T_2 - \sqrt{k^2T_0^4 + 4k^2T_0^3T_2 + 4k^2T_0^2T_2^2 - 24kT_0^2 + 16kT_0T_2 + 16}}{8}$$

$$\omega_4 = \frac{1}{T_0} \arccos \frac{4 - kT_0^2 - 2kT_0T_2 + \sqrt{k^2T_0^4 + 4k^2T_0^3T_2 + 4k^2T_0^2T_2^2 - 24kT_0^2 + 16kT_0T_2 + 16}}{8}$$

và  $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < \omega_4 < \omega_5$ .

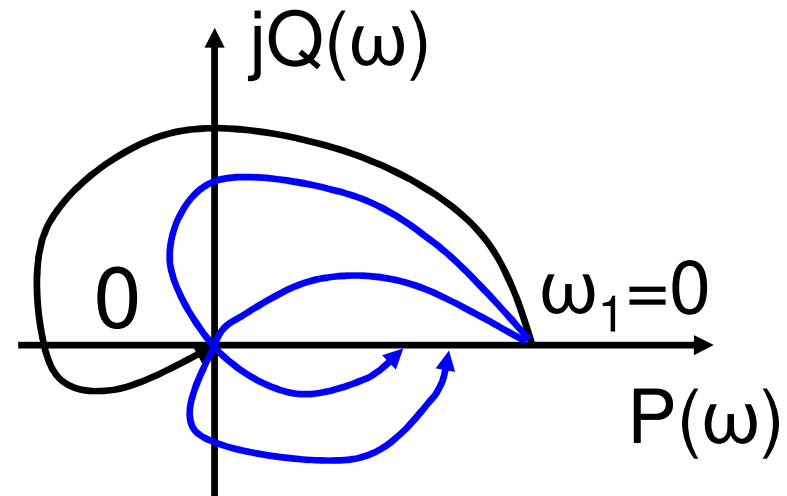
Từ đây nhận được

$$\left\{ \begin{array}{l} T_2 > \frac{T_0}{2}; \\ k < \frac{2}{T_0T_2}. \end{array} \right.$$



HT trên nằm trên biên giới ổn định trong hai trường hợp. *Trường hợp thứ nhất*, khi đường cong Mikhailóp đi qua gốc tọa độ, tức là  $\omega_2 = \omega_3$  hoặc  $\omega_3 = \omega_4$ . Từ đây nhận được

$$\left\{ \begin{array}{l} k < \frac{2}{T_0 T_2}; \\ T_2 = \frac{T_0}{2}; \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} k < \frac{4}{T_0^2}; \\ T_2 = \frac{T_0}{2}. \end{array} \right.$$



*Trường hợp thứ hai*, khi đường cong Mikhailóp kết thúc tại gốc tọa độ, tức là  $\omega_4 = \omega_5$ . Từ đây nhận được

$$\begin{cases} k = \frac{2}{T_0 T_2}; \\ T_2 > \frac{T_0}{2}. \end{cases}$$

Sử dụng các lệnh của Control System toolbox:

`T0=0.2;`

`T2=T0/2+0.1;`

`k=2/(T0*T2)-1;`

`sys=tf([2 (k*T0^2+2*k*T0*T2-4) (k*T0^2-2*k*T0*T2+2)],[1],T0);`

`nyquist(sys)`

### **7.1.2.3. Tiêu chuẩn ổn định Nyquist phát biểu cho HTĐKTĐGD**

Tiêu chuẩn ổn định Nyquist được áp dụng để khảo sát tính ổn định của HTĐKTĐGD kín *phản hồi âm đơn vị* và dựa vào việc sử dụng ĐTTSBĐ pha của HTĐKTĐGD hở  $W_h^*(j\omega)$ . Cách phát biểu tiêu chuẩn ổn định này cho HTĐKTĐGD giống đến từng lời so với cách phát biểu cho HTĐKTĐ liên tục.

Xét HTĐKTĐGD *phản hồi âm đơn vị* có HST của hệ hở

$$W_h(z) = \frac{B(z)}{C(z)}$$

trong đó  $C(z)$ -ĐTĐT của HT hở.

Thay  $z = e^{j\omega T_0}$  vào HST trên, nhận được HST tần số của HT hở

$$W_h^*(j\omega) = \frac{B^*(j\omega)}{C^*(j\omega)}$$

Đồ thị biểu diễn HST tần số của HT hở được gọi là ĐTTSBĐ pha của HT hở.

Xét hàm phụ

$$F(z) = 1 + W_h(z) = 1 + \frac{B(z)}{C(z)} = \frac{D(z)}{C(z)}$$

trong đó  $D(z)$ -ĐTĐT của HT kín.

Thay  $z = e^{j\omega T_0}$  vào công thức trên, nhận được

$$F^*(j\omega) = \frac{D^*(j\omega)}{C^*(j\omega)} \Rightarrow \varphi_F^*(\omega) = \varphi_k^*(\omega) - \varphi_h^*(\omega)$$

Trên mặt phẳng phức  $F^*(j\omega)$  được biểu diễn bằng một véc tơ, có gốc nằm ở điểm có tọa độ  $(-1, j0)$ , ngọn nằm trên ĐTTSBĐ pha của HT hở.



Khi tần số  $\omega$  thay đổi từ  $-\pi/T_0$  đến  $\pi/T_0$  ngọn của nó trượt trên ĐTTSBĐ pha của HT hở.

**Trường hợp HT hở không ổn định** (ĐTĐT của nó có  $q$  nghiệm nằm ngoài hình tròn bán kính đơn vị), theo tiêu chuẩn ổn định Mikhailóp, khi tần số  $\omega$  thay đổi từ  $-\pi/T_0$  đến  $\pi/T_0$ , argument của số phức đặc trưng  $C^*(j\omega)$  thay đổi một lượng  $(n-q)2\pi$ .

Để HT kín ổn định thì khi tần số  $\omega$  thay đổi từ  $-\pi/T_0$  đến  $\pi/T_0$ , argument của số phức đặc

trung  $D^*(j\omega)$  phải thay đổi một lượng  $2n\pi$ .

Như vậy, trong trường hợp HTĐKTĐGD kín ổn định thì khi tần số  $\omega$  thay đổi từ  $-\pi/T_0$  đến  $\pi/T_0$ , argument của số phức  $F^*(j\omega)$  thay đổi một lượng

$$\varphi_F^*(\omega) = \varphi_k^*(\omega) - \varphi_h^*(\omega) = 2n\pi - (n-q)2\pi = 2q\pi.$$

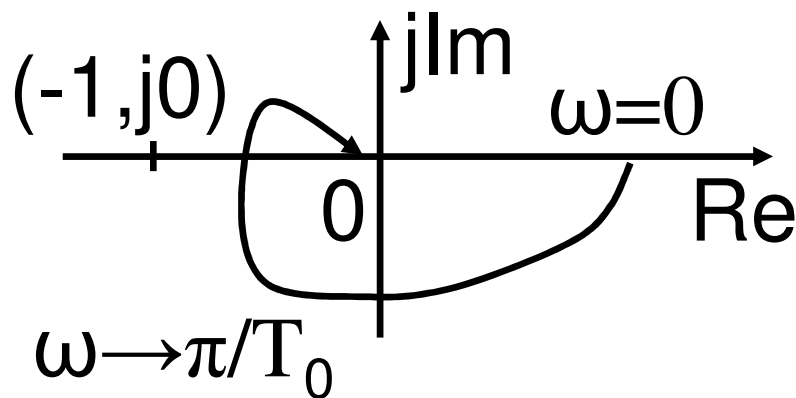
*Phát biểu tiêu chuẩn ổn định Nyquist khi HT hở không ổn định:*

*Điều kiện cần và đủ để HTĐKTĐGD kín ổn định, khi HT hở không ổn định (ĐTĐT của HT hở có  $q$  nghiệm nằm ngoài hình tròn bán kính đơn vị), là đường cong ĐTTSBĐ pha của HT hở bao điểm  $(-1, j0)$  theo chiều dương  $q$  lần khi tần số  $\omega$  thay đổi từ  $-\pi/T_0$  đến  $\pi/T_0$  hay  $q/2$  lần khi tần số  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $\pi/T_0$ .*

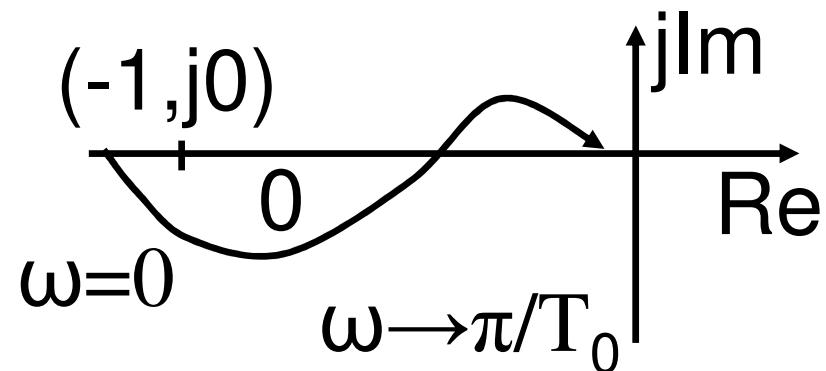
## Phát biểu tiêu chuẩn ổn định Nyquist khi HT hở

Ổn định:  $\varphi_F^*(\omega) = \varphi_k^*(\omega) - \varphi_h^*(\omega) = 2n\pi - 2n\pi = 0$

Điều kiện cần và đủ để HTĐKTĐGD kín ổn định, khi HT hở đã ổn định, là đường cong ĐTTSBĐ pha của HT hở không bao điểm  $(-1, j0)$  khi tần số  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $\pi/T_0$ .



$l=0$ : HT ổn định



$l=1$ : HT ổn định

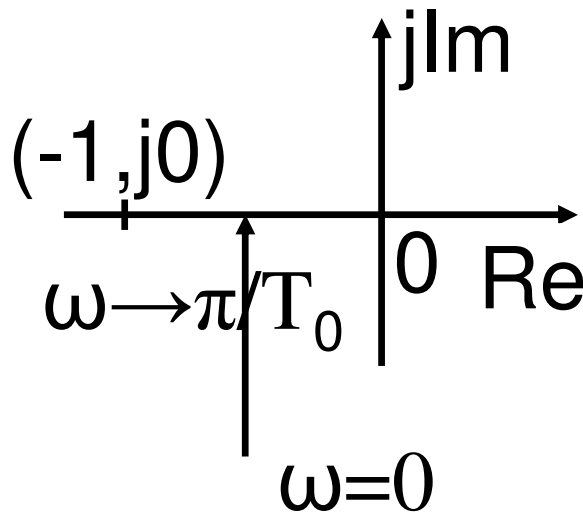
*Phát biểu tiêu chuẩn ổn định Nyquist cho trường hợp HT nằm trên biên giới ổn định.* Khi HT kín nằm trên biên giới ổn định thì tại một giá trị tần số  $\omega_0$  nào đó số phức đặc trưng  $D^*(j\omega_0)=0$ . Khi đó, véctor phụ  $F^*(j\omega_0)=0$ , điều đó có nghĩa là *HTĐKTĐGD nằm trên biên giới ổn định khi đặc tính tần số biên độ pha của HT hở đi qua điểm  $(-1, j0)$ .*

*Thí dụ 7.5.* Xác định điều kiện để HTĐKTĐ trong thí dụ 7.1 ổn định; nằm trên biên giới ổn định?

$$W_h(z) = \frac{kT_0}{z-1}$$

Biến đổi HST tần số của HT hở về dạng sau

$$\begin{aligned}
 W_h^*(j\omega) &= \frac{kT_0}{\cos(\omega T_0) + j\sin(\omega T_0) - 1} \\
 &= \frac{kT_0[\cos(\omega T_0) - 1 - j\sin(\omega T_0)]}{2[1 - \cos(\omega T_0)]} \\
 &= -\frac{kT_0}{2} - j \frac{kT_0 \sin(\omega T_0)}{2[1 - \cos(\omega T_0)]} \\
 &= P_h^*(\omega) + jQ_h^*(\omega)
 \end{aligned}$$



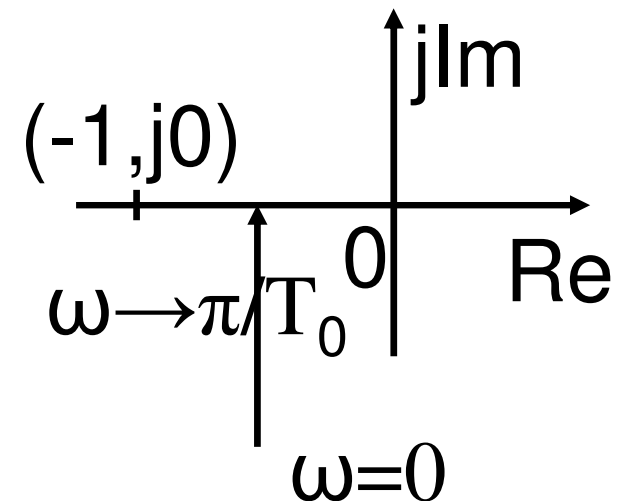
Đặc tính tần số biên độ pha của HT hở là một đường thẳng song song với trục ảo, nằm cách trục ảo một khoảng  $-kT_0/2$ . Khi  $\omega=0$  ta có

$$W_h^*(j\omega) \Big|_{\omega=0} = -\frac{kT_0}{2} - j\infty,$$

tức là đặc tính tần số biên độ pha của HT hở bắt đầu từ  $-\infty$ , song song với trục ảo, nằm cách trục ảo một khoảng  $-kT_0/2$ .

Khi  $\omega=\pi/T_0$  ta có

$$W_h^*(j\omega) \Big|_{\omega=\pi/T_0} = P_h^*(\omega) = -\frac{kT_0}{2}$$



tức là đặc tính tần số biên độ pha của HT hở kết thúc tại trục thực, cách gốc tọa độ một khoảng  $(-kT_0/2)$ .

Theo tiêu chuẩn ổn định Nyquist, để HT kín ổn định thì

$$-kT_0/2 > -1 \Rightarrow kT_0 < 2.$$

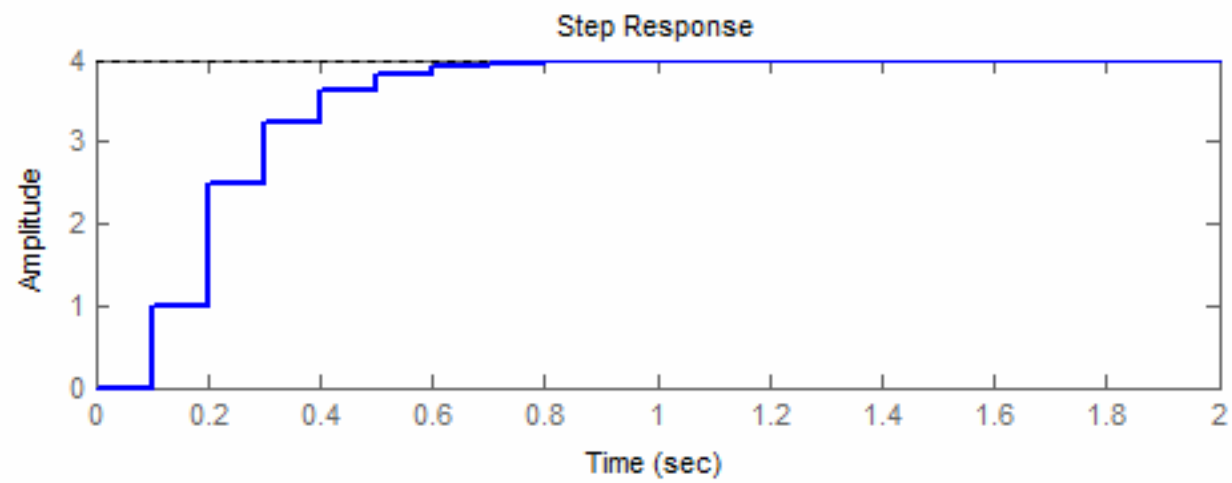
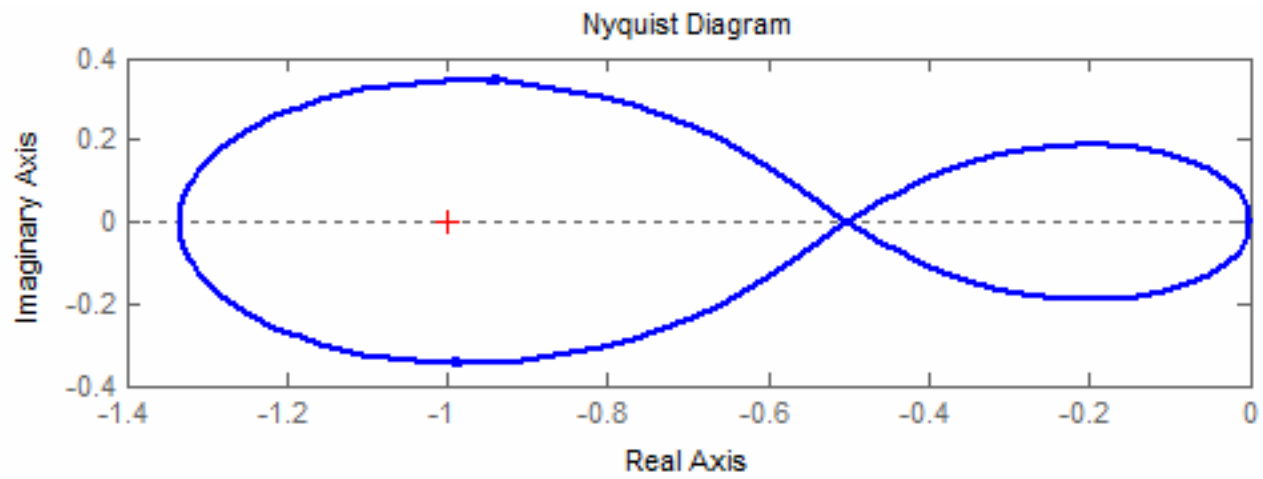
Để HT kín nằm trên biên giới ổn định thì

$$-kT_0/2 = -1 \Rightarrow kT_0 = 2.$$



*Thí dụ 7.6.* Khảo sát tính ổn định của HTĐKTĐGD khi HT hở không ổn định bằng Matlab

```
T0=0.1;
sys1=tf(1,[1 0.5], T0);
sys2=tf([1 1],[1 -2], T0)
%sys2=tf([1 2],[1 -2], T0)
sysh=sys1*sys2;
sysk=feedback(sysh,1);
SUBPLOT(2,1,1); nyquist(sysh);
set(findobj(gca,'Type','line','Color',[0 0 1]),...
    'LineWidth',2);
SUBPLOT(2,1,2);step(sysk);
set(findobj(gca,'Type','line','Color',[0 0 1]),...
    'LineWidth',2);
```



### **7.1.2.4. Tiêu chuẩn ổn định logarit phát biểu cho HTĐKTĐGD**

Điều kiện cần và đủ để HTĐKTĐGD kín ổn định là khi  $\omega$  tiến từ 0 đến  $\pi/T_0$ , trong dải tần mà ĐTTSBĐ logarit của HT hở lớn hơn 0 thì hiệu giữa số điểm chuyển tiếp dương và điểm chuyển tiếp âm của ĐTTSP logarit trên đường thẳng  $-180^\circ$  bằng  $q/2$ , trong đó  $q$  là số nghiệm PTĐT của HT hở nằm ở phía ngoài đường tròn bán kính đơn vị. Nếu HT hở ổn định hay nằm trên biên giới ổn định, nghĩa là  $q=0$  thì điều

*kiện để HT kín ổn định là hiệu số điểm chuyển tiếp đó bằng 0.*

*Điều kiện để HT kín nằm trên biên giới ổn định là  $\omega_c = \omega_\pi$ , trong đó  $\omega_c$ -tần số mà ĐTTSBĐ logarit HT hở cắt trục hoành,  $\omega_\pi$ -tần số mà ĐTTSP logarit HT hở cắt đường thẳng  $-180^\circ$ .*

**Nhắc việc: giờ sau kiểm tra 30 phút.**

## **7.2. ĐÁNH GIÁ SAI SỐ CỦA HTĐKTĐGD TRONG CHẾ ĐỘ XÁC LẬP**

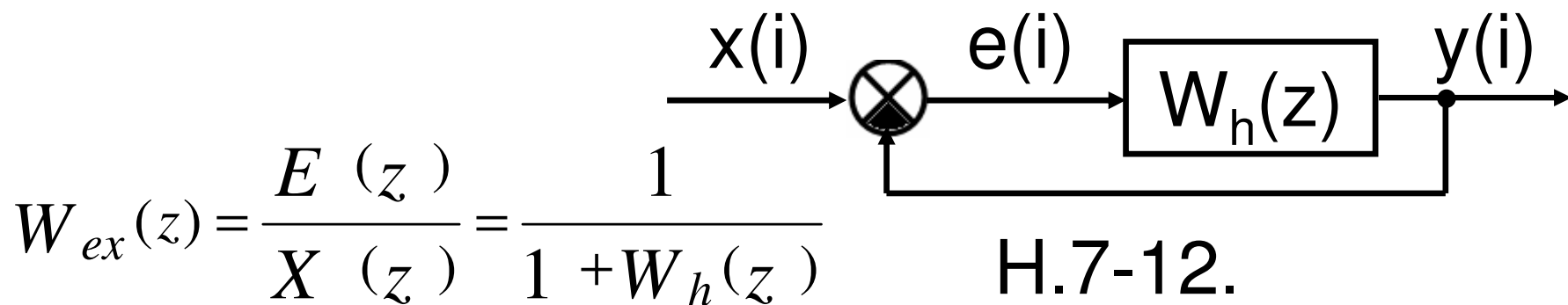
### **7.2.1. Xác định sai số tiền định của HTĐKTĐGD trong chế độ xác lập**

#### ***7.2.1.1. Xác định sai số tiền định***

Sai số của HTĐKTĐGD trong chế độ xác lập cũng được xác định bằng hiệu giữa giá trị mong muốn và giá trị thực tế của lượng ra

$$e(i) = y_{mm}(i) - y_{tt}(i)$$

Xét HTĐKTĐGD phản hồi âm đơn vị (H.7-12).  
 Lượng vào (giá trị mong muốn của lượng ra) là  $x(i)$ , lượng ra là  $y(i)$ , sai số là  $e(i)$ .  
 HST của sai số được xác định như sau



Ảnh của sai số được xác định như sau

$$E(z) = \frac{X(z)}{1 + W_h(z)}$$

Sử dụng tính chất của phép biến đổi Z, sai số xác lập  $e(i)$  được xác định như sau

$$e(i) \Big|_{i \rightarrow \infty} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{(1 - z^{-1}) X(z)}{1 + W_h(z)}$$

Biểu diễn HST của HT hở dưới dạng

$$W_h(z) = \frac{k}{(1 - z^{-1})^u} W_0(z)$$

trong đó  $\lim_{z \rightarrow 1} [W_0(z)] = 1$ , tức là trong HST của HT hở có thể tách ra  $u$  khâu tổng riêng biệt;  $u$  được gọi là bậc phiếm tĩnh của HT.

Khi  $u=0$  HT được gọi là HT tĩnh;

khi  $u=1$  HT được gọi là HT phiếm tĩnh bậc một;

khi  $u=2$  HT được gọi là HT phiếm tĩnh bậc hai; ...

***- Khi tác động đầu vào có dạng hàm bậc thang***

$$x(i) = x_0 1(i) \quad X(z) = \frac{x_0}{1-z^{-1}}$$

Sai số trong trường hợp này được gọi là sai số tĩnh, ký hiệu là  $e_t(i)$ .



- Trường hợp HT tĩnh ( $u=0$ )

$$e_t(i) \Big|_{i \rightarrow \infty} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{(1 - z^{-1}) \frac{x_0}{1 - z^{-1}}}{1 + \frac{k}{(1 - z^{-1})^0} W_0(z)} = \frac{x_0}{k+1}$$

- Trường hợp HT phiếm tĩnh bậc một ( $u=1$ )

$$e_t(i) \Big|_{i \rightarrow \infty} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{(1 - z^{-1}) \frac{x_0}{1 - z^{-1}}}{1 + \frac{k}{(1 - z^{-1})^1} W_0(z)} = 0.$$

- Trường hợp HT phẩm tính bậc hai trở lên  
(  $u > 1$  )  $e_t(i) \Big|_{i \rightarrow \infty} = 0$ .

- Khi tác động đầu vào có dạng hàm đồng biến

$$x(i) = V \cdot iT_0 \quad X(z) = \frac{VT_0 z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2}$$

Sai số trong trường hợp này được gọi là sai số vận tốc, ký hiệu là  $e_v(i)$ .

- Trường hợp HT tĩnh ( $u=0$ )

$$e_V(i) \Big|_{i \rightarrow \infty} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{(1 - z^{-1}) \frac{VT_0 z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2}}{1 + \frac{k}{(1 - z^{-1})^0} W_0(z)} = \infty.$$

- Trường hợp HT phiếm tĩnh bậc một ( $u=1$ )

$$e_V(i) \Big|_{i \rightarrow \infty} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{(1 - z^{-1}) \frac{VT_0 z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2}}{1 + \frac{k}{(1 - z^{-1})^1} W_0(z)} = \frac{VT_0}{k}.$$

- Trường hợp HT phiếm tính bậc hai trở lên ( $u > 1$ )

$$e_V(i) \Big|_{i \rightarrow \infty} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{(1 - z^{-1}) \frac{VT_0 z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2}}{1 + \frac{k}{(1 - z^{-1})^2} W_0(z)} = 0.$$

**- Khi tác động đầu vào có dạng hàm đồng biến**

$$x(i) = a (iT_0)^2 \quad X(z) = \frac{aT_0^2 (z+1) z^{-2}}{(1 - z^{-1})^3}$$

Sai số trong trường hợp này được gọi là sai số gia tốc, ký hiệu là  $e_a(i)$ .

- Trường hợp HT tĩnh ( $u=0$ )

$$e_a(i) \Big|_{i \rightarrow \infty} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{(1 - z^{-1}) \frac{aT_0^2 (z + 1) z^{-2}}{(1 - z^{-1})^3}}{1 + \frac{k}{(1 - z^{-1})^0} W_0(z)} = \infty.$$

- Trường hợp HT phiếm tĩnh bậc một ( $u=1$ )

$$e_a(i) \Big|_{i \rightarrow \infty} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{(1 - z^{-1}) \frac{aT_0^2 (z + 1) z^{-2}}{(1 - z^{-1})^3}}{1 + \frac{k}{(1 - z^{-1})^1} W_0(z)} = \infty.$$

- Trường hợp HT phiếm tính bậc hai ( $u=2$ )

$$e_a(i) \Big|_{i \rightarrow \infty} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{(1 - z^{-1}) \frac{aT_0^2 (z + 1) z^{-2}}{(1 - z^{-1})^3}}{1 + \frac{k}{(1 - z^{-1})^2} W_0(z)} = \frac{2aT_0^2}{k}$$

- Trường hợp HT phiếm tính bậc ba trở lên ( $u \geq 3$ )

$$e_a(i) \Big|_{i \rightarrow \infty} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{(1 - z^{-1}) \frac{aT_0^2 (z + 1) z^{-2}}{(1 - z^{-1})^3}}{1 + \frac{k}{(1 - z^{-1})^3} W_0(z)} = 0.$$

Như vậy, khi HTĐKTĐGD là HT tĩnh thì sai số tĩnh của nó không đổi, sai số vận tốc và sai số gia tốc tăng trưởng theo thời gian; khi HTĐKTĐGD là HT phiếm tĩnh bậc một thì sai số tĩnh của nó bằng không, sai số vận tốc không đổi, sai số gia tốc tăng trưởng theo thời gian; khi HTĐKTĐGD là HT phiếm tĩnh bậc hai thì sai số tĩnh và sai số vận tốc của nó bằng không, sai số theo gia tốc không đổi; khi HTĐKTĐGD là HT phiếm tĩnh bậc ba thì sai số tĩnh, sai số vận tốc và sai số gia tốc bằng không.

HTĐKTĐGD được gọi là *HT bám* khi có phản hồi âm đơn vị và trong thành phần của HT hở có thể tách ra được *ít nhất một khâu tổng riêng biệt*.

***Khi lượng vào là các hàm phức tạp***

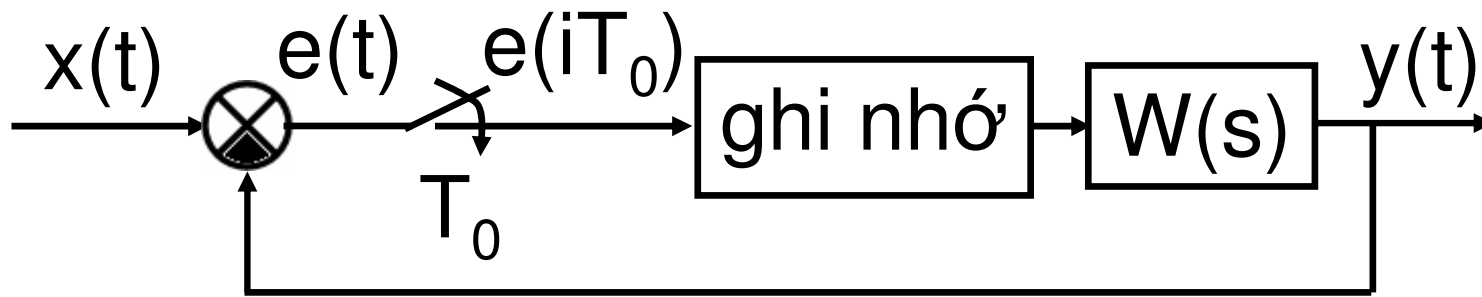
$$x(i) = x_0 + V iT_0 + a (iT_0)^2$$

Sử dụng nguyên lý xếp chồng của HTĐKTĐGD tuyến tính, tính sai số do từng thành phần của lượng vào gây ra rồi cộng các kết quả lại.



*Thí dụ 7.7.* Xác định sai số do lượng vào gây ra trong thí dụ 7.2, khi  $T_0=T_2=0,1$  s,  $k=100$  s<sup>-2</sup>; lượng vào thay đổi theo quy luật

$$x(i) = 1 + 2iT_0 + 0,1 (iT_0)^2$$



H.7-2. HT bám liên tục-gián đoạn

$$W(s) = \frac{kT_2}{s} + \frac{k}{s^2}$$

HST của HT hở có dạng

$$W_h(z) = \frac{kT_0 T_2}{(z-1)} + \frac{kT_0^2 (z+1)}{2(z-1)^2}$$

Thay số vào ta có

$$W_h(z) = \frac{z(1-z^{-1}) + 0,5(z+1)}{z^2(1-z^{-1})^2}$$

Ảnh của lượng vào có dạng

$$X(z) = \frac{1}{1-z^{-1}} + \frac{0,2 z^{-1}}{(1-z^{-1})^2} + \frac{0,001 (z+1) z^{-2}}{(1-z^{-1})^3}$$

HT trên là HT phiếm tĩnh bậc hai, nên sai số tĩnh và sai số vận tốc bằng không. Vì vậy, sai số của HT được xác định như sau

$$e_a(i) \Big|_{i \rightarrow \infty} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{(1 - z^{-1}) \frac{0,001 (z + 1) z^{-2}}{(1 - z^{-1})^3}}{1 + \frac{z (1 - z^{-1}) + 0,5 (z + 1)}{z^2 (1 - z^{-1})^2}} = 0,002.$$

### 7.2.1.2. Xác định các hệ số sai số

Hàm số truyền  $W_{ex}(z)$  của sai số có thể được viết lại như sau

$$W_{ex}(z) = \frac{1}{1 + W_h(z)} = \frac{1}{1 + \frac{\hat{b}_0(1 - z^{-1})^m + \hat{b}_1(1 - z^{-1})^{m-1} + \dots + \hat{b}_m}{\hat{c}_0(1 - z^{-1})^n + \hat{c}_1(1 - z^{-1})^{n-1} + \dots + \hat{c}_n}}$$
$$W_{ex}(z) = \frac{E(z)}{X(z)} = \frac{\hat{c}_0(1 - z^{-1})^n + \hat{c}_1(1 - z^{-1})^{n-1} + \dots + \hat{c}_n}{\hat{c}_0(1 - z^{-1})^n + \hat{c}_1(1 - z^{-1})^{n-1} + \dots + \hat{b}_m + \hat{c}_n}$$

(7.4)

Mặt khác có thể viết

$$\frac{E(z)}{X(z)} = e_0 + e_1(1 - z^{-1}) + e_2(1 - z^{-1})^2 + \dots \quad (7.5)$$

$$E(z) = e_0X(z) + e_1(1 - z^{-1})X(z) + e_2(1 - z^{-1})^2X(z) + \dots$$

Hàm gốc của sai số

$$e(i) = e_0x(i) + e_1\nabla_1x(i) + e_2\nabla_2x(i) + \dots$$

Thành phần  $e_0x(i)$  được gọi là sai lệch hiệu bậc không, thành phần  $e_1\nabla_1x(i)$  được gọi là sai lệch hiệu bậc nhất, thành phần  $e_2\nabla_2x(i)$  được gọi là sai lệch hiệu bậc hai, ...

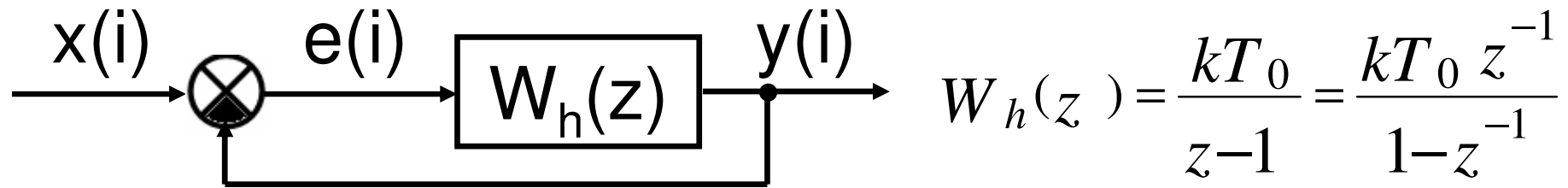
Các hệ số  $e_0, e_1, e_2, \dots$  được gọi là các hệ số sai số của các hiệu tương ứng.

Đặt (bắt buộc)  $\alpha = 1 - z^{-1}$ . Từ (7.4) và (7.5), nhận được

$$\hat{c}_0 \alpha^n + \hat{c}_1 \alpha^{n-1} + \dots + \hat{c}_n = (\hat{c}_0 \alpha^n + \hat{c}_1 \alpha^{n-1} + \dots + \hat{b}_m + \hat{c}_n)(e_0 + e_1 \alpha + e_2 \alpha^2 + \dots)$$

Thực hiện so sánh các số hạng cùng bậc đẳng thức trên, nhận được các hệ số  $e_0, e_1, e_2, \dots$

Thí dụ 7.8. Tìm sai số của HTĐKTD trên H.7-12 trong trạng thái xác lập, biết rằng



H.7-12.

$$x(i) = x_0 + x_1 iT_0 + x_2 (iT_0)^2$$

Xác định các hiệu hữu hạn của lượng vào

$$\nabla_0 x(i) = x(i)$$

$$\nabla_1 x(i) = x(i) - x(i-1)$$

$$= x_1 T_0 + 2x_2(i-0,5)T_0^2$$

$$\nabla_2 x(i) = \nabla_1 x(i) - \nabla_1 x(i-1)$$

$$= 2x_2 T_0^2$$

$$\nabla_3 x(i) = \nabla_4 x(i) = \dots = 0.$$



## Xác định các hệ số sai số

$$\begin{aligned}W_{ex}(z) &= \frac{1}{1 + W_h(z)} = \frac{1}{1 + \frac{kT_0 z^{-1}}{1 - z^{-1}}} = \frac{1 - z^{-1}}{1 - z^{-1} + kT_0 z^{-1}} \\ &= \frac{1 - z^{-1}}{1 - z^{-1} + kT_0 z^{-1}} = e_0 + e_1(1 - z^{-1}) + e_2(1 - z^{-1})^2 + \dots\end{aligned}$$

Đặt  $\alpha = 1 - z^{-1} \Rightarrow z^{-1} = 1 - \alpha$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{\alpha + kT_0(1 - \alpha)} = e_0 + e_1\alpha + e_2\alpha^2 + \dots$$

$$\Rightarrow \alpha = [\alpha + kT_0(1 - \alpha)][e_0 + e_1\alpha + e_2\alpha^2 + \dots]$$

## So sánh các hệ số

$$\alpha^0 \quad kT_0 e_0 = 0 \quad \Rightarrow e_0 = 0$$

$$\alpha^1 \quad e_0(1-kT_0) + kT_0 e_1 = 1 \quad \Rightarrow e_1 = \frac{1}{kT_0}$$

$$\alpha^2 \quad e_1(1-kT_0) + kT_0 e_2 = 0 \quad \Rightarrow e_2 = \frac{kT_0 - 1}{k^2 T_0^2}$$

## Chuỗi sai số có dạng

$$\begin{aligned} e(i) &= \frac{1}{kT_0} [x_1 T_0 + 2x_2 (i - 0,5) T_0^2] + \frac{kT_0 - 1}{k^2 T_0^2} 2x_2 T_0^2 \\ &= \frac{x_1}{k} + \frac{2x_2}{k} \left[ (i - 0,5) T_0 + \frac{kT_0 - 1}{k} \right] \end{aligned}$$

Như vậy, khi  $i \rightarrow \infty$ , sai số tiến tới vô cùng.

## **7.2.2. Đánh giá sai số ngẫu nhiên của HTĐKTĐGD trong chế độ xác lập**

Khi HTĐKTĐGD chịu tác động của các quá trình ngẫu nhiên thì lượng ra và sai số cũng là các quá trình ngẫu nhiên.

Sai số ngẫu nhiên  $E(i)$  có thể được phân tích thành kỳ vọng toán học và thành phần ngẫu nhiên trung tâm

$$E(i) = M[E(i)] + \overset{0}{E}(i)$$

Thành phần kỳ vọng toán học được xác định như sai số tiền định. Thành phần ngẫu nhiên trung tâm được đánh giá theo phương sai

$$D_e(i) = M \{ [E(i)]^2 \}$$

Phương sai của sai số được xác định như sau

$$D_e = D_{eX} + \sum_{j=1}^N D_{eV_j}$$

Phương pháp xác định phương sai của sai số do lượng vào và nhiễu loạn gây ra giống nhau, vì vậy, dưới đây ta chỉ nghiên cứu phương sai do lượng vào gây ra.

Hàm tương quan của sai số được xác định như sau

$$R_{ex}(k) = M [E^0(i) E^0(i+k)] \quad (7.7)$$

Mật độ phổ của sai số được xác định như sau

$$S_{ex}(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} R_{ex}(k) z^{-k} \quad (7.8)$$

Mặt khác, hàm tương quan của sai số chính là biến đổi ngược Fourier của mật độ phổ

$$R_{ex}(k) = \frac{T_0}{2\pi} \int_{-j\Omega/2}^{j\Omega/2} S_{ex}(\omega) e^{j\omega k T_0} d\omega,$$

trong đó  $kT_0 = \tau$ .

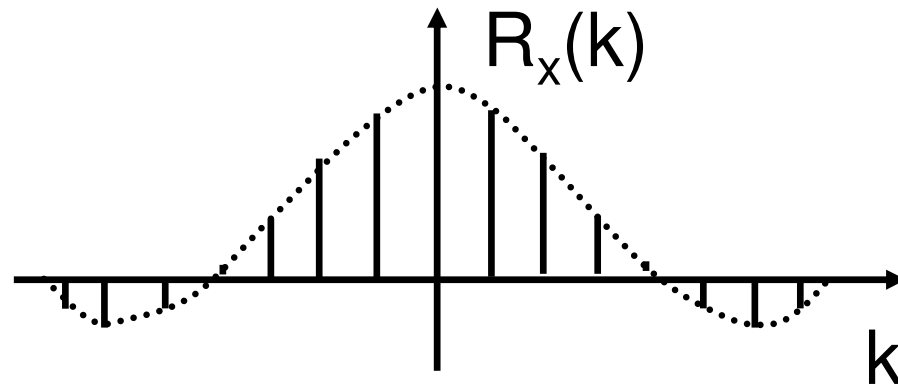
$$z = e^{sT_0} = e^{j\omega T_0} \Rightarrow dz = jT_0 e^{j\omega T_0} d\omega \Rightarrow d\omega = \frac{dz z^{-1}}{jT_0},$$

Vì vậy

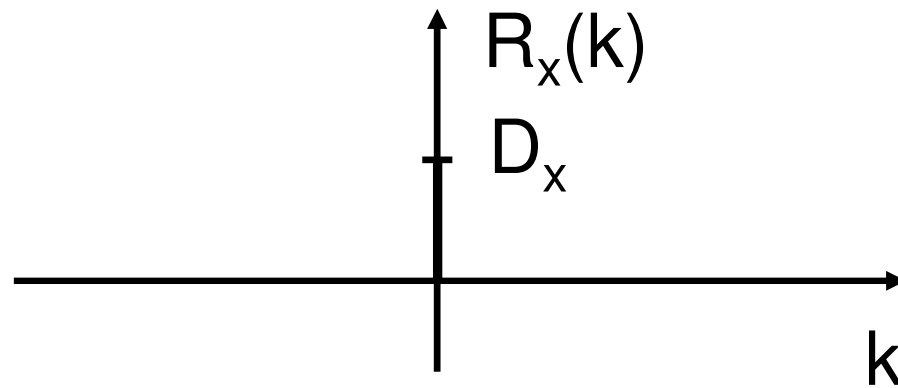
$$R_{ex}(k) = \frac{1}{2\pi j} \oint_{|z|=1} S_{ex}(z) z^{k-1} dz.$$

Phương sai của sai số chính là giá trị của hàm tương quan khi  $\tau=0$ .

$$D_{ex} = R_{ex}(0) = \frac{1}{2\pi j} \oint_{|z|=1} S_{ex}(z) z^{-1} dz. \quad (7.9)$$

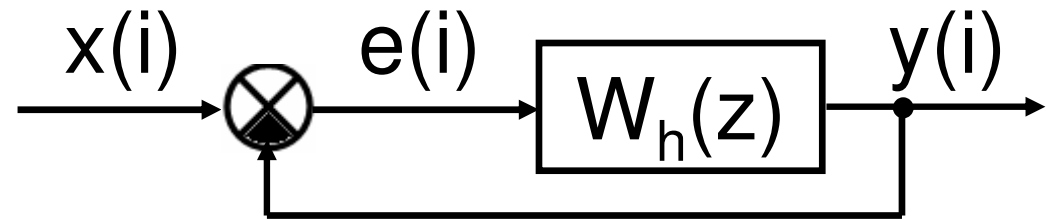


*Hàm tương quan của quá trình ngẫu nhiên*



*Hàm tương quan của quá trình tạp trắng*

*Xác định phương sai của sai số do lượng vào gây ra khi biết lượng vào và cấu trúc của HT*



H.7-12.

Tại thời điểm  $i$  ta có

$$E(i) = \sum_{r_1=-\infty}^{\infty} X[(i-r_1)] g_{ex}(r_1)$$

Tại thời điểm  $(i+k)$  ta có

$$E[(i+k)] = \sum_{r_2=-\infty}^{\infty} X[(i+k-r_2)] g_{ex}(r_2)$$

Hàm tương quan của sai số được xác định theo (7.7)



$$\begin{aligned}
R_{ex}(k) &= M [E^0(i) E^0(i+k)] \\
&= \sum_{r_1=-\infty}^{\infty} \sum_{r_2=-\infty}^{\infty} M [X^0(i-r_1) X^0(i+k-r_2)] g_{ex}(r_1) g_{ex}(r_2).
\end{aligned}$$

Biến đổi biểu thức

$$\begin{aligned}
&M [X^0(i-r_1) X^0(i+k-r_2)] \\
&= M [X^0(i-r_1) X^0(i-r_1+k+r_1-r_2)] \\
&= R_x(k+r_1-r_2).
\end{aligned}$$

Như vậy

$$R_{ex}(k) = \sum_{r_1=-\infty}^{\infty} \sum_{r_2=-\infty}^{\infty} R_x(k+r_1-r_2) g_{ex}(r_1) g_{ex}(r_2)$$

Mật độ phổ của sai số được xác định theo (7.8)

$$\begin{aligned}
 S_{ex}(z) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} R_{ex}(k) z^{-k} \\
 &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{r_1=-\infty}^{\infty} \sum_{r_2=-\infty}^{\infty} R_x(k+r_1-r_2) g_{ex}(r_1) g_{ex}(r_2) z^{-k} \\
 &= \sum_{r_1=-\infty}^{\infty} g_{ex}(r_1) z^{r_1} \sum_{r_2=-\infty}^{\infty} g_{ex}(r_2) z^{-r_2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} R_x(k+r_1-r_2) z^{-(k+r_1-r_2)}
 \end{aligned}$$

Theo (6.42) ta có

$$\begin{aligned}
 \sum_{r_1=-\infty}^{\infty} g_{ex}(r_1) z^{r_1} &= W_{ex}(z^{-1}) \\
 \sum_{r_2=-\infty}^{\infty} g_{ex}(r_2) z^{-r_2} &= W_{ex}(z)
 \end{aligned}$$

Theo (7.8) ta có

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} R_x(k + r_1 - r_2) z^{-(k + r_1 - r_2)} = S_x(z)$$

Vì vậy

$$S_{ex}(z) = W_{ex}(z^{-1}) W_{ex}(z) S_x(z) \quad (7.10)$$

Biểu diễn  $S_x(z)$  dưới dạng

$$S_x(z) = F_x(z) F_x(z^{-1})$$

trong đó  $F_x(z)$ -HST của bộ lọc tạo hình dừng, biến đổi tạp trắng với mật độ phổ bằng 1 thành tín hiệu ngẫu nhiên dừng có mật độ phổ  $S_x(z)$ .

Cuối cùng, (7.10) có dạng

$$S_{ex}(z) = W_{ex}(z) F_x(z) W_{ex}(z^{-1}) F_x(z^{-1})$$

Phương sai của sai số (7.9) được xác định như sau

$$D_{ex} = \frac{1}{2\pi j} \oint_{|z|=1} W_{ex}(z) F_x(z) W_{ex}(z^{-1}) F_x(z^{-1}) z^{-1} dz.$$

$$z = \frac{1+w}{1-w} \Rightarrow dz = \frac{2dw}{(1-w)^2}$$

$$\Rightarrow D_{ex} = 2 \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \frac{W_{ex}(w) F_x(w)}{1-w} \frac{W_{ex}(-w) F_x(-w)}{1+w} dw$$

$$D_{ex} = 2 \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} F(w) F(-w) dw,$$

trong đó

$$F(w) = \frac{W_{ex}(w) F_x(w)}{1-w}; \quad F(-w) = \frac{W_{ex}(-w) F_x(-w)}{1+w}.$$

Cuối cùng, biểu thức phương sai có dạng

$$D_{ex} = 2I [F(w)],$$

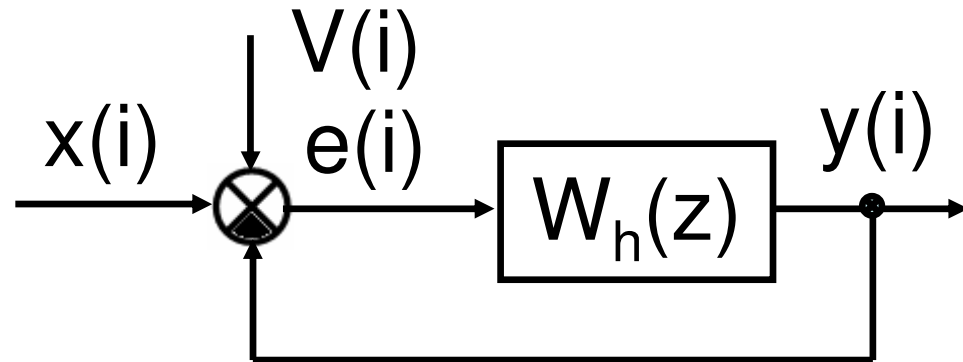
trong đó  $I [F(w)]$  - tích phân Parseval, được xác định như trong HTĐKTD liên tục.

Thí dụ 7.9. HTĐKTĐGD có sơ đồ như trên H.7-15, trong đó

$$W_h(z) = \frac{kT_0 z^{-1}}{1-z^{-1}}$$

$$R_V(i) = N_V \delta(i)$$

$$S_V = N_V$$



Hình 7-15

$$W_{eV}(z) = -\frac{W_h(z)}{1 + W_h(z)} = -\frac{kT_0 z^{-1}}{1 + (kT_0 - 1)z^{-1}}$$

$$W_{eV}(w) = -\frac{kT_0 \frac{1-w}{1+w}}{1 + (kT_0 - 1) \frac{1-w}{1+w}} = -\frac{kT_0(1-w)}{(2 - kT_0)w + kT_0}$$

$$S_V = N_V \Rightarrow F_V(w) = \sqrt{N_V}$$

$$\Rightarrow F(w) = \frac{W_{eV}(w) F_V(w)}{1-w} = -\frac{kT_0 \sqrt{N_V}}{(2 - kT_0)w + kT_0}$$

$$\Rightarrow D_{eV} = 2I \left[ -\frac{kT_0 \sqrt{N_V}}{(2-kT_0)w + kT_0} \right]$$

$$n = 1 ; \alpha_0 = -kT_0 \sqrt{N_V} ; \beta_0 = kT_0 ; \beta_1 = 2 - kT_0$$

$$\Rightarrow D_{eV} = 2 \frac{\alpha_0^2}{2 \beta_0 \beta_1} = \frac{kT_0 N_V}{2 - kT_0}$$



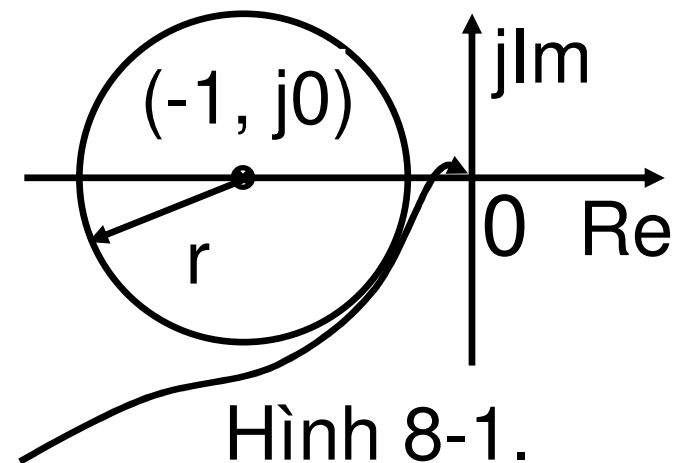
## Chương 8

### TỔNG HỢP HTĐKTĐGD

#### 8.1. PHƯƠNG PHÁP TẦN SỐ TỔNG HỢP HT ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG GIÁN ĐOẠN

Tổng hợp HTĐKTĐGD bằng phương pháp tần số theo đuổi mục đích tối ưu hoá một hay nhiều chỉ tiêu chất lượng của nó, hoặc nhận được các giá trị đó trong dải mong muốn. Khi tổng hợp sử dụng các chỉ tiêu chất lượng sau: độ dự trữ ổn định theo biên độ và pha, độ quá chỉnh, thời gian quá độ, chỉ tiêu dao động  $M$ , ...

Bản chất tổng hợp các HTĐKTĐGD bằng phương pháp tần số cũng giống như tổng hợp các HTĐKTĐ liên tục. Nhiệm vụ đạt được các chỉ tiêu chất lượng mong muốn của HTĐKTĐGD có thể được hiểu như nhiệm vụ hiệu chỉnh (làm biến dạng) các ĐTTS của HT hở để nó không bao điểm  $(-1, j0)$  và cách điểm đó một vùng cấm xác định, thí dụ hình tròn bán kính  $r$  (H.8-1).



Hình 8-1.

Việc tổng hợp HTĐKTĐGD được thực hiện bằng cách đưa vào HT các cơ cấu hiệu chỉnh có thể thay đổi dễ dàng các tham số. Quá trình tổng hợp các cơ cấu hiệu chỉnh gián đoạn được thực hiện tương tự như các cơ cấu hiệu chỉnh liên tục, chỉ khác ở chỗ đây là các cơ cấu hiệu chỉnh ảo, được thực hiện bằng thuật toán điều khiển trong máy tính.

Bằng cách lựa chọn phù hợp các cơ cấu hiệu chỉnh gián đoạn có thể đạt được ĐTTS mong muốn của HT hở. Từ đó tìm được HST

của cơ cấu hiệu chỉnh gián đoạn (thuật toán hiệu chỉnh, hay thuật toán làm việc của máy tính số).

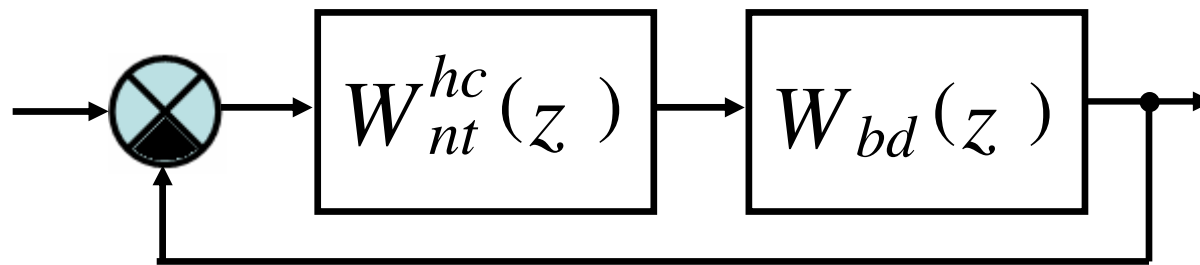
Cơ cấu hiệu chỉnh có thể được đưa vào HTĐKTĐGD dưới dạng hiệu chỉnh nối tiếp, song song hoặc tổ hợp của chúng. Việc tổng hợp cơ cấu hiệu chỉnh nối tiếp được thực hiện đơn giản hơn so với cơ cấu hiệu chỉnh song song. Cơ cấu hiệu chỉnh nối tiếp liên tục có yếu điểm là chất lượng của HT phụ thuộc nhiều vào sự thay đổi tham số của chính nó.

Trong HTĐKTĐGD yếu điểm này hoàn toàn được loại trừ, vì cơ cấu hiệu chỉnh là ảo, tham số của nó gần như không thay đổi dưới các tác động bên ngoài. Ngoài ra, việc hiện thực hoá các thuật toán hiệu chỉnh gián đoạn được thực hiện dễ dàng hơn các thuật toán hiệu chỉnh liên tục.

Trong tài liệu này giới thiệu phương pháp tần số tổng hợp cơ cấu hiệu chỉnh, vì đây là phương pháp đồ hoạ-giải tích, được thực hiện đơn giản, trực quan.

### 8.1.1. Tổng hợp cơ cấu hiệu chỉnh nối tiếp

HTĐKTĐGD sử dụng cơ cấu hiệu chỉnh nối tiếp có SĐCT như trên H.8-2.



Hình 8-2.

Do phương pháp tần số ngay từ đầu được nghiên cứu và sử dụng để tổng hợp HTĐKTĐ liên tục, vì vậy, ở đây ta sử dụng phương pháp *giả liên tục* để tổng hợp HTĐKTĐGD.

Quá trình tổng hợp cơ cấu hiệu chỉnh nối tiếp được thực hiện theo trình tự sau:

1-sử dụng phép biến đổi  $w$  (6.55)

$$z = \frac{1 + \frac{T_0}{2}w}{1 - \frac{T_0}{2}w}$$

để nhận được HST  $W_{bd}(w)$  của HT ban đầu;

2- trong  $W_{bd}(w)$  thay  $w=s$  nhận được HST giả liên tục của HT ban đầu, tức là

$$W_{bd}(s) = W_{bd}(w) \Big|_{w=s}$$

3- dựng ĐTTSBĐ logarit của HT giả liên tục ban đầu  $L_{bd}(\omega)$ ;

4- từ các chỉ tiêu chất lượng của HT, lựa chọn dạng, tính toán các tham số và dựng ĐTTSBĐ logarit mong muốn của HT hở giả liên tục  $L_m(\omega)$  trên cùng một hệ trục tọa độ với  $L_{bd}(\omega)$ ;

5- thực hiện phép trừ đồ thị ĐTTSBĐ logarit mong muốn của HT hở giả liên tục và



ĐTTSBĐ logarit ban đầu để nhận được ĐTTSBĐ logarit của khâu hiệu chỉnh nối tiếp giả liên tục

$$L_{nt}^{hc}(\omega) = L_m(\omega) - L_{bd}(\omega)$$

6- từ đặc tính  $L_{nt}^{hc}(\omega)$  nhận được, lập hàm số truyền của khâu hiệu chỉnh nối tiếp giả liên tục;

7- thay  $s=w$  vào biểu thức trên, nhận được HST  $w$  của khâu hiệu chỉnh

$$W_{nt}^{hc}(w) = W_{nt}^{hc}(s) \Big|_{s=w}$$

8- thực hiện phép đặt (6.56)

$$w = \frac{2}{T_0} \frac{z-1}{z+1}$$

nhận được HST  $z$  của khâu hiệu chỉnh

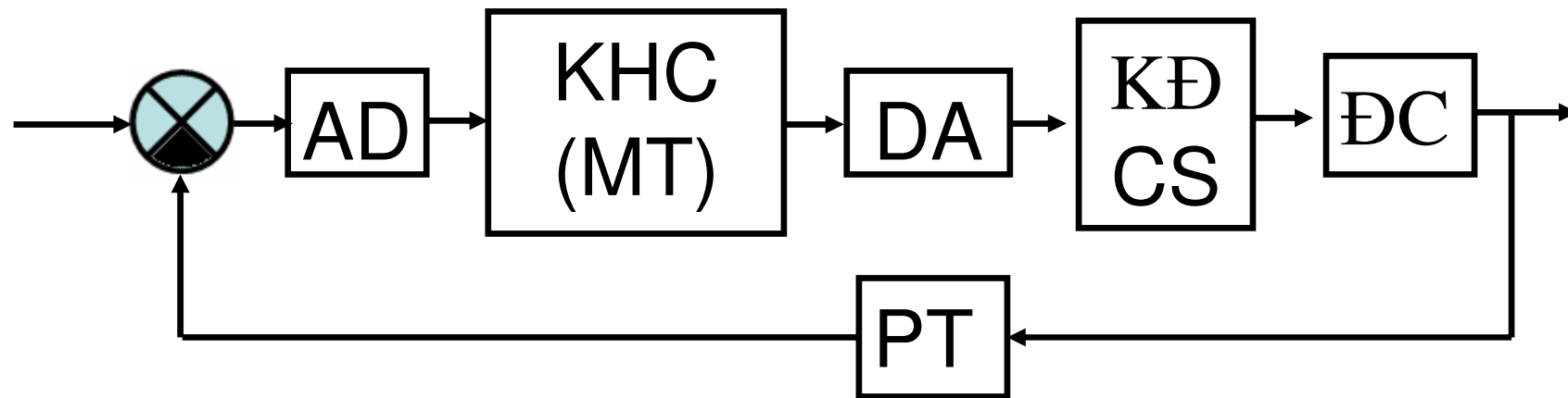
$$W_{nt}^{hc}(z) = W_{nt}^{hc}(w) \Big|_w = \frac{2}{T_0} \frac{z-1}{z+1}$$

9- chuyển HST  $z$  của khâu hiệu chỉnh sang PTHSHH dạng truy hồi, nhận được thuật toán hiệu chỉnh của máy tính số trong miền thời gian;  
10- cuối cùng, thực hiện bài toán phân tích để kiểm tra chất lượng HT đã tổng hợp; nếu cần thì thực hiện lại từ bước 4.

*Thí dụ 8.1.* Tổng hợp HTĐKTĐ gián đoạn điều khiển tốc độ động cơ điện một chiều công suất nhỏ. Biết rằng tín hiệu vào thay đổi với vận tốc  $\Omega_{x_{\max}}=10^0/s$ ; chu kỳ gián đoạn  $T_0=0.02$  s. HT cần đảm bảo các chỉ tiêu chất lượng sau: quá chỉnh  $\sigma \leq 20\%$ ; thời gian quá độ  $T_{qd} \leq 1,2$  s; sai số vận tốc  $E_v \leq 0,1^0$ .

Để HT có thể thực hiện chức năng của mình thì nó cần có các thành phần chức năng sau: các phần tử biến đổi AD, DA, máy tính số thực hiện chức năng hiệu chỉnh, khuếch đại

công suất, động cơ điện một chiều, phát tốc. Sơ đồ chức năng tương đương của HT được đưa ra trên H.8-3.



Hình 8-3

Giả sử sau khi thực hiện tính toán tĩnh, lựa chọn được động cơ cần thiết có hằng số thời gian

$T_{dc}=0,2$  s; hệ số biến đổi  $k_{dc}=100/s$ . HST của động cơ có dạng

$$W_{dc}(s) = \frac{k_{dc}}{T_{dc}s + 1}$$

$$W_{lt}(s) = \frac{k}{T_{dc}s + 1}$$

$$k = k_{kd} k_{dc}$$

Giả sử hệ số truyền của khâu hiệu chỉnh bằng 1. Coi khâu ghi nhớ bậc không có hệ số truyền bằng 1. Như vậy, hệ số truyền của mạch thẳng là k.

Hệ số truyền đòi hỏi của HT được xác định như sau

$$k_{dh} \geq \frac{\Omega_x}{E_v} = 100$$

Ta chọn hệ số truyền đòi hỏi  $k_{dh} = 120$ .

HST z của phần liên tục được xác định như sau

$$W_{lt}(z) = \frac{z-1}{z} Z \left[ \frac{k_{dh}}{(T_{dc}s+1)s} \right] = \frac{k_{dh}(1-e^{-\frac{T_0}{T_{dc}}})}{z-e^{-\frac{T_0}{T_{dc}}}} = \frac{11,4195}{z-0,9048}$$

Sử dụng phép đặt (6.55), nhận được

$$W_{lt}(w) = 120 \frac{1-0,01w}{0,2w+1}$$

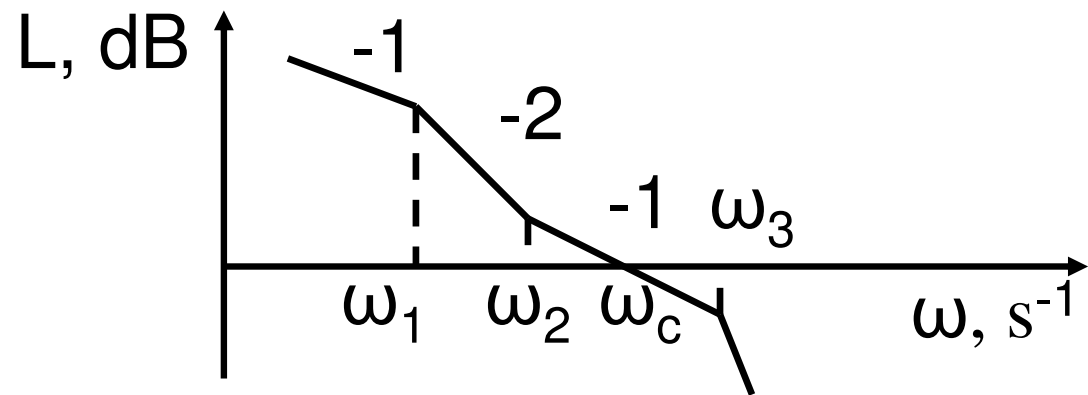
HST của HT giả liên tục ban đầu

$$W_{bd}(s) = 120 \frac{1-0,01s}{0,2s+1}$$

Trong dải tần  $\pi/T_0 \div \pi/T_0$  khâu không tối thiểu pha  $(1-0,01s)$  ảnh hưởng không đáng kể tới các đặc trưng động học của HT ban đầu, do đó có thể bỏ qua nó.

Do HT có sai số không đổi theo vận tốc, nên chọn bậc phiếm tĩnh của nó bằng 1. HT không chịu điều kiện đặc biệt nào về nhiễu, nên có thể chọn ĐTTSBĐ logarit dạng 2/1, được minh họa trên H.8-4.

Tiếp theo, cần xác định các tần số gặp  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$ ,  $\omega_4$  tần số cắt  $\omega_c$ .



Hình 8-4



$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2,8} = 64,3^{\circ}$$

$$\omega_c = \frac{7,8}{T_{qd}} = 6,5$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_c \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2,8} \right)}{2 (2-1)} = 1,4586$$

$$\Rightarrow T_2 = 0,6856$$

$$\omega_1 = \frac{\omega_c \omega_2}{k_{dh}} = 0,079$$

$$\Rightarrow T_1 = 12,6571$$

$$\omega_3 = \frac{2\omega_c}{\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2,8}\right)} = 28,9662$$

$$\Rightarrow T_3 = 0,0345$$

$$T_4 = T_3 / 2 = 0,0173$$

HST mong muốn của HT hở giả liên tục có dạng

$$W_m(s) = \frac{k}{s} \frac{T_2s + 1}{T_1s + 1} \frac{1}{T_3s + 1} \frac{1}{T_4s + 1}$$

$$W_m(s) = \frac{120}{s} \frac{0,6856s + 1}{12,6571s + 1} \frac{1}{0,0345s + 1} \frac{1}{0,0173s + 1}$$

HST của HT hở giả liên tục sau khi hiệu chỉnh có dạng

$$W(s) = \frac{120}{s} \frac{0,6856s + 1}{12,6571s + 1} \frac{1 - 0,01s}{0,0345s + 1} \frac{1}{0,0173s + 1}$$

HST của khâu hiệu chỉnh giả liên tục có dạng

$$W_{hc}(s) = \frac{1}{s} \frac{0,6856 s + 1}{12,6571 s + 1} \frac{0,2s+1}{0,0345 s + 1} \frac{1}{0,0173 s + 1}$$

Thay  $s=w$  vào biểu thức trên, nhận được

$$W_{hc}(w) = \frac{1}{w} \frac{0,6856 w + 1}{12,6571 w + 1} \frac{0,2w+1}{0,0345 w + 1} \frac{1}{0,0173 w + 1}$$

Sử dụng phép đặt (6.56) vào biểu thức trên, nhận được HST  $z$  của khâu hiệu chỉnh

$$W_{hc}(z) = \frac{z+1}{100 (z-1)} \frac{69,56z-67,56}{1266,71z-1264,71} \frac{21z-19}{4,45z-2,45} \frac{z+1}{2,73z-0,73}$$

$$W_{hc}(z) = \frac{1461z^4 + 181z^3 - 2736z^2 - 173,1z + 1284}{1539000z^4 - 4334000z^3 + 4278000z^2 - 1709000z + 226200}$$

$$\frac{U(z)}{E(z)} = \frac{0,00095 + 0,00012z^{-1} - 0,0018z^{-2} - 0,0001z^{-3} + 0,0008z^{-4}}{1 - 2,82z^{-1} + 2,78z^{-2} - 1,11z^{-3} + 0,15z^{-4}}$$

## ***8.1.2. Xác định chu kỳ gián đoạn $T_0$ trong HTĐKTD liên tục-gián đoạn***

Định lý Kachenhicốp

$$f_0 \geq 2 f_m$$

trong đó  $f_m$ -tần số lớn nhất của phổ tín hiệu vào. Tần số này có thể không được cho trước trong nhiệm vụ tổng hợp.

Tuy nhiên, phần liên tục thường có KĐH có tính chất của bộ lọc thấp tần. Giả sử trong thành phần của nó có khâu quán tính. Hàm tần số biên độ của khâu này có dạng

$$|W(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}$$

Dải thông của nó được xác định ở mức 0,707.  
Như vậy, chỉ các tín hiệu có tần số nhỏ hơn

$$\omega_m = \frac{1}{T}$$

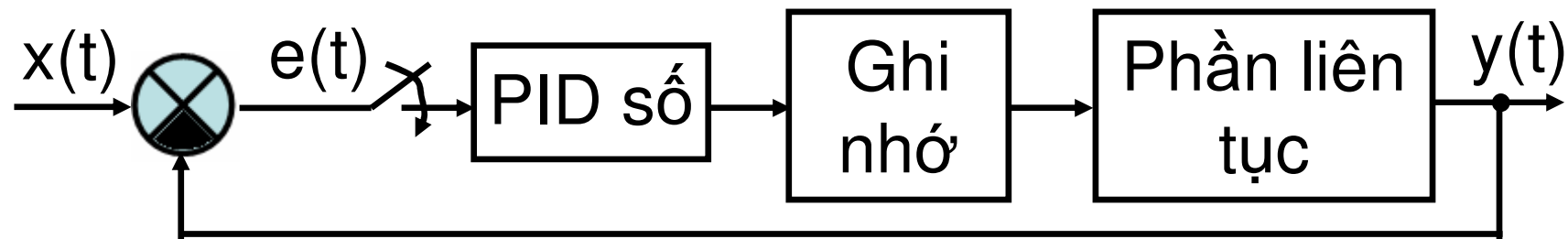
mới có thể đi qua khâu này. Thực tế chọn tần số  
gián đoạn lớn hơn một bậc so với dải thông của  
phần liên tục, trong trường hợp này

$$\omega_0 \geq \frac{10}{T} \Rightarrow T_0 \leq \frac{2\pi T}{10} = 0,6T.$$

## 8.2. CHỌN THAM SỐ CHO BỘ ĐIỀU KHIỂN PID SỐ

### 8.2.1. Cấu trúc bộ điều khiển PID số

HTĐKTĐ liên tục-gián đoạn có sử dụng bộ điều khiển PID số có dạng (H.8-9).



Hình 8-9



Mô hình toán học của bộ điều khiển PID số được xác định từ mô hình liên tục của nó

$$u(t) = k_p \left[ e(t) + \frac{1}{T_{I0}} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_D \frac{de(t)}{dt} \right]$$

$$= k_p e(t) + \frac{k_p}{T_{I0}} \int_0^t e(\tau) d\tau + k_p T_D \frac{de(t)}{dt} = u_p(t) + u_I(t) + u_D(t)$$

Thành phần khuếch đại có dạng

$$u_p(iT_0) = k_p e(iT_0)$$

Thành phần tích phân được thay bằng một trong các dạng sau

$$u_I(iT_0) = \frac{k_p T_0}{T_I} \sum_{k=0}^{i-1} e^{-kT_0}$$

$$u_I(iT_0) = \frac{k_p T_0}{T_I} \sum_{k=1}^i e^{-kT_0}$$

$$u_I(iT_0) = \frac{k_p T_0}{T_I} \sum_{k=1}^i \frac{e^{-[(k-1)T_0]} + e^{-kT_0}}{2}$$

$$u_I(iT_0) = u_I[(i-1)T_0] + \frac{k_p T_0}{2T_I} \{3e^{-[(i-1)T_0]} - e^{-[(i-2)T_0]}\}$$

Thành phần vi phân được thay bằng

$$u_D(iT_0) = \frac{k_p T_D}{T_0} \{ e(iT_0) - e[(i-1)T_0] \}$$

Thay các công thức trên vào

$$u(iT_0) = u_p(iT_0) + u_I(iT_0) + u_D(iT_0)$$

sẽ nhận được mô hình toán học của bộ PID số tương ứng.

## ***8.2.2. Xác định tham số bộ điều khiển PID số bằng thực nghiệm***

Giống như phương pháp thực nghiệm Ziegler-Nichols, Takahashi đưa ra phương pháp xác định các tham số  $k_p$ ,  $T_I$ ,  $T_D$  của bộ PID số từ đặc tính quá độ  $h(t)$  của phần liên tục hoặc từ giá trị  $k_{th}$  và  $T_{th}$ .

*Xác định từ đặc tính quá độ của phần liên tục*

Điều kiện để áp dụng phương pháp Takahashi là phần tuyến tính phải ổn định, có hàm quá độ

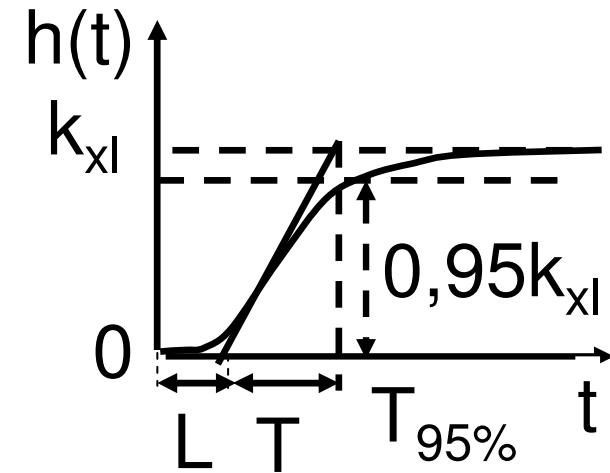
$h(t)$  đi từ 0 và có dạng hình chữ s (không có quá chỉnh) (H.8-10).

Từ H.8-10 nhận được các giá trị sau

- hệ số biến đổi của phần

liên tục,  $k_{xl} = \lim_{t \rightarrow \infty} h(t)$ ;

- giá trị xấp xỉ thời gian trễ  $L$ , được xác định bằng giao điểm đường tiếp tuyến với  $h(t)$  tại điểm uốn với trục thời gian;



Hình 8-10

- thời gian đặc trưng cho quá trình quá độ  $T$ , là thời gian cần thiết để đường tiếp tuyến với  $h(t)$  tại điểm uốn đi được từ 0 tới  $k$ ;
- thời gian quá độ  $T_{0,95}$ .

Chu kỳ gián đoạn  $T_0$  được chọn từ các tham số của đặc tính quá độ  $h(t)$  (H.8-10) như sau:

- xác định từ  $L$ : nếu  $\frac{T}{L} < 12$  thì  $\frac{L}{5} \leq T_0 \leq \frac{L}{2}$  ;
- xác định từ  $T$ :  $T_0 \leq \frac{T}{10}$  ;
- xác định từ  $T_{0,95}$ :  $\frac{T_{0,95\%}}{20} \leq T_0 \leq \frac{T_{0,95\%}}{10}$  .

Nếu chu kỳ gián đoạn  $T_0 \leq 2L$  thì ba tham số  $k_p$ ,  $T_I$ ,  $T_D$  được xác định như sau:

- nếu chỉ sử dụng bộ P số:

$$k_p = \frac{T}{k (L + T_0)}$$

- nếu sử dụng bộ PI số:

$$k_p = \frac{0,9T}{k (L + 0,5T_0)} \quad T_I = 3,33 (L + 0,5T_0)$$

- nếu sử dụng bộ PID số:

$$k_p = \frac{1,2T}{k(L + T_0)}$$

$$T_I = \frac{2(L + 0,5T_0)^2}{L + T_0}$$

$$T_D = \frac{L + T_0}{2}$$